

## V.

*Ueber die achromatischen Doppel-Objective, und  
wie die Aufhebung der Farben-Zerstreung in  
ihnen vollkommen zu bewirken ist;*

von dem Hofrath GAUSS in Göttingen. \*)

Man begnügte sich bisher bei den Doppel-Objectiven die Farben-Zerstreung für die der Axe unendlich nahen Strahlen, und die Abweichung wegen der Kugelgestalt für die Strahlen von mittlerer Brechbarkeit aufzuheben, wobei also für die Randstrahlen noch eine kleine Farben-Zerstreung zurückbleiben kann. Bei dieser Einrichtung ist die Berechnung des achromatischen Objectivs eine unbestimmte Aufgabe; d. h. zu jeder Kronglas-Linse von positiver Brennweite, wie auch immer das Verhältniß der Halbmesser der Flächen seyn mag, läßt sich eine Flintglas-Linse berechnen, die mit jener vereinigt ein in obiger Bedeutung achromatisches Objectiv giebt,

So viel ich weiß, haben bisher alle Optiker beide Flächen der Kronglas-Linse convex angenommen. Für das Verhältniß der beiden Halbmesser derselben haben die Theoretiker sehr verschiedene

\*) Zeitschr. f. Astron. von den HH. v. Lindenau u. Bohnenberger  
Nov. u. Dec. 1817. *Gilb.*

Werthe in Vorschlag gebracht, je nachdem sie von diesem oder jenem Princip ausgingen. Will man mit Euler die Abweichung wegen der Gestalt bei der Kronglas-Linse zu einem Kleinſten machen, ſo müſſen die Halbmesser ungefähr in dem Verhältniſſe von 1 : 7 ſtehen. Sie müſſen einander gleich ſeyn, wenn man, wie Klügel (in der analytiſchen Dioptrik), die möglichſt kleinſten Krümmungen zu haben wünſcht. Sollen die Brechungen ſelbſt die möglichſt kleinſten werden, wie Klügel in einer ſpättern Abhandlung beabſichtigt \*), ſo müſſen dieſe Brechungen einander gleich ſeyn, und die Halbmesser nahe in dem Verhältniſſe von 1 : 3 ſtehen.

Es ſcheint nicht, daß alle dieſe Vorſchläge hinlänglich motivirt ſind. Klügels Augenmerk war beſonders die Abweichung wegen der Kugelgeſtalt, welche für *alle* Strahlen in mathematiſcher Schärfe zu haben, bekanntlich unmöglich iſt. Bei Euler's Behandlung dieſer Rechnungen iſt dieſe Abweichung eigentlich nur für die der Axe nächſten Strahlen gehoben, und es bleibt eine ſehr nahe dem Biquadrat des Abſtandes von der Axe proportionale, alſo für die Randſtrahlen am meiſten merkbare Abweichung zurück. Oder wenn man mit Klügel die Rechnung ſo führt, daß die Abwei-

\*) Angabe eines möglichſt vollkommenen achromatiſchen Doppel-Objektivs von Klügel, in dieſen *Annal.* B. 31. S. 265. und weitere Entwicklung derſelben, *daſ.* S. 276. *Gib.*

chung für die Randstrahlen verschwindet, so kommt sie wieder bei den Zwischenstrahlen zum Vorschein, am merklichsten bei denen, deren Entfernung nahe  $\frac{1}{2}$  von dem Halbmesser der Oeffnung ist. Diese unvermeidlich übrig bleibende Abweichung wegen der Gestalt so unschädlich als möglich zu machen, war Klügel's Ablicht bei der Wahl des Verhältnisses der beiden ersten Halbmesser; es erhellet jedoch nicht klar genug, weder, daß wirklich dieser Zweck bei dem gewählten Verhältniß am allerbesten erreicht werde, noch, daß dieser Zweck wichtig genug sey, um ihn vorzugsweise allein zur Grundlage der Bestimmung dieses Verhältnisses zu machen. Finden nämlich noch andere Unvollkommenheiten bei einem solchen Objective statt, die beträchtlich größer sind als die, welche von der nicht ganz zu hebenden Abweichung wegen der Gestalt herrühren, so ist es offenbar wichtiger, jene als diese zu berücksichtigen.

Aus dieser Ursache wird es vortheilhafter seyn, die Freiheit, welche man in der Bestimmung des Verhältnisses der beiden ersten Halbmesser hat, zur Verminderung oder Wegschaffung der Farben-Zerstreung bei den Randstrahlen zu benutzen. Herr Prof. Bohnenberger hat das Verdienst, in einem interessanten Aufsatze über die achromatischen Objective, welcher sich in dem ersten Bande seiner Zeitschrift für Astronomie (1817) findet, diesen für die Theorie wichtigen Umstand zuerst zur Sprache gebracht zu haben. Er zeigt in demselben

durch Rechnung, daß in dieser Beziehung (d. h. zur Verminderung der Farben-Zerstreung bei den Randstrahlen), das Verhältniß 2 : 3 dem Verhältnisse 1 : 3 vorzuziehen ist, indem bei dem erstern eine beträchtlich kleinere Farben-Zerstreung der Randstrahlen bewirkt wird, ohne daß dadurch die übrigbleibende Abweichung wegen der Kugelgestalt erheblich wird. Inzwischen bleibt auch bei Herrn Prof. Bohnenberger's Einrichtung noch eine Farben-Zerstreung der Randstrahlen zurück, die noch mehr zu vermindern oder ganz wegzuschaffen sehr wünschenswerth wäre. Herr Prof. Bohnenberger äußert (S. 392.), die Versuche, welche er zu diesem Zweck angestellt habe, seyen ohne Erfolg geblieben.\*) Da hierdurch die Vermuthung begründet werden könnte, daß dieses zu bewirken überhaupt unmöglich sey, so bin ich dadurch zu einer besondern Untersuchung hierüber veranlaßt worden, und aus ihr ergiebt sich, was mir sehr merkwürdig scheint, vielmehr das Gegentheil.

Die vollkommene Wegschaffung der Farben-Zerstreung bei den Randstrahlen und den der Axe nächsten Strahlen ist nämlich allerdings möglich. Oder bestimmter: Es läßt sich ein Objectiv berechnen, welches alle Strahlen von 2 bestimmten Far-

\*) Es war daran, wie Herr Professor Bohnenberger, durch diese Bemerkungen veranlaßt, erklärt, bloß ein Rechnungsfehler schuld, den er bei einem der Versuche, dieses zu bewerkstelligen, unglücklicher Weise begangen und übersehen hatte. *Gilb.*

ben, sowohl diejenigen, welche in einer bestimmten Entfernung von der Axe, als die, welche unendlich nahe bei derselben, (und zwar wie hier immer vorausgesetzt wird, mit ihr parallel) auffallen, in Einen und denselben Punkt vereinigt. Dieses Objectiv hat aber eine Gestalt, welche von den bisher ausschließlich angewendeten Gestalten ganz abweicht, indem nämlich *beide* Linsen *convex-concav* werden, und die convexen Flächen dem Gegenstande zukehren müssen. Hierdurch kommen zwar größere Brechungen vor, als bei andern Einrichtungen, dessen ungeachtet ist aber die übrig bleibende unvermeidliche Abweichung wegen der Gestalt noch immer sehr unbedeutend, und die Vereinigung aller mit der Axe parallel auffallenden Strahlen vollkommener als bei irgend einer andern Einrichtung.

Es ist daher gewiß der Mühe werth, daß geschickte Künftler achromatische Doppel-Objective von dieser neuen Form ausführen und sie versuchen. Es kann vielleicht seyn, daß dabei gegenwärtig noch praktische Schwierigkeiten Statt finden; eine davon wird die seyn, daß die Glaslücken, aus denen die Linsen geschliffen werden sollen, eine größere Dicke haben müssen. Allein bei der immer fortfortschreitenden Vollkommenheit des technischen Theils der Dioptrik steht zu hoffen, daß Schwierigkeiten der Art zu beseitigen seyn werden, und dann ist es an der Mathematik, das Ideal der Form ...  
... Vereinigung zu geben.

Die von mir geführte Rechnung soll übrigens bloß als Beispiel dienen, das Gesagte zu bestätigen, nicht aber dazu, daß Künstler diese Maasse genau befolgen sollen. Es ist vielmehr unumgänglich nothwendig, daß in jedem einzelnen Falle für die Glasarten, aus denen ein vollkommenes Objectiv geschliffen werden soll, die Brechungs- und Zerstreuungs- Verhältnisse erst besonders mit möglichster Schärfe bestimmt, und die Maasse des Objectivs diesen gemäß von Neuem berechnet werden. Meiner Rechnung habe ich die Zahlen zum Grunde gelegt, nach denen Herr Prof. Bohnenberger gerechnet hat, und habe auch seine Dicken und seine Entfernung der Linsen beibehalten. Da aber bei meiner neuen Einrichtung die convexe Fläche der Flintglas-Linse eine stärkere Krümmung hat, als die concave der Kronglas-Linse, so können beide Linsen einander näher kommen (welches auch in einer andern hier nicht auszuführenden Rücklicht vortheilhafter seyn wird); ja, wenn die Künstler sonst keine Bedenklichkeit dagegen haben, kann der Zwischenraum ganz wegfallen, und die Linsen können einander in der Axe berühren. Es versteht sich, daß dies einige Modifikation der Krümmungshalbmesser nach sich ziehen wird.

Es gehört nicht zu meiner Absicht, den mathematischen Theil dieser Untersuchung hier zu entwickeln. Ich bemerke nur, daß die Aufgabe, wenn man die Abweichung wegen der Gestalt nach Euler's Art

betrachtet, und Dicke und Entfernung der Glaslinse bei Seite setzt, auf eine Gleichung des vierten Grades führt, welche zwei reelle Wurzeln hat. Die hieraus sich ergebende genäherte Auflösung dient zur Grundlage einer indirekten Rechnung, durch welche alles genau in Uebereinstimmung gebracht wird. Für Mathematiker wird diese Andeutung hinreichen. Die Eine reelle Wurzel jener Gleichung muß übrigens verworfen werden, weil mit ihr zu starke Krümmungen der Glasflächen zusammenhängen, und die unvollkommene Aufhebung wegen der Gestalt zu sehr fühlbar machen würden.

Das Resultat meiner Berechnung eines möglichst vollkommenen achromatischen Doppel-Objektivs aus Glasarten von solchem Brechungs- und Zerstreuungs-Vermögen, wie Herr Prof. Bohnenberger dasselbe angenommen hat, ist nun folgendes:

Wenn die Halbmesser der vier Glasflächen von der nach dem Objektiv gekehrten Seite an zu rechnen, der Reihe nach in folgendem Verhältnisse angenommen werden,

$$\begin{array}{rcl} + & 3415,287 & \\ - & 10133,007 & \left. \vphantom{\begin{array}{r} + \\ - \end{array}} \right\} \text{Kronglas - Linse} \\ + & 4207,421 & \\ - & 4807,320 & \left. \vphantom{\begin{array}{r} + \\ - \end{array}} \right\} \text{Flintglas - Linse} \end{array}$$

so vereinigen sich die rothen und violetten Strahlen, sowohl die, welche unendlich nahe bei der Axe, als die, welche in der Entfernung 1083,687

auffallen, alle in Einen Punkt der Axe, dessen Entfernung von der letzten Fläche = 28293,3 wird. Sieht man jene Entfernung von der Axe, (bei welcher der Einfallswinkel  $18^{\circ} 30'$  ist), als Halbmesser der Oeffnung an, so ist der Durchmesser der Oeffnung sehr nahe  $\frac{1}{3}$  der Brennweite.

Um beurtheilen zu können, wie groß bei einem so gestalteten achromatischen Doppel-Objective die noch übrig bleibende Abweichung wegen der Kugelgestalt wird, für die Strahlen, welche zwischen dem Rande und der Axe auffallen, habe ich die Vereinigungsweiten für den Einfallswinkel  $13^{\circ}$  berechnet, und gefunden

28289,3 für die rothen,  
28290,0 für die violetten Strahlen.

Ich muß noch bemerken, daß ich es für das vortheilhafteste halte, genau für die Randstrahlen die Abweichung wegen der Gestalt zu heben, und nicht mit Herrn Prof. Bohnenberger für Strahlen, welche zwischen dem Rande und der Axe liegen. — —

---