

2) *Urin von einem Menschen, welcher viel Wasser trank.*

Urin vor Tisch	Phosphorsäure	Urin nach Tisch	Phosphorsäure
960 CC.	1,447 Grm.	460 CC.	1,490 Grm.
1212 "	1,826 "	280 "	0,955 "
363 "	1,164 "	955 "	2,011 "
1004 "	1,733 "	480 "	1,678 "

Auf 1000 CC. Urin kommen Auf 1000 CC. Urin kommen
1,743 Grm. Phosphorsäure. 2,820 Grm. Phosphorsäure.

3) *Urin von einem Menschen, welcher wenig Wasser trank.*

Urin vor Tisch	Phosphorsäure	Urin nach Tisch	Phosphorsäure
360 CC.	1,627 Grm.	182 CC.	1,047 Grm.
620 "	1,751 "	223 "	0,916 "
560 "	1,473 "	—	—
230 "	0,891 "	385 "	1,725 "

Auf 1000 CC. Urin kommen Auf 1000 CC. Urin kommen
3,244 Grm. Phosphorsäure. 4,541 Grm. Phosphorsäure.

Untersuchungen über die Gleichgewichts-Gestalten einer flüssigen Masse ohne Schwere;

von J. Plateau *).

Die Gestalt, welche die freie Oberfläche einer Flüssigkeit in Ruhezustande unter dem ausschließlichen Einflusse der Molekularkräfte anzunehmen sucht, wird, sobald man mit größeren Massen arbeitet, durch das Gewicht derselben sehr bedeutend verändert. Um diese Wirkung der Schwere aufzuheben und

*) Auszug aus Ann. ch. phys. [3] XXX, 203.

doch zugleich einer flüssigen Masse alle Freiheit zu lassen, diejenige Gestalt anzunehmen, welche von den andern Kräften, denen sie unterworfen ist, abhängt, hat Plateau folgenden Weg eingeschlagen :

In einem Raume, der einem nur geringen Wechsel der Temperatur unterworfen ist, macht er ein Gemische von Wasser und Weingeist, welches dieselbe Dichtigkeit wie Olivenöl besitzt. Oel in dasselbe gebracht, schwebt darin und verhält sich wie gewichtslos. In diesem Gemische kann man also alle Gestalten erhalten, welche der Bedingung des Gleichgewichts einer flüssigen Masse ohne Schwere und im Ruhezustande genügen.

Das weingeistige Gemische und die Oelmasse befinden sich in einem Behälter aus Spiegelglas-Platten, die mittelst eines rechtwinkligen Metallrahmen zusammengehalten werden, damit sich die erzeugten Gleichgewichts-Gebilde durch die ebenen Glaswände in ihrer wahren Gestalt darbieten.

So konnte er unmittelbar eine flüssige Kugel bis zu 1 Decimeter Durchmesser (der Weite des Behälters) erhalten.

Um einen flüssigen Cylinder zu bilden, wurden zwei dünne Scheiben von Eisen, von gleichem Durchmesser, in dem weingeistigen Gemische einander parallel, wie die Grundflächen eines geraden Cylinders gegenübergestellt. Zwischen beide Scheiben wurde das Olivenöl, das am Eisen adhärte, in größerer Menge gebracht, als zur Bildung des Cylinders nöthig war, dann der Ueberschufs mit einer Pipette vorsichtig aufgesaugt, oder auch die eine Scheibe von der andern langsam entfernt. Die Flüssigkeit nahm die vollkommenste Cylindergestalt an, selbst bei 7 Centimeter Durchmesser und 14 Centimeter Abstand der Scheiben.

Wurden die Scheiben durch Ringe von Eisendraht ersetzt, so liefs sich ein Cylinder herstellen, dessen beide Basen kugelsegment-förmige Ausbiegungen annahmen.

Auf diesem Wege gelang es sogar, flüssige Körper, die von ebenen Flächen begrenzt waren, zu erhalten. Es bedurfte nur in dem Behälter ein Gerüste von Eisendraht aufzuhängen, welches die Kanten der Figur, die man haben wollte, darstellte. So z. B. bildete Plateau einen flüssigen Würfel von 7 Centimeter Seite.

Wenn man die Spitze der Pipette in die Mitte irgend einer der ebenen Flächen eines flüssigen Polyeders einsenkt und dann die Flüssigkeit aufsaugt, so sinken gleichzeitig alle Seitenflächen des Körpers ein, ohne daß die Flüssigkeit von den Drähten des Gerüsts abreißt. Endlich bleibt nur noch eine Verbindung dünner flüssiger Blättchen übrig, die regelmässig geordnet sind und deren jedes von einem der Drähte ausgeht. Zuweilen befindet sich in der Mitte des Ganzen noch ein Hilfsblättchen. So z. B. veranlaßt der flüssige Würfel die Entstehung von 12 Blättchen, ausgehend von den 12 festen Kanten, die sich alle an einem viereckigen Blättchen in der Mitte anhängen.

Alle diese Versuche bieten in grossem Mafsstabe Erscheinungen dar, von derselben Natur, wie diejenigen, welchen man, eben wegen des kleinen Raums, in dem sie auftreten, den Namen „*Capillarerscheinungen*“ gegeben hat. Nach den allgemeinen Gesetzen der Capillarwirkungen mufs die Krümmung der freien Oberfläche einer nur dem Einflusse der Molekularkräfte unterworfenen flüssigen Masse, für die Bedingung des Gleichgewichtes der Gleichung $\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} = c$ Genüge leisten, in welcher r und r' den grössten und kleinsten Krümmungshalbmesser an jedem beliebigen Punkte der Oberfläche und c eine beständige Gröfse bedeutet. Man sieht nun leicht, daß die Kugel dieser Gleichung entspricht, da bei ihr alle Krümmungshalbmesser einander gleich sind. Diese Gleichung schliesst auch den Cylinder ein, denn bei allen Punkten seiner Oberfläche ist r constant, es ist der Radius des Cylinders, und r' ist überall unendlich grofs, wodurch der Theilsatz $\frac{1}{r'}$ verschwindet. Für

die Ebene sind beide Krümmungshalbmesser r und r' unendlich. Jede, ausschliesslich nur von ebenen Flächen begränzte Figur ist also eine den Gesetzen der Molekularkräfte entsprechende Gleichgewichtsgestalt, sobald nur die Kanten des flüssigen Körpers durch ein festes Gerippe, das durch die flüssigen Theile benetzt wird, gegeben sind.

Der flüssige Cylinder erhielt, wenn die Scheiben durch Drahringe ersetzt wurden, an seinen Grundflächen, wie oben erwähnt wurde, kugelsegment-förmige Ausbiegungen. Plateau hat bei einem Cylinder von 35,7mm Radius die Höhe dieser Kugelsegmente mit Hülfe des Cathetometers bestimmt, und fand dafür bei einer Messung : 9,50mm, bei einer zweiten : 9,61mm. Diese Höhe muß sich aber auch durch Rechnung bestimmen lassen, wenn die Gesetze der Molekularkräfte für die betreffende Gleichgewichtsfigur Geltung haben, wenn also die Spannung an der Oberfläche der Kugelsegmente in derselben Weise, wie die an der Cylinderoberfläche der Gleichung $\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} = c$ genügt. In der That findet man 9,56mm *).

Der flüssige Cylinder behauptet seine Gestalt für jede, wahrscheinlich noch so große Länge, wenn das Verhältniß der Länge zum Durchmesser eine gewisse Gränze, die zwischen dem 3- bis 3,6fachen liegt, nicht überschreitet. Geht man aber über dieses Längenverhältniß hinaus, so zieht sich die Cylinderoberfläche an irgend einer Stelle zusammen und schwillt an einer andern an; diese Veränderung, wenn sie einmal begonnen hat, schreitet mit beschleunigter Geschwindigkeit fort, und bald zerfällt die Masse in zwei Theile. Es war unmöglich, beständige flüssige Cylinder von größerer Länge auf dem angegebenen Wege zu erhalten. Da nun der Cylinder, wie groß auch seine Länge seyn mag, eine Gleichgewichtsgestalt ist, so muß man folgern,

*) Im Original steht 9,41, was aber wohl ein Druck- oder Rechenfehler seyn muß.

dafs dieses Gleichgewicht der Molekularkräfte über das Verhältnifs des Durchmessers zur Länge von 1 : 3 oder 1 : 3,6 hinaus unbeständig wird. D. h. die Oberfläche, durch irgend welche Ursache aus der Cylindergestalt auch nur im geringsten entfernt, vermag nicht wieder in dieselbe zurückzukehren. Auf dem Wege der Rechnung findet Plateau, dafs die Gränze des beständigen Gleichgewichts eines flüssigen Cylinders durch das Verhältnifs 1 : 3,14 ausgedrückt ist.

Durch besondere Hilfsmittel gelang es ihm zwar, flüssige Cylinder herzustellen, deren Länge, verglichen mit dem Durchmesser, weit gröfser war. Im Ruhezustand sich selbst überlassen zerfielen sie aber alsbald in eine Reihe von Tropfen.

Eins dieser Mittel besteht darin, auf eine horizontal gerichtete Platte von Spiegelglas einen Quecksilbertropfen zu bringen und denselben mittelst amalgamirter Kupferdrähte zwischen Glasstreifen auszuziehen. So kann man Quecksilbercylinder erhalten, die bei 1—2 Millimeter Dicke hundertmal so lang als dick sind. So wie aber die Glasstreifen, zwischen welchen er eingeschlossen ist, zusammen senkrecht abgehoben werden, so verwandelt sich der Cylinder in eine große Anzahl Kugeln von gleicher Gröfse, zwischen welchen man hier und da andere von viel geringerem Durchmesser bemerkt.

Diese Umwandlung geht viel zu schnell vor sich, als dafs sie sich mit dem Auge verfolgen liefse. Plateau nimmt aber an, dafs der Cylinder in gleichen Längenabschnitten stufenweise anzuschwellen beginnt, während er sich gleichzeitig an Stellen, die von je zwei Punkten der stärksten Anschwellung gleich weit entfernt liegen, zusammenzieht. Diese Veränderungen prägen sich mehr und mehr deutlich aus und bewerkstelligen sich mit beschleunigter Geschwindigkeit, bis die Mitten der zusammengezogenen Abtheilungen ganz dünne geworden sind. Dann zerreißen diese Stellen und die Flüssigkeit der dadurch getrennten Abtheilungen läuft je von zwei Seiten her zu einem Tropfen

zusammen. Der zwischen zwei Abtheilungen unmittelbar vor dem Abreißen ausgezogene dünne Faden zerreißt zuweilen an zwei Puncten. So entsteht zwischen zwei größeren Abschnitten ein sehr kleiner, von dem die kleinsten Tröpfchen abstammen.

Plateau bemerkt, daß die Umwandlung eines durch den electrischen Strom geschmolzenen Metalldrahts in Kügelchen auf dieselbe Weise vor sich geht.

Endlich wendet er seine Erfahrungen über die Stabilitätsgränze eines flüssigen Cylinders auf den ausfließenden cylindrischen Wasserstrahl an und kommt zu der Folgerung, daß derselbe während seiner Bewegung in bestimmten, einander gleichen und seiner Dicke proportionalen Abständen Zusammenziehungen und Anschwellungen erleiden und so stufenweise dahin kommen müsse, in eine Reihe isolirter Kugeln zu zerfallen.



Einige Bemerkungen über die Erscheinung der Auflösung des flüssigen Strahls in Tropfen;

von *H. Buff*.



Der durch kreisrunde Oeffnungen in dünnen Wänden ausfließende Wasserstrahl besteht bekanntlich aus zwei Theilen von so verschiedenem Ansehen, daß sie Jedermann beim ersten Anblick sogleich unterscheidet. Der eine zunächst der Mündung ist klar, durchsichtig, anscheinend in Ruhe; er bietet fast ganz das Ansehen eines Glasstabs; der andere erscheint getrübt, unruhig und zeigt Anschwellungen, welche ihre Gestalt und Lage unaufhörlich verändern.

Dieses allgemeine Verhalten der ausströmenden Wasserader findet man am deutlichsten ausgeprägt bei dem senkrecht abwärts gerichteten Strahl. Der klare Theil desselben ist auf