

De praecisionis gradu per tabulas Matthiessenianas obtinendo, disquisitio autore *Th. Clausen.*

Inter alia quae de tabulis suis celeberrimus *Matthiessen* in Nr. 31 et 32 *Astron. Nachrichten* disserit, hanc etiam attingit quaestionem: num calculus, tabulis his adhibitis, exactior reddatur? Se quidem id suspicari profitetur, demonstrationem vero rigorosam sibi adhuc non esse in potestate, ideoque magnopere optare, ut ab alio hoc argumentum tractetur. Illo celeberrimi viri desiderio, simulque proprio studio adductus disquisitionem hujus rei sequentem institui, adhibilis principiis in Theoria M. C. C. expositis.

1. Error, desumendo e tabulis Matthiessenianis *Log. B* vel *C* logarithmo *A* dato respondentem metuendus, limites + vel - 0,000 000 05 transgredi non potest, siquidem ad primas tantum differentias respicitur, atque interpolatio exacte, i. e. figuris decimalibus ultra septimam omnibus retentis, perficitur, quae figurae decimales si abjiciantur, error inde oriundus tabulis omnino non imputari posse videtur. Valor hic maximus erroris in sequentibus per ω denotatur. Si vero differentiarum secundarum in interpolatione ratio habetur, tum errorem ad $1,25 \omega$ ascendere posse, ita probatur. Sint valores veri functionis datae terminis argumenti a , $a+1$ et $a+2$ respondentes $A_{(a)}$, $A_{(a+1)}$ et $A_{(a+2)}$, qui per tabulas ita exhiberi supponuntur $A_{(a)} + \omega^{(1)}$, $A_{(a+1)} + \omega^{(2)}$, $A_{(a+2)} + \omega^{(3)}$, ita ut $\omega^{(1)}$, $\omega^{(2)}$, $\omega^{(3)}$ errores tabulares sint limites $\pm \omega$ non superantes. Valor verus functionis termino $a + x^{to}$ respondentis invenitur

$$\frac{(1-x)}{1} \frac{(2-x)}{2} A_{(a)} + x(2-x) A_{(a+1)} + \frac{x(1-x)}{-2} A_{(a+2)}$$

sed tabulae valorem, hoc vero valore quantitate

$$\frac{(1-x)}{2} \frac{(2-x)}{2} \omega^{(1)} + x(2-x) \omega^{(2)} - \frac{x(1-x)}{2} \omega^{(3)}$$

suppeditant. Cum x semper < 1 accipiatur, error maximus

$$\pm \left(\frac{(1-x)(2-x)}{2} + x(2-x) + \frac{x(1-x)}{2} \right) \omega$$

$= \pm (1+x-x^2) \omega$ erit, qui pro $x = \frac{1}{2}$ valorem suum, quatenus a quantitate x pendet, maximum $\pm 1,25 \omega$ obtinet.

sr Bd.

Si differentiae tertiae vel ultiores adhibentur, error evadere potest major.

2. Dati sint itaque Logarithmi a et b numeris x et y resp. respondentes, quaeratur *Log. (x+y)* vel *Log. (x-y)*. Supponamus, id quod licet $x > y$. Quando *Log. (x+y)* quaeritur errorem ob tabularum exactitudinem limitatam commissum limites $\pm \omega$ superare non posse, nemo non intelligit (differentiarum primarum tantum ratione habita, quod in sequentibus semper intelligi volo; quoties ad differentias secundas respiciendum fuerit, limites quarta parte augeri debent.) Si vero *Log. (x-y)* quaeritur, tum sumto *Log. A*, $a-b$, si fuerit $< 0,301$, in *B* respondente: sit error eo loco in $B \dots \omega^{(1)}$, error in *A* committitur $-\omega^{(1)} \frac{dA}{dB}$

$$= \omega^{(1)} \frac{x}{x-y} \text{ limitibus } \pm \omega \frac{x}{x-y} \text{ coercitus; cum autem fuerit } a-b > 0,301, \text{ Logarithmo } a-b \text{ in } C \text{ Logarithmum in } A \text{ correspondentem desumimus errore quantitatem } \pm \omega \frac{dA}{dC}$$

$$= \pm \omega \frac{x}{x-y} \text{ non transgrediente affectum.}$$

Habemus igitur errores maximos tabularum Matthiessenianarum usu mutuendos

$$\begin{aligned} \pm \omega & \text{ quando } \text{Log. } (x+y) \text{ quaeritur,} \\ \pm \omega \frac{x}{x-y} & \text{ quando } \text{Log. } (x-y) \text{ quaeritur.} \end{aligned}$$

Quamvis pro utroque casu duplex solutio exstat, non tamen potest ob exactam eorum aequalitatem altera alteri esse accuratior.

3. Inter ceteros hunc calculum instituendi modos primum ob simplicitatem locum obtinet hic, quo e tabulis vulgaribus x et y atque deinde Logarithmus summae vel differentiae harum quantitatum sumitur. Supponatur, tabulas loco *Log. x*, *Log. y*, *Log. (x+y)* has exhibere quantitates *Log. x* + $\omega^{(1)}$, *Log. y* + $\omega^{(2)}$, *Log. (x+y)* + $\omega^{(3)}$, tum in x error committitur $-\omega^{(1)} \frac{x^*}{\lambda}$, in $y \dots -\omega^{(2)} \frac{y}{\lambda}$,

*), $\lambda = 0,434$ i. e. Modulus syst. *Brigg.*

in $x \pm y \dots \frac{-\omega^{(1)}x + \omega^{(2)}y}{\lambda}$ atque in $\text{Log.}(x \pm y)$
 $\frac{-\omega^{(1)}x + \omega^{(2)}y}{x \pm y} + \omega^{(3)}$. Limites hujus erroris facile inve-
 niuntur

$$\begin{aligned} & \pm 2\omega && \text{in casu priori} \\ & \pm 2\omega \frac{x}{x-y} && \text{in casu posteriori.} \end{aligned}$$

4. Cum sit $\text{Log.}(x \pm y) = \text{Log.}x + \text{Log.}\left(1 \pm \frac{y}{x}\right)$
 quaeri in tabulis vulgaribus potest numerus Logarithmo $\frac{y}{x}$
 respondens, atque deinde Logarithmus unitatis hoc numero
 auctae vel diminutae. Sint errores tabularum ad $\text{Log.} \frac{y}{x}$
 et $\text{Log.}\left(1 \pm \frac{y}{x}\right)$ resp. $\omega^{(1)}$, $\omega^{(2)}$, tum in $\frac{y}{x}$ committitur
 error $-\omega^{(1)} \frac{y}{\lambda \cdot x}$ in $\text{Log.}\left(1 \pm \frac{y}{x}\right)$ vero $\frac{-\omega^{(1)} \frac{y}{x}}{1 \pm \frac{y}{x}} + \omega^{(2)}$
 cujus erroris limites

$$\begin{aligned} & \pm \omega \left(1 + \frac{y}{x+y}\right) && \text{in casu priori} \\ & \pm \omega \left(\frac{x}{x-y}\right) && \text{in casu posteriori sunt.} \end{aligned}$$

Habetur etiam $\text{Log.}(x \pm y) = \text{Log.}y \left(\frac{x}{y} \pm 1\right)$. Suppo-
 nantur errores tabular. ad $\text{Log.} \frac{x}{y} \dots \omega^{(1)}$, ad $\text{Log.}\left(\frac{x}{y} \pm 1\right)$
 $\dots \omega^{(2)}$, committitur in $\frac{x}{y}$ error $-\omega^{(1)} \frac{x}{\lambda y}$ in $\text{Log.}\left(\frac{x}{y} \pm 1\right)$
 $-\omega^{(1)} \frac{x}{x \pm y} + \omega^{(2)}$ cujus limites hi sunt

$$\begin{aligned} & \pm \omega \left(1 + \frac{x}{x+y}\right) && \text{in casu pr.} \\ & \pm \omega \left(1 + \frac{x}{x-y}\right) && \text{in casu post.} \end{aligned}$$

5. Ad hunc calculum tabulae etiam trigonometricae
 adhiberi possunt. Posito enim $V\left(\frac{y}{x}\right) = \text{tang } \zeta$ habetur
 $x + y = \frac{x}{\cos \zeta^2}$, sit ad $\text{Log.} \text{tang } \zeta$ error tabularis $\omega^{(1)}$
 ad $\text{Log.} \cos \zeta \dots \omega^{(2)}$, in $\text{Log.} \cos \zeta$ error committitur
 $\omega^{(1)} \frac{y}{x+y} + \omega^{(2)}$. Sunt itaque pro $\text{Log.}(x+y)$ limites
 errorum $\pm 2\omega \left(1 + \frac{y}{x+y}\right)$.

Sit $\sin \zeta = V\left(\frac{y}{x}\right)$ erit $x - y = x \cos \zeta^2$; sint
 desuper errores tabularum ad $\text{Log.} \sin \zeta \dots \omega^{(1)}$, ad $\text{Log.} \cos \zeta$
 $\dots \omega^{(2)}$ tum in $\text{Log.} \cos \zeta$ error committitur $\omega^{(1)} \frac{y}{x-y} + \omega^{(2)}$,
 hinc erroris in $\text{Log.}(x-y)$ limites $\pm 2\omega \left(\frac{x}{x-y}\right)$ erunt.

6. Posito $x = \varepsilon \cos \zeta$; $y = \varepsilon \sin \zeta$, $\text{Log}(x \pm y)$
 $= \frac{\varepsilon}{\sin 45^\circ} \sin(45^\circ \pm \zeta)$ evadit; ζ per formulam $\text{tg } \zeta = \frac{y}{x}$
 determinatur, ε vero per hanc $\varepsilon = \frac{x}{\cos \zeta}$ vel $= \frac{y}{\sin \zeta}$.
 Sint errores tabulares

$$\begin{aligned} \text{ad Log.} \text{tang } \zeta & \dots \omega^{(1)} \\ \sin \zeta & \dots \omega^{(2)} \\ \cos \zeta & \dots \omega^{(3)} \\ \sin(45^\circ \pm \zeta) & \dots \omega^{(4)} \end{aligned}$$

errores quibus quantitas quaeque afficitur hi reperiuntur

$$\begin{aligned} \zeta & \dots - \frac{\omega^{(1)} \sin \zeta \cos \zeta}{\lambda} \\ \text{Log.} \cos \zeta & \dots + \omega^{(1)} \sin \zeta^2 + \omega^{(2)} \\ \text{Log.} \sin \zeta & \dots - \omega^{(1)} \cos \zeta^2 + \omega^{(3)} \\ \text{Log.} \sin(45^\circ \pm \zeta) & \pm \omega^{(1)} \sin \zeta \cos \zeta \text{ctg}(45^\circ \pm \zeta) + \omega^{(4)} \end{aligned}$$

Error $\text{Log.}(x \pm y)$ si ad determinationem ipsius ε formula
 prior adhibita fuerit

$$\begin{aligned} & \omega^{(4)} - \omega^{(2)} - \omega^{(1)}(\sin \zeta^2 \pm \sin \zeta \cos \zeta \text{ctg}(45^\circ \pm \zeta)) \\ & = \omega^{(4)} - \omega^{(2)} \mp \omega^{(1)} \frac{\sin \zeta \cos 45^\circ}{\cos(45^\circ \pm \zeta)} = \omega^{(4)} - \omega^{(2)} \mp \omega^{(1)} \frac{y}{x \pm y} \end{aligned}$$

cujus limites

$$\begin{aligned} & \pm \omega \left(2 + \frac{y}{x+y}\right) && \text{in casu priori} \\ & \pm \omega \left(2 + \frac{y}{x-y}\right) && \text{in casu posteriori sunt.} \end{aligned}$$

Adhibita ad determinationem ipsius ε formula posteriori hi
 limites

$$\begin{aligned} & \pm \omega \left(2 + \frac{x}{x+y}\right) \\ & \pm \omega \left(2 + \frac{x}{x-y}\right) && \text{evadunt.} \end{aligned}$$

7. Tabella sequens, quos adhuc pro singulo methodo
 limites obtinimus, factore omnibus communi ω omisso,
 ostendit.

	Limites erroris <i>Log. (x + y)</i>	Limites erroris <i>Log. (x - y)</i>
Per tab. Matth.	1	$\frac{x}{x-y}$
per meth. art. 3	2	$\frac{2x}{x-y}$
4. 1)	$1 + \frac{y}{x+y}$	$\frac{x}{x-y}$
4. 2)	$1 + \frac{x}{x+y}$	$1 + \frac{x}{x-y}$
5	$2 + \frac{2y}{x+y}$	$\frac{2x}{x-y}$

	Limites erroris <i>Log. (x + y)</i>	Limites erroris <i>Log. (x - y)</i>
6. 1)	$2 + \frac{y}{x+y}$	$2 + \frac{y}{x-y}$
6. 2)	$2 + \frac{x}{x+y}$	$2 + \frac{x}{x-y}$

Nulla igitur harum methodorum praecisionem majorem praebet quam usus tabularum celeberrimi Matthiessen, immo vero una tantum, prima scilicet art. 4. unico tantum in casu eundem praecisionis gradum attingit.

Altonae die 7^{mo} Julii 1826.

T. h. Clausen.

Brief des Herrn Capitains *Zahrtmann*, Directors des Seekartenarchivs, an den Herausgeber.
Copenhagen 1825. Decbr. 12.

La munificence du Roi m'ayant fait propriétaire d'une belle lunette méridienne de *Repsold* et Votre amitié m'ayant fourni et un observatoire et quelques instrumens appartenants au département sous vos ordres, je les ai emporté avec moi aux antilles en 1825. Ce n'est qu'après l'hivernage que j'ai ôse monter mon observatoire et je l'ai fait dans l'île de St. Thomas sur une colline à l'est de la ville, qui s'appelle *Fridrichsberg*, et sur laquelle se trouve encore la ruine bien conservée d'une tour bâtie par les flibustiers; l'habitation est à présent à Mr. *de Stackemann*, Major et Commandant de la garde nationale, qui m'a comblé d'attentions. — L'observatoire se trouvoit placé à 198,1 pieds du Roi au sud et 124,9 à l'ouest du centre de la tour, donc selon le plan du port à 350 pieds au sud et 1695 à l'est du bâton de pavillon de *Christiansfort*, point déterminé par la division de Mr. *de Churruca*

en 18° 21' 16" de latitude et à 58° 37' 39" à l'ouest de Cadix.

Mes fonctions comme lieutenant en pied d'un bâtiment du Roi ne me laissoit que bien peu de loisir pour m'occuper de l'astronomie pendant le peu de tems que nous restions au port. J'avois formé le projet de lier autant de points qu'il me seroit possible par le moyen des chronomètres au méridien de mon observatoire dont je tâcherais de bien déterminer la longitude. — Quant à la première partie je l'ai exécuté sur tous les points où nous avons relâchée et où il m'a été possible de débarquer, mais quant à la longitude obsolue de mon observatoire je n'ai en que bien peu d'observations pour la déterminer, savoir: 1826 Avril 12. Immers. ξ Taur. 8^h 39' 55",44 tems sidéral; belle observation, l'heure parfaitement déterminé.

		fil.	la pendule.		tems sidéral.
			^h ['] ["]		^h ['] ["]
Juin 25	α Pégasé	7	22 56 5,24	selon les ascensions droites de Mr. <i>Bessel</i>	22 56 9,07
	Lune II Bord	7	23 36 13,27		23 36 16,73
	γ Pégasé	7	0 4 16,82		0 4 19,98
Juin 26	α Pégasé	7	22 56 13,10		22 56 9,10
	γ Pégasé	7	0 4 24,49		0 4 20,01
	Lune II Bord	7	0 23 20,71		0 23 16,18

ces observations sont bonnes.

Comme la latitude de mon observatoire n'avoit pour moi qu'un intérêt secondaire, je me suis borné à la déterminer par des hauteurs circumméridiennes du soleil prises avec un sextant de *Baumann* sur un horizon artificiel; voici les résultats:

1825 Déc. 20	8 hauteurs donnoient la lat. bor.	18 20' 24,3
24 12		24,4
27 12		26,0
30 20		20,2

En amenant l'observatoire le 14 de Juillet 1826 la variation de l'aimant s'y trouvoit d'un degré et un quart à Pest.