

## Eine Verwendung der Strophoide.

Von **Otto Biermann** in Bränn.

Es soll im Folgenden über die einfache Aufgabe, durch einen vorgelegten Punkt den kleinsten zu einem gegebenen Kreise orthogonalen Kreis zu zeichnen, eine Betrachtung angestellt werden, die in der Verwendung einer Strophoide gipfelt.

Ist der Kreis  $r$  um den Punkt  $O$  gegeben, der Anfangspunkt eines rechtwinkligen Koordinatensystems sei, so ist der Ort der Mittelpunkte der durch einen Punkt  $M(m, n)$  gehenden Orthogonalkreise des gegebenen eine Gerade  $G$ , deren Gleichung heißt:

$$mx + ny - \frac{1}{2}(m^2 + n^2 - r^2) = 0.$$

Doch weil diese Gerade senkrecht zu der Verbindungslinie von  $M$  und  $O$  verläuft, so ist der kleinste der durch  $M$  gehenden Orthogonalkreise durch die Gleichung definiert:

$$\left(x - \frac{m}{2} \frac{m^2 + n^2 + r^2}{m^2 + n^2}\right)^2 + \left(y - \frac{n}{2} \frac{m^2 + n^2 + r^2}{m^2 + n^2}\right)^2 = \frac{(m^2 + n^2 - r^2)^2}{4(m^2 + n^2)}.$$

Er schneidet den Kreis  $r$  um  $O$  in Punkten  $A$  und  $A'$ , deren Koordinaten  $(a_1, a_2), (a'_1, a'_2)$  gleich anzugeben wären.

Die Gesamtheit von solchen Punkten  $M$ , daß die durch sie tretenden kleinsten Orthogonalkreise auch durch den Punkt  $A$  gehen, ist dann durch die Gleichung beschrieben:

$$(a_1 x + a_2 y)(x^2 + y^2 + r^2) - 2r^2(x^2 + y^2) = 0.$$

Aber das ist die Gleichung derjenigen Strophoide, deren Doppelpunkt in  $A$  ist und deren Asymptote  $\mathfrak{A}$  in dem Abstände  $2r$  von  $O$  parallel zu der in  $A$  zu liegenden Kreistangente:

$$a_1 x + a_2 y - r^2 = 0$$

verläuft.

Die von  $O$  nach  $M$  gehende Gerade schneidet unsere Kurve in zwei gegenüber dem gegebenen Kreise symmetrischen Punkten, d. h. solchen Punkten, daß das Produkt ihrer Entfernungen  $d$  und  $d'$  von  $O$  gleich  $r^2$  ist.

