

Ueber die Bestimmung des Punktes des Mondrandes, wo bei einer Sternbedeckung der Stern ein- und austritt.

Von Herrn Professor und Ritter *Hansen*,
Director der Seeberger Sternwarte.

Die astronomischen Ephemeriden, und unter diesen namentlich die *Enckeschen*, sind unter andern auch für die Beobachtung von Sternbedeckungen für den praktischen Astronomen von unberechenbarem Nutzen. Namentlich leisten die *Enckeschen* Ephemeriden durch die Aufnahme der *Besselschen* Constanten für die Vorausberechnung der Sternbedeckungen dem Beobachter große Hülfe, indem sie ihn in den Stand setzen, mit wenig Mühe nicht nur die Ein- und Austrittszeiten, sondern auch den Ort des Mondrandes, wo der Ein- oder Austritt geschieht, bis auf sehr Weniges genau im Voraus berechnen zu können. Wenn nun gleich diese Berechnung hinsichtlich der Ein- und Austrittszeiten alles erfüllt, was man wünschen kann, so läßt doch die aus derselben hervorgehende Bestimmung des Punktes des Mondrandes, wo die Erscheinung statt findet, noch etwas zu wünschen übrig. Durch Hülfe eines Winkels, welcher dort *Q* genannt wird, bestimmt man vom Declinationskreise, der durch den Stern gelegt wird, ausgehend den fraglichen Punkt des Mondrandes, aber diese Bestimmung ist in der Praxis deswegen mangelhaft, weil es, wenn man nicht an einem mit parallactischer Aufstellung versehenen Fernrohre beobachtet, oder wenn der Mond nicht im Meridiane steht, sehr schwer ist, die Lage des Declinationskreises sich zu vergegenwärtigen, und selbst wenn dieses möglich ist, doch der Winkel *Q* nur nach dem Augenmaasse geschätzt werden kann. Es ist jedoch vorzüglich für Austritte am hellen Mondrande von sehr wesentlichem Nutzen den fraglichen Punkt des Mondrandes im Voraus genau zu kennen, damit man die Aufmerksamkeit ungetheilt darauf richten könne; ja es läßt sich erwarten, daß wenn dieses möglich gemacht wird, die Beobachtungen der Austritte am hellen Rande denen am dunklen Rande an Genauigkeit nicht nachstehen werden.

Um den fraglichen Punkt genau im Voraus zu bestimmen, giebt nun die vortreffliche *Beer-Mädlersche* Mondkarte ein Mittel an die Hand, welches nichts zu wünschen übrig läßt, sobald man sich in den Stand gesetzt sieht, die selenocentrische Lage des fraglichen Punktes im Voraus bequem berechnen zu können. Man lernt somit den Mondfleck kennen,

an welchem der Stern hervortreten wird, und kann ihn bei der Beobachtung mit Sicherheit ins Auge fassen.

Diese Idee theilte der Herr Hofrath *Gauss* mir kürzlich mündlich mit und forderte mich auf, die Formeln für diesen Zweck zu entwickeln und zu publiciren. Indem ich hiemit dieser angenehmen Aufforderung Genüge leiste, spreche ich zugleich den Wunsch aus, daß der Herr Professor *Encke* inskünftige die Data für diese Berechnung den schätzenswerthen Angaben seiner Ephemeriden hinzufügen möchte. Zufolge der Auflösung, die ich gefunden habe, ist in den Ephemeriden die Angabe von drei Constanten für jede Sternbedeckung außer den bisherigen erforderlich, und diese Constanten werden, wie man weiter unten sehen wird, durch Auflösung eines schiefwinklichen sphärischen Dreiecks gefunden, ihre Berechnung erfordert also nur wenig Mühe. Weniger Mühe hat alsdann der Beobachter, um aus diesen Constanten und dem Winkel *Q* die selenocentrische Lage des Punktes des Mondrandes zu berechnen, wo der Ein- oder Austritt geschieht, denn er braucht nur ein rechtwinkliches sphärisches Dreieck aufzulösen.

1.

Seyen *x, y, z* die Coordinaten des Mittelpunktes des Mondes vom Mittelpunkte der Erde ausgehend so genommen, daß die positive Axe der *x* im Aequator nach dem Frühlingsaequinox, die positive Axe des *y* nach 90° Grader Aufsteigung, und die positive Achse der *z* nach dem Nordpole gerichtet ist. Seyen ferner *ξ, η, ζ* die Coordinaten irgend eines Punktes *E* der Oberfläche der Erde vom Mittelpunkte derselben ausgehend, und jenen Coordinaten resp. parallel, ferner *x', y', z'* die Coordinaten irgend eines Punktes *M* der Mondoberfläche von dem Punkte *E* ausgehend, und jenen Coordinaten resp. parallel; endlich *ξ', η', ζ'* die auf den Mondmittelpunkt bezogenen, und jenen resp. parallelen Coordinaten des Punktes *M*. Somit haben wir sogleich die Gleichungen

$$x' = x - \xi + \xi'; \quad y' = y - \eta + \eta'; \quad z' = z - \zeta + \zeta'.$$

2.

Bezeichnen wir nun mit ξ'' , η'' , ζ'' andere auf den Mittelpunkt des Mondes bezogene Coordinaten des Punktes M , die solche Lage haben sollen, daß die positive Axe die der ξ'' nach irgend einem Punkte des Mondaequators, dessen selenocentrische Länge λ ist, die positive Axe der η'' im Mondaequator nach dem Punkte, dessen selenocentrische Länge $90^\circ + \lambda$ ist, und die positive Axe der ζ'' nach dem Nordpole des Mondaequators gerichtet ist, so haben wir

$$\begin{aligned}\xi' &= a\xi'' + b\eta'' + c\zeta'' \\ \eta' &= a'\xi'' + b'\eta'' + c'\zeta'' \\ \zeta' &= a''\xi'' + b''\eta'' + c''\zeta''\end{aligned}$$

Nennen wir aber Ω die Länge des aufsteigenden Knotens des Mondaequators auf dem Erdaequator, i die gegenseitige Neigung dieser beiden Aequatoren, und ψ den Bogen des Mondaequators von der positiven Axe der ξ'' bis zum aufsteigenden Knoten des Mondaequators auf dem Erdaequator, dann giebt die sphärische Trigonometrie

$$\begin{aligned}a &= \cos \Omega \cos \psi - \sin \Omega \sin \psi \cos i \\ b &= -\cos \Omega \sin \psi - \sin \Omega \cos \psi \cos i \\ c &= \sin \Omega \sin i \\ a' &= \sin \Omega \cos \psi + \cos \Omega \sin \psi \cos i \\ b' &= -\sin \Omega \sin \psi + \cos \Omega \cos \psi \cos i \\ c' &= -\cos \Omega \sin i \\ a'' &= \sin \psi \sin i \\ b'' &= \cos \psi \sin i \\ c'' &= \cos i\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}r' \cos \delta' \cos \alpha' &= r \cos \delta \cos \alpha - \rho \cos \Phi \cos \mu + \rho' \cos \Phi' \cos \Omega \cos(\mu' + \psi) - \rho' \cos \Phi' \sin \Omega \sin(\mu' + \psi) \cos i + \rho' \sin \Phi' \sin \Omega \sin i \\ r' \cos \delta' \sin \alpha' &= r \cos \delta \sin \alpha - \rho \cos \Phi \sin \mu + \rho' \cos \Phi' \sin \Omega \cos(\mu' + \psi) + \rho' \cos \Phi' \cos \Omega \sin(\mu' + \psi) \cos i - \rho' \sin \Phi' \cos \Omega \sin i \\ r' \sin \delta' &= r \sin \delta - \rho \sin \Phi + \rho' \cos \Phi' \sin(\mu' + \psi) \sin i + \rho' \sin \Phi' \cos i\end{aligned}$$

Um den Bogen $\mu' + \psi$ zu erklären, sey ν die vom Frühlingsaequinox an gerechnete selenocentrische Länge des Punktes M , dann haben wir, vermöge der Eigenschaft, daß der aufsteigende Knoten des Mondaequators auf der Ecliptik immer mit dem absteigenden Knoten der Mondbahn auf der Ecliptik zusammenfällt, den Bogen des Mondaequators von dem Durchschnitte des durch M gehenden Declinationskreises an bis zu dem aufsteigenden Knoten des Mondaequators mit der Ecliptik $= \nu - \Theta + 180^\circ$, wenn Θ die Länge des aufsteigenden Knotens der Mondbahn auf der Ecliptik bedeutet. Nennen wir nun Δ den Bogen des Mondaequators von dem aufsteigenden Knoten dieser Ebene mit der Ecliptik an bis zu dem aufsteigenden Knoten derselben Ebene mit dem Erdaequator, so erhalten wir den Bogen des Mondaequators von dem Punkte ν an bis zum aufsteigenden Knoten des Mondaequators mit dem Erdaequator $= \nu - \Theta + 180^\circ + \Delta$. Aber dieser Bogen ist zufolge der vorübergehenden Erklärungen gleich der Summe der Bögen μ' und ψ , wir haben also

$$\mu' + \psi = \nu - \Theta + 180^\circ + \Delta.$$

3.

Sey nun

- α, δ, r Grade Aufsteigung, Abweichung und Entfernung des Mondmittelpunktes in Beziehung auf den Erdmittelpunkt;
 α', δ, r' Grade Aufsteigung, Abweichung und Entfernung des Punktes M in Beziehung auf den Punkt E ;
 μ, Φ, ρ Grade Aufsteigung, Abweichung und Entfernung des Punktes E in Beziehung auf den Erdmittelpunkt;
 μ' der Winkel, den eine durch den Punkt M und der Rotationsaxe des Mondes gelegte Ebene mit der Ebene der $\xi''\zeta''$ macht;
 Φ' der Winkel, den die von dem Punkte M nach dem Mondmittelpunkte gezogene Linie mit der Ebene der $\xi''\eta''$ macht, oder mit anderen Worten Φ' die selenocentrische Polhöhe des Punktes M ;
 ρ' der Halbmesser des Mondkörpers;

Dann haben wir

$$\begin{aligned}x &= r \cos \delta \cos \alpha & x' &= r' \cos \delta' \cos \alpha' \\ y &= r \cos \delta \sin \alpha & y' &= r' \cos \delta' \sin \alpha' \\ z &= r \sin \delta & z' &= r' \sin \delta' \\ \xi &= \rho \cos \Phi \cos \mu & \xi' &= \rho' \cos \Phi' \cos \mu' \\ \eta &= \rho \cos \Phi \sin \mu & \eta' &= \rho' \cos \Phi' \sin \mu' \\ \zeta &= \rho \sin \Phi & \zeta' &= \rho' \sin \Phi'\end{aligned}$$

Substituiren wir diese Werthe der Coordinaten, so wie die Ausdrücke des vorigen Artikels in die Gleichungen des Art. 1, so ergibt sich

Es ist jedoch zweckmäßiger, die selenocentrischen Längen von dem Punkte des Mondaequators an zu zählen, welcher der Erde zugekehrt die Mitte der Mondscheibe einnimmt, wenn die Librationen Null sind, und so ist es auch auf der *Beer-Müllerschen* Mondkarte geschehen; wir müssen daher die Länge ν auf diesen Anfangspunkt reduciren. Nennen wir von diesem mittleren Mittelpunkte der Mondscheibe an gezählt, positiv nach Westen und negativ nach Osten für das unbewaffnete Auge, L die Länge des Punktes M , so haben wir in Folge der gleichförmigen Rotationsbewegung des Mondes und der Identität seiner Rotationszeit mit seiner Umlaufszeit um die Erde, $\nu = L + l + 180^\circ$, wenn l die mittlere Mondlänge bedeutet, und somit ergibt sich endlich

$$\mu' + \psi = L + l - \Theta + \Delta$$

4.

Die Formeln des vorigen Artikels geben, wenn die Lage irgend eines Punktes M der Mondoberfläche, das heißt Φ' und L

gegeben sind, die Grade Aufsteigung α' , die Abweichung δ' und die Entfernung r' dieses Punktes in Beziehung auf irgend einen gegebenen Punkt E der Oberfläche der Erde und für irgend eine gegebene Zeit. Sie geben aber auch, wenn sie demgemäß aufgelöst werden, den Punkt M der Mondoberfläche, welcher von irgend einem gegebenen Punkte E der Erdoberfläche aus zu einer gegebenen Zeit irgend einem gegebenen, durch α' , δ' bezeichneten Punkte der Himmelskugel entspricht, sie geben folglich auch den Punkt der Oberfläche des Mondes, welcher dem Ein- oder Austritte eines Sterns entspricht, wenn wir mit α' und δ' die Grade Aufsteigung und Abweichung dieses Sterns bezeichnen, und übrigens den in diesen Formeln vorkommenden

$$\begin{aligned}\rho' \sin \theta &= -r \cos \delta \sin(\alpha - \alpha') + \rho \cos \varphi \sin(\mu - \alpha') \\ \rho' \cos \theta &= r \sin \delta \cos \delta' - r \cos \delta \sin \delta' \cos(\alpha - \alpha') - \rho \sin \varphi \cos \delta' + \rho \cos \varphi \sin \delta' \cos(\mu - \alpha') \\ r' &= r \sin \delta \sin \delta' + r \cos \delta \cos \delta' \cos(\alpha - \alpha') - \rho \sin \varphi \sin \delta' - \rho \cos \varphi \cos \delta' \cos(\mu - \alpha')\end{aligned}$$

wo θ der Winkel ist, den der durch den Ort des Sterns gelegte Declinationskreis mit dem durch den Ort des Sterns und dem Mittelpunkte des Mondes gelegten größten Kreise macht. Dieser Winkel ist so gezählt, daß er Null ist, wenn, während diese beiden Kreise zusammenfallen, der Mondmittelpunkt nördlich vom Stern ist, von dieser Stellung ausgehend wächst er, wenn der Mittelpunkt des Mondes sich westlich von jenem

$$\begin{aligned}0 &= r \cos \delta \sin(\alpha - \alpha') - \rho \cos \varphi \sin(\mu - \alpha') + \rho' \cos \varphi' \sin(\delta_0 - \alpha') \cos(\mu' + \psi) + \rho' \cos \varphi' \cos(\delta_0 - \alpha') \sin(\mu' + \psi) \cos i - \rho' \sin \varphi' \cos(\delta_0 - \alpha') \sin i \\ r' \cos \delta' &= r \cos \delta \cos(\alpha - \alpha') - \rho \cos \varphi \cos(\mu - \alpha') + \rho' \cos \varphi' \cos(\delta_0 - \alpha') \cos(\mu' + \psi) - \rho' \cos \varphi' \sin(\delta_0 - \alpha') \sin(\mu' + \psi) \cos i + \rho' \sin \varphi' \sin(\delta_0 - \alpha') \sin i \\ r' \sin \delta' &= r \sin \delta - \rho \sin \varphi + \rho' \cos \varphi' \sin(\mu' + \psi) \sin i + \rho' \sin \varphi' \cos i\end{aligned}$$

Multiplizieren wir ferner die zweite Gleichung des Art. 4 mit $-\sin \delta'$, die dritte mit $\cos \delta'$, und addiren sie; multiplizieren wir endlich die zweite dieser Gleichungen mit $\cos \delta'$, die dritte mit $\sin \delta'$, und addiren sie, dann gehen diese Gleichungen in folgende über:

$$\begin{aligned}\sin \theta &= \cos \varphi' \sin(\delta_0 - \alpha') \cos(\mu' + \psi) + \cos \varphi' \cos(\delta_0 - \alpha') \sin(\mu' + \psi) \cos i - \sin \varphi' \cos(\delta_0 - \alpha') \sin i \\ \sin \delta' \cos \theta &= \cos \varphi' \cos(\delta_0 - \alpha') \cos(\mu' + \psi) - \cos \varphi' \sin(\delta_0 - \alpha') \sin(\mu' + \psi) \cos i + \sin \varphi' \sin(\delta_0 - \alpha') \sin i \\ -\cos \delta' \cos \theta &= \cos \varphi' \sin(\mu' + \psi) \sin i + \sin \varphi' \cos i\end{aligned}$$

und hieraus erhalten wir durch Multiplicationen mit $\sin(\delta_0 - \alpha')$, $\cos(\delta_0 - \alpha')$, $\sin i$ und $\cos i$ ohne Mühe

$$\begin{aligned}\cos \varphi' \cos(\mu' + \psi) &= \sin(\delta_0 - \alpha') \sin \theta + \sin \delta' \cos(\delta_0 - \alpha') \cos \theta \\ \cos \varphi' \sin(\mu' + \psi) &= \cos(\delta_0 - \alpha') \cos i \sin \theta - \{\cos \delta' \sin i + \sin \delta' \cos i \sin(\delta_0 - \alpha')\} \cos \theta \\ \sin \varphi' &= -\cos(\delta_0 - \alpha') \sin i \sin \theta - \{\cos \delta' \cos i - \sin \delta' \sin i \sin(\delta_0 - \alpha')\} \cos \theta\end{aligned}$$

welche die Auflösung unserer Aufgabe enthalten.

6.

In den eben gefundenen Gleichungen ist θ die einzige Größe, die von der Lage des Beobachtungsortes abhängt. Die Coefficienten von $\sin \theta$ und $\cos \theta$ sind nur von der Lage des Mondaequators und dem Orte des bedeckten Sterns abhängig, sie können also in den astronomischen Ephemeriden für jede Sternbedeckung ein für allemal angegeben werden, und wenn dieses geschehen ist, ist es für jeden Beobachter, wel-

Größen die Bedingung unterlegen, daß die Linie von dem Punkte E nach dem Punkte M , das ist die Gesichtslinie von dem Auge des Beobachters nach dem Punkte α' , δ' die Mondkugel tangire.

Die Formeln, welche diese Bedingung ausdrücken, entnehme ich aus meiner in Nr. 339—42 abgedruckten Abhandlung über die Verfinsterungen auf der Erde überhaupt. Beschränken wir die dortigen Formeln auf Sternbedeckungen, so wird $a = \alpha'$, $d = \delta'$, $u = \rho'$, und da dort $r_1^2 = u^2 + z^2$ ist, so wird $z = \sqrt{r_1^2 - u^2} = r'$. Hiemit gehen die Gleichungen (9) und die dritte Gleichung (4) der genannten Abhandlung in folgende über:

Declinationskreise entfernt.

5.

Multiplizieren wir nun die erste der in Art. 3 entwickelten Gleichungen mit $-\sin \alpha'$, die zweite mit $\cos \alpha'$, und addiren sie; multiplizieren wir dann die erste mit $\cos \alpha'$, die zweite mit $\sin \alpha'$, und addiren sie, so erhalten wir

$$\begin{aligned}\rho' \sin \theta &= -r \cos \delta \sin(\alpha - \alpha') + \rho \cos \varphi \sin(\mu - \alpha') \\ r' \cos \delta' - \rho' \sin \delta' \cos \theta &= r \cos \delta \cos(\alpha - \alpha') - \rho \cos \varphi \cos(\mu - \alpha') \\ r' \sin \delta' + \rho' \cos \delta' \cos \theta &= r \sin \delta - \rho \sin \varphi\end{aligned}$$

Die Verbindung dieser Gleichungen mit den vorhergehenden giebt sogleich

cher ohnehin die Ein- und Austrittszeiten für seinen Beobachtungsort, und somit auch den Winkel θ berechnet ein Leichtes vermittelt der eben gefundenen Formeln den Punkt der Mondoberfläche zu berechnen, wo der Ein- oder Austritt statt findet, und sich diesen vermittelt der *Beer-Mädler'schen* Mondkarte zu vergegenwärtigen.

In den vorstehenden Formeln sind sechs Constanten enthalten und die in dem Bogen $\mu' + \psi$ enthaltenen bekannten Größen fügen diesen noch eine siebente Constante hinzu; ich werde aber jetzt zeigen, daß sich diese auf drei Constanten

zurückführen lassen. Diese Reduction liefse sich leicht durch rein analytische Betrachtungen ausführen, ich werde indefs, weil dieses etwas kürzer zum Ziele führt, einige geometrische Betrachtungen anwenden. Die Coefficienten $\cos(\Omega - \alpha')$ $\sin i$ und $\cos \delta' \cos i - \sin \delta' \sin i \sin(\Omega - \alpha')$ zeigen sogleich, daß i , $90 - \delta'$ und $90 - (\Omega - \alpha')$ zwei Seiten und der eingeschlos-

sene Winkel eines sphärischen Dreiecks sind. Wenn wir daher die übrigen Stücke dieses Dreiecks $90 - \varphi$, $-(\mu + \psi)$ und c nennen, so daß den Seiten i , $90 - \delta'$, $90 - \varphi$, resp. die Winkel c , $-(\mu + \psi)$, $90 - (\Omega - \alpha')$ gegenüber liegen, so giebt uns die sphärische Trigonometrie sogleich

$$\begin{aligned}\cos \varphi, \sin c &= \sin i \cos(\Omega - \alpha') \\ \cos \varphi, \cos c &= \cos \delta' \cos i - \sin \delta' \sin i \sin(\Omega - \alpha') \\ \sin \varphi, &= \sin \delta' \cos i + \cos \delta' \sin i \sin(\Omega - \alpha') \\ -\cos(\mu + \psi) \cos c - \sin(\mu + \psi) \sin c \sin \varphi &= \sin(\Omega - \alpha') \\ \cos(\mu + \psi) \sin c - \sin(\mu + \psi) \cos c \sin \varphi &= \cos(\Omega - \alpha') \sin \delta' \\ -\sin(\mu + \psi) \cos c + \cos(\mu + \psi) \sin c \sin \varphi &= \cos(\Omega - \alpha') \cos i \\ \cos \delta' \cos(\Omega - \alpha') &= -\sin(\mu + \psi) \cos \varphi, \\ \sin i \cos(\Omega - \alpha') &= \sin c \cos \varphi.\end{aligned}$$

Multiplizieren wir die dritte dieser Gleichungen mit $\sin(\Omega - \alpha')$, dann erhalten wir nach einer leichten Umstellung

$$\sin \varphi, \sin(\Omega - \alpha') + \cos \delta' \cos(\Omega - \alpha') \cdot \sin i \cos(\Omega - \alpha') = \cos \delta' \sin i + \sin \delta' \cos i \sin(\Omega - \alpha')$$

Substituiren wir nun in das erste Glied der linken Seite dieser Gleichung für $\sin(\Omega - \alpha')$ seinen Werth aus der vorstehenden vierten Gleichung, und für die beiden Factoren, aus welchen

das zweite Glied der linken Seite besteht, ihre Werthe aus den beiden letzten vorstehenden Gleichungen, so ergiebt sich sogleich

$$-\sin(\mu + \psi) \sin c - \cos(\mu + \psi) \cos c \sin \varphi = \cos \delta' \sin i + \sin \delta' \cos i \sin(\Omega - \alpha')$$

Hiemit gehen die letzten Gleichungen des vorigen Artikels sogleich in folgende über

$$\begin{aligned}\cos \varphi' \cos(\mu' + \psi) &= -\cos(\mu + \psi) \sin(\theta - c) - \sin(\mu + \psi) \sin \varphi, \cos(\theta - c) \\ \cos \varphi' \sin(\mu' + \psi) &= -\sin(\mu + \psi) \sin(\theta - c) + \cos(\mu + \psi) \sin \varphi, \cos(\theta - c) \\ \sin \varphi' &= -\cos \varphi, \cos(\theta - c)\end{aligned}$$

und diese verwandelt man leicht in folgende

$$\begin{aligned}\cos \varphi' \sin(\mu' - \mu) &= \sin \varphi, \cos(\theta - c) \\ \cos \varphi' \cos(\mu' - \mu) &= -\sin(\theta - c) \\ \sin \varphi' &= -\cos \varphi, \cos(\theta - c)\end{aligned}$$

Nehmen wir nun an, daß

$$\mu + \psi = L + l - \Theta + \Delta$$

sey, so haben wir

$$\mu' - \mu = L - L,$$

und die vorstehenden Formeln gehen in folgende über

$$(A) \dots \dots \begin{cases} \cotg \varphi' \sin(L - L) = -\tg \varphi, \\ \cotg \varphi' \cos(L - L) = \sec \varphi, \tg(\theta - c) \end{cases}$$

wo zu bemerken ist, daß φ' positiv genommen werden muß, wenn $\theta - c$ im zweiten oder dritten Quadranten, hingegen φ' negativ genommen werden muß, wenn $\theta - c$ im ersten oder vierten Quadranten liegt.

7.

Die Gleichungen (A) des vorigen Artikels geben jedem Beobachter mit geringer Mühe die selenocentrische Position des

Punktes des Mondrandes, wo der bedeckte Stern ein- oder austritt, wenn in den Ephemeriden für jede Sternbedeckung die drei Größen

$$L, \varphi, \text{ und } c$$

angegeben werden. Aus der Betrachtung des im vorigen Artikel erwähnten sphärischen Dreiecks haben wir für die Berechnung dieser Größen sogleich die Formeln

$$\begin{aligned}\cos \varphi, \sin M &= -\cos \delta' \cos(\Omega - \alpha') \\ \cos \varphi, \cos M &= \sin \delta' \sin i - \cos \delta' \cos i \sin(\Omega - \alpha') \\ \sin \varphi, &= \sin \delta' \cos i + \cos \delta' \sin i \sin(\Omega - \alpha') \\ \sin c &= -\frac{\sin i \sin M}{\cos \delta'}\end{aligned}$$

wo M für $\mu + \psi$ geschrieben ist. Da der Winkel c nie groß werden kann, so kann man ihn immer mit hinreichender Sicherheit durch seinen Sinus berechnen. Man kann für die Berechnung dieser Größen auch die Gaussischen Formeln anwenden. Dasselbe eben erwähnte sphärische Dreieck giebt auch

$$\begin{aligned}\sin(45^\circ - \tfrac{1}{2}\varphi), \sin \tfrac{1}{2}(c + M) &= -\sin(45^\circ + \tfrac{1}{2}(\Omega - \alpha')) \cos(45^\circ + \tfrac{1}{2}(\delta' + i)) \\ \sin(45^\circ - \tfrac{1}{2}\varphi), \cos \tfrac{1}{2}(c + M) &= \cos(45^\circ + \tfrac{1}{2}(\Omega - \alpha')) \cos(45^\circ + \tfrac{1}{2}(\delta' + i)) \\ \cos(45^\circ - \tfrac{1}{2}\varphi), \sin \tfrac{1}{2}(c - M) &= \sin(45^\circ + \tfrac{1}{2}(\Omega - \alpha')) \sin(45^\circ + \tfrac{1}{2}(\delta' + i)) \\ \cos(45^\circ - \tfrac{1}{2}\varphi), \cos \tfrac{1}{2}(c - M) &= \cos(45^\circ + \tfrac{1}{2}(\Omega - \alpha')) \sin(45^\circ + \tfrac{1}{2}(\delta' - i))\end{aligned}$$

φ , wird immer innerhalb der Grenzen -90° und $+90^\circ$ genommen. Aus M haben wir L , durch folgende Formel

$$L_i = M - l + (\Theta - \Delta)$$

Da während der Dauer einer Sternbedeckung Ω und i sich sehr wenig ändern, so können φ , c und M unbedenklich als constant angesehen werden, und eben so verhält es sich mit $\Theta - \Delta$; die GröÙe L , ändert sich aber mehr, weil sie von der mittleren Mondlänge abhängt. Da aber l sich der Zeit proportional ändert, so ist die Veränderung von L , sehr leicht zu berücksichtigen, sobald der Zeitpunkt, für welchen der berechnete Werth derselben gilt, angegeben wird. Am zweckmässigsten ist es, L , für dieselbe Epoche, auf welche sich die übrigen, für die Vorausberechnung der Zeitmomente einer Sternbedeckung, nöthigen Constanten beziehen, zu berechnen. Die stündliche Veränderung von L , kann ein für allemal angeführt werden, damit man nicht nöthig habe, diese aus den Mondtafeln zu entnehmen.

Ich habe im Vorhergehenden den Winkel θ , den ich bei Vorausberechnungen von Sternbedeckungen immer anwende, eingeführt; will man statt dessen den Winkel Q , den *Encke* nach *Bessel* in seinen Ephemeriden zu berechnen lehrt, gebrauchen, so dient die Bemerkung, daß immer $\theta = 180^\circ - Q$ ist, Führt man diesen Werth in die Gleichungen (A) ein, so ergibt sich

$$\cotg \varphi' \sin(L - L_i) = -tg \varphi,$$

$$\cotg \varphi' \cos(L - L_i) = -\sec \varphi, tg(Q + c)$$

bei deren Anwendung φ' positiv genommen werden muß, wenn $Q + c$ im ersten oder vierten Quadranten, φ' hingegen negativ genommen werden muß, wenn $Q + c$ im zweiten oder dritten Quadranten liegt.

Die Länge L ist, weil der fragliche Punkt immer dem mittleren Mondrande nahe ist, auf der Mondkarte manchmal schwer zu bestimmen, und es kann daher, besonders wenn φ' absolut genommen groß ist, zweckmässig seyn, dafür den Bogen des größten Kreises zu wählen, welcher den mittleren Mittelpunkt der Mondscheibe mit dem fraglichen Punkt verbindet. Nennt man diesen Bogen R , so ist

$$\cos R = \cos \varphi' \cos L$$

und R kann durch diese Formel immer sicher bestimmt werden, da dieser Bogen sich nie beträchtlich von 90° entfernt. Mehrstentheils ist aber eigentlich die Berechnung der Polhöhe φ' hinreichend, man kann diese aber, wenn sie groß ist, nicht genau berechnen, ohne zuvor den Bogen $L - L_i$ berechnet zu haben.

Ich erwähne beiläufig, daß sich aus den Formeln des Art. 3 auch die Librationen des Mondes auf einfache Art ableiten lassen, und daß die Berechnung derselben für irgend einen Punkt der Oberfläche der Erde von drei Constanten abhängig ist, die nur aus GröÙen, die sich auf den Mittelpunkt der Erde beziehen, zusammengesetzt sind.

Die hier vorkommenden GröÙen i , Ω und Δ sind übrigens ganz dieselben, die *Encke* in den letzten Bänden seines Jahrbuches unter der Ueberschrift i , Ω' und Δ gegeben hat. Sie hängen von folgenden Gleichungen ab, worin ε die Schiefe der Ecliptik, und I die Neigung des Mondaequators gegen die Ecliptik bedeutet.

$$\begin{aligned} \sin \frac{1}{2}(\Delta - \Omega) \sin \frac{1}{2}i &= \sin \frac{1}{2}(\varepsilon - I) \cos \frac{1}{2}\Theta \\ \cos \frac{1}{2}(\Delta - \Omega) \sin \frac{1}{2}i &= -\sin \frac{1}{2}(\varepsilon + I) \sin \frac{1}{2}\Theta \\ \sin \frac{1}{2}(\Delta + \Omega) \cos \frac{1}{2}i &= \cos \frac{1}{2}(\varepsilon - I) \cos \frac{1}{2}\Theta \\ \cos \frac{1}{2}(\Delta + \Omega) \cos \frac{1}{2}i &= \cos \frac{1}{2}(\varepsilon + I) \sin \frac{1}{2}\Theta. \end{aligned}$$

8.

Um eine Anwendung der obigen Formeln zu geben, habe ich zuvörderst die Constanten für die im *Enckeschen* Jahrbuche angekündigten Sternbedeckungen des Monats September dieses Jahres berechnet, und werde die Constanten für die Bedeckungen der übrigen Monate dieses Jahrs nachfolgen lassen,

1 8 3 8.			
	φ ,	L ,	c
Sept. 2. 43 π Capric.	$-5^\circ 53'$	$86^\circ 28'$	$+17^\circ 41'$
3. 70 Aquarii	$-3 \ 26$	$87 \ 50$	$+20 \ 42$
4. 20 π Piscium	$-1 \ 37$	$89 \ 52$	$+21 \ 55$
5. 44 t ———	$-0 \ 46$	$92 \ 7$	$+21 \ 55$
7. 27 ψ Arietis	$+3 \ 31$	$95 \ 14$	$+17 \ 42$
8. 58 ζ ———	$+3 \ 55$	$96 \ 45$	$+14 \ 54$
— 66 ———	$+4 \ 54$	$96 \ 27$	$+13 \ 57$
9. 59 χ Tauri	$+5 \ 18$	$97 \ 38$	$+9 \ 39$
12. 47 Gemin.	$+5 \ 50$	$97 \ 37$	$-5 \ 50$
13. 19 λ Cancri	$+5 \ 42$	$97 \ 2$	$-11 \ 51$
30. 50 Aquarii	$-4 \ 8$	$85 \ 8$	$+19 \ 45$

NB. Die Constante L , gilt für die in der *Enckeschen* Ephemeride der Sternbedeckungen angeführte Zeitepoche T . Die Veränderung von L , ist $= -32'9$ für jede mittlere Stunde nach dieser Epoche.

Da die Anwendung dieser Constanten so sehr einfach ist, so wird wohl nicht nöthig seyn, diese durch ein Beispiel zu erläutern.

Seeberg 1838. Aug. 20.

H a n s e n.