
**1. *Zur Theorie von Rühmkorff's Inductions-
apparat; von Dr. Richard Börnstein.***

Einleitung.

Vorliegende Arbeit hat den Zweck, die Thätigkeit der von Rühmkorff construirten Inductionsapparate zu untersuchen, den Beitrag, welchen jeder einzelne Theil derselben zur Wirksamkeit des ganzen liefert, festzustellen, und die Mittel zur quantitativen Lösung dieser Fragen zu geben. Nun sind die Leistungen des Apparates zweifacher Natur, nämlich einmal abhängig von der Spannung, sodann von der Menge der bewegten Elektricität; jener entsprechen die physiologischen und die Funkenwirkungen, dieser die galvanometrischen Wirkungen, und es lag nahe, besonders im experimentellen Theile der Untersuchung, größere Aufmerksamkeit den galvanometrischen Wirkungen zuzuwenden, weil diese Seite des Inductionsapparates für genauere Untersuchungen am Leichtesten zugänglich ist, ja quantitativ diese Erscheinungen allein von allen einer genauen Bestimmung fähig sind. Während die physiologischen Inductionswirkungen nur sehr annähernde und unbestimmte Vergleichenungen zulassen, die man Messungen kaum nennen kann, während auch die Funkenwirkung des Inductionsapparates, gemessen durch die Schlagweite zwischen Elektroden in freier Luft, abhängt von der Dichte und Feuchtigkeit der Luft, von Zustand und Form der Elektroden usw., erlauben die elektromagnetischen Aeußerungen der Inductionsthätigkeit nicht nur

eine scharfe Beobachtung, sondern sind auch frei von dem Mangel so vieler anderer Erscheinungen der Physik, die nur relative Messungen ermöglichen: Es ist dieser Theil der durch Elektrizität und Magnetismus hervorgerufenen Erscheinungen meßbar durch ein absolutes Grundmaafs, basirt auf die allgemein üblichen Maafseinheiten für Raum und Zeit; außerdem bietet sich noch der Vortheil, daß die Methoden der Beobachtung, obwohl meist einfach und leicht zu übersehen, doch schärfer und zuverlässiger sind, als in irgend einem andern Theile der Physik mit Ausnahme der Optik. Bedarf dies noch eines Beweises, so sei an die Verwendung der Elektrizität bei Messungen von Wärme und Schall erinnert. Die Bestimmung von Temperaturveränderungen aus den von ihnen erregten thermo-elektrischen Strömen ist längst bekannt und in allgemeiner Anwendung, und daß man die Intensität von Schallschwingungen, also überhaupt von kleinen Schwingungsbewegungen, an den Ausschlägen des Elektrodynamometers messen kann, hat W. Weber schon vor einem Vierteljahrhundert gezeigt ¹⁾. So bieten auch beim Inductionsapparat die elektromagnetischen Erscheinungen die Möglichkeit genauer Messungen, und es dürfte daher wohl begründet erscheinen, wenn ich im Folgenden diesen Aeußerungen der Inductionsthätigkeit besondern Werth beilege und sie vor den übrigen zur Unterstützung der Resultate benutze, welche die theoretische Betrachtung der Apparate und ihrer Functionen ergeben wird.

Der vollständige Inductionsapparat besteht bekanntlich aus den 6 Theilen: 1) einer galvanischen Batterie als Stromquelle, 2) einer mit derselben verbundenen Drahtrolle mit wenigen Windungslagen starken Drahtes, von welcher die Induction ausgeht, im Folgenden kurz mit „Hauptrolle“ bezeichnet, 3) einem Eisenkern, aus zusammengelegten dünnen Drähten bestehend und das Innere der Hauptrolle ausfüllend, 4) einer zweiten Spirale aus dünnerem Draht und mit größerer Windungszahl als die

1) W. Weber, Elektrodynamische Maafsbestimmungen, I, S. 297.

Hauptrolle, welche von ihr umschlossen wird, im Folgenden mit „Inductionsrolle“ bezeichnet, 5) dem Stromunterbrecher, entweder in Gestalt des Wagner-Neef'schen Hammers oder mit eigener Stromquelle versehen, und 6) dem Condensator, einem System von zwei isolirten Stanniolplatten, die mit den Enden der Hauptrolle an der Unterbrechungsstelle in Verbindung stehen. Die Thätigkeit des Apparates beginnt bei der Schließung der Kette, welche Stromquelle und Hauptrolle bilden; dadurch wird der Eisenkern magnetisch, und durch die Erregung dieses Magnetismus sowie durch das Entstehen des primären Stromes in der Hauptrolle wird in der Inductionsrolle ein momentaner Strom inducirt, welcher ebenso lange dauert, als die Intensitätsänderung im primären Strom, also so lange, bis dieser seine volle Kraft erreicht hat. Dabei wird durch den nunmehr magnetischen Eisenkern der Neef'sche Hammer in Bewegung gesetzt, und die so erzeugte Unterbrechung des primären Stromes bewirkt nun den umgekehrten Vorgang im Apparat.

Diese Betrachtung der Haupttheile unseres Apparats sagt nichts über Zweck und Verwendung des Condensators, und doch ist er für gewisse Anwendungen von bedeutendem Nutzen. Er ist der einzige Theil, welcher die Wirkung des Inductionsapparates qualitativ gar nicht, um so mehr aber quantitativ beeinflusst, indem er, wie sich später zeigen wird, die Inductionswirkung der Hauptrolle bei jeder Stromunterbrechung beschleunigt. Die Menge der in der Inductionsrolle bewegten Elektricität ist unabhängig vom Condensator, so daß er die galvanometrische Wirkung nicht beeinflusst, und genaue Messungen über seinen Antheil an den Leistungen des Ganzen deshalb unausführbar sind.

Wenn sich daher die Thätigkeiten der verschiedenen Apparattheile unter einander ebenso sehr unterscheiden durch die Art, wie sie die Wirkung des Ganzen fördern, als durch die Art, wie man sie beobachten kann, so wird es gerechtfertigt erscheinen, wenn die nachfolgenden Be-

trachtungen nicht nach den einzelnen Theilen des Apparates geordnet sind, sondern nach den von denselben hervorgerufenen Erscheinungen. Demnach soll zuerst die Erregung des Inductionsstromes in der Inductionsrolle und des inducirten Magnetismus im Eisenkern durch den primären Strom der Hauptrolle, sowie die Erregung des Inductionsstromes durch den Magnetismus des Eisenkernes besprochen werden unter kurzer Darlegung der Hilfsmittel, welche die theoretische Wissenschaft zur quantitativen Bestimmung dieser Vorgänge darbietet; zugleich werden sich einige Folgerungen für die vortheilhafteste Construction des Apparates ergeben. Darauf wird die Untersuchung sich denjenigen Wirkungen zuwenden, welche der primäre Strom in zweiter Linie hervorruft, nämlich den Extraströmen in der Hauptrolle und den im Eisenkern inducirten Kreisströmen, von welchen jene durch den Condensator, diese durch passende Form des Drahtbündels möglichst unschädlich gemacht werden.

Schließlich will ich dann noch die galvanometrischen Beobachtungen mittheilen, welche ich mit einem kleinen, von Hrn. Mechanikus Apel hierselbst gearbeiteten Inductionsapparate anstellte, und welche, wenn sie auch nicht beweisend sind, sich doch mit den theoretischen Betrachtungen in völliger Uebereinstimmung befinden.

I. Inductionswirkung einer Spirale auf eine zweite Spirale und auf sich selbst.

Ehe ich nun zur Besprechung der Leistungen des Apparates schreite, sei eine kurze Zusammenstellung der Formeln gegeben, welche die Maaße der vorkommenden Inductionerscheinungen enthalten. Die zu studirenden Vorgänge beschränken sich auf die Wirkung, welche eine von Elektricität durchflossene Drahtspirale auf eine andere leitende Spirale, auf ein in ihrem Innern befindliches magnetisirbares Eisendrahtbündel und auf sich selbst ausübt, und es wird daher genügen, das Potential der Spirale für diese Fälle zu entwickeln. Allgemein ist das Po-

tential zweier geschlossener, unverzweigter, linearer Strombahnen s und s' auf einander, beide von Strömen der Intensität 1 durchflossen gedacht:

$$P = -\frac{1}{2} \iint \frac{\cos(ds, r) \cdot \cos(ds', r)}{r} \cdot ds \cdot ds',$$

wo ds und ds' Elemente der Bahnen in der Entfernung r von einander sind, und die Integrationen sich über die ganzen Strombahnen erstrecken.

Sind die Strombahnen Kreise mit den Radien R und R' in parallelen, um c von einander entfernten Ebenen, deren Centrallinie zugleich ihre Normale ist, und geht durch den Mittelpunkt des Kreises s ein Coordinatensystem, dessen xy -Ebene die des Kreises s , dessen z -Axe durch den Mittelpunkt des Kreises s' geht, so sind die Coordinaten eines Punktes

$$\text{in } ds: \quad x = R \cos \varphi; \quad y = R \sin \varphi; \quad z = 0;$$

$$\text{in } ds': \quad x' = R' \cos \varphi'; \quad y' = R' \sin \varphi'; \quad z' = c;$$

und ferner:

$$ds = R d\varphi; \quad ds' = R' d\varphi',$$

$$\begin{aligned} r^2 &= (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2 \\ &= R^2 + R'^2 - 2RR' \cos(\varphi' - \varphi) + c^2. \end{aligned}$$

Hierbei sind φ und φ' die Winkel, welche ds und ds' mit r bilden.

Das Potential beider Kreise auf einander nimmt dann die Form an:

$$P = -\frac{R^2 \cdot R'^2}{2} \iint \frac{\sin^2(\varphi' - \varphi)}{r^3} d\varphi' d\varphi,$$

die Integrationen über beide Stromkreise erstreckt, oder, wenn wir die Gränzen einführen und der Kürze halber $\varphi' - \varphi = \psi$ setzen,

$$P = -\frac{R^2 \cdot R'^2}{2} \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \psi}{r^3} d\psi.$$

Nun ersetzen wir den Kreis s durch eine Spirale, bestehend aus vielen, dicht aneinander liegenden und gleich-

weiten Kreiswindungen. Die mittelste Windung soll zum Coordinatensystem dieselbe Stellung einnehmen, wie bisher der Kreis s ; von ihr sei der Kreis s' , dessen Mittelpunkt nun in der Axe der Spirale liegt, um z' entfernt. Windungszahl und Länge der Spirale seien N und L , alle übrigen Bezeichnungen die bisherigen. Dann liegen auf einem Stück dz der Spirale $\frac{N}{L} dz$ Windungen; es wird ferner

$$r^2 = R_0 + (z' - z)^2,$$

wo

$$R_0 = R^2 + R'^2 - 2 R R' \cos \psi$$

und das Potential von Spirale und Kreis in der beschriebenen Lage:

$$\begin{aligned} P &= - \frac{N R'^2 \cdot R'^2}{2 L} \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \int_0^{2\pi} d\psi \cdot \sin^2 \psi \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \frac{dz}{r^3} \\ &= - \frac{N R'^2 \cdot R'^2 \pi}{L} \int_0^{2\pi} d\psi \cdot \sin^2 \psi \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \frac{dz}{\sqrt{(R_0 + (z' - z)^2)^3}} \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck für das Potential einer Spirale auf einen zu ihrer Axe symmetrischen Kreis genügt zur Herleitung der zwischen Spiralen stattfindenden Potentiale. Zunächst erhält man daraus das Potential einer Spirale auf eine zweite, deren Radius, Windungszahl und Länge R' , N' , L' , deren Axe mit der Axe der ersten zusammenfällt, und deren mittelste Windung von der mittelsten Windung der ersten um c entfernt ist, indem man P mit $\frac{N'}{L'} dz'$, der Zahl von Windungen, die auf einem Stück dz' dieser Spirale enthalten sind, multiplicirt und von $z' = c - \frac{L'}{2}$ bis $z' = c + \frac{L'}{2}$ integrirt. Dies ergibt das Potential bei der Spiralen aufeinander:

$$P = - \frac{N.N'.R^2.R'^2.\pi}{L.L'} \int_0^{2\pi} d\psi \sin^2 \psi \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} dz \int_{c-\frac{L'}{2}}^{c+\frac{L'}{2}} \frac{dz'}{\sqrt{(R_0+(z'-z)^2)^3}}$$

$$= - \frac{N.N'.R^2.R'^2.\pi}{L.L'} \left[\begin{array}{l} z = -\frac{L}{2} \\ z = +\frac{L}{2} \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} y = c + \frac{L'}{2} - z \\ y = c - \frac{L'}{2} - z \end{array} \right] \int_0^{2\pi} \frac{d\psi \cdot \sin^2 \psi \sqrt{R_0+y^2}}{R_0}$$

wo die senkrechten Striche mit den Gränzwerten für z und y die Einsetzung dieser in das darauf folgende unbestimmte Integral bedeuten.

Die weitere Entwicklung dieser Formel würde hier zu weit führen ¹⁾; in ganzen elliptischen Integralen dargestellt, wird schliesslich:

$$P = - \frac{N.N'\pi}{L.L'} \left[\begin{array}{l} z = -\frac{L}{2} \\ z = +\frac{L}{2} \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} y = c + \frac{L'}{2} - z \\ y = c - \frac{L'}{2} - z \end{array} \right] \left[\frac{\sqrt{\lambda}}{3} \{ K[y^2 - 2(R'^2 - R^2)] \right.$$

$$\left. - E[y^2 - 2(R'^2 + R^2)] \right\} \mp \left\{ \frac{\pi}{2} - B \right\} y (R'^2 - R^2) \Big]$$

wo das negative Zeichen vor $\left\{ \frac{\pi}{2} - B \right\}$ gilt, wenn y und $(R' - R)$ gleiches Zeichen, das positive, wenn sie verschiedenes Zeichen haben.

- 1) Max L. Weber, Ueber das Potential von Kreis und Spirale sowie seine Verwendung in der Theorie inducirter elektrischer Ströme. Inauguraldissertation usw. Leipzig, A. Th. Engelhardt. Diese für den vorliegenden Zweck nicht unwichtige Arbeit ist ohne Jahreszahl gedruckt, so dass ihre Erlangung für mich nicht ohne Schwierigkeiten war.

Dabei ist:

$$\lambda = y^2 + (R' + R)^2,$$

$$K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\chi}{\Delta\chi}; \quad E = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\chi \Delta\chi; \quad \Delta\chi = \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \chi}$$

$$k^2 = \frac{4RR'}{\lambda}; \quad k^2 + k'^2 = 1; \quad k'^2 = \frac{y^2 + (R' - R)^2}{\lambda}.$$

$$B = K \cdot E(\alpha, k') - (K - E) \cdot F(\alpha, k').$$

$$F(\alpha, k') = \int_0^{\alpha} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - k'^2 \sin^2 \alpha}}; \quad \Delta^2(\alpha, k') = \frac{4RR'}{(R' + R)^2};$$

$$E(\alpha, k) = \int_0^{\alpha} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha} \, d\alpha;$$

also: $\sin^2 \alpha = \frac{1}{k'^2} \cdot \frac{(R' - R)^2}{(R' + R)^2}.$

Aus dem Ausdruck für P geht unmittelbar hervor, daß ein Maximum eintritt, wenn $c = 0$, die Mitten beider Spiralen zusammenfallen; ferner auch, wenn $L = L'$, und wenn $R = R'$, so daß das absolute Maximum des Potentials bei constanter Windungszahl das einer Spirale auf eine ihr anliegende von denselben Dimensionen ist.

Zur numerischen Auswerthung schreiben wir das Integral so:

$$P = -\frac{NN'\pi}{L \cdot L'} \left[\begin{array}{l} z = -\frac{L}{2} \\ y = c + \frac{L'}{2} - z \\ z = +\frac{L}{2} \\ y = c - \frac{L'}{2} - z \end{array} \right] \left[K \left\{ [y^2 - 2(R'^2 - R^2)] \frac{\sqrt{\lambda}}{3} \right. \right. \\ \left. \pm [E(\alpha, k') - F(\alpha, k')] y (R'^2 - R^2) \right\} \\ \left. - E \left\{ [y^2 - 2(R'^2 + R^2)] \frac{\sqrt{\lambda}}{3} \mp F(\alpha, k') y (R'^2 - R^2) \right\} \right. \\ \left. \mp \frac{\pi}{2} y (R'^2 - R^2) \right]$$

und setzen die Klammern $\{ \}$, welche die Factoren von K und E bilden, gleich A und B .

$$P = - \frac{NN'\pi}{L \cdot L'} \left[\begin{array}{l} z = -\frac{L}{2} \\ z = +\frac{L}{2} \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} y = c + \frac{L'}{2} - z \\ y = c - \frac{L'}{2} - z \end{array} \right] \left[KA - EB \mp \frac{\pi}{2} y (R'^2 - R^2) \right]$$

Dann sei:

$$\begin{aligned} y_1 &= c + \frac{L' + L}{2}, & y_1^2 + (R' + R)^2 &= \lambda_i, \\ y_2 &= c - \frac{L' - L}{2}, & \frac{4RR'}{\lambda_i} &= k_i^2, \\ y_3 &= c + \frac{L' + L}{2}, & \frac{y_i^2 + (R' - R)^2}{y_i^2 + (R' + R)^2} &= k_i'^2, \\ y_4 &= c - \frac{L' + L}{2}. \end{aligned}$$

so daß also die λ , k , k' denselben Index erhalten, wie die in ihnen vorhandenen y ; ferner sollen durch A_i , B_i , E_i , K die obigen Ausdrücke A , B , E , K mit denjenigen Werthen von y , k , k' , λ , welche denselben Index haben, bezeichnet werden. Dann ist also schließlic das Potential einer Spirale auf eine andere:

$$\begin{aligned} P = - \frac{NN'\pi}{L \cdot L'} & \left[K_1 A_1 - K_2 A_2 - K_3 A_3 + K_4 A_4 \right. \\ & - E_1 B_1 + E_2 B_2 + E_3 B_3 - E_4 B_4 \\ & \left. - \frac{\pi}{2} L' (R'^2 - R^2) \right]. \end{aligned}$$

Dabei ist vorausgesetzt, daß $R' > R$, und danach das Vorzeichen bestimmt.

Hieraus leitet man leicht das zur Berechnung des Extrastromes nöthige Potential einer Spirale auf sich selbst ab, indem man $N = N'$, $L = L'$, $R = R'$ setzt. Dann wird:

$$c=0; \quad A=y^2 \frac{\sqrt{\lambda}}{3}; \quad B=(y^2-4R^2) \frac{\sqrt{\lambda}}{3};$$

$$\lambda=y^2+4R^2; \quad k^2=\frac{4R^2}{\lambda}; \quad k'^2=\frac{y^2}{\lambda};$$

$$y_1=+L; \quad y_2=y_3=0; \quad y_4=-L;$$

und das Potential der Spirale auf sich selbst:

$$P=-\frac{2N^2\pi}{3L^2}\{ \sqrt{L^2+4R^2} [K.L^2+E.(4R^2-L^2)] - 8R^3 \}$$

wenn hier:

$$K=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\chi}{\sqrt{1-\frac{4R^2}{L^2+4R^2}\sin^2\chi}}$$

und

$$E=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\frac{4R^2}{L^2+4R^2}\sin^2\chi} d\chi.$$

Ändert sich in einer Spirale die Stromintensität um J , so wird in der benachbarten Spirale, falls sie geschlossen ist, die elektromotorische Kraft

$$\varepsilon . J . P$$

inducirt, wo P das eben berechnete Potential beider Spiralen auf einander ist, und ε die Inductionsconstante, auf welche wir unten noch einmal zurückkommen.

II. Inductionswirkung zwischen einer Spirale und einem in ihrem Innern befindlichen Rotationsellipsoid.

Die Wirkung zwischen einer Spirale und einem zu ihrer Axe symmetrischen Cylinder entwickeln wir nicht direct, sondern ersetzen den Cylinder durch ein Rotationsellipsoid von gleichem Volum und gleicher Länge, für welches Neumann die hieher gehörigen Formeln gegeben hat. Es ist dies hier um so mehr gestattet, als es sich nur um dünne Eisendrähte handelt, also Cylinder, deren

Durchmesser gering im Verhältniß zu ihrer Länge ist. Dabei stellt der Inductionsapparat die doppelte Aufgabe, erstens das von einer elektrischen Spirale im Ellipsoid inducirte magnetische Moment, und zweitens den durch Entstehen resp. Verschwinden dieses magnetischen Moments in einer zweiten Spirale inducirten Strom zu bestimmen. Ersteres geschieht mittelst der Neumann'schen Gleichung¹⁾:

$$\Gamma = - \frac{\frac{4}{\sqrt{2}} \pi^2 k J \frac{N}{L} \cdot \sigma_0 (\sigma_0^2 - 1)}{1 + 4\pi k \sigma_0 (\sigma_0^2 - 1) \left(\frac{1}{\sigma_0} - \frac{1}{2} \log \frac{\sigma_0 + 1}{\sigma_0 - 1} \right)} \left\{ \gamma_{II} ((\sigma_{II}^2 - 1) \left(\lambda^2 + \frac{\gamma_{II}^2}{\sigma_{II}^2} \right) \left(\frac{1}{\sigma_{II}} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{2} \log \frac{\sigma_{II} + 1}{\sigma_{II} - 1} \right) + \frac{1}{\sigma_{II}} \left(\lambda^2 + \frac{1}{3} \frac{\gamma_{II}^2}{\sigma_{II}^2} \right) \right) \\ \left. - \gamma_I ((\sigma_I^2 - 1) \left(\lambda^2 + \frac{\gamma_I^2}{\sigma_I^2} \right) \left(\frac{1}{\sigma_I} - \frac{1}{2} \log \frac{\sigma_I + 1}{\sigma_I - 1} \right) + \frac{1}{\sigma_I} \left(\lambda^2 + \frac{1}{3} \frac{\gamma_I^2}{\sigma_I^2} \right)) \right\}$$

wo Γ das magnetische Moment des Ellipsoides nach der Rotationsaxe, k die sogenannte Magnetisirungsconstante, J die Intensität des inducirenden Stromes, N und L Windungszahl und Länge der inducirenden Spirale, γ_I und γ_{II} die Entfernungen der Endflächen der Spirale vom Mittelpunkt des Ellipsoides, σ_0 die reciproke Excentricität des letztern, und σ_I und σ_{II} dieselben für zwei confocale Ellipsoide, welche durch die Spirale bestimmt sind. Die Gröfse J muß durch directe Messungen gefunden werden, k kann für den Fall, auf welchen die Ableitung angewendet werden soll, nach den weiter unten zu besprechenden Angaben von Oberbeck aus J und den Dimensionen des Apparates numerisch berechnet werden.

Was zweitens die Inductionswirkung des magnetisirten Ellipsoides auf die umgebende Spirale betrifft, so hängt dieselbe vom magnetischen Moment des Ellipsoides und von seinem Potential auf die Spirale ab, letztere von einem Strom der Intensität 1 durchflossen gedacht. Jenes

1) J. Neumann, Ueber die Magnetisirung eines Rotationsellipsoides, Crelle's Journal, Bd. 37, S. 50.

wurde eben bestimmt, dies ergibt sich mit Hülfe des Satzes:

Das Potential einer von einem elektrischen Strom der Intensität i durchflossenen Spirale, deren Windungszahl und Länge N' und L' , kann ausgedrückt werden durch das Potential ihrer Grundflächen, deren eine man sich mit positiver, die andere mit negativer magnetischer Flüssigkeit gleichförmig bedeckt zu denken hat. Die Dichte der magnetischen Schicht ist $\frac{N'i}{L'\sqrt{2}}$. In Bezug auf einen außerhalb der Spirale liegenden Punkt ist das Potential derselben direct ersetzbar durch das der Grundflächen, in Bezug auf einen innern Punkt xyz hat man vom letztern die Größe

$$4\pi \frac{N'}{L'} iz$$

abzuziehen, vorausgesetzt, daß die positive Richtung der z -Axe mit der positiven Stromnormalen zusammenfällt, d. h. mit der Richtung, welche von einer im Strom schwimmenden und nach der Spiralaxe gewendeten menschlichen Figur mit ausgestreckter Linken markirt wird. Es handelt sich also darum, das Potential des Ellipsoids auf eine um γ' von seinem Mittelpunkt entfernte Kreisfläche zu entwickeln, die senkrecht auf der Rotationsaxe steht und mit einer magnetischen Schicht von der Dichte $\frac{N'}{L'\sqrt{2}} = \delta$ belegt ist. Nun ist nach der von Neumann für das Rotationsellipsoid gegebenen Auflösung von Poisson's Grundgleichungen das Potential eines magnetischen Ellipsoids auf einen beliebigen äußern Punkt:

$$U = k \cdot \left\{ \frac{A.R}{1+kM} + \frac{B.S}{1+kN} + \frac{C.T}{1+kP} \right\}$$

wo A, B, C die nach den Axen genommenen Componenten der magnetisirenden Kraft, M, N, P gewisse von der Gestalt des Ellipsoids abhängige Constanten, und R, S, T ebenfalls Constanten sind, die von der Lage des Punktes, auf welchen das Potential sich bezieht, und von der Ge-

stalt des Ellipsoides abhängen. Wenn nun, wie in dem hier vorliegenden Falle, die Magnetisirung nur im Sinne der Rotations- d. i. z -Axe stattfindet, verschwinden die beiden ersten Glieder der Klammer. Das dritte stellt aber, abgesehen vom Factor T , das auf die Volumeinheit bezogene magnetische Moment des Ellipsoides in der z -Richtung dar; ist dies $= \gamma$, das Potential auf die erste Grundfläche der Spirale $= \Omega'$, und ein Element dieser Grundfläche $= d\omega$, so ist:

$$U = \gamma T.$$

$$\Omega' = \delta \gamma \int T d\omega.$$

Nun ist für einen Punkt xyz :

$$T = z \cdot 4\pi\sigma_0(\sigma_0^2 - 1) \cdot \left\{ \frac{1}{2} \log \frac{\sigma + 1}{\sigma - 1} - \frac{1}{\sigma} \right\},$$

wo σ_0 wieder die reciproke Excentricität des gegebenen, σ die eines dem gegebenen confocalen und durch den Punkt xyz gehenden Ellipsoides ist; ferner ist $z = \gamma'$ constant für alle in Betracht kommenden Punkte der magnetischen Kreisfläche, also:

$$\Omega' = 4 \cdot \delta \cdot \gamma \cdot \gamma' \cdot \pi \sigma_0 (\sigma_0^2 - 1) \int \left\{ \frac{1}{2} \log \frac{\sigma + 1}{\sigma - 1} - \frac{1}{\sigma} \right\} d\omega,$$

das Integral über die Kreisfläche ausgedehnt. Führen wir für die Kreisfläche Polarcoordinaten ein, so daß in ihr:

$$x = \rho \cos \varphi; \quad y = \rho \sin \varphi,$$

so wird:

$$d\omega = \rho d\rho d\varphi = \frac{1}{2} d(\rho^2) \cdot d\varphi.$$

$$\Omega' = 2\delta \cdot \gamma \cdot \gamma' \cdot \pi \sigma_0 (\sigma_0^2 - 1) \int_0^{R^2} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{1}{2} \log \frac{\sigma + 1}{\sigma - 1} - \frac{1}{\sigma} \right\} d(\rho^2) \cdot d\varphi.$$

$$= 4\delta \cdot \gamma \cdot \gamma' \pi^2 \sigma_0 (\sigma_0^2 - 1) \cdot \left\{ (\sigma_0^2 \lambda^2 - \gamma'^2) \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_0^2 - 1}{\sigma_0^2} \log \frac{\sigma_0 + 1}{\sigma_0 - 1} - \frac{1}{\sigma_0} \right) - \frac{2\gamma'^2}{3} \left(\frac{1}{\sigma_0^3} - \frac{1}{\sigma_1^3} \right) \right\}$$

oder, da

$$\gamma = \frac{r}{v},$$

wenn v das Volum des Ellipsoides, und:

$$v = \frac{4}{3} \pi \sigma_0 (\sigma_0^2 - 1) \lambda^3,$$

folglich:

$$\gamma = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{F}{\sigma_0 (\sigma_0^2 - 1) \lambda^3},$$

$$\Omega' = \frac{3\pi N'}{\sqrt{2}L'} \cdot \frac{\gamma'}{\lambda^3} \cdot F \left\{ (\sigma''^2 \lambda^2 - \gamma'^2) \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma''^2 - 1}{\sigma_i'^2} \log \frac{\sigma'' + 1}{\sigma'' - 1} - \frac{1}{\sigma''} \right) \right. \\ \left. - \frac{2\gamma'^2}{3} \left(\frac{1}{\sigma''^3} - \frac{1}{\sigma_i'^3} \right) \right\}^{(1)}.$$

Dabei sind σ_i und σ'' die reciproken Excentricitäten der beiden Ellipsoide, welche dem gegebenen confocal sind und durch die Mitte und die Peripherie der magnetischen Kreisfläche gehen, und λ^2 ist die für dies ganze confocale System von Ellipsoiden constante Differenz der Quadrate der Halbaxen. Setzt man in diesem Ausdruck statt γ' , σ_i' , σ'' die entsprechenden Größen γ'' , σ_i' , σ'' , welche sich auf die magnetische Belegung der zweiten Grundfläche der Spirale beziehen, so ergibt sich das Potential Ω'' des Ellipsoides auf diese zweite Grundfläche, und daraus das Potential des Ellipsoides auf beide Grundflächen:

$$\Omega = \Omega' + \Omega''.$$

Daraus geht das Potential des Ellipsoides auf die Spirale hervor, wenn man von Ω die Größe $\frac{4\pi N}{L'} z$ abzieht, multiplicirt mit dem in Punkt xyz enthaltenen Magnetismus und summirt für alle Punkte des Ellipsoides. Es erhellt aber, daß diese Summe nichts anderes ist, als das magnetische Moment F des Ellipsoides in der z -Richtung, vermehrt um den Factor $4\pi \frac{N'}{L'}$; das Potential des Ellipsoides auf die ganze Spirale ist also:

$$Q = \Omega - \frac{4\pi N'}{L'} \cdot F.$$

Nun erzeugt das Entstehen resp. Verschwinden des magnetischen Momentes F im Ellipsoid eine elektromotorische Kraft E in der Spirale, deren Größe $-\epsilon Q$, also:

1) E. Riecke, die Magnetisirungszahl des Eisens für schwache magnetische Kräfte, Inauguraldissertation usw., Göttingen 1871, S. 14.

$$\begin{aligned}
E &= -\varepsilon \Omega + \frac{4\pi N'}{L'} \varepsilon \cdot I \\
&= I \cdot \frac{\pi N'}{L'} \cdot \varepsilon \left\{ -\frac{3}{\lambda^3 \sqrt{2}} \left[\gamma' (\sigma''^2 \lambda^2 - \gamma'^2) \left(\frac{1}{2} \frac{\sigma''^2 - 1}{\sigma''^2} \log \frac{\sigma'' + 1}{\sigma'' - 1} - \frac{1}{\sigma''} \right) \right. \right. \\
&\quad - \frac{2\gamma'^3}{3} \left(\frac{1}{\sigma''^3} - \frac{1}{\sigma'^3} \right) + \gamma'' (\sigma''^2 \lambda^2 - \gamma''^2) \left(\frac{1}{2} \frac{\sigma'''^2 - 1}{\sigma'''^2} \log \frac{\sigma''' + 1}{\sigma''' - 1} - \frac{1}{\sigma'''} \right) \\
&\quad \left. \left. - \frac{2\gamma''^3}{3} \left(\frac{1}{\sigma'''^3} - \frac{1}{\sigma'^3} \right) \right] + 4 \right\},
\end{aligned}$$

wobei ε die Inductionsconstante.

III. Magnetisirungszahl und Inductionsconstante.

In den bisherigen Ausdrücken für die Ergebnisse der Induction sind nun noch die Größen k und ε zu bestimmen, die Magnetisirungs- und die Inductionsconstante, wie sie herkömmlich bezeichnet werden. Was die GröÙe k betrifft, so wurde sie von Neumann als Constante eingeführt unter der Voraussetzung, daß bei der Einwirkung einer magnetisirenden Kraft auf einen Eisenkern das magnetische Moment des letztern mit der GröÙe der magnetisirenden Kraft proportional sei. Die Versuche von Joule, Müller¹⁾, W. Weber²⁾, Koosen³⁾, Wiedemann⁴⁾, Dub⁵⁾, Oberbeck⁶⁾, Riecke (s. o.) usw. haben aber Veränderungen im Verhältniß der magnetisirenden Kraft zum magnetischen Moment und besonders ein

1) Müller, die Magnetisirung von Eisenstäben durch den galvanischen Strom, Pogg. Ann. Bd. 79, S. 337.

2) Elektrodynamische Maafbestimmungen, III, 566.

3) Koosen, Methode, die Abweichungen der Magnetisirung des Eisens von der Proportionalität mit der Stromstärke zu beobachten, Pogg. Ann. Bd. 85, S. 159.

4) Wiedemann, Ueber den Magnetismus der Stahlstäbe, Pogg. Ann. Bd. 100, S. 235.

Die Torsion und deren Beziehungen zum Magnetismus, Pogg. Ann. Bd. 106, S. 161.

Magnetische Untersuchungen, Pogg. Ann. Bd. 117, S. 193.

5) Dub, Ueber das Eintreten des Sättigungszustandes an Elektromagneten. Pogg. Ann. Bd. 133, S. 56.

6) Oberbeck, Ueber die sogenannte Magnetisirungsconstante, Pogg. Ann. Bd. 135, S. 74.

Maximum im Fortschreiten des letztern nachgewiesen, der Art, daß es Anfangs schneller als die magnetisirende Kraft wächst, dann aber sich langsamer dem Gränzwerthe nähert. Die Zahl und Genauigkeit dieser Versuche genügt jedenfalls zur Feststellung der Thatsache gegenüber den widersprechenden Resultaten, welche Buff und Zamminer¹⁾ aus ihren Versuchen zogen. Numerische Angaben über diese Magnetisirungszahl finden sich bei Oberbeck in der angeführten Abhandlung für verschiedene GröÙe und Gestalt der Eisenmasse sowie für verschiedene magnetisirende Kräfte. Er hat dünne cylindrische Eisenstäbe zu den Versuchen benutzt, bei der theoretischen Betrachtung aber nach dem Vorgange von Kirchhoff und Weber Rotationsellipsoide von möglichst entsprechenden Dimensionen dafür supponirt. Als er nachträglich einem der Stäbe durch Abschleifen eine ellipsoïdische Form gab, wichen die Resultate nicht wesentlich von den zuerst erhaltenen ab, so daß diese Ersetzung auf das Resultat keinen nachtheiligen Einfluß ausüben konnte.

Bezeichnet nun A eine von der Gestalt des Ellipsoïdes abhängige Constante, X die magnetisirende Kraft in der Richtung der Rotationsaxe, und v das Volum des Ellipsoïdes, so ist das magnetische Moment in derselben Richtung nach Neumann, der k constant annimmt:

$$I = \frac{kX}{1+kA} \cdot v.$$

Dabei ist für einen Punkt der Spiralaxe, der um b vom Mittelpunkt der Spirale entfernt ist, X durch die Weber'sche Gleichung gegeben:

$$X = \frac{\pi Ni}{d} \left\{ \left(1 + \frac{R^2}{(a-b)^2} \right)^{-\frac{1}{2}} + \left(1 + \frac{R^2}{(a+b)^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \right\},$$

wo N Windungszahl, R Radius, $2a$ Länge, und $d = \sqrt{a^2 + R^2}$

1) Buff und Zamminer, Ueber die Magnetisirung von Eisenstäben durch den galvanischen Strom, Annalen der Chemie und Pharmacie von Wöhler und Liebig, Bd. 75, S. 83.

Diagonale der Spirale ist, oder in den meisten Fällen mit ausreichender Genauigkeit durch die einfachere Gleichung:

$$X = \frac{2\pi Ni}{d}.$$

Ferner ist A nach Neumann gegeben durch:

$$A = 4\pi\sigma(\sigma^2 - 1)\left\{\frac{1}{2}\log\frac{\sigma+1}{\sigma-1} - \frac{1}{\sigma}\right\}$$

und

$$\sigma^2 = \frac{c^2}{c^2 - a^2},$$

wo a und c die Halbaxen des Ellipsoides, also σ die reciproke Excentricität.

Setzt man mit Kirchhoff:

$$u = \frac{X}{1 + kA},$$

so ist:

$$I = k \cdot v \cdot u$$

$$\frac{I}{v} = k \cdot u.$$

Oberbeck hat nun $\frac{I}{vX}$ für verschiedene Stromstärken durch Beobachtung von X und I bestimmt, d. i. die Gröfse $\frac{k}{1 + kA}$, und daraus dann k und u für die einzelnen Fälle berechnet. Dies wird für die oben entwickelten Formeln genügen, um die entsprechenden Zahlenwerthe von k für die später zu beschreibenden Versuche am Inductionsapparat zu erhalten.

Die bei der Berechnung der Induction vorkommende Gröfse ϵ wurde von Kirchhoff aus der Inductionswirkung verschiedener Theile einer geschlossenen Kette auf einander ein- für allemal bestimmt ¹⁾. Nach seinen Versuchen ist diese Gröfse eine wirkliche Constante, denn Kirchhoff hat durch Veränderung des Widerstandes in der ange-

1) G. Kirchhoff, Bestimmung der Constanten, von welcher die Intensität inducirter elektrischer Ströme abhängt, Pogg. Ann. Bd. 76, S. 412.

wandten Kette die Bestimmung von ε für verschiedene Stromintensitäten ausgeführt, ohne dadurch wesentliche Verschiedenheiten im Resultat zu erhalten. Er giebt den Werth von $\varepsilon = \frac{1}{192}$ an, wo als Längeneinheit der preussische Zoll, als Einheit der Leitungsfähigkeit die des Kupfers zu Grunde gelegt sind; setzt man dafür 26,1541 Mm. resp. 0,0162 Q. E., so ist in den gebräuchlichen Maassen:

$$\varepsilon = 0,00000076139.$$

Danach ist also die Inductionswirkung, welche elektrische Ströme hervorruft, wirklich proportional der inducirenden Kraft, im Gegensatz zu derjenigen Induction, welche Magnetismus in Eisen erzeugt. Dieß entspricht in der That denjenigen Vorstellungen von Magnetismus und elektrischen Strömen, welche die Annahme von Ampère'schen Molecularströmen bedingt. Wenn nämlich das Magnetisiren eines Eisenkernes durch einen ihn umfließenden elektrischen Strom nichts anderes ist, als die Drehung sämmtlicher Molecularmagnete respective Molecularströme der Eisenmasse in eine parallele Lage, so muß bei wachsender magnetisirender Kraft die Steigerung des Magnetismus in dem Augenblick aufhören, wo die Molecularmagnete sämmtlich ihre parallele Lage erreicht haben. Aus dem Vorhandensein eines solchen Maximum der Magnetisirung folgert W. Weber mit das Vorhandensein der Molecularströme. Im elektrischen Strom können diese nun auch gedacht werden, so nämlich, daß im stromlosen Leiter die Molecularströme unregelmäßig gelagert sind, mithin ihre magnetische Wirkung nach außen gegenseitig aufheben. Kommt dazu eine elektrische Scheidungskraft, welche die elektrischen Theilchen beider Arten in verschiedenen Richtungen gegen einander zu bewegen strebt, so werden die Molecularströme sich zunächst in die Richtung der Scheidungskraft stellen (daher rührt die magnetische Wirkung des elektrischen Stromes) und dann in dauerndem Wechsel ihre elektrischen Massen austauschen; die elektrischen Theilchen der einen Art werden aus ihren um die Theilchen der andern Art beschrie-

benen Bahnen abgelenkt, um die nächstliegenden Theilchen der andern Art zu umkreisen u. s. f. Es liegt auf der Hand, daß in der GröÙe solcher Bewegungen der elektrischen Theilchen zwischen Magnetismus und elektrischem Strom ein bedeutender Unterschied herrscht, denn ersterer erreicht in der erwähnten Art sein Maximum in einem ganz bestimmten Punkt, für die Bewegung aber, welche den elektrischen Strom ausmacht, scheint eine solche Gränze ferner zu liegen. Die Intensität eines Stromes, deren Maas ja die in der Zeiteinheit den Querschnitt des Leiters durchfließende Menge elektrischer Theilchen ist, kann sich ändern entweder bei gleicher Masse der bewegten Elektrizität mit der Geschwindigkeit der Bewegung oder bei gleicher Geschwindigkeit der Bewegung mit der Masse der bewegten Elektrizität. Nun darf man wohl annehmen, daß durch die einmal im Leiter vorhandenen Molecularströme der Masse bewegter Elektrizität, dem Umfange des Stromes, welcher beim Auftreten einer Scheidungskraft entsteht, eine ganz bestimmte GröÙe gegeben wird, dann aber kann die Geschwindigkeit der Bewegung sich noch beliebig ändern, und diese, mithin auch die Intensität des Stromes, wird gegeben durch die GröÙe der Scheidungskraft. Hierin liegt bereits die Bemerkung, daß die Bewegung im elektrischen Strom ein sehr viel weiteres quantitatives Gebiet hat, und daß das Maximum dieser Bewegung, wenn überhaupt ein solches vorhanden ist, den gebräuchlichen Maßeinheiten sehr viel ferner liegt, als es beim inducirten Magnetismus der Fall ist. Und zugleich läßt sich daran die Begründung des verschiedenen Verhaltens von k und ϵ knüpfen: k charakterisirt die Wirkung elektrischer auf magnetische Bewegung, ϵ die von elektrischer auf elektrische, also k mißt das Verhältniß zweier Kräfte, deren Wachsen durch ihre Natur verschiedenartigen Gesetzen unterworfen ist, ϵ das Verhältniß gleichartiger Kräfte. Mit Recht nennt man daher k die *Magnetisirungszahl*, ϵ die *Inductionsconstante*. Die vorstehende

Betrachtung beruht auf der von Ampère¹⁾ bereits gegebenen und von Weber weitergebildeten Theorie, welche magnetische sowohl als elektrische Bewegungen auf dauernd vorhandene Molecularströme zurückführt. Leider hat Kirchhoff bei der Bestimmung von ϵ die Stromintensität nur innerhalb ziemlich enger Gränzen variiren können, nämlich durch Einschalten verschiedener Stücke eines Kupferdrahtes von im Ganzen 6,748 Q. E. Widerstand (den specifischen Leitungswiderstand des Kupfers = 0,0162 angenommen) bei Anwendung von 6 kleinen Daniellschen Bechern. Wenn andere Beobachtungen bei geringeren und besonders bei größeren Intensitäten ausgeführt würden, gäbe dies, falls der für ϵ gefundene Werth nicht wesentlich von Kirchhoff's Resultat abweicht, als durch Verschiedenheit des angewandten Materials zu erklären wäre, eine wünschenswerthe neue Bestätigung der Hypothese von den Molecularströmen.

IV. Folgerungen aus dem Bisherigen.

Nachdem wir so vorbereitend die Art und Gröfse der Inductionswirkung betrachtet haben, welche die Hauptrolle des Rühmkorff'schen Apparates auf das Drahtbündel und dann mit diesem gemeinschaftlich auf die Inductionsrolle ausübt, können aus den bisherigen Betrachtungen bereits einige Folgerungen gezogen werden. Beide Vorgänge der Induction sind proportional NN' , so daß dieser Factor der Gesamtwirkung zukommt. Also: die Wirkung des Apparates ist proportional den Windungszahlen beider Spiralen. Die weiteren Folgerungen lassen nicht mehr Proportionalität zu, weil sie sich auf Partialwirkungen beziehen. Was zunächst die Induction zwischen beiden Spiralen betrifft, so ist sie proportional dem Potential beider auf einander und erreicht, wie oben gezeigt, bei getrennten Spiralen mit constanter Windungszahl ihr Maximum

1) Ampère, *Mémoires sur la théorie mathématique des phénomènes électrodynamiques uniquement déduites de l'expérience. Mémoires de l'acad. royale des sc. de l'institut de France. Année 1823.*

für $c = 0$, d. h. wo die Mitten der Spiralen zusammenfallen; ferner wenn beide Spiralen gleiche Länge haben, und wenn die Windungen der äußern möglichst dicht denen der innern anliegen. Da eine Spirale hiernach das Maximum der Induction bei der Wirkung auf ihre eigenen Windungen leistet, so ergibt sich der Satz, daß der von einer Spirale in einer zweiten inducirte Strom den Extrastrom, welchen die erstere in sich selbst erregt, an Intensität nur dann zu übertreffen vermag, wenn die Windungszahl der zweiten eine entsprechend größere ist. Da der Extrastrom nun dem primären an Intensität unter allen Umständen nicht gleichkommt¹⁾, so kann das Entstehen eines Stromes in der inducirenden Spirale nur dann einen gleich großen, momentanen Strom in der Inductionsspirale hervorrufen, wenn diese eine größere Windungszahl hat, und zwar eine um so viel größere, als die Radien beider Spiralen verschieden sind.

Der Ausdruck für die unter Mitwirkung des Drahtbündels inducirte elektromotorische Kraft enthält neben den bereits besprochenen Factoren N , N' , und Constanten noch das magnetische Moment Γ . Es muß, um diesen Ausdruck für die vorliegende Betrachtung nutzbar zu machen, das magnetische Moment für jedes einzelne Drahtstück des Bündels, berechnet, und die Summe für Γ eingesetzt werden. Streng genommen gilt der Neumann'sche Ausdruck für Γ nur, wenn der Eisenkörper sich in der Axe der Spirale befindet, aber da das ganze Bündel zur Axe symmetrisch liegt und auch keine großen Querdimensionen hat, kann man wohl hier Neumann's Formel anwenden. Dieselbe ist außerdem gegeben für ein Rotationsellipsoid, bei welchem die Excentricität gleich $\frac{1}{\sigma_0}$, und die Differenz der Quadrate der Halbachsen gleich λ^2 . Nun kommen σ_0 und λ in den Ausdrücken für Γ und E S. 491 und S. 495 so vor, daß mit wachsendem σ_0 und λ auch

1) H. W. Dove, Ueber den Gegenstrom zu Anfang und Ende eines primären. Pogg. Ann. Bd. 56, S. 251.

die elektromotorische Kraft wächst, welche durch das Moment I in der Inductionsrolle erregt wird. Das Maximum von σ_0 und λ entspricht dem Fall, wo das Ellipsoid zu einem unendlichen Cylinder gestreckt ist, einem Falle, der beim Inductionsapparat wenigstens insofern realisirt ist, als das Drahtbündel aus cylindrischen, über die Enden der Spirale hinausragenden Stäbchen von geringer Dicke besteht.

V. Die Extraströme in der Hauptrolle und der Condensator.

Im Bisherigen wurden diejenigen Inductionswirkungen besprochen, welche wir direct wahrnehmen, sobald der Apparat in Thätigkeit gesetzt wird. Hierzu kommen nun die Vorgänge im Innern der Drähte, welche nicht eigentlich zur Thätigkeit des Apparates gehören, sondern erst in zweiter Linie durch den primären Strom erzeugt werden, welche aber durch praktische Ausführung und Anordnung der Apparatheile für die beabsichtigten Zwecke passend modificirt werden. Hierher gehören die Extraströme der Hauptrolle und die Ströme, welche im Eisenkern erregt werden, sobald derselbe nicht aus dünnen Stäben gebildet ist. Der Extrastrom entsteht in der Hauptrolle nach dem bekannten Gesetz, daß ein zu- oder abnehmender Strom in einem benachbarten geschlossenen Leiter einen entgegengesetzt oder gleich gerichteten Strom erzeugt, der eben so lange dauert, als die Aenderung der Intensität im ersten Strom. Schon Faraday, der die Extraströme zuerst beobachtete, nahm wahr, daß ihre Intensität mit der Windungszahl der Spirale, in der sie auftraten, wuchs, ein Resultat, welches durch das oben entwickelte Potential der Spirale auf sich selbst, von dem die Induction abhängt, bestätigt wird. Die Intensität des Schließungs-Extrastromes ist ganz genau zu bestimmen, weil dieser bei unverändertem Widerstand eine so lange Dauer hat, daß dagegen die Fortpflanzungszeit der Electricität durch die Spirale verschwindet, und daß das Ohm's-

sche Gesetz seine Geltung behält ¹⁾. Wird nämlich eine Kette, welche Stromquelle und Spirale enthält, geschlossen, und dadurch in ihr ein Strom von der Intensität J_0 erzeugt, so ist dessen elektromagnetische Wirkung nach außen während der kurzen Zeit t proportional mit

$$\int_0^t J_0 dt = J_0 t.$$

Er inducirt beim Entstehen einen entgegengesetzt laufenden Extrastrom von der Intensität i proportional mit

$$\frac{P J_n}{W},$$

wenn P das Potential der Spirale auf sich selbst und W der Widerstand der Leitung, so daß die elektromagnetische Wirkung dieses Extrastromes nach außen proportional mit

$$\int_0^\infty i dt = \frac{P J_0}{W}$$

wird. Der Extrastrom ist aber stets schwächer, als der Batteriestrom, wie oben erwähnt, er würde also in der gleichen Zeit t eine kleinere elektromagnetische Wirkung hervorbringen, als dieser. Da nun die elektromagnetische Wirkung des Extrastromes während seiner ganzen Dauer proportional mit $\frac{J_0 P}{W}$, d. h. ebenso groß ist, als die des Batteriestromes während der Zeit $\frac{P}{W}$, so muß der Extrastrom zu dieser Wirkung eine längere Zeit brauchen, als $\frac{P}{W}$. Dies übertrifft aber bei den im Gebrauch befindlichen Spiralen meistens weit die Fortpflanzungszeit der Elektrizität durch die Spirale. Dies verbunden mit dem Umstande, daß vom Augenblick der Schließung an der Widerstand der Kette unverändert bleibt, berechtigt zu der Annahme, daß in jedem Zeittheilchen die Elektrizität gleich-

1) H. Helmholtz, Ueber die Dauer und den Verlauf der durch Stromschwankungen inducirten Ströme. Pogg. Ann. Bd. 83, S. 505.

mässig in der Kette vertheilt ist; danach behält das Ohm'sche Gesetz volle Geltung bei der Berechnung des Schliessungsstromes. Wenn nun im Augenblick der Schliessung die elektromotorische Kraft E in Wirksamkeit tritt, so wird die in der Kette herrschende Gesamtintensität J zur Zeit t nach Helmholtz gegeben durch:

$$J = \frac{E}{W} \left(1 - e^{-\frac{W}{P} t} \right),$$

ein Ausdruck, der sich mit wachsendem t asymptotisch dem Werthe J_0 nähert. Wird nun nach einer bestimmten Zeit die Kette geöffnet, so hört damit die Intensität J_0 auf, und dies würde einen gleichlaufenden Extrastrom von derselben Stärke und Dauer wie bei der Schliessung erzeugen, wenn nicht beim Oeffnen die Leitungsfähigkeit verringert und in kurzer Zeit auf Null reducirt würde. Durch den Oeffnungsfunken und die von demselben übergeführten Metalltheilchen wird noch in das Verschwinden des Widerstandes eine Unregelmässigkeit hineingebracht, welche sich der quantitativen Forschung bisher entzog, und deren Dauer im Verhältniß zur Fortpflanzungszeit der Elektricität durch die Leitung wir nicht einmal kennen. Jedenfalls wird im Allgemeinen die Intensität des Extrastromes beim Oeffnen kleiner sein, als beim Schliessen, weil die Dauer der inducirenden Kraft im ersten Fall gröfser, der Widerstand geringer ist. Wie sich sogleich zeigen wird, ist hier auch nur die Intensität des Schliessungsextrastromes von Interesse, weil der beim Oeffnen inducirte keiner weiteren Veränderung unterliegt.

Im Inductionsapparat sind die Extrastrome der Hauptrolle stets mit den gleichzeitigen Strömen der Inductionspirale gleichgerichtet, schon deshalb müssen sie die Wirkung der letztern verringern. Wir werden sogleich sehen, daß ein Theil der Thätigkeit, welche die äufseren inducirten Ströme leisten sollen, allerdings von den Extrastromen einen nachtheiligen Einfluß erleidet, daß man aber ein Mittel gefunden hat, diesen Einfluß wesentlich zu ver-

ringern. Der Condensator, welcher diese Function zu leisten hat, besteht aus zwei durch eine isolirende Schicht getrennten Stanniolblättern oder aus zwei Systemen von solchen, wie bei Beschreibung des von mir benutzten Apparates erläutert werden soll; dieselben stehen mit den beiden Enden der Hauptrolle in leitender Verbindung. Bei der Schließung hat zunächst der Condensator keinerlei Antheil, beim Oeffnen aber werden seine Platten für die von einander getrennten Enden der Kette supponirt, und die in diesen überschüssige freie Electricität geht in die Platten. Ist die Kette, welche der Batteriestrom durchfließt, lang genug und von einigem Widerstande, und folgt Schließen und Oeffnen rasch aufeinander, so kann ein Theil der beim Oeffnen in die Platten des Condensators tretenden Electricitätsmengen wohl noch im Augenblick der Schließung darin vorhanden sein und dann zur Verstärkung des neu entstehenden Stromes dienen, doch ist diese Art der Thätigkeit des Condensators, wenn überhaupt vorhanden, kaum in Anschlag zu bringen. Eine offenbar wichtigere Rolle spielt der Condensator aber insofern, als er einen nicht unbedeutenden Theil der Inductionswirkung, welche aus dem Verschwinden des Batteriestromes resultirt, von der Hauptrolle in die Inductionsspirale verlegt. Wenn nämlich beim Oeffnen der Condensator die Enden der Kette gewissermaßen entladet, also die Spannung in ihnen vermindert, so wird dadurch auch für den Extrastrom, welcher zwischen diesen Enden den Oeffnungsfunken überspringen läßt, das Zustandekommen erschwert. Es ist dann das Verschwinden des Stromes in der Hauptrolle ein um so schnelleres, der entsprechende Inductionsstrom in der Außenspirale wird um so kürzer und kräftiger. Dasselbe gilt von dem Antheil, welchen das Drahtbündel an der Thätigkeit des Apparates hat, denn auch hier geht die Induction des Magnetismus, und folglich auch die des nach außen hin thätigen Inductionsstromes rascher vor sich. Dies Alles aber bezieht sich nur auf die Oeffnungsinduction, während auf die Schließungsinduction der Condensator

keinen Einfluß ausüben kann, denn beim Schließen sind seine Platten an der Leitung der elektrischen Bewegungen gänzlich unbetheiligt. Daher übt beim Schließen der in der Hauptrolle erregte Extrastrom eine Wirkung auf den Batteriestrom aus, welche diesen langsamer das Maximum seiner Intensität erreichen läßt, als ohne Extrastrom. Die äußere Induction ist mithin beim Oeffnen eine kräftigere, als beim Schließen, wenn wir denjenigen Inductionsstrom einen kräftigen nennen, welcher eine gegebene Elektrizitätsmenge mit großer Geschwindigkeit durch den Querschnitt des inducirten Drahtes führt. Die äußeren Kennzeichen eines solchen Stromes werden dieselben sein, wie die von der Wirksamkeit des Condensators abhängigen Erscheinungen, also erhöhte physiologische Wirkung und Schlagweite des Inductionsstromes; die elektromagnetische Wirkung des letztern kann nicht zu den Erscheinungen gehören, die vom Condensator modificirt werden, denn diese Wirkung hängt nur von der Elektrizitätsmenge ab, welche jeder Inductionsstrom überhaupt durch den Querschnitt des Drahtes führt, nicht von der Geschwindigkeit, mit welcher dies geschieht. Von der Richtigkeit dieser Folgerungen habe ich mich insofern überzeugt, als ich den kleinen Inductionsapparat, welchen ich zu den unten beschriebenen Versuchen benutzte, mit und ohne Condensator in Thätigkeit setzte. Während ein Grove'scher Zink-Platin-Becher den Batteriestrom hergab, fand ich die schon sonst beobachtete Erscheinung bestätigt, daß die zwischen Stift und Feder des Neef'schen Hammers überspringenden Funken, die ja hauptsächlich durch den beim Oeffnen erregten Extrastrom hervorgerufen werden, bedeutend an Größe zunahmen, sobald der Condensator aus dem Apparat entfernt wurde. Endigten die Pole der Inductionsspirale in messingne Elektroden mit konischen Enden, wie sie am Apparat vorhanden sind, so war die Schlagweite ohne Condensator so gering, daß die Elektroden sich schon zu berühren schienen, wenn die ersten Funken sichtbar wurden, während nach Einfügung des Condensators die Funken

noch auf eine Strecke von 4 Mm. mit Leichtigkeit übersprangen. Ferner schaltete ich an Stelle der Elektroden das unten beschriebene, empfindliche Elektrodynamometer ein und ließ nun den Apparat wirken. Bei einer Nebenschließung am Dynamometer mit 200 Q. E. Widerstand ergab sich eine Abweichung von 50 Scalentheilen aus der Ruhelage und zwar ohne merklichen Unterschied mit und ohne Condensator. Bedenkt man, daß die Wirkung der Stromtheile auf einander, wie sie im Dynamometer stattfindet, der Theorie nach nicht ganz unabhängig von der Geschwindigkeit der elektrischen Bewegungen sein kann, so ist der Umstand, daß der Einfluß des Condensators auf die elektrodynamischen Vorgänge unmerklich war, wohl beweisend für obige Ansicht, daß sein Einfluß auf elektromagnetische Vorgänge gleich Null gesetzt werden kann.

Besteht die inducirende Spirale nur aus wenigen Windungen dicken Drahtes, und wird kein starker Batteriestrom angewandt, so können die Extrastrome keine bedeutende Rolle spielen, es muß dann also die Wirkung des Condensators eine entsprechend geringere sein. Daraus erklärt sich, was Poggendorff an solchen Spiralen beobachtet hat ¹⁾, daß nämlich die kleinen, auf Glimmer, gefirniftem Wachspapier oder Guttapercha gefertigten Condensatoren, deren Gröfse zwischen 1 und 54 Quadrat Zoll lag, an Wirkung den großen auf Wachstafft gearbeiteten nur insofern nachstanden, als letztere, deren Belegungen 8 par. Fuß lang und 11 Zoll breit respective 23 Zoll lang und 11 Zoll breit waren, compactere, massigere und schneller auf einanderfolgende Funken zwischen den Elektroden der Inductionsrolle ergaben, während die Schlagweite dieser Funken bei allen Condensatoren dieselbe war. Es ergab sich sogar, daß zwei der kleinen Papiercondensatoren zusammen, durch Stanniolstreifen in geeigneter Weise

1) J. C. Poggendorff, Beiträge zur Kenntniß der Inductionsapparate und deren Wirkungen, Pogg. Ann. Bd. 94, S. 289, auszugsweise schon im Januarheft der Berl. Monatsber. 1855.

verbunden, nicht mehr leisteten, als ein einziger. Dies deutet darauf hin, daß für diesen Fall, wo der Extrastrom relativ schwach ist, die überhaupt mögliche Leistung des Condensators innerhalb der Gränzen liegt, welche der Wirkung eines kleinen Exemplares entsprechen. Ist der Extrastrom überhaupt nicht größer, als daß ein kleiner Condensator zur Elimination seiner schädlichen Wirkung genügt, so kann ein großer Condensator eben auch nicht mehr leisten.

Nach dem Bisherigen ist es nun nicht mehr schwer, die Arten der Thätigkeit und die Fälle anzugeben, wo der Condensator von Nutzen sein kann. Ausgeschlossen sind davon zunächst, wie wir sahen, alle Fälle, wo es sich um elektromagnetische oder elektrodynamische Wirkung handelt; ferner die Fälle, wo die Inductionsspirale mit allen etwa eingeschalteten Körpern geringen Leitungswiderstand besitzt, weil dann die Inductionsströme an sich so kräftig auftreten, daß der Condensator sie wenig zu fördern vermag. (Deshalb ist im ausgepumpten elektrischen Ei die Schlagweite nur einer geringen Vergrößerung durch den Condensator fähig). Drittens endlich ist die Wirkung des Condensators nur unbedeutend, wenn Windungszahl und Material der inducirenden Spirale dem Entstehen von Extraströmen ungünstig sind, der Condensator also keine Gelegenheit zur Thätigkeit hat. Die beste Verwendung findet daher der Condensator dann, wenn die Hauptrolle aus dünnem Draht besteht und viele Windungen enthält, wenn die Inductionsrolle beides in noch höherem Grade hat, und wenn in die letztere an dem Orte, wo die Wirkung stattfinden soll, Gegenstände von bedeutendem Widerstande eingeschaltet sind, z. B. Luftstrecken, der menschliche Körper usw. Die Arbeit des Apparates wird dann durch den Condensator in Bezug auf physiologische und auf Lichtwirkungen bedeutend gesteigert.

Fizeau, von welchem der Condensator herrührt, bemerkt schon, daß ein dünner Draht, der Hammer und Stift des Unterbrechers verbindet, den Condensator eini-

germaßen zu ersetzen vermag, während Poggendorff dieß Ersatzmittel für unvollkommen hält. Um die Wirkung eines solchen Drahtes zu prüfen, schaltete ich in eine kurze Leitung zwischen den angegebenen Apparatheilen die verschiedenen Drahtstücke ein, welche die Widerstände eines Siemens'schen Rheostaten bildeten. Dabei waren die messingenen Elektroden so befestigt, daß ohne der Nebenleitung bei Anwendung des Condensators ein continuirlicher Funkenstrom sie verband. Wurde der Condensator entfernt und die Nebenleitung geschlossen, so war durchaus kein Funken zwischen den Elektroden wahrnehmbar, gleichviel welcher Widerstand des Rheostaten eingeschaltet wurde. Dagegen verschwanden auch die hellen Funken zwischen Stift und Feder des Unterbrechers fast ganz, die beim Herausnehmen des Condensators sogleich erschienen waren. Das Maximum dieser Wirkung zeigte sich, wenn in der Nebenschließung der Widerstand etwa 2 Q. E. betrug. Dabei war der Widerstand der Hauptrolle nur etwa 0,15 Q. E. Aehnliches hat Poggendorff erzielt, indem er die Unterbrechungen des primären Stromes in Flüssigkeiten von geringer Leitungsfähigkeit vor sich gehen ließ.

VI. Das Eisendrahtbündel.

Zu den oben erwähnten schädlichen Nebenwirkungen des inducirenden Stromes gehören nächst den Extrastömen diejenigen Ströme, welche beim Schließen und Oeffnen der Hauptrolle im Eisenkern inducirt werden und welche die Richtung der Extrastöme haben, also die beabsichtigte Inductionsthätigkeit des Apparates schwächen. Diese den Eisenkern umkreisenden Ströme sind der Grund, weshalb man demselben die Gestalt eines Bündels giebt. Daß überhaupt die Zuckungen, welche durch einen elektrischen Strom mit Spirale und Eisenkern erregt werden, sehr viel kräftiger sind, wenn der Eisenkern aus dünnen Stäben besteht, als wenn er massiv ist, wurde empirisch

schon von Bachhoffner und Sturgeon ¹⁾ gefunden, eine Erklärung aber gab erst Magnus ²⁾ durch seine an verschieden geformten Eisenkernen ausgeführten Beobachtungen. Derselbe stellte zuerst fest, daß der Vorzug des Drahtbündels nur von einer im Augenblick des Schließens und des Oeffnens eintretenden Inductionswirkung abhängen könne, weil die magnetische Wirkung eines Drahtbündels und eines Eisencylinders von gleichem Gewicht bei Anwendung eines constanten Stromes keinen Unterschied zeigten. Dann wies Magnus nach, daß das Zustandekommen der schädlichen Induction durch Vorhandensein eines leitenden Cylindermantels innerhalb der Spirale bedingt sei, daß die Induction aber aufhöre, sobald der Cylinder der Länge nach aufgeschlitzt werde. Hieraus geht hervor, daß die erwähnte Induction in nichts anderem besteht, als einer Stromerregung auf der cylindrischen Oberfläche des Eisenkernes symmetrisch zur Axe und in solcher Richtung, daß die elektromagnetische Wirkung dieses Stromes der des im Eisen inducirten Magnetismus entgegengesetzt ist. (Hierdurch ist die Einrichtung der in der Medicin benutzten Inductionsapparate begründet, deren Wirkung man durch Einschieben einer cylindrischen Messingröhre zwischen Hauptrolle und Drahtbündel beliebig verringern kann.)

Nun bieten zwar auch die Drähte des Bündels der Induction cylindrische Oberflächen, und es muß angenommen werden, daß in ihnen auch Ströme inducirt werden, aber diese haben nur geringe Intensität, üben also eine sehr viel schwächere Wirkung aus, als der Strom, welcher in einem massiven Eisenkern unter sonst gleichen Umständen entsteht.

Einen weitem Grund für die Bevorzugung des Drahtbündels deutet Magnus ebenfalls an, indem er angiebt, daß eine cylindrische Röhre eines leitenden, nicht magne-

1) W. Sturgeon, *Annals of Electricity*, Vol. I, p. 481.

2) Gustav Magnus, Ueber die Wirkung von Bündeln aus Eisendraht beim Oeffnen der galvanischen Kette. Pogg. Ann. Bd. 48, S. 95.

tisirbaren Körpers, Messing, Neusilber usw. die inducirende Kraft der Spirale für den Beginn der Schließung und Magnetisirung großentheils an sich zu reißen vermag, so daß, wenn die Röhre die nöthige Wanddicke besitzt, das Einschieben eines Drahtbündels in dieselbe nicht von großem Einfluß ist. Dasselbe könnte man auch von der äußern Schicht des massiven Eisenkernes annehmen, so daß ein Theil der magnetisirenden Kraft auf diese Weise verloren ginge, während die Drähte des Bündels keine Schicht von genügender Dicke in ihrer Oberfläche haben. Doch dürfte der Effect dieser Einwirkung beim Inductionsapparat, wo die ganze cylindrische Schicht doch stets der Magnetisirung fähig ist, nicht bedeutend sein.

Poggendorff in seiner schon mehrfach genannten Arbeit über Inductionsapparate vergleicht die Thätigkeit des Eisenkernes mit einer Reflexion, indem derselbe die innere Seite der inducirenden Rolle nach außen zur Thätigkeit bringe, und setzt hinzu, daß man das Drahtbündel, wolle man es wegen der damit verbundenen theoretischen Complicationen trotz seiner praktischen Vortheile fortlassen, ersetzen müsse, indem man eine Hälfte der Inductionsrolle in's Innere der inducirenden hineinverlegte. Darin liegt der Gedanke ausgesprochen, welcher bei der Einführung des Drahtbündels an Stelle des massiven Eisenkernes sowohl als bei der Construction des Condensators der leitende war. Der primäre Strom wirkt inducirend nach allen Seiten auf alle leitenden Körper, die sich in seiner Nähe befinden, darunter auch auf seinen eigenen Träger, die Hauptrolle. Damit nun die in ihm enthaltene Scheidungskraft möglichst ausschließlich den beabsichtigten Zwecken des Apparates zugewandt werde, reducirt man durch die genannten Vorrichtungen die Verluste an Scheidungskraft, welche mit allen Nebenwirkungen verbunden sind, auf ein Minimum und giebt zugleich dem Apparat eine Form, welche den Strom nach möglichst vielen Seiten hin in der gewünschten Weise wirken läßt.

Schließlich sei noch eine Veränderung erwähnt, welche

Pacinotti¹⁾ am Drahtbündel mit Erfolg angebracht hat. Er legte nämlich die Enden eines gebogenen Stahlstabes an die Pole des Elektromagneten eines Rühmkorff'schen Apparates und verstärkte dadurch dessen Wirkung bedeutend. Eine solche Verstärkung, herbeigeführt durch die hinzukommende Wirkung des Stahlstückes, läßt vermuthen, daß der erzielte Effect nicht bloß die Summe der Einzeleffecte ist, welche dem gebräuchlichen Drahtbündel und dem hinzugekommenen Stücke entsprechen, vielmehr scheint der Umstand, daß der ganze Eisenkörper nun einen geschlossenen Ring bildet, ebenfalls Antheil an der erhöhten Wirkung zu haben. Es findet nämlich bei derartiger Anordnung keinerlei Polarität im Eisenkörper statt, und während bei der gewöhnlichen Gestalt des Eisenkernes die magnetische Kraft der in den Endflächen befindlichen Molecule nach außen gerichtet ist und verloren geht, sind nun die Endflächen überhaupt vermieden. Dabei liegt es nahe, den ganzen Apparat in der Weise anzuordnen, daß das Drahtbündel einen zusammenhängenden Ring bildet und in dieser Gestalt von den Spiralen umgeben wird; dann wäre die Wirkung bedeutend stärker, als bei der gewöhnlichen Anordnung desselben Materials, nicht nur wegen der bessern Magnetisirung des Eisenkernes, sondern auch weil die Spiralen dann in ihren einzelnen Theilen einander näher stehen, also besser auf einander wirken können. Doch würde es natürlich praktisch unausführbar sein, einen geschlossenen Ring mit Draht zu umwickeln, und ebenso unmöglich, etwa eine bereits aufgewundene Spirale mit darin befindlichem Eisenkern zusammenzubiegen. Von praktischem Werth ist hierbei also nur die Regel, welche sich für gleichzeitige Anwendung mehrerer Apparate ergibt, daß man nämlich, um die Wirkung von zwei oder mehr Inductionsapparaten möglichst günstig zu combiniren, nicht nur die Spiralen, sondern auch beide Enden der Drahtbündel mit einander verbinden muß. Selbstverständlich kann bei der soeben besprochenen geschlossenen Gestalt

1) *Il nuovo Cimento*, Gennaio, 1872, Ser. 2, Tomo V, VI.

des Eisenkernes vom Neef'schen Hammer keine Anwendung gemacht werden, sondern die Unterbrechung muß auf andere Weise, etwa durch die bei den großen Apparaten von Rühmkorff übliche Pendelvorrichtung, bewirkt werden.

VI. Der Wagner-Neef'sche Hammer.

Bei meinen Versuchen hatte ich als Unterbrecher stets einen Neef'schen Hammer und erkläre daraus die Ablenkung der Multiplicatornadel durch die inducirten Ströme. Die elektromotorische Kraft nämlich, welche beim Entstehen und beim Verschwinden des primären Stromes in der Inductionsspirale erzeugt wird, ist beide Male dieselbe, es geht bei den alternirenden Inductionsströmen immer dieselbe Elektrizitätsmenge, nur mit abwechselnd größerer und geringerer Geschwindigkeit, durch die Leitung; danach könnte also im Multiplicator, wo Ströme entgegengesetzter Richtung auch entgegengesetzte Wirkung hervorbringen, unter sonst regelmässigem Verlauf sich kein Ausschlag zeigen. Wenn ein solcher dennoch stattfindet, ist die Ursache davon in der Construction des Unterbrechers zu suchen, welcher auch in der That eine ausreichende Erklärung zuläßt. Betrachtet man nämlich den Hammer mit der ihn tragenden Feder als Pendel und wendet darauf den Satz an, daß die Schwingungsdauer eines Pendels proportional ist mit der Quadratwurzel aus dem Quotienten von Pendellänge durch Beschleunigung, so folgt, daß die Zeiten, während welcher der Unterbrecher die Hauptrolle geschlossen hält, verschieden sind von denen, in welchen er sie unterbrochen hat. Denn in jenem Falle schwingt nur das Stück der Feder mit, welches zwischen Stift und Hammer liegt, in diesem aber die ganze Feder. Die Beschleunigung wird größer beim Unterbrechen als beim Schließen sein, einmal weil die unterbrechende Bewegung von der magnetischen Kraft des Eisenkernes direct hervorgebracht wird, während die Schwingung bei geschlossener Kette ihre Beschleunigung aus der Rückkehr der Feder

in die Ruhelage hernimmt, und dann besonders, weil bei dieser Rückkehr in die Ruhelage ein Theil der vorhandenen Energie für die Beschleunigung verloren geht, indem die Feder gegen die Spitze des Stiftes schlägt. Danach ist also bei der öffnenden Schwingung sowohl Pendellänge als Beschleunigung größer, als bei der schließenden. Natürlich ist es nicht möglich das Verhältniß beider Schwingungsdauern genau zu bestimmen, weil dabei die Elasticität der Feder, die Lage ihres Schwerpunktes, usw. von Einfluß ist, doch kann wenigstens die Frage leicht entschieden werden, welche Schwingungsdauer die größere sei. Wenn nämlich die eine Art der Inductionsstöße (etwa der erste, dritte, fünfte) längere Zeit hindurch allein auf den Magneten ablenkend wirken kann, als die andere (zweite, vierte, sechste), so wird sie auch stärkere Wirkung ausüben, und der Magnet wird eine Stellung einnehmen, als wirkten alternirende Ströme in gleichmäßiger Folge, deren Intensität aber verschieden ist im Verhältniß der Schwingungszeiten, wie sie thatsächlich stattfinden. Bestimmt man also empirisch die Richtung, nach welcher die Multiplicatornadel von den alternirenden Strömen abgelenkt wird, so folgt daraus unmittelbar, ob Schließungs- oder Öffnungsstrom längere Wirkungszeit haben. Ich habe den Versuch angestellt, indem ich die Inductionsrolle mit einem Multiplicator verband und zuerst die Hauptrolle, in welche ein Grove'scher Becher eingeschaltet war, einmal schloß, dann, nachdem die Nadel sich beruhigt hatte, wieder öffnete, und endlich, als wiederum die Nadel ihre Ruhelage erreicht hatte, den Apparat seine gewöhnliche Thätigkeit mit raschem Wechsel im Öffnen und Schließen beginnen ließ. Die Ablenkung im letzten Fall geschah nach derselben Richtung, wie im ersten, entgegengesetzt der im zweiten Fall. Dadurch ist also bewiesen, daß die Schwingungsdauer der Feder bei der schließenden Bewegung größer ist, als bei der öffnenden, daß der Unterschied an Beschleunigung bei beiden Bewegungen den an Pendellänge überwiegt.

Hierher gehört auch die von mir gemachte Beobachtung, daß die Bewegung der Feder eine um so raschere war, je mehr Widerstand die Inductionsspirale enthielt. Dann ist nämlich die Intensität der inducirten Ströme eine um so geringere, und ebenso ist die von letzteren auf den primären Strom und auf den Magnetismus des Eisenkernes ausgeübte Dämpfung eine kleinere. Es wächst also der momentane Magnetismus des Drahtbündels mit dem Widerstand der inducirten Leitung, und damit natürlich auch die Geschwindigkeit der Unterbrechung. Ich habe mich durch mehrfache Beobachtungen von diesem Vorgange unzweifelhaft überzeugt, freilich immer nur geringe Differenzen in der Tonhöhe der schwingenden Feder wahrgenommen, während die Differenz der Widerstände in der Inductionsrolle die möglichst größte Höhe erreichte, nämlich gleich dem Widerstand der Wassersäule in einer Glasröhre von 460 Mm. Länge und 8 Mm. Weite war. Diese Tönhöhen konnte ich durch rasches Ein- und Ausschalten der Glasröhre fast momentan in einander übergehen lassen und so direct mit einander vergleichen. Bei den nachfolgenden Ablenkungsbeobachtungen dagegen mußte ich mich in Betreff dieser Tönhöhen auf meine auseinanderliegenden Beobachtungen mittelst der Sirene verlassen, welchen keine große Genauigkeit zugeschrieben werden kann. Daher war ich geneigt, den Umstand, daß bei eingeschaltetem Multiplicator die Schwingungszahl kleiner erschien, als beim Dynamometer, als einfachen Beobachtungsfehler unbeachtet zu lassen, denn vom Multiplicator mit seiner Nebenschließung wurde stets ein größerer Widerstand repräsentirt, als vom Dynamometer mit der seinigen, doch fand ich hierfür eine ausreichende Erklärung im Bau des Dynamometers, wovon mehr bei dessen Beschreibung.

Es sei mir noch gestattet eines interessanten und charakteristischen Unterschiedes zwischen den beiden Hauptarten der Inductionswirkung zu erwähnen. Während nämlich oben bei Betrachtung des Condensators und seiner Functionen sich zeigte, daß die physiologische und damit

verbunden auch die Funkenwirkung stärker beim Oeffnungsstrom hervortritt, daß dieser in dem oben (S. 506) definirten Sinne kräftiger als der Schließungsstrom ist, ergibt sich nun, daß in Hinsicht auf galvanometrische Wirkung der Schließungsstrom mehr leistet, da er beim Zusammenwirken mit dem Oeffnungsstrom die Richtung der gemeinsam erzeugten Ablenkung angiebt. Bedurfte es noch eines experimentellen Beweises dafür, daß galvanometrisch die Extraströme der Hauptrolle bedeutungslos sind, so ist derselbe hier gegeben, denn, hinge die Intensität der inducirten Ströme irgendwie von den Extraströmen ab, so müßte der Schließungsstrom, für den der betreffende Extrastrom ungünstig gerichtet ist, galvanometrisch schwächer sein, was, wie sich zeigte, nicht der Fall ist.

VIII. Beobachtungen.

Ich komme zur Beschreibung der galvanometrischen Versuche, die ich mit einem kleinen Inductionsapparat anstellte. Derselbe enthält als Hauptrolle 2 Lagen von je 100 Windungen besponnenen Kupferdrahtes, dessen Dicke 0,86 Mm. beträgt. Die Länge der Hauptrolle ist 88 Mm., ihr Radius für die äußere Lage 9,15 Mm., für die innere 5,70. Die Inductionsspirale hat 10 Lagen von je 300 Windungen; der Draht ist 0,37 Mm. dick. Ihre Länge beträgt 68,83 Mm., die Radien der äußersten und der innersten Lage sind respective 22,5 Mm. und 11 Mm., der Leitungswiderstand der Inductionsrolle ist 600 Q. E. Bei beiden Spiralen sind die einzelnen Lagen durch isolirende Schichten starken Papiere, das mit Stearin getränkt ist, von einander getrennt. Der Eisenkern besteht aus 150 cylindrischen Eisendrähten von je 0,51 Mm. Dicke, welche zusammen ein Bündel von 9,1 Mm. Dicke bilden. Er ist 107,16 Mm. lang, und sein Centrum ist von dem der Spiralen um 6,62 Mm. entfernt, so daß er am Unterbrecher hervorragt. Dieser letztere ist auf die gewöhnliche Weise construirt, die Länge der Feder vom Punkte ihrer Befestigung

stigung bis zum ungefähren Schwerpunkt des Hammers beträgt 24,95 Mm. von der Spitze des Stiftes bis ebendasselbst 13,87 Mm. Im Fuß des Apparates befindet sich ein Condensator von etwa 160 Mm. Länge und 70 Mm. Breite, bestehend aus zwei ineinander geschobenen Systemen von Stanniolplatten, deren Enden abwechselnd an beiden Seiten aufwärts umgebogen sind und an Messingfedern zu liegen kommen, welche das eine Plattensystem mit dem Hammer, das andere mit dem Stift verbinden. Die einzelnen Platten sind von einander durch Papierblätter isolirt, welche mit Stearin getränkt sind. Die Enden der Inductionsrolle führen zu Klemmschrauben, in denen man die zum Apparat gehörigen messingenen Elektroden oder die Enden der zum Galvanometer führenden Leitung befestigen kann. Obige Angaben über die Dimensionen der Spiralen enthalten nur eine beschränkte Genauigkeit, weil ich die inneren Theile des Apparates nicht selbst messen konnte, sondern auf die nicht sehr genauen Angaben, welche der Verfertiger Hr. Apel mir machen konnte, angewiesen war. Die Anordnung der Versuche war nun darauf gerichtet, die Intensität des primären Stromes, die Zahl seiner Unterbrechungen in der Secunde und deren Einwirkung auf seine elektromagnetische Thätigkeit, sodann die Intensitäten derjenigen Ströme zu bestimmen, welche den Summen der von den Schließungs- respective von den Oeffnungsströmen ausgeführten Stöße entsprachen. Die Intensität des primären Stromes wurde an einer gewöhnlichen Tangentenboussole mit einfachem Drahtkreise gemessen, der Strom selbst durch einen vierzelligen Commutator, wie ihn W. Weber beschreibt ¹⁾, nach Bedarf geschlossen, unterbrochen und gewendet. Die Schwingungszahl des Hammers, welche mit der Zahl der Schließungen und Unterbrechungen identisch ist, ergab sich aus der Höhe des Tones, den die rasche Bewegung hervorrief; dabei war die Schwingungszahl immer nur wenig von 100 verschieden, so daß in jeder Richtung 100 In-

1) Elektrodynam. Maafsbest. V, S. 658.

ductionsstöße auf die Secunde kamen. Diese Tonhöhe bestimmte ich mittelst einer Sirene, die sammt Blasebalg und Schlagwerk neben dem Inductionsapparat aufgestellt war. Zugleich machte ich während der Bewegung des Unterbrechers nochmals eine Ablesung an der Tangentenboussole, um ein Maass für die Verminderung zu haben, welche der primäre Strom durch die Unterbrechungen erlitt. Die alternirenden Ströme in der Inductionsröhre mußten nun in einer Weise zur Wahrnehmung gebracht werden, welche es ermöglichte, durch geeignete Combination der Beobachtungen beide Stromarten theoretisch von einander zu trennen und gesondert zu berechnen¹⁾. Diefß geschah durch correspondirende Beobachtungen an einem empfindlichen Multiplicator und einem Elektrodynamometer, wobei die Ablenkungen in jenem als Maass für die Differenz von Schließungs- und Oeffnungsstrom, in diesem für die Summen der Quadrate beider, dienten. Das letztere erhellt sogleich daraus, daß im Multiplicator entgegengesetzt gerichtete Ströme entgegengesetzte Wirkung haben, während die Ablenkung im Dynamometer bekanntlich von der Richtung des Stromes unabhängig ist. Eine gleichzeitige Ablesung beider Ablen-

1) Ich hatte anfangs beabsichtigt, die Oeffnungs- und die Schließungsinduction gesondert zu beobachten, indem ich zu ihrer Trennung den Neef'schen Hammer durch einen Dove'schen Disjuncter ersetzen wollte (Pogg. Ann. Bd. 63, S. 512), dessen Enden mit beiden Rollen des Inductionsapparates verbunden wären. Dabei fand ich, daß die solidere Form, welche Wiedemann (Galvanismus, II, S. 624) diesem Apparat gegeben hat, noch einer Vereinfachung fähig ist. Man kann nämlich die beiden von W. beschriebenen Scheiben, deren Peripherie die abwechselnd leitenden und nichtleitenden Streifen trägt, durch eine einzige ersetzen, sobald man die beiden Federpaare, welche die Stromschließung vermitteln, nicht neben, sondern über einander anbringt. Dann muß das eine der letzteren verstellbar sein, um beide Ketten zugleich oder abwechselnd schließsen zu können. Ich gab diesen Gedanken aber auf, einmal, weil sich bei der Herstellung des Apparates Schwierigkeiten boten, und dann, weil eine regelmäßige Drehung der Scheiben mit genau meßbarer Geschwindigkeit nicht leicht herbeizuführen gewesen wäre.

kungen konnte ich nicht erzielen, sowohl weil ein zweiter Beobachter fehlte, als auch weil bei der verschiedenen Empfindlichkeit der beiden Apparate derselbe Strom nicht zugleich in beiden eine geeignete Wirkung hervorbringen konnte. Ich hatte daher die von der Inductionsrolle kommenden Drähte zu einem sechszelligen Commutator geführt, welcher sie je nach seiner Einstellung mit den Zuleitungsdrähten des Multiplicators oder mit denen des Dynamometers verband. Außerdem machte die starke Empfindlichkeit der Beobachtungsapparate noch eine Stromtheilung nothwendig der Art, daß die beiden Zuleitungsdrähte unmittelbar am Apparat selbst durch eine Nebenleitung mit eingeschlossenem Rheostaten verbunden wurden. Waren dann die Intensitäten in der Hauptleitung, im Apparat und in der Nebenschließung respective J_0 , J_i , J_{ii} , die Widerstände w_0 , w_i , w_{ii} , so war nach Kirchhoff's Sätzen ¹⁾:

$$J_{ii} = J_i \frac{w_i}{w_{ii}}$$

$$J_0 = J_i + J_{ii} = J_i \left\{ 1 + \frac{w_i}{w_{ii}} \right\},$$

und die elektromotorische Kraft, welche überhaupt wirkte, gleich der Summe der in den 3 Theilen der Leitung wirkenden elektromotorischen Kräfte, also:

$$E = J_i \left\{ w_0 \left(1 + \frac{w_i}{w_{ii}} \right) + 2w_i \right\}.$$

Es genügt daher, neben den beobachteten Ablenkungen die Kenntniß sämmtlicher Widerstände, um die elektromotorische Kraft zu finden, welche einmal der Differenz, einmal der Summe zweier aufeinanderfolgender Inductionsstöße entspricht. Die Empfindlichkeit bestimmte ich beim Multiplicator mittelst eines thermo-elektrischen Stromes mit der noch im hiesigen physikalischen

1) G. Kirchhoff, Ueber den Durchgang eines elektr. Stromes durch eine Ebene, insbesondere durch eine kreisförmige. Pogg. Annal. Bd. 64, S. 513.

Cabinet vorhandenen Neusilber-Kupfer-Kette, die Kohlrausch¹⁾ beschreibt, beim Dynamometer durch directe Vergleichung mit einer Tangentenboussole unter Anwendung eines Zink-Kohlen-Bechers. Die Beobachtungen selbst geschahen in folgender Weise. Zuerst wurden die Ruhelagen am Multiplicator und Dynamometer als Mittel aus je 7 Elongationen durch Spiegelablesung mit Fernrohr und Scale bestimmt, dann durch den kleinen Commutator der Batteriestrom einfach geschlossen, und die von ihm hervorgebrachte Ablenkung in der Tangentenboussole abgelesen. Hierauf wurde durch den größern Commutator die Inductionsrolle mit dem Multiplicator geschlossen, durch eine kleine Erschütterung des Inductionsapparates der Hammer des Unterbrechers in Bewegung gesetzt, seine Schwingungszahl mit der Sirene bestimmt, an der Tangentenboussole wieder abgelesen, und endlich die im Multiplicator erfolgte Ablenkung als Mittel aus 11 Elongationen bestimmt; dann der größere Commutator gewendet, für das Dynamometer wiederum Tangentenboussole, Sirene und Ablenkung beobachtet, und schließlich der kleinere Commutator geöffnet, um nach nochmaliger Bestimmung der Ruhelagen bei umgekehrter Stellung des kleinen Commutators den zweiten Satz von Beobachtungen zu beginnen, bei welchem nun das Dynamometer vor dem Multiplicator beobachtet wurde.

Die Tabelle I giebt unter J die Ablenkung der Tangentenboussole durch den constanten Batteriestrom, unter t und t' die Schwingungszahlen des Hammers für beide Schließungen, ebenso unter J_0 und J_0' die Ablenkungen der Tangentenboussole durch den intermittirenden Batteriestrom, unter α und α' die Ablenkungen im Multiplicator und Dynamometer in Scalentheilen und unter $w_{\text{„}}$ und $w_{\text{„}}'$ die in den Nebenleitungen eingeschalteten Rheostatenwi-

1) F. Kohlrausch, Ueber einige hydro- und thermo-electrische Kräfte, zurückgeführt auf Siemens'sches Widerstandsmaafs und Weber'sches Strommaafs. Pogg. Ann. Bd. 141, S. 459.

derstände. Dabei betrug die Entfernung zwischen Spiegel und Scale beim Multiplicator

$$l = 2343,0 \text{ Mm.}$$

beim Dynamometer:

$$l' = 2650,7 \text{ Mm.}$$

und die Empfindlichkeitsconstante war beim Multiplicator:

$$M = 0,0011623$$

beim Dynamometer:

$$M' = 0,0015734,$$

d. h. die wirkenden Intensitäten waren respective:

$$J_1 = \frac{a}{l} M; \quad J'_1 = \sqrt{\frac{a'}{l'}} M'.$$

Der Leitungswiderstand der Inductionsrolle mit den Zuleitungsdrähten betrug im Siemens'schen Quecksilbermaafs 600 Q. E., im Multiplicator 2438,770 Q. E., im Dynamometer 2694,529 Q. E. Wenn schon die kleinen Differenzen der Zahlen l und l' darauf hinwiesen, daß das Dynamometer raschere Schwingungen herbeiführte, als der Multiplicator, so geht dasselbe mit Sicherheit aus dem Umstande hervor, daß J'_0 dauernd größer war als J_0 (mit alleiniger Ausnahme von No. 25 in Tab. I, wo aber der Unterschied nur sehr gering ist). Die Erklärung dieser Erscheinung aus dem Bau des Dynamometers scheint mir folgende zu sein. Jeder Strom, welcher beide Rollen des Dynamometers durchfließt, strebt, dieselbe in eine solche relative Lage zu versetzen, daß der von ihren positiven Stromnormalen (wie dieser Begriff S. 492 definirt wurde) gebildete Winkel verringert wird. Eine solche Ablenkung ist während der Thätigkeit des Inductionsapparates dauernd vorhanden und hat zur Folge, daß die Stromstücke in beiden Rollen, welche in der Ruhelage gar nicht auf einander inducirend wirken würden, nun beim Entstehen jedes neuen Inductionsstromes einander schwächen. Diese Schwächung bezieht sich freilich ebenso wenig auf die bewegte Elektrizitätsmenge, wie bei der oben besprochenen Erregung der Extraströme, sie läßt aber die Bewegung der Elektrizität

in den Inductionsströmen langsamer vor sich gehen. Dadurch werden dieselben bei ihrem Entstehen geringere Intensität haben, als ihnen ohne die Wechselwirkung der Rollen zukäme, der Magnetismus des Eisenkerns wird also schneller erregt und verschwindet schneller durch die genannte Wirkung, und da die magnetische Wirkung des Eisenkernes die Thätigkeit des Unterbrechers regelt, wird die Bewegung des Hammers durch jene Induction beschleunigt. Daraus erklärt sich, daß t' und J_0' größer als t und J_0 , denn es erhellt, daß die Wirkung dieser innern Induction im Dynamometer einen sehr viel größern Effect haben muß, als der stärkere Leitungswiderstand im Multiplicator, da ja die Differenzen im Widerstand schon sehr bedeutend sein mußten, sollten die Unterschiede in der Tonhöhe merkbar sein.

Aus obigen Angaben ist Tabelle II berechnet, welche unter E und E' die in beiden Apparaten beobachteten elektromotorischen Kräfte enthält, und zwar durch Multiplication der für das Dynamometer erhaltenen Werthe E mit $\frac{t}{t'}$ auf gleiche Schwingungszahlen reducirt. Die dritte Columnne dieser Tabelle giebt das Verhältniß der beim Oeffnen und beim Schließen inducirten elektromotorischen Kräfte an. Die Unregelmäßigkeiten dieser Quotienten stehen im genauen Zusammenhang mit den Angaben der Columnne $w_{,,}$ in Tabelle I; je mehr Widerstand nämlich die Nebenschließung am Multiplicator enthielt, um so kleiner war die Intensität der Inductionsströme, um so weniger dämpften diese die Intensität des Batteriestromes in der Hauptrolle und des Magnetismus im Eisenkern. Dann wurde also der Hammer durch den Eisenkern kräftiger angezogen, die Unterbrechungen wurden rascher. Demnach muß mit $w_{,,}$ auch E wachsen, während $w_{,,}'$ meistens denselben Werth hatte, es muß also der Quotient $\frac{E' + E}{E' - E}$, welcher mit E wächst, sein Maximum und Minimum in denselben Fällen erreichen, wie $w_{,,}$. Die Tabellen bestätigen dies. Wenn davon in der Columnne t nichts zu bemerken, so ist der

Grund dafür in der unvollkommenen Beobachtungsweise zu suchen, welche für t in der Sirene gegeben war.

Bevor ich nun schliesslich die Tabellen mittheile, welche meine Ablenkungsbeobachtungen enthalten, erfülle ich eine angenehme Pflicht, indem ich dem Assistenten am hiesigen physikalischen Institut, Hrn. Privatdocenten Dr. Riecke, meinen Dank sage für manche werthvolle Andeutung und Unterstützung bei der Vorbereitung und Ausführung der Untersuchung.

Tabelle I.

No.	J	t	J_0	a	w_{II}	t'	J'_0	a'	w'_{II}
1.	33,30	110,00	19,00	146,37	2000	117,64	22,60	310,25	200
2.	33,00	100,00	14,20	60,21	1000	101,65	16,45	440,44	200
3.	26,15	101,65	10,45	107,76	1500	102,55	13,95	447,47	200
4.	27,05	103,45	13,95	97,18	1500	104,36	14,85	426,20	200
5.	18,10	96,77	11,05	137,52	1500	97,57	13,85	369,17	200
6.	19,10	96,77	11,00	113,88	1500	101,65	14,10	422,07	200
7.	24,40	96,77	12,50	95,55	1500	98,36	14,90	438,85	200
8.	39,90	101,65	21,90	181,65	1400	103,45	24,15	372,30	200
9.	39,05	101,65	22,00	294,71	1400	103,45	23,95	382,30	200
10.	39,40	101,65	21,40	326,06	1400	103,45	24,15	367,30	200
11.	39,90	100,00	21,10	273,55	1400	101,65	24,00	337,30	200
12.	34,00	103,45	18,50	200,54	2000	107,14	21,10	249,71	200
13.	32,20	101,65	17,15	131,18	2000	103,45	19,90	229,20	200
14.	33,90	103,45	18,5	177,43	2000	107,14	20,70	221,84	200
15.	33,80	101,65	18,4	186,98	2000	103,45	20,75	213,24	200
16.	35,20	101,65	18,5	211,91	2000	103,45	20,90	242,83	200
17.	34,90	101,65	18,1	241,90	2000	103,45	21,10	253,14	200
18.	26,15	101,65	18,26	348,69	3000	103,45	20,35	324,55	300
19.	29,14	101,65	15,94	279,12	3000	103,45	19,00	335,70	300
20.	34,0	103,45	25,10	228,32	1000	101,65	27,1	96,00	150,55
21.	37,6	100,00	24,7	111,03	1000	101,65	25,8	91,80	150,55
22.	39,9	98,36	26,0	294,11	1000	100,00	28,0	144,60	150,55
23.	40,4	107,14	30,9	76,79	500	98,36	31,1	331,30	150,55
24.	42,1	98,36	33,1	115,21	500	100,00	35,0	618,50	150,55
25.	43,9	100,00	30,0	73,20	500	98,36	29,4	488,50	150,55
26.	30,9	101,65	21,9	214,54	1500	103,45	25,0	102,10	150,55
27.	33,6	101,65	22,9	71,83	1000	103,45	26,0	77,20	150,55
28.	34,8	101,65	23,9	94,54	700	103,45	37,1	194,20	150,55

Die unregelmässige Zahl 150,55 in der letzten Columne rührt von einem Rheostaten her, der lange ausser Gebrauch

gewesen, und für dessen Widerstand ich bei einer besonderen Bestimmung die angegebene GröÙe fand.

Tabelle II.

No.	E	E'	$\frac{E' + E}{E' - E}$
1.	0,4508	7,4182	1,1294
2.	0,2073	8,8387	1,0480
3.	0,3450	8,9047	1,0806
4.	0,3111	8,6947	1,0742
5.	0,4402	8,6524	1,1072
6.	0,3646	8,4110	1,0906
7.	0,3059	8,8635	1,0715
8.	0,5878	8,1536	1,1554
9.	0,9536	8,2623	1,2610
10.	1,0551	8,0986	1,2996
11.	0,8852	7,7701	1,2572
12.	0,6327	6,5616	1,2134
13.	0,4041	6,3975	1,1349
14.	0,5466	6,1842	1,1939
15.	0,5759	6,1701	1,2059
16.	0,6527	6,5845	1,2201
17.	0,7451	6,7382	1,2487
18.	1,0319	6,1688	1,4018
19.	0,8260	6,2599	1,3040
20.	0,7862	6,7429	1,2640
21.	0,3823	6,3738	1,1276
22.	1,0127	7,9981	1,2900
23.	0,3201	13,4009	1,0489
24.	0,4803	16,5415	1,0598
25.	0,3052	15,1950	1,0410
26.	0,6868	6,7139	1,2279
27.	0,2473	5,8381	1,0885
28.	0,3549	9,2595	1,0797

Göttingen, im August 1872.