
RELAZIONI FRA LA TRAZIONE E LA TORSIONE DEI FILI METALLICI SOTTILI.**G. ERCOLINI.**

1. Le teorie della elasticità, generalmente ammesse, danno delle relazioni fra le diverse costanti di torsione (tre coppie speciali e due angoli di torsione corrispondenti a due di esse) secondo le quali, assoggettando un filo metallico contemporaneamente a torsione e a trazione, varierebbe il solo valore della torsione limite, di cui si ammette l'esistenza insieme alla trazione limite.

Queste teorie però non tengono alcun conto nè della velocità con la quale si opera la torsione, nè dei complessi e vari fenomeni che si verificano durante la torsione stessa, come, fra gli altri, l'allungamento da essa prodotto in un filo a tensione costante ¹⁾, nè del fatto che l'isotropia della materia si altera durante una deformazione; e si trovano poi del tutto insufficienti a spiegare le deformazioni permanenti che può subire un corpo.

Da qui la necessità di moltiplicare le esperienze intorno ai complicati fenomeni elastici che presentano i solidi reali, non tanto per trovare delle relazioni finite, chè troppo grande è il numero delle variabili, ma la forma, ancora sconosciuta, delle equazioni differenziali che li regolano; purchè però, abbandonando i metodi di ricerca troppo primitivi che hanno prevalso con grande insistenza, si impongano alle forze agenti variazioni conosciute e continue e si seguano in ogni istante i loro effetti.

In questo studio mi sono proposto di ricercare come si alterino le curve di torsione e di trazione di un filo metallico sottile, quando venga assoggettato contemporaneamente alle due deformazioni mutevoli in modo uguale, costante e ben definito.

1) Bouasse. *Annales d. Ch. et de Phys.* 7. s., t. 29, 1903.

Come legge, teoricamente importante, della loro variazione ho scelto la sinusoidale nel tempo a lungo periodo, ed ho esaminato

la reciproca influenza delle due deformazioni, per tre differenti valori della loro intensità, quando tra i movimenti alternativi sinusoidali che le producono si stabilisce una differenza di fase variabile da zero a 180° ;

e, alla fine del terzo periodo, le curve di torsione sotto la massima tensione subita e di trazione ad azimut costante e nullo.

Riferisco i risultati principali; di alcune osservazioni che ho avuto occasione di fare nel lungo corso delle esperienze e di altre che riporto in succinto, mi occuperò particolarmente in seguito sia per brevità, sia perchè meritano un più attento esame.

Voglio soltanto osservare che in una ricerca come la presente, in cui vien meno il soccorso della teoria e che ha per scopo lo studio di fenomeni nei quali le grandezze che si considerano come funzioni dipendono in ogni istante da tutti gli stati precedenti delle variabili, non resta che moltiplicare d'assai le esperienze, dalle quali, per lo stato poco progredito delle nostre conoscenze intorno alle deformazioni, non sarebbe prudente trarre altro che conclusioni semplicemente qualitative.

Io ho già esaminato ben 120 fili, e, per quanto abbia cercato di limitarmi, ho dovuto perciò riportare un discreto numero di tavole numeriche, supplendo con delle figure agli altri risultati non riferiti.

2. Ho studiato i fili di rame perchè questo metallo è senza proprietà eccezionali, si trova sufficientemente puro in commercio, e presenta il vantaggio di rincuocersi a temperature relativamente basse.

Una questione assai complessa è quella della quantità del materiale necessario.

Poichè l'esperienza, quando non è proprio grossolana, prova, al contrario di ciò che la pretesa somiglianza (rilevata pel primo dal Wiedemann¹⁾) dei fenomeni di magnetizzazione,

1) Pogg. Ann. t. 106 e Wied. Ann. t. 6.

con quelli di deformazione permanente aveva fatto ritenere, che ogni azione elastica incrudisce un filo, cioè lo modifica, lo trasforma, e che è impossibile di diminuire il suo incrudimento con deformazioni permanenti convenientemente scelte, è indispensabile di eseguire ogni esperienza su di un filo *nuovo* che, cioè, non abbia mai subito deformazioni di sorta. E il possederne molti perfettamente uguali dal punto di vista delle loro proprietà elastiche è assai difficile, poichè il filo del commercio, anche se di diametro uniforme, è inegualmente incrudito e piegato; ciò che non è da trascurarsi ove si pensi che le deformazioni della materia dipendono, non solo dalla variazione della sua forma geometrica, ma anche dalla *natura* delle forze con le quali essa è ottenuta. Si può sperare di conseguire, per quanto è possibile, lo scopo se presi molti fili, della stessa provenienza, si raddrizzano ugualmente stirandoli nello stesso modo e dello stesso tanto per cento, e si assoggettano poi tutti insieme al medesimo rincuocimento che ha per effetto di portarli allo stesso stato di omogeneità.

Ognuna di queste operazioni richiede però delle cure speciali.

Disteso con precauzione il filo di un'unica matassa, di ottima qualità, l'ho fatto in pezzi di 120 cm. l'uno ed ho scartato tutti quelli che presentavano il minimo difetto. Poichè la loro necessaria lunghezza era troppo scomoda per operare un buon rincuocimento, ho piegato ciascun pezzo nel mezzo e, passando la piegatura attorno ad un esile cilindretto fisso, ho applicato ad ogni ramo un peso di 250 g.; sotto questa tensione ho serrato le due estremità in una morsa opportunamente guidata fra due arresti: spostandola dall'uno all'altro, ho prodotto l'allungamento complessivo del 1,7%, sufficiente per dare ai fili un'esatta rettificazione.

Seicento di questi così preparati li ho introdotti in un tubo di ottone chiuso ad un estremo, e, dopo aver turato l'altro con tappo a vite che, per mezzo di amianto, assicura una buona tenuta, l'ho immerso entro un largo bagno di arena, riscaldabile con due bruciatori lineari a 40 fiamme. Un altro tubo, lungo e stretto, parte dal primo, si piega in basso,

e finisce col portare immasticiata una storta di vetro contenente un pezzo di fosforo per potere, riscaldando, assorbire l'ossigeno e rincuocere così i fili nell'azoto. La temperatura del bagno vien data da otto coppie (dispari) ferro-argentana, uniformemente distribuite intorno al primo tubo, in serie con altre sette (pari), mantenute a 15° C., e con un galvanometro Nobili.

Il riscaldamento è proceduto lentamente: dopo due ore si è raggiunto la temperatura di 200° C., e dopo altre due quella di 290° C., alla quale si è mantenuto per due ore. Il raffreddamento, molto lento, è stato completo solo dopo dieci ore.

I fili così trattati presentano i colori delle lamine sottili, e son tutti del diametro uniforme di cm. 0,04.

Apparecchi.

3. Per stirare e torcere contemporaneamente un filo, poichè bisogna fissarlo ad un estremo ed esercitare la trazione dall'altro che deve rimanere sempre del tutto libero, non resta che operare la torsione alla sua metà.

Entrambi le deformazioni sono prodotte dal seguente apparecchio, mosso di moto praticamente uniforme da uno speciale movimento di orologeria a caduta di peso ¹⁾. (fig. 1)

Ad un grosso asse orizzontale di acciaio *k*, girevole a perfezione entro due cuscinetti di bronzo *a*, sono avvitate tre ruote di legno, una nel mezzo e due alle estremità, che vi si assicurano, in azimut opportuni, mediante coppie di anelli a vite. La prima *b*, del diametro di cm. 50, porta alla periferia otto spranghe di ferro *c*, fra loro ad ugual distanza, che sporgono per 25 cm. e alla loro estremità libera è uniformemente distribuita una massa complessiva di 30 kg. La *e* del diametro di cm. 30 è collegata col motore, ed ha fissata, ester-

1) Non è facile ottenere un moto lento e uniforme da un movimento di orologeria a molti ingranaggi, e le prove che ho fatto con ben cinque apparecchi diversi, in apparenza buoni, sono rimaste infruttuose. Ho risolto la questione, in modo molto soddisfacente, adottandone uno costituito da un solo ingranaggio, collegato, mediante una trasmissione a corda di seta, a una vite perpetua che comanda un regolatore a grande inerzia e a larghe palette.

namente lungo un diametro, una robusta sbarra di legno f atta a sostenere l'asse orizzontale di una piccola carrucola g ,

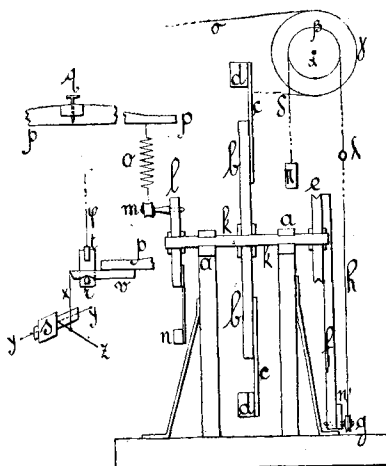


Fig. 1.

nella cui gola fa capo l'estremo di un filo metallico h , destinato a produrre la torsione. La terza ruota l (diametro cm. 30) regge eccentricamente l'asse orizzontale di una carrucola a larga gola m .

4. *Trazione.* — Su m poggia l'estremo di una leva di legno lunga 380 cm., perpendicolare all'asse k e girevole all'altro capo intorno ad un asse orizzontale della lunghezza di 60 cm. Opportune masse, compensate convenientemente dalla n , assicurano il suo continuo contatto con la m . Quando l ruota, imprime al capo libero di questa leva un movimento alternativo sinusoidale che, mediante una spirale cilindrica o , viene comunicato al braccio di una seconda leva p lunga 125 cm., girevole nel suo mezzo intorno a due punte q distanti 40 cm. L'altro estremo di p finisce con una robusta striscia di ferro v , munita di una fenditura nella quale entra una lastra di ottone r che porta la madrevite di un cilindretto di ottone t , nel cui asse viene a fissarsi l'estremo del filo ϕ in esperienza, mentre in basso è munita di un coltello di acciaio che si insinua in un solco praticato in v . Qualunque sia il movimento della p , la r si mantiene così sempre verticale

e in un azimut costante, indipendente cioè dalla torsione di ϕ .

Per misurare gli allungamenti di questo, mediante un breve filo di seta x , regolabile in lunghezza, i movimenti di v si trasmettono al sostegno girevole di uno specchio, costituito da un corto e sottile filo di ottone, fortemente teso fra due punti y , sul quale è saldata una lastrina metallica che sorregge uno specchio s e porta anche inferiormente un opportuno smorzatore a olio (non rappresentato nella figura). Spostando l'attacco di x con un cilindretto metallico z saldato perpendicolarmente alla lastrina, si possono ottenere diverse sensibilità. Davanti allo specchio è collocata una scala verticale lunga 210 cm., divisa in mm. e piegata in cerchio di 2 m. di raggio col centro in s , mentre il cannocchiale dista da questo circa 1 m.

5. *Torsione*. — Il filo h fa molti giri nella gola piana e larga di una carrucola di legno β , di 8 cm. di diametro, e vi fissa la sua estremità. Sull'asse orizzontale α , girevole entro coni a vite, si trova una seconda carrucola uguale a β dalla cui gola parte un secondo filo δ che, dopo diversi avvolgimenti in senso inverso a quello di h , viene a sostenere un peso π necessario a tenere h in continua e costante tensione. In virtù dell'eccentrico f e purchè si abbia cura di compensare con una massa n , collocata verso l'estremo di f , l'azione di π , la rotazione della puleggia e imprime all'asse α un moto alternativo sinusoidale, che si comunica al filo in esame mediante una terza carrucola γ , col raggio di 8 cm., solidale con le α e β , e la trasmissione a cordone di seta σ mantenuto in costante tensione.

A questo punto si presenta una difficoltà tecnica abbastanza grande.

Affinchè un'esperienza di torsione sia fatta correttamente, è indispensabile che, in ogni istante, si possa conoscere non solo il valore della rotazione, ma anche quello della coppia destata; quindi occorre un dinamometro a indicazioni continue. Ma nel caso presente, dovendo esercitare la torsione nel mezzo del filo, che per effetto della trazione si sposta continuamente, non resta che trasmettervi il movimento mediante

il dinamometro stesso, a condizione però di collegarlo al filo con una disposizione che lasci a questo libertà di allungarsi e permetta di dedurre la coppia in qualunque istante e con continuità. Ho definitivamente adottata la seguente :

L'estremità superiore del filo verticale ϕ in esperienza è saldata ad un cilindretto a (fig. 2) che si avvita ad un grosso pezzo di ferro b serrato con forza in una robusta mensola murata z . Verso la parte inferiore b è foggiate a cono sul quale è adattata a perfezione una ruota di ottone c che, per mezzo del cordone σ passante per la gola di una puleggia di legno d , può ruotare con lievissimo e costante attrito. Al di sotto la c porta un grosso anello di ottone sul quale, con tre viti, può fissarsi un cilindro cavo di ottone o (bucherellato perchè l'aria vi circoli liberamente) il cui asse coincide con ϕ e dal quale pende un dinamometro-trifilare.

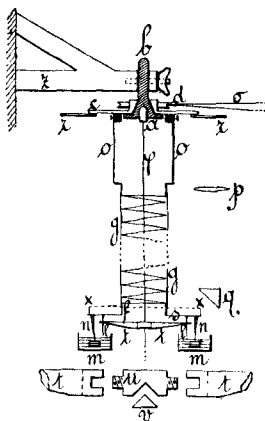


Fig. 2.

Consta questo di una spirale cilindrica di filo di ferro, di cm. 0,1 di diametro, ricoperto di rame; ha 92 spire larghe cm. 6, è lunga 40 cm. e la sua estremità inferiore è saldata ad un pezzo di tubo di ottone f da cui partono tre sottilissimi fili di rame argentato, di ugual lunghezza, che vanno a far capo ad o , mantenendosi esattamente paralleli e a 120° fra loro; servono a mantenere costante la lunghezza della spirale. Dall'anello f partono due strisce orizzontali metalliche s , di-

sposte sullo stesso diametro, verso le estremità delle quali sono saldati, verticalmente e in basso, due aghi da cucire l alla distanza di 8 cm.; essi passano per l'appunto in due fori praticati in una cannuccia di ottone t che si salda, come dirò poi, alla metà del filo ϕ , il quale, pure essendo libero di allungarsi, resta così permanentemente collegato alla spirale, in qualunque senso avvenga la torsione. Il sistema dell'anello f e della canna t è il più leggero possibile: del resto due sottili strisce di legno n vengono a pescare in una vaschetta circolare m contenente olio di oliva e smorzano completamente le oscillazioni.

Seguendo il metodo usato in mie ricerche precedenti¹⁾, mediante un cannocchiale a largo obbiettivo, una lente p e un prisma a riflessione totale q , osservo contemporaneamente due scale circolari: una r fissata in alto a c , l'altra x , con 360 divisioni di 1 mm., sostenuta sulle s da un nastrino di magnesio. Durante la torsione si vedono le scale muoversi in sensi opposti²⁾, e poichè si portano a immediato contatto i contorni utili delle loro immagini, è facile, in qualunque momento, stabilirne le posizioni rispetto al reticolo. Da queste letture si deducono le rotazioni delle due estremità del dinamometro e si viene così a conoscere, in ogni istante, la rotazione del filo e , per differenza, quella del solo dinamometro che fornisce il valore della coppia.

Non è da temersi che questo dinamometro complichì coi suoi fenomeni elastici lo studio di quelli dei fili, poichè anche rotazioni enormi producono in una spirale deformazioni permanenti insignificanti. Del resto più di una volta ho controllato le sue indicazioni mediante lo spostamento di masse attaccate a lunghi fili verticali, ed ho sempre riscontrato la proporzionalità, praticamente perfetta, fra le coppie e le rotazioni; ciò che mostra l'influenza trascurabile del trifilare e delle forze che durante la torsione si producono lungo l'asse della spirale.

1) Nuovo Cim. gennaio 1905.

2) E non nello stesso senso come, per errore, è stampato nella mia Nota citata.

Esperienze.

6. Torcere un filo nel mezzo equivale a studiare due fili lunghi la metà, essi presenteranno però sempre dei fenomeni concordanti, purchè siano nello stesso stato fisico e ugualmente lunghi.

Alla prima condizione ho soddisfatto col rincuocimento; per realizzare la seconda ho proceduto nel modo seguente.

Ogni filo rincotto, messo su di un piano levigato, è disteso con cura in un unico tratto, evitando di piegarne le due metà; ed ho sempre sperimentato solo quei fili che in ultimo, adagiati sul piano, rimanevano perfettamente dritti.

Il piccolo tratto (al più di 1 cm.) della piegatura raddrizzato a forza non porta alcuna influenza, perchè viene interamente occupato dalla saldatura con la cannuccia t che serve per la torsione.

Essa è formata dei due pezzi di lubo t , assottigliati da una parte, che si avvitano alle estremità di un cilindretto di ottone u (fig. 2), di 1 cm. di diametro e di lunghezza, il quale, perpendicolarmente al suo asse, porta un solco a facce piane inclinate, profondo 5 mm., in cui può adattarsi esattamente il cuneo metallico v ; e ve lo adatto, sotto una certa pressione, dopo di aver messo il mezzo del filo da sperimentare al fondo del solco, quando già u è riscaldato tanto da fondere appena la saldatura a stagno.

Avvenuto il raffreddamento, trasposto tutto in un apparecchio formato da una grossa striscia di legno munita di opportuni accessori che, dopo avere fermato il cilindro u , mi permettono di fare due incisioni sul filo esattamente a 52 cm. da u , essendo ciascuna metà tesa da un peso di 50 g.; di tagliarlo nei punti segnati, dopo aver soppresso i pesi; di saldarne gli estremi nei cilindretti t (fig. 1) ed a (fig. 2), lunghi 2 cm., e di fissare infine a nella sua madrevite.

Reso libero il filo al suo posto definitivo, introduco il dinamometro e, poggiando il cilindro u contro un opportuno sostegno, vi avvito i tubi laterali e fisso il cilindro inferiore ad r (fig. 1).

In tal modo ogni filo è messo nell'apparecchio deformante senza aver subito nessuna azione capace di alterarne minimamente sia le dimensioni, che lo stato; è lungo 1 m. e consta di due tratti che differiscono fra loro, al più, di 1 mm.

7. *Trazione.* — In tutte le esperienze il carico minimo a cui viene assoggettato un filo è di 100 g. Ho esercitato tre differenti trazioni del valore massimo di g. 200, g. 400 e g. 600, per le quali ho adoperato rispettivamente o una, oppure due o tre spirali cilindriche, esattamente uguali, poste in superficie e costituite da 73 spire del diametro di cm. 2,6 di filo di ferro ramato grosso 1 mm.; ognuna si allunga 1 cm. per g. 16,7.

Per avere il valore dell'allungamento a intervalli di tempo uguali, la ruota *b* (fig. 1) è munita alla periferia di 48 cilindretti metallici equidistanti che, venendo in contatto con una debole molla fissa, chiudono il circuito di un avvisatore, al primo colpo del quale si fanno le diverse letture. I 24 cilindretti di posto pari danno il tempo di osservazione per la trazione.

Le escursioni dell'estremo libero della leva che, poggiando sulla carrucola *m* (fig. 1), produce la trazione sono piccole di fronte alla sua lunghezza: le trazioni corrispondenti a punti che si trovano sulla stessa orizzontale sono dunque sensibilmente uguali.

Mentre la torsione parte sempre da zero, la trazione comincia contemporaneamente in fasi ϕ differenti: ho scelto le quattro $\phi = 0^\circ$, $\phi = 60^\circ$, $\phi = 120^\circ$ e $\phi = 180^\circ$ che ho studiato per tutte le rotazioni e in ciascun caso per le tre trazioni.

Poichè, quando non si ha concordanza di fase, bisogna partire da un carico iniziale maggiore di 100 g., io ho fatto sempre agire sul filo questo peso gradualmente, manovrando una vite in contatto con un estremo della leva *p* (fig. 1), ed ho cominciato le esperienze circa 1 minuto dopo,

8. *Torsione.* — Le rotazioni prodotte sono tutte unilaterali e le loro ampiezze, che ottengo fissando la puleggia *g* (fig. 1) più o meno lontano dall'asse *k*, sono tre: di circa 4,7 e 11 giri.

Per agevolare le letture, specialmente nelle ampiezze grandi in cui la ruota superiore c (fig. 2) va assai veloce, la scala circolare r , costituita da un cerchio diviso in 96 parti uguali, porta dei tratti grossi e radi e dei sottili con due serie di numeri: quando la velocità è grande, ci si riferisce ai primi. In ogni caso, con un po' di esercizio, le letture riescono sufficientemente esatte. Per ogni intiero periodo se ne fanno così 24 per la trazione, alternate con le 24 per la torsione, e siccome esso è di 830^s costantemente, si ha sempre anche il tempo di registrarle, nonostante si debba fare uso di due cannocchiali.

9. Volendo poi esaminare le proprietà elastiche dei fili alla fine della deformazione doppia, poichè ogni singola azione ulteriore avrebbe modificato il loro incrudimento, non rimaneva che studiarne due in ogni caso speciale; e perciò su di uno compio un quarto ciclo completo di torsione, arrestando la trazione alla fine del terzo periodo; sull'altro arresto la torsione e seguito un quarto ciclo di trazione.

Questa si arresta senza scosse e, in virtù delle spirali che la producono, in modo che il peso totale venga ad agire sul filo per gradi, alzando opportunamente la leva che si appoggia su m (fig. 1) e togliendo poi la massa n per non alterare il periodo; per la torsione, basta agganciare l'anello metallico λ , portato dal filo h , a dei cilindretti murati (tre, uno per ampiezza) dai quali passa vicinissimo ogniqualvolta f ritorna alla posizione di partenza, e toglier subito la massa compensatrice n' .

Mi sono per ora limitato all'esame delle curve di sola torsione sotto il carico massimo subito nei primi tre cicli e di sola trazione ad azimut nullo; e non ho ritenuto che quelle esperienze in cui le coppie di fili hanno presentato praticamente lo stesso comportamento sotto la deformazione doppia; ciò che del resto è avvenuto quasi sempre.

Dirò in fine che la stanza ove ho sperimentato è molto adatta per queste ricerche: interna, quasi al pianterreno, col pavimento, su volta, a larghe lastre di pietra e compresa fra quattro muri grossi 1 m.

La temperatura media in tutto il tempo delle esperienze è stata di 20° C.; la sua massima variazione di circa 5° C., mentre in ogni esperienza è rimasta praticamente costante.

Risultati.

10. *Trazione.* — Comincio a riportare i principali allungamenti δ in micron prodotti dalla sola trazione (con s indico le spirali che vi impiego) nei singoli periodi, segnando nella prima colonna delle tabelle il numero d'ordine dei cilindretti-contatto che chiudono successivamente il circuito dell'avvisatore; il 24° corrisponde alla posizione di trazione minima.

| | Cu ₈₈ 1 s. | | | Cu ₁₀₅ 2 s. | | | Cu ₁₀₇ 3 s. | | |
|----|--------------------------|------------|------------|---------------------------|------------|------------|---------------------------|------------|------------|
| | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_1 | δ_2 | δ_3 |
| 1 | 108,1 | 640,4 | 840,9 | 86,3 | 489,5 | 671,3 | 94,8 | 466,4 | 663,6 |
| 2 | 246,9 | 700,5 | 892,6 | 254,1 | 627,0 | 792,6 | 322,4 | 663,7 | 891,1 |
| 3 | 401,2 | 779,2 | 1007,7 | 466,2 | 850,8 | 1003,0 | 663,6 | 997,3 | 1194,8 |
| 5 | 748,4 | 1080,3 | 1288,5 | 1083,6 | 1387,0 | 1550,0 | 1566,6 | 1858,0 | 2047,5 |
| 7 | 1086,5 | 1396,7 | 1612,6 | 1748,5 | 2051,8 | 2191,0 | 2540,6 | 2882,0 | 2988,6 |
| 9 | 1396,5 | 1689,4 | 1893,3 | 2331,5 | 2599,3 | 2771,8 | 3431,5 | 3792,0 | 3925,0 |
| 11 | 1589,5 | 1857,5 | 2058,5 | 2727,6 | 2960,6 | 3088,7 | 4019,7 | 4304,0 | 4455,7 |
| 12 | 1620,4 | 1882,5 | 2075,3 | 2791,4 | 3007,0 | 3135,4 | 4114,6 | 4379,8 | 4512,8 |
| 13 | 1635,3 | 1867,3 | 2067,7 | 2797,4 | 3002,1 | 3121,5 | 4095,4 | 4376,0 | 4493,7 |
| 14 | 1600,1 | 1814,6 | 2029,1 | 2708,4 | 2934,7 | 3053,6 | 3977,8 | 4236,0 | 4379,8 |
| 15 | 1527,3 | 1769,8 | 1948,8 | 2575,8 | 2757,8 | 2895,3 | 3716,2 | 3970,3 | 4110,7 |
| 17 | 1307,0 | 1527,7 | 1705,0 | 2028,0 | 2342,6 | 2354,3 | 2912,4 | 3128,8 | 3299,0 |
| 19 | 1010,5 | 1226,6 | 1373,5 | 1387,0 | 1608,3 | 1690,0 | 1877,3 | 2142,8 | 2256,7 |
| 21 | 748,3 | 972,1 | 1103,2 | 827,5 | 1002,9 | 1114,2 | 966,9 | 1240,0 | 1327,7 |
| 23 | 615,7 | 824,0 | 949,0 | 489,5 | 652,7 | 757,6 | 455,0 | 678,7 | 815,5 |
| 24 | 609,5 | 817,8 | 605,0 | 442,9 | 610,7 | 717,9 | 376,6 | 576,4 | 735,6 |

Indicando sempre con uno, due o tre apici, aggiunti al simbolo del rame, i fili assoggettati rispettivamente alla torsione più piccola, media e grande, gli allungamenti che tre di essi hanno subito per effetto della sola torsione sono i seguenti :

| | C'u ₈₈ | | | C'u ₈₈ | | | C'''u ₁₁₇ | | |
|------|-------------------|------------|------------|-------------------|------------|------------|----------------------|------------|------------|
| | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_1 | δ_2 | δ_3 |
| 1 | 58,3 | 3049,0 | 3997,5 | 104,8 | 7139,0 | 9757,6 | 69,9 | 12264,0 | 17153,0 |
| 2 | 104,9 | 3063,0 | 4007,0 | 151,5 | 7317,0 | 9766,7 | 372,9 | 12575,0 | 17204,0 |
| 3 | 163,2 | 3098,0 | 4030,5 | 454,5 | 7284,3 | 9720,5 | 629,3 | 12265,0 | 17144,3 |
| 5 | 559,4 | 3123,7 | 4056,0 | 1748,5 | 7377,6 | 9762,6 | 2517,3 | 12403,0 | 17223,0 |
| 7 | 1305,0 | 3275,1 | 4137,6 | 3310,1 | 7692,8 | 10434,0 | 5059,0 | 13003,0 | 17625,0 |
| 9 | 2039,5 | 3496,5 | 4289,1 | 4755,4 | 8205,3 | 10316,0 | 7599,6 | 14125,5 | 18396,0 |
| 11 | 2517,5 | 3741,7 | 4459,2 | 5746,0 | 8694,8 | 10696,0 | 9277,4 | 15067,0 | 19164,2 |
| ↓ 12 | 2622,4 | 3776,1 | 4499,0 | 5920,5 | 8811,0 | 10787,0 | 9557,1 | 15224,0 | 19273,5 |
| ↑ 13 | 2634,7 | 3788,0 | 4503,5 | 6002,6 | 8881,4 | 10865,0 | 9580,3 | 15316,0 | 19423,0 |
| 14 | 2631,7 | 3766,3 | 4499,0 | 6084,3 | 8904,5 | 10886,0 | » | 15319,0 | 19325,0 |
| 15 | » | » | 4485,0 | 6037,5 | 8878,4 | 10863,0 | 9522,4 | 15287,3 | 19294,4 |
| 17 | 2645,6 | » | » | 6060,4 | 8916,0 | 10886,0 | 9650,3 | 15365,0 | 19368,5 |
| 19 | 2725,0 | 3799,8 | 4499,0 | 6352,0 | 9084,0 | 11006,0 | 10403,0 | 15826,0 | 19730,6 |
| 21 | 2867,4 | 3905,0 | 4569,0 | 6829,7 | 9393,6 | 11248,0 | 11714,0 | 16523,0 | 20328,0 |
| 23 | 2981,8 | 3962,5 | 4634,0 | 7184,2 | 9650,6 | 11482,0 | 12083,0 | 17016,0 | 20768,0 |
| 24 | 3028,0 | 3986,0 | 4650,5 | 7262,0 | 9713,5 | 11526 | 12223,0 | 17135,3 | 20859,0 |

Nella fig. 3 sono rappresentate le curve corrispondenti a queste esperienze con l'origine comune in a (zero). Mentre le variazioni di trazione e torsione sono rappresentate dalla sinusoidi, sulle ascisse sono contati i tempi, e gli allungamenti sulle ordinate, le cui grandezze, sia per 1 s., 2 s. e 3 s., che per le tre ampiezze di torsione, stanno fra loro come $1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$.

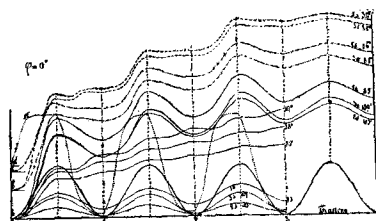


Fig. 3.

La curva (punteggiata) con l'origine in d rappresenta la variazione della coppia C , in funzione del tempo, per il filo Cu_{82} .

Le prime tre curve vanno continuamente innalzandosi e allontanandosi fra loro; presentano ondulazioni concordanti con le variazioni di trazione, ma più spiccate per le trazioni maggiori.

Interessante è l'aspetto delle altre tre curve, dalle quali si deduce che

a) tanto la torsione che la detorsione producono allungamento: le curve infatti hanno ondulazioni, nella torsione maggiore più evidenti;

b) l'allungamento (dl) passa per un massimo ad ogni valore estremo della torsione;

c) dopo ogni massimo il valore di $\frac{dl}{dt}$, per un certo tratto, si mantiene prossimo a zero.

Dal confronto di queste tre curve con la d si ricava che $\frac{dl}{dt}$ presenta le minime variazioni, quando $\frac{dC}{dt}$ passa per le massime; l'allungamento si fa più rapido allorchè la coppia

comincia a variare lentamente, il che avviene presso al massimo della velocità di torsione pei valori positivi, un po' dopo nei negativi. Ciò mostra che gli allungamenti prodotti dalla torsione dipendono dalla reazione elastica che desta più che, in una data ampiezza, dall'angolo di torsione, come si rileva anche dal primo ramo delle curve corrispondenti al primo semiperiodo.

Riferisco ora la serie completa di esperienze eseguite per la prima torsione, e solo i casi principali delle altre due.

| $\phi = 0^\circ$ | $C'u_{8s}$ 1 s. | | | | $C'u_{10s}$ 2 s. | | | | $C'u_{10s}$ 3 s. | | | |
|------------------|--------------------|------------|------------|------------|---------------------|------------|------------|------------|---------------------|------------|------------|------------|
| | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_4 | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_4 | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_4 |
| | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 108 | 5123 | 6542 | 7545 | 140 | 8051 | 10457 | 12140 | 133 | 12125 | 16147 | 18944 |
| 2 | 216 | 5213 | 6612 | 7591 | 381 | 8158 | 10576 | 12250 | 379 | 12834 | 16396 | 19178 |
| 3 | 385 | 5338 | 6720 | 7665 | 606 | 8368 | 10745 | 12404 | 754 | 12716 | 16656 | 19476 |
| 5 | 1450 | 5670 | 7059 | 7923 | 2214 | 9057 | 11357 | 12935 | 3089 | 13757 | 17665 | 20316 |
| 7 | 3194 | 6365 | 7699 | 8247 | 5059 | 10257 | 12530 | 13537 | 7269 | 15176 | 19004 | 21376 |
| 9 | 5061 | 7283 | 8475 | 8502 | 8123 | 11483 | 13846 | 14106 | 11866 | 18230 | 21724 | 22400 |
| 11 | 6311 | 8070 | 9101 | 8687 | 10397 | 13326 | 15085 | 14463 | 15865 | 20696 | 23838 | 23084 |
| 12 | 6496 | 8207 | 9235 | 8718 | 10749 | 13579 | 15290 | 14520 | 16523 | 21156 | 24217 | 23196 |
| 13 | 6511 | 8186 | 9235 | 8721 | 10838 | 13570 | 15316 | 14524 | 16576 | 21197 | 24254 | 23196 |
| 14 | 6468 | 8124 | 9187 | 8687 | 10736 | 13475 | 15212 | 14456 | 16523 | 21116 | 24182 | 23089 |
| 15 | 6380 | 8009 | 9104 | 8610 | 10574 | 13323 | 15026 | 14311 | 16365 | 20956 | 23998 | 22836 |
| 17 | 6049 | 7746 | 8764 | 8381 | 10029 | 13089 | 14484 | 13866 | 15387 | 19897 | 22930 | 22106 |
| 19 | 5640 | 7144 | 8255 | 8077 | 9287 | 11843 | 13570 | 13252 | 14128 | 18427 | 21398 | 21124 |
| 21 | 5307 | 6758 | 7792 | 7838 | 8520 | 11004 | 12706 | 12751 | 12935 | 17001 | 19936 | 20235 |
| 23 | 5107 | 6533 | 7545 | 7684 | 8051 | 10478 | 12156 | 12447 | 12165 | 16580 | 19083 | 19746 |
| 24 | 5092 | 6511 | 7430 | 7669 | 8004 | 10420 | 12106 | 12401 | 12088 | 16050 | 18952 | 19667 |

| $\phi = 60^\circ$ | $C'u_{86}$ 1 s. | | | | $C'u_{101}$ 2 s. | | | | $C'u_{111}$ 3 s. | | | |
|-------------------|--------------------|------------|------------|------------|---------------------|------------|------------|------------|---------------------|------------|------------|------------|
| | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_4 | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_4 | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_4 |
| 5 | 309 | 6156 | 7708 | 8779 | 396 | 9557 | 12077 | 13786 | 569 | 14854 | 19016 | 21174 |
| 6 | 602 | 6326 | 7854 | 8919 | 746 | 9906 | 12308 | 14037 | 1099 | 15294 | 19598 | 22666 |
| 7 | 926 | 6497 | 8016 | 9071 | 1305 | 10205 | 12636 | 14356 | 1914 | 15826 | 20067 | 23198 |
| 9 | 2698 | 6959 | 8415 | 9363 | 3893 | 11048 | 13394 | 14952 | 5719 | 17185 | 21303 | 24238 |
| 11 | 4489 | 7661 | 9098 | 9520 | 7588 | 12414 | 14596 | 15306 | 11617 | 19424 | 23233 | 24806 |
| 13 | 6187 | 8417 | 9640 | 9543 | 10607 | 13824 | 15769 | 15363 | 16562 | 21888 | 25244 | 24895 |
| 15 | 7079 | 8880 | 9968 | 9443 | 12016 | 14638 | 16387 | 15153 | 18780 | 23230 | 26304 | 24559 |
| 16 | 7099 | 8834 | 9937 | 9351 | 11970 | 14536 | 16273 | 14953 | 18685 | 23051 | 26114 | 24274 |
| 17 | 6990 | 8716 | 9814 | 9225 | 11703 | 14277 | 16018 | 14685 | 18230 | 22625 | 25689 | 23885 |
| 18 | 6838 | 8556 | 9674 | 9081 | 11386 | 13940 | 15716 | 14646 | 17706 | 22187 | 25225 | 23866 |
| 19 | 6681 | 8371 | 9497 | 8942 | 10064 | 13626 | 15366 | 14123 | 17204 | 21604 | 24307 | 22898 |
| 21 | 6404 | 8132 | 9072 | 7680 | 10206 | 12799 | 14558 | 13619 | 15804 | 20315 | 23407 | 22066 |
| 23 | 5801 | 7499 | 8626 | 8548 | 9161 | 11807 | 13613 | 13310 | 14196 | 18744 | 21889 | 21604 |
| 1 | 5663 | 7283 | 8378 | » | 8704 | 11259 | 13082 | » | 13453 | 17917 | 21074 | 21597 |
| 3 | 5860 | 7406 | 8486 | 8693 | 8963 | 11449 | 13185 | 13609 | 13908 | 18214 | 21300 | 22016 |
| 4 | 5894 | 7576 | 8779 | 8796 | 9254 | 11796 | 13472 | 13816 | 14327 | 18724 | 21680 | 22365 |

| $\phi=120^\circ$ | $C'u_{89}$ 1 s. | | | | | $C'u_{99}$ 2 s. | | | | | $C'u_{118}$ 3 s. | | | | |
|------------------|--------------------|------------|------------|------------|--|--------------------|------------|------------|------------|--|---------------------|------------|------------|------------|--|
| | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_4 | | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_4 | | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_4 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | 201 | 5871 | 7121 | 8070 | | 350 | 9522 | 11795 | 13455 | | 569 | 14853 | 18776 | 21734 | |
| 10 | 355 | 5869 | 7260 | 8186 | | 711 | 9753 | 12015 | 13696 | | 1232 | 15197 | 19123 | 21756 | |
| 11 | 563 | 5956 | 7345 | 8400 | | 1248 | 9907 | 12154 | 13835 | | 2141 | 15448 | 19386 | 22398 | |
| 13 | 1914 | 6041 | 7442 | 8278 | | 3672 | 10177 | 12357 | 13909 | | 6318 | 15956 | 19767 | 22497 | |
| 15 | 3634 | 6311 | 7562 | 8186 | | 6469 | 10630 | 12627 | 13696 | | 10578 | 16868 | 20328 | 22156 | |
| 17 | 4667 | 6527 | 7630 | 7954 | | 8019 | 10889 | 12698 | 13206 | | 12812 | 17417 | 20514 | 21376 | |
| 19 | 4883 | 6426 | 7461 | 7661 | | 8145 | 10644 | 12343 | 12628 | | 12755 | 16887 | 19860 | 20387 | |
| ↓ 20 | 4888 | 6319 | 7352 | 7530 | | 7979 | 10376 | 12084 | 12368 | | 12348 | 16466 | 19426 | 19897 | |
| ↑ 21 | 4706 | 6193 | 7214 | 7413 | | 7826 | 10164 | 11836 | 12100 | | 11919 | 16051 | 18970 | 19500 | |
| 22 | 4648 | 6118 | 7152 | 7303 | | 7541 | 9954 | 11636 | 11923 | | 11544 | 15693 | 18624 | 19165 | |
| 23 | 4591 | 6087 | 7129 | 7237 | | 7309 | 9825 | 11495 | 11794 | | 11370 | 15538 | 18475 | 18950 | |
| 1 | 4429 | 5979 | 6996 | 7229 | | 7145 | 9639 | 11344 | » | | 10917 | 15198 | 18193 | 18933 | |
| 3 | 4421 | 5987 | 7029 | 7376 | | 7108 | 9662 | 11388 | 12088 | | 10748 | 15178 | 18245 | 19514 | |
| 5 | 4553 | 6122 | 7260 | 7623 | | 7699 | 10171 | 11868 | 12555 | | 11695 | 15955 | 18988 | 20254 | |
| 7 | 5324 | 6769 | 7723 | 7916 | | 8777 | 11104 | 12734 | 13136 | | 13505 | 17587 | 20487 | 21130 | |
| 8 | 5555 | 6977 | 7893 | 8062 | | 9213 | 11597 | 13108 | 13404 | | 14253 | 18247 | 21129 | 21586 | |

| $\phi=180^\circ$ | $C'u_{91}$ 1 s. | | | | $C'u_{97}$ 2 s. | | | | $C'u_{113}$ 3 s. | | | |
|------------------|--------------------|------------|------------|------------|--------------------|------------|------------|------------|---------------------|------------|------------|------------|
| | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_4 | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_4 | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_4 |
| 13 | 101 | 5077 | 6371 | 7237 | 105 | 8135 | 10397 | 12058 | 83 | 11487 | 15236 | 18200 |
| 14 | 154 | 5049 | 6335 | 7203 | 198 | 8072 | 10326 | 11984 | 91 | 11403 | 15155 | 18084 |
| 15 | 262 | 4984 | 6257 | 7129 | 350 | 7917 | 10165 | 11826 | 296 | 11117 | 14896 | 17837 |
| 17 | 1049 | 4751 | 5987 | 6882 | 1492 | 7401 | 9604 | 11305 | 1889 | 10384 | 14047 | 17016 |
| 19 | 1867 | 4474 | 5632 | 6577 | 2553 | 6702 | 8788 | 10689 | 3222 | 9278 | 12775 | 16024 |
| 21 | 2361 | 4273 | 5308 | 6308 | 2903 | 6084 | 8000 | 10099 | 3388 | 8271 | 11557 | 15124 |
| 23 | 2553 | 4159 | 5116 | 6164 | 2898 | 5688 | 7494 | 9756 | 3070 | 7561 | 10748 | 14593 |
| 24 | 2612 | 4079 | 5108 | 6141 | 2938 | 5645 | 7455 | 9697 | 3051 | 7466 | 10616 | 14537 |
| 1 | 2647 | 4197 | 5123 | 6157 | 3005 | 5688 | 7494 | 9732 | 3108 | 7524 | 10667 | 14585 |
| 2 | 2708 | 4254 | 5169 | 6117 | 3122 | 5805 | 7600 | 9849 | 3298 | 7713 | 10854 | 14744 |
| 3 | 2816 | 4359 | 5271 | 6304 | 3369 | 6014 | 7809 | 10029 | 3668 | 8035 | 11186 | 14990 |
| 5 | 3094 | 4637 | 5563 | 6543 | 3963 | 6938 | 8462 | 10445 | 4545 | 8944 | 12124 | 15804 |
| 7 | 3626 | 5131 | 6049 | 6844 | 5047 | 7714 | 9465 | 11078 | 6197 | 10650 | 13795 | 16772 |
| 9 | 4351 | 5632 | 6643 | 7106 | 6585 | 9033 | 10759 | 11636 | 8755 | 12847 | 15845 | 17598 |
| 11 | 4968 | 6280 | 7129 | 7265 | 7879 | 10176 | 11814 | 11982 | 11036 | 14835 | 17736 | 18152 |
| 12 | 5068 | 6365 | 7206 | 7125 | 8110 | 10380 | 11986 | 12058 | 11466 | 15224 | 18096 | 18230 |

| $\phi = 0^\circ$ | $C''u_{86}$ 1 s. | | | | $C''u_{34}$ 2 s. | | | | $C''u_{88}$ 3 s. | | | |
|------------------|---------------------|------------|------------|------------|---------------------|------------|------------|------------|---------------------|------------|------------|------------|
| | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_4 | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_4 | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_4 |
| | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 58 | 10536 | 14553 | 17563 | 379 | 32227 | 47060 | 58574 | 171 | 46358 | 67390 | 84265 |
| 2 | 175 | 10597 | 14615 | 17614 | 657 | 32335 | 47154 | 58693 | 610 | 46426 | 67560 | 84407 |
| 3 | 502 | 10688 | 14694 | 17723 | 1617 | 32544 | 47908 | 58870 | 2501 | 46703 | 67846 | 84745 |
| 5 | 2391 | 11236 | 15166 | 17982 | 5935 | 33666 | 48379 | 59424 | 8239 | 48243 | 69325 | 85654 |
| 7 | 5433 | 12376 | 16132 | 18297 | 13461 | 36695 | 50839 | 60220 | 18525 | 52335 | 72730 | 86680 |
| 9 | 8613 | 14067 | 17496 | 18588 | 22247 | 41698 | 54982 | 60713 | 30796 | 59437 | 78785 | 87645 |
| 11 | 10827 | 15457 | 18703 | 18757 | 28714 | 46195 | 58769 | 61113 | 40740 | 65796 | 84436 | 88295 |
| 12 | 11134 | 15700 | 18904 | 18778 | 29725 | 46973 | 59477 | 61192 | 42106 | 66875 | 85345 | 88417 |
| 13 | 11134 | 15700 | 18904 | 18773 | 29676 | 47000 | 59526 | 61192 | 42106 | 66875 | 85403 | 88417 |
| 14 | 11048 | 15651 | 18846 | 18744 | 29523 | 46899 | 59423 | 61103 | 41877 | 66704 | 82254 | 88213 |
| 15 | 10925 | 15518 | 18728 | 18666 | 29194 | 46625 | 59125 | 60940 | 41648 | 66366 | 84946 | 88076 |
| 17 | 10577 | 15140 | 18345 | 18427 | 29677 | 46347 | 58665 | 60488 | 42145 | 66475 | 84523 | 87876 |
| 19 | 10464 | 14792 | 17916 | 18126 | 31166 | 46774 | » | 59880 | 45400 | 67416 | 84765 | 86604 |
| 21 | 10478 | 14589 | 17634 | 17854 | 31999 | 47053 | 58662 | 59374 | 46254 | 67446 | 84665 | 85600 |
| 23 | 10492 | 14534 | 17528 | 17714 | 32148 | 47030 | 58544 | 59073 | 46197 | 67386 | 84265 | 85118 |
| 24 | 10504 | 14528 | 17519 | 17635 | » | 47000 | 58461 | 59031 | 46197 | 67333 | 84205 | 85032 |

| $\phi=180^\circ$ | $C''u_{75}$ 3 s. | | | | | $C''u_{17}$ 2 s. | | | | | $C''u_{44}$ | | | | |
|------------------|---------------------|------------|------------|------------|------------|---------------------|------------|------------|------------|------------|-------------|------------|------------|-------|--|
| | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_4 | δ_5 | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_4 | δ_1 | δ_2 | δ_3 | δ_4 | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | |
| 13 | 171 | 27570 | 38224 | 46513 | | 102 | 31190 | 44070 | 54147 | | 171 | 41943 | 59734 | 73747 | |
| 14 | 514 | 27455 | 38084 | 46398 | | 606 | 31064 | 43969 | 54071 | | 966 | 41820 | 59466 | 73638 | |
| 15 | 2029 | 27143 | 37770 | 46115 | | 2630 | 30883 | 43746 | 53920 | | 3864 | 41536 | 59293 | 73440 | |
| 17 | 7199 | 26427 | 36873 | 45253 | | 8031 | 30655 | 43277 | 53440 | | 11423 | 41335 | 58637 | 72189 | |
| 19 | 10942 | 26117 | 35913 | 44213 | | 13134 | 31264 | 43160 | 52826 | | 17786 | 42245 | 58582 | 71866 | |
| 21 | 12486 | 25828 | 35004 | 43285 | | 16365 | 32074 | 43387 | 52277 | | 21117 | 43084 | 59265 | 71110 | |
| 23 | 12784 | 25422 | 34293 | 42711 | | 17434 | 32524 | 43540 | 51950 | | 22385 | 43359 | 58637 | 70650 | |
| 24 | 12795 | 25344 | 34270 | 42653 | | 17578 | 32574 | 43558 | 51900 | | 22503 | » | 58610 | 70570 | |
| ↑ 1 | 12854 | 25422 | 34293 | 42684 | | 17627 | 32618 | 43590 | 51960 | | 22646 | 43466 | 58756 | 70633 | |
| 2 | 13024 | 25639 | 34682 | 42883 | | 17675 | 32746 | 43693 | 52050 | | 22725 | 43634 | 58953 | 70800 | |
| 3 | 13313 | 25943 | 34999 | 43198 | | 17779 | 32935 | 43968 | 52255 | | 22954 | 43978 | 59263 | 71084 | |
| 5 | 14572 | 28134 | 36313 | 43998 | | 18790 | 34095 | 45115 | 52733 | | 24436 | 45624 | 60914 | 71823 | |
| 7 | 17942 | 30194 | 39085 | 45055 | | 22426 | 36924 | 47631 | 53339 | | 29606 | 49549 | 64263 | 72610 | |
| 9 | 22970 | 34341 | 43084 | 45894 | | 27225 | 40766 | 51116 | 53843 | | 36135 | 55004 | 69094 | 73383 | |
| 11 | 26314 | 37714 | 45833 | 46459 | | 30608 | 43615 | 53697 | 54186 | | 41137 | 59096 | 72958 | 73865 | |
| 12 | 27543 | 38273 | 46342 | 46568 | | 31166 | 44045 | 54047 | 54248 | | 41876 | 59718 | 73495 | 73979 | |

Nella fig. 3 e nelle 4, 5 e 6 sono riportate le principali curve di trazione (a segno continuo per la prima torsione, a tratti per la seconda) che ho ottenuto nella deformazione doppia, prendendo coordinate uguali a quelle delle prime, e con origini diverse a , b , c per le tre ampiezze.

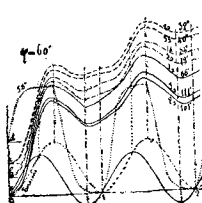


Fig. 4.

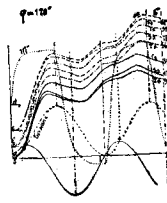


Fig. 5.

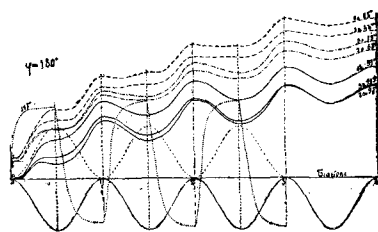


Fig. 6.

Esaminando il primo ramo delle singole curve si vede che :

a) il valore massimo di dl , sempre maggiore di quello dovuto alla sola torsione per $\phi = 0^\circ$, diminuisce al crescere della differenza di fase, e ne diviene minore per $\phi = 180^\circ$;

b) la trazione produce effetti più grandi quando $\phi = 180^\circ$ e diversi a seconda dell' ampiezza di torsione : se questa è grande un aumento di trazione abbassa il ramo, e succede il rovescio nelle piccole torsioni. Infatti la curva di 3 s. è sempre al di sotto delle altre nelle prime, e sopra quella di 2 s. nelle seconde ;

c) i maggiori spostamenti del ramo si hanno nelle torsioni più piccole.

Si nota poi che l'allungamento presenta un minimo sempre meno accentuato al crescer della differenza di fase e dell'ampiezza di torsione.

Pel rimanente, nei cicli secondo e terzo, si vede che :

a) il loro andamento in $\phi = 0^\circ$ e in $\phi = 180^\circ$ è del tutto simile, presentandosi però in quest'ultimo caso un allungamento sempre più piccolo ;

b) nelle altre fasi (fig. 5 e 6) i massimi e i minimi si formano fra quelli delle due deformazioni, ma un aumento di ampiezza li avvicina a quelli della torsione.

In ogni caso quanto più ampia è la rotazione, tanto più le curve presentano le caratteristiche dei rami di sola torsione, e, viceversa, per piccole ampiezze e grande trazione, l'allungamento obbedisce meglio al ritmo di questa.

Entrambi le deformazioni modificano continuamente il filo; infatti, a partire dall'origine, le curve vanno sempre più allontanandosi fra di loro.

11. Il quarto ciclo di sola trazione è compiuto ad azimut costantemente nullo e perciò a coppia variabile ; ma mi limito per ora all'esame delle curve di trazione, riportate solo nelle figure 3 e 6.

Nessuna di esse è simile ad alcun ramo delle prime tre e la loro forma se ne discosta di più, avvicinandosi alla rettilinea, maggiore è l'ampiezza di torsione precedentemente subita dal filo ; minore influenza la esercita la trazione e più piccola è quella dovuta alla differenza di fase che fra esse esisteva.

Il filo dunque alla fine del terzo ciclo è incrudito molto principalmente, ma non esclusivamente, per effetto della torsione subita.

12. *Torsione.* — Anzitutto riporto i risultati avuti con tre cicli completi di sola torsione sotto carico minimo, indicando con α gli azimut, con C le coppie (in unità arbitrarie), C_3 essendo quelle del terzo ciclo per gli stessi valori α , di azimut del secondo, e mi limito ai punti strettamente necessari per tracciare le singole curve.

| C'u ₈₂ | | | | | | C''u ₈₈ | | | | | | C'''u ₁₁₇ | | | | | |
|-------------------|------------|------------|------------|------------|------------|--------------------|------------|------------|------------|------------|------------|----------------------|------------|------------|--|--|--|
| α_1 | σ_1 | α_2 | σ_2 | σ_3 | α_1 | σ_1 | α_2 | σ_2 | σ_3 | α_1 | σ_1 | α_2 | σ_2 | σ_3 | | | |
| 35°,3 | 1043 | 32°,5 | -5443 | -5545 | 64°,2 | 1910 | 70°,5 | -5593 | -5720 | 95°,0 | 2500 | 97°,4 | -5623 | -5700 | | | |
| 118,3 | 3243 | 97,5 | -3693 | -3570 | 190,2 | 4680 | 187,5 | -2193 | -2001 | 277,0 | 5300 | 270,0 | -1123 | -1623 | | | |
| 200,8 | 4740 | 191,5 | -1092 | -1180 | 390,7 | 5630 | 366,5 | 1553 | 1703 | 605,0 | 6250 | 553,0 | 3200 | 2900 | | | |
| 333,3 | 5750 | 312,0 | 1460 | 1395 | 973,2 | 6530 | 613,5 | 3853 | 3730 | 1500,0 | 6750 | 958,1 | 5450 | 5447 | | | |
| 672,3 | 6341 | 623,5 | 4830 | 4792 | 1299,2 | 6700 | 1236,5 | 6055 | 6098 | 2579,1 | 6855 | 1422,3 | 6328 | 6412 | | | |
| 1007,3 | 6512 | 937,5 | 6055 | 5987 | 1949,2 | 6903 | 1882,4 | 6703 | 6850 | 3097,0 | 6940 | 2493,0 | 7200 | 7281 | | | |
| 1136,3 | 6473 | 1071,5 | 6203 | 6180 | 2208,2 | 6897 | 2151,3 | 6763 | 6920 | 3565,2 | 7100 | 3478,0 | 7500 | 7700 | | | |
| ↓ 1281,3 | 6570 | 1215,6 | 6315 | 6273 | 2501,3 | 6930 | 2437,5 | 6802 | 7053 | 4083,5 | 7200 | 4004,1 | 7600 | 7857 | | | |
| ↑ 1215,2 | 5400 | 1173,5 | 4935 | 5225 | 2490,0 | 6600 | 2357,5 | 4951 | 4955 | 4080,2 | 6700 | 4003,0 | 7203 | 7245 | | | |
| 1171,6 | 3290 | 1097,0 | 2855 | 3080 | 2430,7 | 4753 | 2199,6 | 860 | 505 | 3963,0 | 3450 | 3878,0 | 3700 | 4100 | | | |
| 1065,3 | 593 | 999,0 | 653 | 422 | 2268,2 | 880 | 1974,5 | -2493 | -2600 | 3600,0 | -3500 | 3597,7 | -2000 | -2235 | | | |
| 901,6 | -2355 | 870,3 | -1850 | -1670 | 2043,2 | -2493 | 1681,4 | -4694 | -4583 | 3265,0 | -5123 | 3182,0 | -5350 | -5500 | | | |
| 596,3 | -4805 | 547,0 | -4765 | -4670 | 1749,1 | -4593 | 1354,5 | -5743 | -5728 | 2200,6 | -7100 | 2678,0 | -6800 | -7000 | | | |
| 416,6 | -5603 | 365,0 | -5695 | -5702 | 1089,2 | -6400 | 727,5 | -6585 | -6700 | 1194,5 | -7805 | 1117,3 | -8200 | -8379 | | | |
| 194,4 | -6230 | 233,0 | -5999 | -6008 | 521,7 | -6720 | 454,5 | -6870 | -6908 | 450,2 | -7973 | 377,0 | -8456 | -8600 | | | |
| 67,6 | -6392 | 5,5 | -6402 | -6495 | 68,7 | -6870 | 20,5 | -6995 | -7300 | 82,1 | -8105 | 4,5 | -8610 | -8823 | | | |

Se nel piano azimut-coppia si rappresentano questi risultati, si ottengono le curve della fig. 7 nelle quali il valore della coppia ha sempre la stessa lunghezza di ordinata, mentre nelle tre ampiezze di torsione le ascisse stanno fra loro nel rapporto $1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$.

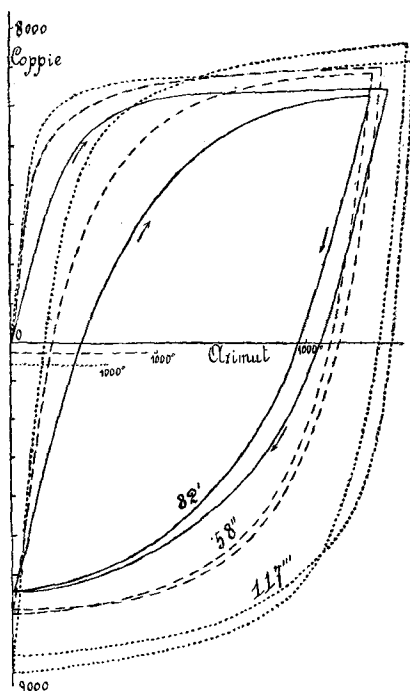


Fig. 7.

Si scorge che :

a) la perdita di energia aumenta rapidamente coll' ampiezza di torsione ;

b) dopo le due curve di prima deformazione (torsione e detorsione) i cicli tendono a fissarsi, ma l' accomodamento è più rapido nelle piccole ampiezze.

c) il valore delle coppie cresce ben poco con la torsione, ma per grandi valori di questa, aumenta più il negativo. Una modificazione più grande nello stato di un filo si traduce dunque in un maggior aumento del valor negativo della coppia.

Per semplicità nelle seguenti tabelle riporto le coppie (C_1 , C_2 , C_3 , C_4) nei successivi cicli relative allo stesso azimut α , segnato una sola volta per ogni ampiezza, e mi limito alle esperienze indispensabili per giustificare le conclusioni.

| α | Cu_{84} | | | | Cu_{108} | | | | Cu_{110} | | | |
|----------|---------------------|------------|------------|------------|---------------------|------------|------------|------------|----------------------|------------|------------|------------|
| | $\varphi = 0^\circ$ | | | | $\varphi = 0^\circ$ | | | | $\varphi = 60^\circ$ | | | |
| | α_1 | α_2 | α_3 | α_4 | α_1 | α_2 | α_3 | α_4 | α_1 | α_2 | α_3 | α_4 |
| 33,5 | 1075 | -5150 | -5300 | -4781 | 985 | -5300 | -5650 | -5123 | 929 | -5900 | -6100 | -6293 |
| 98,5 | 2825 | -3250 | -3625 | -3290 | 2600 | -3510 | -3800 | -3300 | 2500 | -4000 | -4350 | -4620 |
| 203,0 | 4750 | -675 | -490 | -535 | 4700 | -815 | -1000 | -500 | 4500 | -1430 | -1700 | -2003 |
| 340,5 | 5625 | 2106 | 1200 | 2300 | 5550 | 1750 | 1600 | 1950 | 5400 | 1350 | 1100 | 700 |
| 679,5 | 6225 | 4950 | 4700 | 5100 | 5810 | 4805 | 4250 | 5000 | 5323 | 4400 | 4300 | 3715 |
| 933,0 | 6360 | 5900 | 5900 | 6042 | 5835 | 5618 | 5500 | 5783 | 5915 | 5253 | 5100 | 4603 |
| 1100,0 | 6400 | 6110 | 6050 | 6300 | 5900 | 5710 | 5600 | 6053 | 5987 | 5498 | 5423 | 5100 |
| 1200,0 | 6453 | 6203 | 6243 | 6400 | 5921 | 5800 | 5650 | 6200 | 6000 | 5623 | 5600 | 5321 |
| 1200,0 | 3715 | 5500 | 5900 | 5700 | 3100 | 5120 | 5000 | 5500 | 2700 | 4748 | 4500 | 4003 |
| 1100,0 | 1200 | 2215 | 2923 | 3000 | 520 | 2570 | 2500 | 3000 | 500 | 2210 | 2104 | 1605 |
| 933,0 | -1800 | -800 | -500 | -1000 | -2410 | -1100 | -1300 | -553 | -2398 | -1465 | -1800 | -2007 |
| 679,5 | -4300 | -4053 | -3960 | -4125 | -4200 | -4245 | -4450 | -4000 | -5075 | -4521 | -4650 | -5251 |
| 340,5 | -5650 | -5500 | -5600 | -5575 | -5900 | -5900 | -5950 | -5625 | -6497 | -6300 | -6405 | -6900 |
| 203,0 | -5905 | -5850 | -5800 | -5800 | -6185 | -6175 | -6300 | -5823 | -6750 | -6670 | -6700 | -7254 |
| 98,5 | -6050 | -6120 | -6100 | -6100 | -6310 | -6400 | -6500 | -6000 | -6900 | -6904 | -6910 | -7450 |
| 33,5 | -6115 | -6200 | -6280 | -6150 | -6400 | -6510 | -6625 | -6123 | -6935 | -7095 | -7135 | -7528 |

| $C'u_{88}$ 1 s. | | | | $C'u_{80}$ 1 s. | | | | $C'u_{144}$ 3 s. | | | |
|-----------------|------------|------------|------------|-----------------|------------|------------|------------|------------------|------------|------------|------------|
| σ_1 | σ_2 | σ_3 | σ_4 | σ_1 | σ_2 | σ_3 | σ_4 | σ_1 | σ_2 | σ_3 | σ_4 |
| 1100 | -5675 | -5665 | -5409 | 1005 | -5800 | -5802 | -5773 | 811 | -5010 | -5375 | -5425 |
| 2737 | -4023 | -3932 | -3623 | 2700 | -3805 | -4000 | -4125 | 2412 | -3485 | -3573 | -3752 |
| 4767 | -711 | -810 | -706 | 4600 | -1180 | -1200 | -1400 | 4261 | -835 | -921 | -1100 |
| 5717 | 1752 | 1628 | 1827 | 5750 | 1535 | 1500 | 1420 | 5084 | 1900 | 1775 | 1532 |
| 6253 | 4648 | 4605 | 4756 | 6420 | 4750 | 4755 | 4600 | 5784 | 4903 | 4750 | 4625 |
| 6325 | 5537 | 5450 | 5689 | 6560 | 5700 | 5750 | 5550 | 6003 | 5761 | 5628 | 5400 |
| 6400 | 5793 | 5774 | 5923 | 6600 | 5958 | 5971 | 5823 | 6110 | 5923 | 5765 | 5502 |
| 6458 | 5964 | 5864 | 6184 | 6653 | 6000 | 6031 | 5903 | 6174 | 5997 | 5871 | 5800 |
| 8295 | 5389 | 4900 | 5320 | 3700 | 5280 | 5300 | 5425 | 4650 | 5327 | 5051 | 4500 |
| 875 | 2528 | 2490 | 2503 | 1100 | 2860 | 3000 | 3060 | 1220 | 2750 | 2495 | 2005 |
| -2178 | -1102 | -1200 | -1002 | -2120 | -1080 | -1100 | -1150 | -1652 | -821 | -1023 | -1350 |
| -4605 | -4125 | -4512 | -3850 | -4680 | -4200 | -4250 | -4350 | -4372 | -3873 | -4003 | -4402 |
| -6071 | -5900 | -5710 | -5521 | -6230 | -6170 | -6200 | -6280 | -5603 | -5500 | -5700 | -6008 |
| -6385 | -6460 | -2228 | -5965 | -6500 | -6490 | -6492 | -6608 | -5825 | -5843 | -5932 | -6400 |
| -6500 | -6600 | -6431 | -6180 | -6580 | -6570 | -6572 | -6700 | -5931 | -6089 | -6151 | -6500 |
| -6528 | -6671 | -6531 | -6372 | -6600 | -6600 | -6608 | -6733 | -6047 | -6212 | -6280 | -6579 |

| α | $C'u_{88}$ 1 s. | | | | $C'u_{60}$ 2 s. | | | | $C'u_{78}$ 3 s. | | | |
|----------|---------------------|------------|------------|------------|---------------------|------------|------------|------------|----------------------|------------|------------|------------|
| | $\varphi = 0^\circ$ | | | | $\varphi = 0^\circ$ | | | | $\varphi = 60^\circ$ | | | |
| | σ_1 | σ_2 | σ_3 | σ_4 | σ_1 | σ_2 | σ_3 | σ_4 | σ_1 | σ_2 | σ_3 | σ_4 |
| 70°,0 | 1793 | -5432 | -5582 | -5632 | 2090 | -5221 | -6123 | -5673 | 1920 | -5855 | -5953 | -5997 |
| 200,0 | 5002 | -1253 | -1600 | -2033 | 4510 | -2003 | -2509 | -2200 | 4643 | -1747 | -1750 | -2135 |
| 400,0 | 6064 | 1911 | 1900 | 1600 | 5603 | 2001 | 2008 | 1852 | 5675 | 1670 | 1419 | 1502 |
| 1000,0 | 6465 | 5805 | 5800 | 5902 | 6320 | 5598 | 5650 | 5750 | 6389 | 5800 | 5875 | 6078 |
| 1600,0 | 6945 | 6800 | 6900 | 7005 | 6410 | 6523 | 6672 | 6828 | 6697 | 6497 | 6621 | 7025 |
| 2000,0 | 7038 | 7023 | 7138 | 7360 | 6495 | 6850 | 6800 | 7250 | 6755 | 6807 | 7010 | 7400 |
| 2200,0 | 7101 | 7189 | 7321 | 7495 | 6500 | 6875 | 6921 | 7345 | 6760 | 6945 | 7235 | 7502 |
| 2400,0 | 7115 | 7285 | 7434 | 7514 | 6510 | 6950 | 7000 | 7500 | 6770 | 7120 | 7323 | 7600 |
| 2400,0 | 4200 | 5998 | 6200 | 6500 | 3507 | 5253 | 5502 | 6100 | 478 | 6743 | 6825 | 6931 |
| 2200,0 | -500 | 972 | 1100 | 1495 | -995 | 495 | 625 | 1972 | -653 | 858 | 975 | 1180 |
| 2000,0 | -3000 | -2437 | -2006 | -1700 | -3403 | -3007 | -2800 | -2300 | -3453 | -2503 | -2450 | -2350 |
| 1600,0 | -5389 | -5022 | -5170 | -5100 | -5500 | -5375 | -5430 | -5403 | -5725 | -5501 | -5555 | -5565 |
| 1000,0 | -6600 | -6403 | -6600 | -6750 | -6152 | -5150 | -6720 | -6750 | -7100 | -7087 | -7180 | -7300 |
| 400,0 | -6928 | -7075 | -7189 | -7383 | -7080 | -7221 | -7250 | -7400 | -7602 | -7625 | -7625 | -7825 |
| 200,0 | -7000 | -7127 | -7303 | -7500 | -7123 | -7345 | -7380 | -7470 | -7515 | -7711 | -7650 | -7840 |
| 70,0 | -7055 | -7225 | -7405 | -7614 | -7150 | -7380 | -7400 | -7487 | -7553 | -7730 | -7668 | -7867 |

| C^*u_{51} $\varphi = 120^\circ$ 1 s. | | | | C^*u_{74} $\varphi = 180^\circ$ 3 s. | | | | C^*u_{49} $\varphi = 180^\circ$ 1 s. | | | |
|---|-------|-------|-------|---|-------|-------|-------|---|-------|-------|-------|
| c_1 | c_2 | c_3 | c_4 | c_1 | c_2 | c_3 | c_4 | c_1 | c_2 | c_3 | c_4 |
| 1855 | -5050 | -5350 | -4900 | 1870 | -4983 | -5333 | -5263 | 2112 | -5500 | -5600 | -6000 |
| 4760 | -1005 | -1250 | -1605 | 4475 | -1100 | -1660 | -1510 | 4850 | -1850 | -2100 | -2400 |
| 6000 | 3412 | 2560 | 2300 | 5880 | 2230 | 2120 | 1900 | 5855 | 2400 | 2300 | 1900 |
| 6103 | 5743 | 5625 | 5500 | 6720 | 6210 | 6300 | 6420 | 6758 | 5900 | 5890 | 5750 |
| 6300 | 6790 | 6800 | 6810 | 6980 | 7089 | 7210 | 7455 | 7005 | 7010 | 7050 | 7120 |
| 6402 | 7050 | 7120 | 7220 | 7100 | 7290 | 7405 | 7710 | 7115 | 7265 | 7300 | 7400 |
| 6475 | 7110 | 7189 | 7335 | 7160 | 7400 | 7519 | 7860 | 7190 | 7300 | 7365 | 7460 |
| 6605 | 7173 | 7235 | 7389 | 7255 | 7500 | 7728 | 7910 | 7265 | 7333 | 7400 | 7500 |
| 4000 | 5510 | 5750 | 6100 | 4893 | 6025 | 6120 | 6400 | 3700 | 6300 | 6500 | 6800 |
| -300 | 1255 | 1500 | 1875 | -210 | 1490 | 1650 | 2255 | -920 | 509 | 750 | 1000 |
| -2650 | -2135 | -2005 | -1850 | -3079 | -2365 | -2210 | -2000 | -3100 | -2400 | -2300 | -2320 |
| -4865 | -4680 | -4755 | -4760 | -5210 | -5107 | -5120 | -5215 | -5350 | -5180 | -5100 | -5030 |
| -6250 | -6280 | -6400 | -6550 | -6410 | -6610 | -6900 | -6880 | -6586 | -6150 | -6170 | -6750 |
| -6615 | -6810 | -6900 | -7135 | -6720 | -7110 | -7245 | -7420 | -7050 | -7230 | -7250 | -7490 |
| -6735 | -6915 | -7075 | -7210 | -6800 | -7160 | -7300 | -7550 | -7150 | -7325 | -7355 | -7513 |
| -6805 | -6950 | -7125 | -7260 | -6823 | -7238 | -7333 | -7663 | -7210 | -7363 | -7400 | -7595 |

| α | $C''u_{33}$ 2 s. | | | | $C''u_{31}$ 2 s. | | | | $C''u_{41}$ 3 s. | | | |
|----------|------------------|-------|-------|-------|-------------------|-------|-------|-------|--------------------|-------|-------|-------|
| | $\phi = 0^\circ$ | | | | $\phi = 60^\circ$ | | | | $\phi = 120^\circ$ | | | |
| | c_1 | c_2 | c_3 | c_4 | c_1 | c_2 | c_3 | c_4 | c_1 | c_2 | c_3 | c_4 |
| 100° | 2700 | —5623 | —5923 | —5773 | 3400 | —4900 | —5300 | —5273 | 2623 | —4875 | —5850 | —5500 |
| 400 | 5505 | 1006 | 920 | 900 | 5750 | 2050 | 1750 | 1500 | 5250 | 1745 | 1200 | 1065 |
| 800 | 6005 | 4425 | 4500 | 4570 | 6400 | 5000 | 4900 | 5002 | 5760 | 4755 | 4800 | 5000 |
| 1600 | 6250 | 6450 | 6550 | 6790 | 6710 | 6950 | 7095 | 7200 | 6200 | 6650 | 6900 | 7650 |
| 2400 | 6358 | 7000 | 7200 | 7600 | 6900 | 7600 | 7850 | 8100 | 6485 | 7255 | 7655 | 8600 |
| 3000 | 6493 | 7250 | 7420 | 7890 | 6995 | 7750 | 8125 | 8405 | 6700 | 7550 | 7898 | 9075 |
| 3600 | 6508 | 7390 | 7625 | 7960 | 7100 | 7910 | 8300 | 8610 | 6870 | 7800 | 8200 | 9300 |
| 3950 | 6600 | 7423 | 7673 | 8000 | 7195 | 7973 | 8400 | 8705 | 7073 | 7890 | 8323 | 9373 |
| 3950 | 2000 | 4900 | 5200 | 5700 | 2000 | 5200 | 5800 | 7700 | 3000 | 5300 | 6000 | 6800 |
| 3600 | —3507 | —2120 | —1300 | —1500 | —2890 | —1760 | —1600 | —1300 | —2750 | —1820 | —1520 | —1000 |
| 3000 | —6000 | —6026 | —6150 | —6250 | —5585 | —5700 | —5765 | —5770 | —5720 | —5820 | —5900 | —5300 |
| 2400 | —7005 | —7320 | —7520 | —7753 | —6450 | —6750 | —7000 | —7100 | —6748 | —7130 | —7270 | —6625 |
| 1600 | —7650 | —8110 | —8365 | —8600 | —7020 | —7005 | —7810 | —8198 | —7310 | —7755 | —8120 | —7350 |
| 800 | —7855 | —8365 | —8700 | —8880 | —7400 | —7950 | —8255 | —8320 | —7510 | —8100 | —8500 | —7700 |
| 400 | —7920 | —8455 | —8735 | —8906 | —7510 | —8050 | —8325 | —8435 | —7610 | —8200 | —8600 | —7723 |
| 100 | —7950 | —8510 | —8805 | —9000 | —7600 | —8120 | —8400 | —8525 | —7650 | —8250 | —8620 | —7773 |

| $C''u_{13}$ 1 s. | | | | $C''u_{16}$ 2 s. | | | | $C''u_{18}$ 3 s. | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $\phi = 180^\circ$ | $\phi = 180^\circ$ | $\phi = 180^\circ$ | $\phi = 180^\circ$ | $\phi = 180^\circ$ | $\phi = 180^\circ$ | $\phi = 180^\circ$ | $\phi = 180^\circ$ | $\phi = 180^\circ$ | $\phi = 180^\circ$ | $\phi = 180^\circ$ | $\phi = 180^\circ$ |
| α_1 | α_2 | α_3 | α_4 | α_1 | α_2 | α_3 | α_4 | α_1 | α_2 | α_3 | α_4 |
| 2975 | -5200 | -5673 | -6073 | 2723 | -4900 | -5600 | -6250 | 3005 | -4300 | -5255 | -6300 |
| 5700 | 1700 | 1575 | 1425 | 5180 | 2150 | 2180 | 780 | 5706 | 2490 | 1900 | 510 |
| 6360 | 4650 | 4750 | 4745 | 6250 | 5200 | 5250 | 4780 | 6350 | 5300 | 5307 | 4500 |
| 6700 | 6720 | 6800 | 7008 | 6850 | 7250 | 7620 | 7255 | 6900 | 7400 | 7550 | 6850 |
| 6955 | 7450 | 7620 | 7860 | 7100 | 7820 | 8250 | 7900 | 7200 | 7880 | 8250 | 7400 |
| 7100 | 7650 | 7930 | 8180 | 7200 | 8090 | 8495 | 8180 | 7350 | 8120 | 8575 | 7665 |
| 7173 | 7783 | 8100 | 8220 | 7300 | 8200 | 8700 | 8310 | 7520 | 8300 | 8750 | 7750 |
| 7220 | 7800 | 8200 | 8330 | 7385 | 8355 | 8800 | 8400 | 7700 | 8400 | 8810 | 7800 |
| 2823 | 5200 | 5500 | 6000 | 3273 | 6100 | 6260 | 5750 | 3173 | 6300 | 6900 | 4900 |
| -2700 | -1650 | -1500 | -1250 | -2950 | 1650 | -1700 | -1735 | -2450 | -1350 | -1000 | -1900 |
| -6000 | -6000 | -5995 | -5900 | -5850 | 5980 | -6010 | -6100 | -6750 | -5755 | -5680 | -7005 |
| -6980 | -7180 | -7230 | -7360 | -6910 | -7180 | -7200 | -7755 | -6700 | -7005 | -7150 | -8600 |
| -7510 | -7860 | -7950 | -8150 | -7500 | -7720 | -7900 | -8700 | -7255 | -7755 | -7900 | -9400 |
| -7900 | -8220 | -8450 | -8570 | -7700 | -7900 | -8195 | -9000 | -7435 | -7960 | -8250 | -9800 |
| -7950 | -8290 | -8550 | -8623 | -7750 | -7950 | -8300 | -9050 | -7473 | -8035 | -8300 | -9825 |
| -8000 | -8350 | -8575 | -8673 | -7775 | -8000 | -8360 | -9075 | -7500 | -8100 | -8375 | -9885 |

Per le altre torsioni il ciclo si fissa sempre al di sopra del primo ramo, e in basso sempre al di sotto del secondo, come si osserva nella fig. 9 del $C'u_{78}$ e nella fig. 10 del $C''u_{43}$.

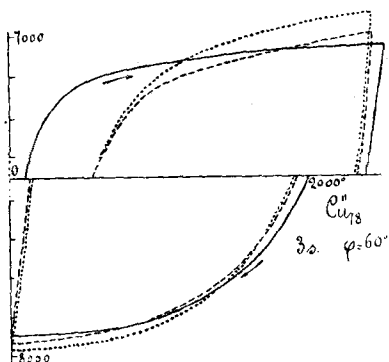


Fig. 9.

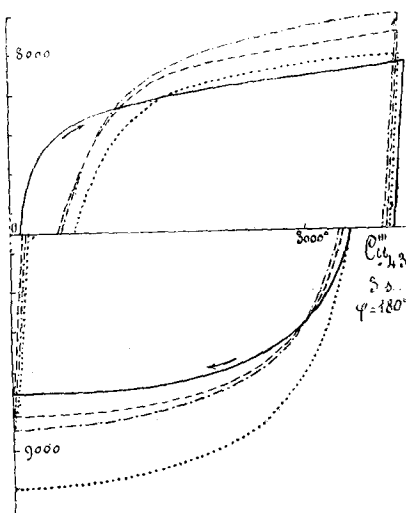


Fig. 10.

Serbandosi intorno a tali posizioni, il ciclo viene così a prender parte agli spostamenti dei primi due rami durante la serie delle deformazioni che s' impongono, ma è anche soggetto ad altri spostamenti causati dalla trazione e dal cambiamento di fase. Essi sono sempre simili per $\phi = 0^\circ$ e $\phi = 180^\circ$ e si traducono in un aumento del valore massimo della coppia nel ramo ascendente e in un abbassamento, meno sensibile, dell' altro al crescer della trazione, e ciò tanto più maggiore è l'ampiezza di torsione. Nelle altre fasi il comportamento è simile a questo od opposto, a seconda del valore di ϕ e della rotazione. Ma non è da escludersi però che inevitabili differenze, anco piccole, nei fili e nel periodo possano influire su questi spostamenti, come influiscono realmente sul modo con cui un filo raggiunge i valori massimi delle coppie.

2° Ciclo. — Per piccole ampiezze si sovrappone sensibilmente al precedente, però meno esattamente del corrispondente ciclo (in $C'u_{31}$) nella torsione sola. Al crescer del valore di questa

la coincidenza diviene meno perfetta, poichè si distacca dal primo ciclo agli estremi, spingendosi più in alto e più in basso, e per ampiezze grandi non vi si sovrappone neppure nei punti di massima variazione della coppia, come si vede nella fig. 10 (linea con tratto e punto). In generale un aumento di trazione produce differenze maggiori.

L'accomodamento è dunque più ritardato che nella torsione semplice e tanto più al crescere dell'ampiezza e della trazione, mentre la perdita di energia presenta variazioni piccole.

13. Per l'ultimo ciclo di sola torsione, rappresentato nelle fig. 8, 9 e 10 con linea punteggiata, è da osservare che mentre la sua forma è pressochè uguale a quella dei cicli precedenti nelle piccole torsioni, nelle altre esso è più stretto e lungo. La sua posizione nel piano dipende dalla fase, uguale a quella ϕ di partenza, in cui si arresta la trazione, e quindi dalla differenza Δ che esiste fra il carico massimo P , che viene poi ad agire sul filo, e quello a cui questo si trova soggetto alla fine del terzo ciclo di trazione. Se $\Delta = 0$, cioè quando $\phi = 0^\circ$, esso si stabilisce verso la regione delle coppie positive, e sempre più al crescere di P ; per $\Delta = P$, cioè quando $\phi = 180^\circ$, si forma più verso la regione opposta, ove si trasporta maggiormente al crescere di P , come indica la fig. 10. Pei valori intermedi di Δ , varia la sua posizione a seconda del valore di ϕ e della torsione. Perciò la modificazione elastica prodotta dalla doppia deformazione può esser diversa per la stessa ampiezza di torsione.

14. Possiamo dunque concludere che :

1° tanto la torsione che la detorsione sinusoidale producono allungamento in un filo ;

al cambiare della differenza di fase nei movimenti che generano una doppia deformazione di torsione e trazione, e la grandezza di queste ;

2° i cicli di torsione variano poco di area, e le curve che li rappresentano vanno soggette, nel piano coppia-azimut, a degli spostamenti, rispetto all'asse degli azimut, dovuti principalmente alle variazioni di lunghezza del filo ;

3° in ogni caso queste sono minime, quando quelle della coppia sono maggiori ;

4° l'allungamento diminuisce al crescere della differenza di fase, è sempre maggiore di quello prodotto da sola trazione e, eccetto che nel primo semiperiodo dell'opposizione di fase, anche di quello dovuto a torsione sola ;

5° l'accomodamento è assai più rapido nelle semplici deformazioni che nella doppia, e sempre tanto più, minore è l'intensità delle forze agenti ;

6° lo stato di incrudimento di un filo è diverso a seconda della intensità delle deformazioni e del modo come queste hanno insieme proceduto : non dipende dunque solamente dal tipo di deformazioni che l'hanno prodotto.

15. Questi fatti, anche se limitati ai fili di rame che ho studiato e nelle condizioni in cui sono stati esaminati, sembra trovino una spiegazione, almeno qualitativa, nel seguente noto fenomeno ¹⁾. Quando si torce un filo, un capo del quale sia fisso, il suo asse lascia la forma rettilinea per prender quella di un'elica ; e, se la torsione è assai grande, si producono delle deformazioni permanenti tali che, alla fine della detorsione, il filo è trasformato in una spirale cilindrica, come mostrano le strie longitudinali che presenta la sua superficie.

Sotto il carico iniziale di 100 g. un filo di rame torto nel mezzo si trasforma dunque in due spirali di senso inverso a passo grande. Ma durante la torsione si ha diminuzione di raggio ²⁾, da cui un aumento di lunghezza, di natura però essenzialmente diversa da un allungamento di ugual grandezza prodotto da trazione, essendo solo questa una deformazione omogenea.

Durante la detorsione il filo, già deformato permanentemente, non riprende le dimensioni primitive, e poichè le deformazioni sono sempre positive in quanto non si distruggono ma si sovrappongono, finirà per torcersi permanentemente in senso contrario al primo, e dovrà quindi allungarsi di nuovo ; ciò che, a causa dell'isteresi, succederà solo al-

1) Tomson and Tait, *Elements of Natural Philosophy*.

2) Wertheim, *Ann. d. Ch. et de Phys.* (3), 1857.

lorchè la coppia giunge verso il massimo valore. Una successione di torsioni e detorsioni produrrà una serie di alterazioni che si sommano, e il filo seguita ad allungarsi.

Se poi alla torsione si aggiunge la trazione, questa favorirà gli spostamenti della materia costituente il filo, che, perciò, dovrà allungarsi di più, ma in modo differente, a seconda dell'intensità di trazione e del momento in cui questa giunge al suo massimo, rispetto a quello della torsione, poichè il numero di spire delle eliche che si formano dipende anche dalla carica durante la torsione.

Ma solo uno studio sperimentale completo potrà far vedere fino a che punto i fenomeni che presenta un filo torto e stirato si accordino con una tale interpretazione, quando cioè sarà nota l'influenza del periodo delle deformazioni, e siano esaminati i fenomeni di elasticità susseguente; ed allora sarà anche possibile e interessante esaminare quanto alcune ingegnose teorie dell'elasticità (Meyer, Boltzmann, Brillouin), che pare contengano una gran parte di vero, si accordino coi fatti osservati ¹⁾.

Napoli, R. Liceo Garibaldi, ottobre 1905.

1) Mi propongo anche di esaminare come il campo magnetico, costante o no, le oscillazioni elettriche, ecc.... possano modificare il comportamento dei metalli magnetici assoggettati a doppia deformazione.