

XIX. Ueber homogene Structuren und ihre symmetrische Theilung, mit Anwendung auf die Krystalle.

Von

William Barlow in London.

(Hierzu Tafel IV u. V.)

Die Homogenität der Structur darf nicht verwechselt werden mit der structurlosen Homogenität. Die denkbar vollkommenste Homogenität ist diejenige, bei der alle Eigenschaften an jedem geometrischen Punkte im Raume dieselben sind; ist das aber der Fall, so ist keine Structur vorhanden, und kann keine Eigenschaft, bedingt durch Verschiedenheiten irgend welcher Art, ermittelt werden, welche uns in den Stand setzen könnten, einen Punkt von einem anderen zu unterscheiden, wie unendlich klein auch die Entfernung der verglichenen Punkte sei. Die Homogenität der Structur besteht nicht darin, dass ein jeder geometrische Punkt des Körpers dieselben Eigenschaften besitzt, sondern in der gleichartigen Wiederholung derselben Eigenschaften oder Formen durch den ganzen Bau.

In Thomson und Tait's Treatise on Natural Philosophy lesen wir Folgendes: »Ein Körper wird dann homogen genannt, wenn irgend zwei gleiche und ähnliche Theile desselben, deren entsprechende Gerade parallel sind und in derselben Richtung laufen, durch keinerlei Verschiedenheit der Eigenschaften unterschieden werden können.« Wird aber diese Definition auf homogene Structuren angewendet, so kann sie wohl nur empirisch, aber nicht mathematisch genau sein; ihre Richtigkeit hängt von den angewendeten Proben ab, die nicht exact genug sind, um eine letzte Unstetigkeit der Structur zu zeigen¹⁾. Es kann gesagt werden, dass sie, auf eine solche Structur angewendet, sich mehr dazu eignet, eine scheinbare Eigen-

1) Fedorow citirt einige Beispiele von Unstetigkeit der Krystallstructur. S. Theorie der Krystallstructur, diese Zeitschr. 25, 446. Vergl. Thomson und Tait 2, 246.

schaft zu beschreiben, als eine geometrische Definition festzustellen. Die Definition der Homogenität der Structur, welche neulich vom Autor ¹⁾ gegeben wurde, und welche bei mathematischer Genauigkeit frei ist von jeder unnöthigen Einschränkung, ist im Wesentlichen folgende: »Eine homogene Structur ist eine solche, innerhalb welcher ein jeder Punkt, wenn wir die Structur als unbegrenzt denken, eine unendlich grosse Anzahl ihm entsprechender anderer Punkte besitzt, deren Stellungen in der Structur genau die gleichen sind; so dass alle die unendlich vielen geometrischen Punktsysteme, welche beziehungsweise gegeben sind, wenn man alle gleichartigen Punkte nimmt, regelmässige unendliche Punktsysteme sind, wie sie bei Sohncke als solche definirt sind, bei welchen die Anordnung der übrigen Punkte um irgend einen derselben die gleiche ist wie um jeden anderen« ²⁾.

Es kann bei dieser Gelegenheit noch bemerkt werden, dass Sohncke und Wiener ³⁾ unabhängig von einander zu der Vorstellung von einem System der Punkte oder Atome, die sich in der bezeichneten Weise wiederholen, gelangt sind.

Ich habe mehrere Modelle construirt, um einige der am wenigsten complicirten Typen homogener Structur des regulären Systems zu zeigen, und hoffe, dass diese meinen Standpunkt klarer machen werden; in Bezug darauf kann ich noch bemerken, dass meine Absicht auf Versuche gerichtet war, die Art und Weise der Wiederholung, in welcher die Homogenität der Structur besteht, in der möglichst allgemeinen Form zu illustriren, und im Besonderen habe ich Alles vermieden, was den Schein der Einbeziehung von Atomistik erwecken könnte, denn der Beweis der Existenz der letzteren muss, wie es scheint, überall anders, als in der Geometrie der Krystalle d. h. der homogenen Structuren, gesucht werden.

Dieses Ziel im Auge behaltend, habe ich bei der Herstellung meiner Modelle vermieden, Theilchen oder Kugeln zu gebrauchen, und habe einen ganz unregelmässigen Körper, die Hand ⁴⁾, in die entsprechenden Lagen gebracht, um die Art der für jeden gegebenen Typus charakteristischen Wiederholung zu zeigen.

Dieses Modell (von dem ein kubisches Element in dem Diagramm

1) Diese Zeitschr. **23**, 4.

2) Sohncke, Entwicklung einer Theorie der Krystallstructur, S. 28. Solche Arten der Wiederholung im Raume, deren sich wiederholende Theile eine unendliche Dimension besitzen, sind in dieser Untersuchung nicht eingeschlossen.

3) Vergl. Wiener's Grundzüge der Weltordnung. Leipzig 1865. Atomlehre S. 82.

4) Vergl. Fedorow, diese Zeitschr. **25**, 115. Die Benutzung von Händen wurde mir von Prof. Miers empfohlen; ihr Vortheil besteht darin, dass der Gebrauch eines so bekannten Gegenstandes eine grosse Erleichterung einer klaren Vorstellung von der Art der Anordnung bietet, und dass diese Form eine so aussergewöhnliche ist, dass Niemand verführt werden kann, sie als nothwendig für irgend einen Typus anzusehen.

Taf. IV, Fig. 4 wiedergegeben ist) stellt einen bestimmten, sehr regelmässigen Typus der kubischen Symmetrie dar, denjenigen nämlich, der in der obenerwähnten Abhandlung in den Tabellen der homogenen Structuren mit 7a bezeichnet ist ¹⁾. Er gehört zu der 34. Classe (der dodekaëdrischen Hemiëdrie) der von Sohncke aufgestellten Tabelle der 32 Classen der Krystalsymmetrie. Diese Structur enthält sowohl rechte wie linke Händ weil sie zu denjenigen gehört, die mit ihren eigenen Spiegelbildern identisch und folglich aus enantiomorph gleichen Theilen aufgebaut sind. Sie besteht aus einer Anzahl gleicher Gruppen von der bezeichneten Art, enthaltend Würfel, welche zusammengebracht im Stande sind, den Raum symmetrisch zu erfüllen.

In dem wirklichen Modell besteht ein solches kubisches Element aus acht Skelettwürfeln, deren Kanten aus Holzstäbchen gebildet sind, die sich in den Ecken des Würfels treffen; eine der vier Diagonalen des letzteren ist durch ein Holzstäbchen dargestellt, um welches herum die drei Hände symmetrisch hängen. Jedes von diesen kleinen Würfeln enthält drei von den 24 Händen, die sich in einem einfachen Element befinden; vier abwechselnde Würfel sind gleichartig mit rechten — die anderen vier mit linken Händen besetzt. Der ganze Bau ist also von zweierlei Art Würfeln mit ihren entsprechenden Händetriaden gebildet. Die acht einzelnen Diagonalen der acht Würfel eines Elementes treffen in einem und demselben Punkte zusammen, nämlich in dessen Centrum.

Die angegebene kubische Theilung ist aber nicht wesentlich und kann mehr als ein Gerüst betrachtet werden, das den Zweck zu erfüllen hat, die Hände in ihren Lagen zu bestimmen und uns in den Stand zu setzen, die Art ihrer Anordnung besser zu übersehen — in der That kann dieser Typus der Homogenität in einer allgemeineren Weise dargestellt werden, wenn gar keine Theilung vorhanden ist ²⁾.

In dem vorliegenden Falle sind die Würfelkanten zweizählige Symmetrieachsen der Structur, d. h. wenn letztere um 180° um eine derselben gedreht

1) Diese Zeitschr. 23, 44.

2) Dasselbe gilt für alle Typen. Dieselbe homogene Structur kann in den meisten Fällen unter Erhaltung ihrer Homogenität und Symmetrie auf unendlich viele Arten getheilt werden. Die kubische Raumtheilung, die wir in dem betrachteten Falle benutzt haben, ist eine vollkommen willkürliche, und die Structur des gegebenen Typus braucht nichts Charakteristisches von der zufälligen Symmetrie, die durch die Theilung bedingt wird, zu besitzen.

Wie wir später sehen werden, giebt es Fälle von homogener Structur, bei welchen keine Art der Raumtheilung in einzelne Einheiten (d. h. nicht auf zwei Arten, welche enantiomorph sind) möglich ist, durch die nicht die Symmetrie gestört und der Typus der Homogenität geändert wäre (s. $2b_1$ und $6b_2$ in der Tabelle S. 466 und 467).

Einige Vorschläge zur Classification der verschiedenen Arten der möglichen symmetrischen Raumtheilung werden später gemacht werden.

wird, werden alle ihre Theile in der neuen Stellung mit allen in der alten zusammenfallen. Die Stellung der Symmetrieebenen sowohl, als auch diejenige der verschiedenen Axen ist leicht aufzufinden, wenn eine Anzahl von zusammengesetzten Würfelgruppen von der beschriebenen Art zusammengestellt wird. Die rechten Hände sind homogen vertheilt, ebenso die linken, und in Uebereinstimmung mit der oben gegebenen Definition bildet eine Schaar von ähnlichen Punkten, z. B. die Daumen- oder Zeigefingerspitzen der rechten oder der linken Hände, ein *Sohncke'sches* Punktsystem. Nehmen wir die entsprechenden Punkte der beiden Hände, der rechten und der linken, so erhalten wir das doppelte Punktsystem von *Fedorow*. Die diesem Typus angehörenden Einzelpunktsysteme entsprechen dem bei *Sohncke* unter Nr. 54 beschriebenen; es ist leicht einzusehen, dass alle Punkte irgend eines derselben die Fundamenteigenschaft eines regelmässigen unendlichen Punktsystemes besitzen. Sie stehen identisch in der gleichen Beziehung zu der unendlichen Structur, ohne Rücksicht auf Horizont oder Nordpol oder sonst etwas anderes, als die homogene Structur selbst, betrachtet. Eins von den möglichst einfachen Beispielen dieses Typus der Structur werden wir erhalten, wenn wir einen Satz von gleichartigen Bausteinen in folgender Weise aufbauen, und, um die Beschreibung einfacher zu gestalten, wollen wir solche Bausteine benutzen, deren Breite und Dicke die Hälfte beziehungsweise den vierten Theil der Länge betragen.

Stellt man zwei Bausteine auf ihre kleinsten Flächen aufrecht und parallel einander gegenüber, durch einen Raum von der Breite eines Bausteines getrennt, so bilden die beiden Dicken und der Raum zwischen den Bausteinen gerade die Länge eines Bausteines. In den Zwischenraum legen wir einen Baustein flach hinein, so dass seine beiden Enden um die Dicke eines Bausteines auf jeder Seite über die zuerst gestellten hinausragen. Auf die hervorstehenden Enden desselben stellen wir zwei Bausteine mit der Schmalseite, so dass ihre vorspringenden Endflächen in einer Ebene mit den grössten Flächen der zuerst gestellten liegen. Endlich legen wir direct über die Mitte flach einen Baustein, der sich mit seinen Enden auf die zuletzt gestellten stützt.

Der Umriss des so hergestellten Baues bildet einen Würfel, nur dass je ein würfelförmiger leerer Raum sich in allen acht Ecken befindet. Ferner befindet sich eine leere Würfelzelle in der Mitte.

Stellen wir eine Anzahl von Würfelementen dieser Art, welche gleichartig orientirt sind, mit den Würfeln von nachfolgenden Schichten direct übereinander, so erhalten wir ein Beispiel einer homogenen Structur des oben gegebenen Typus.

Da die äusseren Flächen der Bausteine eines jeden kubischen Elementes mit den Flächen der mit ihnen in Contact stehenden Bausteine, welche zu den benachbarten Elementen gehören, zusammenfallen, so kann der Satz be-

trachtet werden als aus Paaren von Bausteinen bestehend, wobei jedes von ihnen zwei aufeinander liegende Bausteine enthält. Es würde daher keine Veränderung des Typus verursacht werden, wenn statt Paaren von Bausteinen einfache von doppelter Dicke benutzt würden, d. h. solche, bei denen die Breite und Dicke gleich wären und die Hälfte der Länge betrügen. Jeder doppelte Baustein wird dann den vorher von zwei dünneren eingenommenen Raum ausfüllen.

Andere Typen der homogenen Structur des regulären Systems werden durch die folgenden Modelle dargestellt, welche aus geeignet angeordneten Händen gebildet werden.

Diese sind:

Typus 7, ein Repräsentant der 32. Classe, des tetartoëdrischen Würfels (ein Element dieser Structur ist in Fig. 2, Taf. IV dargestellt). Von den acht Würfelchen, welche das Element bilden, enthalten vier rechte (oder linke) Hände, die übrigen vier sind leer.

Typus $7b_1$, ein Repräsentant der 30. Classe, der tetraëdrischen Hemiedrie (ein Element ist in Fig. 3 dargestellt). Von den acht Würfelchen, die das Element bilden, enthalten vier beiderlei Hände symmetrisch geordnet, die anderen vier sind leer.

Typus 12, ein Repräsentant der 29. Classe, des gyroëdrischen Würfels (ein Element ist in Fig. 4 dargestellt). Die acht, das Element bildenden, Würfelchen enthalten sämtlich rechte oder linke Hände.

Typus $12a_1$, ein Repräsentant der 28. Classe, des holoëdrischen Würfels (ein Element ist in Fig. 5, Taf. V dargestellt). Die acht Würfelchen, die das Element bilden, enthalten sämtlich sowohl rechte als auch linke Hände.

Das möglichst einfache Beispiel der Structur von dem letztgenannten Typus wird durch eine kubische Raumtheilung dargestellt, wobei die Zellen leer sind. Ein ausserordentlich einfaches Beispiel dieses Typus bildet das kubische Raumgitter.

Hierher gehören ferner einige Typen der Structur, welche am bequemsten durch Aufbau aus dodekaëdrischen bez. kubooktaëdrischen Zellen construiert werden, aber wie vorher ist diese Zellenconstruction nur als ein Gerüst aufzufassen.

Typus 6. Dieser ist, wie der 7. Typus, ein Repräsentant der 32. Classe, des tetartoëdrischen Würfels (ein Element, aus dodekaëdrischen Zellen bestehend, ist in der Fig. 6, Taf. V dargestellt.) Dieser Typus kann auch aus Würfelchen aufgebaut werden, aber es wird eine grössere Anzahl von leeren Würfelchen vorkommen, als in den früher erwähnten Fällen.

Typus 10. Dieser ist ebenfalls, wie der 7. Typus, ein Repräsentant der 32. Classe, des tetartoëdrischen Würfels (ein Element, in einer kubooktaëdrischen Zelle enthalten, ist in Fig. 7, Taf. V dargestellt).

Wenn Würfelchen mit einer einzelnen Diagonale zum Aufbau dieses

Typus verwendet werden, so muss jedes von ihnen entweder drei rechte oder drei linke Hände besitzen, die entsprechend gelegen sind. Würfelchen, die eine gemeinschaftliche Diagonale besitzen, haben überall, wo sie sich auch befinden, die gleiche Orientirung.

Das in der dodekaëdrischen Zelle des 6. Typus enthaltene Element ist genau von derselben Art, wie dasjenige, welches die kubooktaëdrische Zelle des 10. Typus enthält. Gleiche Punkte bilden in beiden Fällen die Zwölfpunker von Sohncke.

Würfelchen von den oben beschriebenen Arten mit einer einzelnen Diagonale können auch zum Aufbau der weniger regulären Formen der Structur des kubischen Systems benutzt werden.

In der erwähnten Abhandlung¹⁾ habe ich nach allen möglichen Structurtypen, welche die oben angegebene Definition erfüllen, geforscht. Das Resultat der Untersuchung zeigt, dass alle homogenen Structuren eine allgemeine Symmetrie besitzen, welche genau der Symmetrie der Krystalle entspricht. Und während es richtig ist, dass die erwähnte Definition keine Beschränkung in Bezug auf die relativen Orientirungen der ähnlichen Theile²⁾, deren Aehnlichkeit die Homogenität der Structur bildet, ausdrückt, geschweige denn erfordert, dass die Orientirungen identisch sind, wie es bei der früheren Definition der Homogenität der Fall ist, finden wir, dass ähnliche Theile einer homogenen Structur immer eine ganz bestimmte Anzahl von symmetrischen relativen Orientirungen besitzen, je nachdem, welcher unter den 32 Classen der Krystalsymmetrie die ausgewählte Structur angehört.

Und diese Zahl ist diejenige der verschiedenen Orientirungen der idealen Krystallform, welche gebildet werden kann, und welche Coincidenz der Oberfläche liefert. Sie ist daher in manchen Fällen nur 1, in anderen 2, 3, 4, 6, 8, 12 oder 24, entsprechend dem speciellen Falle.

Die eben erwähnte Beziehung zwischen den Orientirungen der ähnlichen Theile sollte daher nicht die Sache der Definition, sondern des Beweises sein. Wenn eine Aehnlichkeit von Theilen nach der von mir gegebenen Definition existiren würde, ohne dass sie die oben besprochenen, symmetrischen, relativen Orientirungen besäße, so würde sie trotzdem ein Beispiel der Homogenität der Structur sein; aber in Wirklichkeit giebt es hier, wie eben bemerkt, keine Ausnahme; der einzige Fall, wo eine Homogenität ohne symmetrische relative Orientirung der ähnlichen Theile existirt, ist die structurlose Homogenität.

Es giebt eine mehr gleichartige, ganz allgemeine Eigenschaft homo-

1) Verbessert in einigen wenigen Punkten in einer Notiz in dieser Zeitschr. 25, 86.

2) Unter ähnlichen Theilen werden diejenigen verstanden, die in der ähnlichen Beziehung zum Ganzen stehen.

gener Structuren, welche fast in denselben Worten ausgedrückt werden kann, wie die oben erwähnte Definition von Thomson und Tait.

Nach dieser kann solch eine Structur immer als gebildet von gleichen und ähnlichen, nach derselben Richtung orientirten Theilen betrachtet werden, welche sich durch keine Verschiedenheit der Eigenschaften von einander unterscheiden ¹⁾).

Jeder der so verwandten Theile wird aus einer ganzen, grossen oder kleinen, Zahl von Raumeinheiten der Structur der einen oder der anderen Art bestehen ²⁾).

Falls wir eine Structur mit trikliner Symmetrie haben, kann sie nur eine Raumeinheit enthalten.

Die Entfernung zwischen correspondirenden Punkten, die zwei solchen angrenzenden Theilen angehören, wird dieselbe sein, wie zwischen entsprechenden Punkten von irgend zwei benachbarten oder mehr oder weniger von einander entfernten Raumeinheiten, deren Orientirung dieselbe ist.

Die Umrisse der so verwandten Theilchen stellen im Allgemeinen nicht dieselbe Theilung dar, welche irgend eine mögliche, natürliche Theilung des Krystalles in chemische oder Krystallmoleküle repräsentiren würde (wenn man letztere von den chemischen Molekülen unterscheidet); denn, ausgenommen einige wenige Fälle besonderer Typen, wird die Theilung, zu der wir auf diese Weise gelangen, vollkommen willkürlich und mit manchen Deckbewegungen ³⁾ der Structur unvereinbar sein, daher zerstörend auf einen Theil der Symmetrie wirken und einen Wechsel in dem Typus verursachen.

Die erwähnte Eigenschaft ist daher von keiner grossen Wichtigkeit in Bezug auf die schliessliche Structur der Krystalle, obgleich sie geeignet sein kann, unsere Vorstellung von der Beziehung zwischen Homogenität und manchen physikalischen Eigenschaften zu unterstützen ⁴⁾).

Die oben gegebene Definition ist, wie wir gesehen haben, in ihrer Anwendung nicht auf Punktsysteme oder Theilchenanhäufungen beschränkt;

1) Fedorow sagt: »Das Resultat der Beobachtungen kann auch dahin gedeutet werden, dass die krystallinisch-homogene Substanz aus gleichen und gleichorientirten (d. h. sämmtlich in paralleler Lage geordneten) Theilchen besteht, welche zusammen genommen den Raum lückenlos ausfüllen.« Diese Zeitschr. **25**, 117.

2) Die drei nothwendigen Eigenschaften einer Raumeinheit sind folgende: sie ist erstens stetig, zweitens enthält sie alle Punktgattungen der Structur (d. h. jede Art eines Standpunktes, von welchem aus die Structur betrachtet werden kann), drittens stehen alle Punkte in ihr in verschiedener Beziehung zu der Structur als Ganzem. S. diese Zeitschr. **23**, 38.

3) Vergl. die Definition der Deckbewegungen bei Sohncke, diese Zeitschr. **23**, 4 Anm. **).

4) S. unter S. 457.

sie gilt für jede Art von Structur, ob sie eine materielle oder rein geometrische ist, ob sie den Raum ausfüllt oder stetig durch ihn verzweigt ist oder in ihm in getrennten Stückchen vertheilt ist. Sie behält auch ihre Geltung in Bezug auf eine Structur, deren Theilchen in Bewegung sind, wofern sich die Aehnlichkeit auf Bewegungen von ähnlichen Theilen erstreckt; doch brauchen die ähnlichen Bewegungen nicht gleichzeitig stattzufinden.

Die Zahl der verschiedenen Typen der symmetrischen Anordnung beträgt bei homogenen Structures 230 ¹⁾; und diese Typen zerfallen, wie gesagt, in 32 Classen, deren allgemeine Symmetrie diejenige der bei den Krystallen vertretenen 32 Arten ist.

Eine so grosse Zahl möglicher Typen wäre allerdings im Stande, einen Studirenden der Krystallographie zu erschrecken, und könnte ihn zum Aufgeben des Studiums der homogenen Structures oder dazu veranlassen, nach irgend einem Vorwande zu suchen, um einige von diesen Typen auszuschliessen und so diese für die Krystalle gültige Zahl auf eine kleinere zu bringen.

Ich würde mit einer solchen Handlung niemals übereinstimmen, so lange nicht die Gründe dafür vollkommen triftige wären; es könnte sonst leicht vorkommen, dass die von uns ausgeschlossenen Typen gerade diejenigen sind, in welchen die Beziehungen zu Krystalleigenschaften am meisten hervortreten.

Ein Verfahren, welches, wie mir scheint, viel wissenschaftlicher und, ich kann auch hinzufügen, erfolgreicher wäre, ist, sich zu bemühen, mit den Hauptmerkmalen der homogenen Structures und speciell mit ihren zahlreichen gemeinsamen geometrischen Eigenschaften vertraut zu werden.

Die Modelle, welche ich construirt habe, sind, wie ich hoffe, im Stande, dies zu erleichtern. Sogar ein flüchtiger Blick auf sie zeigt so nahe Beziehungen und Aehnlichkeiten zwischen Typen, welche, wie berühmte Autoritäten behaupten, für krystallographische Zwecke zurückgewiesen werden sollten, und anderen, die wir nach ihnen behalten dürfen; den Gründen, welche sie zu solcher Unterscheidung scheinbar berechtigen, müssen wir von vorne herein misstrauisch gegenüberstehen und sie einer sehr genauen Prüfung unterziehen.

Ich meine hier besonders den Versuch von Fedorow, solche unter den Typen der homogenen Structures auszuwählen, welche für die Krystalle möglich sind, und die Formen ihrer letzten Einheiten ²⁾ festzu-

1) Diese Zahl stimmt mit der gesammten Anzahl der einfachen und doppelten Punktsysteme überein, welche Fedorow und Schönflies unabhängig von einander festgestellt haben.

2) Fedorow, Theorie der Krystallstructur. Mögliche Structurarten. Diese Zeitschr. 25, 413.

legen; in Bezug darauf kann ich nur mein Bedauern ausdrücken, dass eine auf diesem Gebiete so berühmte Autorität die Bedeutung seines Namens zu einer solchen Anzahl von, wie mir scheint, völlig unhaltbaren Einschränkungen hergibt.

Fedorow sagt: Das Resultat der Beobachtungen kann auch dahin gedeutet werden, dass die krystallinisch homogene Substanz aus gleichen und gleichartig orientirten (d. h. sämtlich in paralleler Lage geordneten) Theilchen besteht, welche zusammengenommen den Raum lückenlos ausfüllen¹⁾, und behauptet, dass einige von den 230 Typen der homogenen Structuren auf solche Weise nicht getheilt werden können und daher für Krystalle als unmöglich angesehen werden müssen²⁾.

Aber ist dies wirklich der Fall? Es wurde schon früher darauf aufmerksam gemacht, dass jede homogene Structur, ohne Ausnahme, betrachtet werden kann als bestehend aus homologen gleichen und gleichartig orientirten Theilchen, welche keinen Unterschied der Eigenschaften von einander zeigen, und es scheint kein Grund vorhanden zu sein, warum eine Structur, die diese Eigenschaft besitzt, die experimentellen Anforderungen der Krystallstructur nicht erfüllen sollte; sogar in Fällen, in denen die gleichartig orientirten Theilchen nur geometrische sind, wo das Vorhandensein von Grenzen zwischen ihnen die Symmetrie der Structur als Ganzes erniedrigt und deren Typus verändert, und wo daher die Theilchen keine getrennten Einheiten (Moleküle oder dergleichen) darstellen³⁾.

In Bezug auf diese und andere Behauptungen Fedorow's, welche in derselben Abhandlung enthalten sind, müssen wir uns immer die Frage vorlegen, welche Bedeutung er seiner Theilung der Krystallstructur beilegt? Wird hier angenommen, dass, wenn sich ein Krystall auflöst, seine Theile unter gewissen Umständen Formen beibehalten, welche zusammengebracht den Raum ausfüllen, oder genauer ausgedrückt, dass unter den festen Ecken und Kanten der Zellen es keine solchen giebt, die leer oder structurlos wären in der unzerstörten Structur, sondern immer von der Substanz eingenommen, welche, wenn die Structur auseinanderfällt, immer ihre relative Lage zu der dieselben Zellen bildenden Substanz behalten kann? Eine solche Annahme ist so unwahrscheinlich, dass ihre Erwähnung genügt, um sie zurückzuweisen. Jedenfalls können wir nicht annehmen, dass sie irgendwie Richtigkeit besitzt, so lange nicht der Beweis dafür erbracht wird.

Aber wenn, was beinahe sicher ist, die Theilung in Zellen von einem

1) Diese Zeitschr. 25, 447.

2) Ebenda, s. speciell S. 248.

3) Fälle dieser Art sind in den Typen 4 und 5 meiner Tabelle dargestellt. Diese Zeitschr. 23, 44. Vergl. unten S. 458 und 466.

bestimmten Umriss, die den Raum auszufüllen im Stande sind, bei den Krystallen weiter nichts als eine geometrische Fiction wäre, was für eine Bedeutung kann der relativen Neigung der Flächen der Zellen¹⁾ beigemessen werden, oder wie können einspringende Winkel als unwahrscheinlich angesehen werden, oder was für einen Sinn kann es haben, die Wände der Zellen überall als ebene Flächen anzunehmen?

Wenn eine bestimmte Theilung kein genaues Ebenbild in einem Krystalle besitzt, sondern einfach auf eine ganz allgemeine Art die Natur der Theilbarkeit in Einheiten oder Molekülen ausdrückt, so würde das Vorhandensein von einspringenden Winkeln in einer Zellenwand nur zeigen, dass der Umriss oder die Begrenzung einer zusammengesetzten Einheit oder Molekel so zu dem Umriss einer benachbarten Einheit passt, wie die Zinke eines Balkens in den Schwalbenschwanz des anderen oder wie ein Zapfen in ein Zapfenloch, ein Schluss, welcher weder überraschend noch unwahrscheinlich ist, wenn er nur im möglichst allgemeinen Sinne genommen wird.

Wir können daher nicht mit Fedorow in seiner Zurückweisung derjenigen asymmorphen Typen, welche nicht in gleiche Zellen mit gleichem Inhalt, deren Umriss²⁾ die vollkommene Symmetrie der ganzen Structur zeigt, getheilt werden können, übereinstimmen oder seine Gründe dafür als richtig anerkennen, dass er als unwahrscheinlich für Krystalle diejenige Theilung in ebenflächige Zellen annimmt, welche entweder anomale Paralleloëder liefert, d. h. Paralleloëder, deren Form eine solche ist, dass keine homogene Deformation im Stande ist, sie in die am meisten symmetrischen Formen der Krystallsymmetrie zu bringen³⁾, oder zweitens einspringende Winkel zwischen den ebenen Zellwänden⁴⁾, oder drittens Zellen, deren äussere Umriss gleichartig orientirt sind, während ihr Inhalt es nicht ist⁵⁾.

Es ist wahr, dass Fedorow's Classification der homogenen Structuren in symmorphe, hemisymmorphe und asymmorphe Systeme auf geometrischen Unterschieden beruht, deren Natur dadurch entsprechend bezeichnet ist,

1) Fedorow unterscheidet normale und anomale Paralleloëder (s. unten).

2) Vergl. Fedorow, diese Zeitschr. **25**, 147 Anm. *).

3) Ebenda S. 132.

4) Ebenda S. 133.

5) Diese Fälle nennt Fedorow »extraordinär«, diejenigen, bei denen der Inhalt und die Umriss gleich orientirt sind, »ordinär« (l. c. 135).

Die von ihm gemachte Annahme, dass die Fälle der extraordinären Art unwahrscheinlich sind, weil es unbegreiflich wäre, warum der Inhalt der Zellen verschieden orientirt sein sollte, hilft der von ihm verfochtenen Sache nicht, weil, wenn es schwer ist, die verschiedenen Orientirungen des zusammengesetzten Elementes einer Masse zu erklären, dieselbe Schwierigkeit bei der Erklärung vorliegt, wie die ähnlichen Theile irgend eines solchen Elementes mit ihren verschiedenen Richtungen zusammengesetzt werden können, und das letztere eine Grundbedingung für die meisten homogenen Structuren ist.

und dass alle seine anderen Bestimmungen ebenfalls auf geometrischen Thatsachen begründet sind; aber das hilft seiner Sache so lange nicht, so lange er den Beweis beizubringen unterlässt, dass irgend eine der von ihm beschriebenen Klassen mit sehr specialisirter Natur in den Krystallen wahrscheinlicher ist, als eine andere ¹⁾).

Anstatt bei den Unterschieden der verschiedenen Arten von ebenflächigen Zellen uns aufzuhalten, — eine Untersuchung, von welcher es zweifelhaft ist, ob sie schliesslich als eine gewisse Wichtigkeit besitzend sich erweist —, sollten wir, wie ich meine, nach einer umfangreichen Behandlung des ganzen Gegenstandes streben, welche alle möglichen, verschiedenen Arten von Theilungen in einer vollkommen allgemeinen Weise, ohne irgendwelche willkürliche Ausscheidungen, zu classificiren hätte.

An Gründen, eine solche Untersuchung durchzuführen, fehlt es nicht.

Die Thatsache, dass Körper, welche Krystalle bilden, fähig sind, in den flüssigen Zustand überzugehen und wieder zu krystallisiren, ohne in ihre Bestandtheile zu zerfallen, und die offenbar oft eintretende Erhaltung von Resten solcher symmetrischer Anordnung der Theilchen, die im festen Zustande vorherrscht, in der Flüssigkeit, hauptsächlich in Fällen solcher Körper, welche die Polarisationssebene drehen, führen uns zum Schlusse, dass die krystallisirte Substanz zerlegt werden kann in Theilchen oder Einheiten, welche alle gleich sind, und deren jede Theile oder Eigenschaften besitzt, die eine ganz bestimmte Anordnung zu einander haben ²⁾).

In manchen Fällen ist das Ueberbleiben von zwei enantiomorphen Arten der Anordnung in dem gelösten Krystalle augenscheinlich, z. B. bei der inactiven Weinsäure kann man auf mechanische oder auf irgend eine andere Weise nachweisen, dass sie aus zwei Isomeren besteht, welche beziehungsweise rechts- oder linkshändig, aber im Uebrigen gleich beschaffen sind.

Im Lichte solcher Thatsachen scheint der Gegenstand interessant zu sein und wird sich wahrscheinlich als anregend erweisen. Der Rest dieser Abhandlung ist daher einem Versuche gewidmet, die Art und Weise, auf welche er behandelt werden kann, in grossen Umrissen anzugeben.

1) Es hat in der That nicht den Anschein, dass man die Eintheilungen der Classification Fedorow's überhaupt durch die experimentellen Thatsachen, welche uns in Bezug auf die Krystalle jetzt bekannt sind, verfolgen kann.

2) Das ist immer richtig, mag es nun ein von einem chemischen Molekül unterscheidbares Krystallmolekül geben oder nicht. Es mag übrigens bemerkt werden, dass es keinen wirklich zwingenden Beweis eines solchen Unterschiedes zu geben scheint.

Digitized by

Google

Digitized by
Google

Die symmetrische Theilung homogener Structuren.

Die Existenz einer homogenen Structur, deren Stabilität eine solche ist, dass sie den inneren und äusseren Kräften Widerstand leistet, schliesst in sich das Vorhandensein gewisser Arten von Spannungen oder Bindungen, welche die Structur zusammenhalten, und ihre Form erhalten oder immer wieder herstellen; die Anordnung dieser Spannungen wird der Definition der Homogenität entsprechen. Auch in den Fällen, wo die Structur mit ihrem eigenen Spiegelbilde identisch ist, wird das von ihnen gebildete System die letztgenannte Eigenschaft besitzen.

Irgend eine gleichmässig wirkende, den Zusammenhang aufhebende Kraft wird in Folge der Symmetrie alle Spannungen, mögen sie sein wie sie wollen, auf eine gleichförmige Weise zerstören, so dass die Lockerung einer gegebenen Spannung von der Lockerung aller gleichen Spannungen in der ganzen Structur begleitet sein wird; lässt aber diese Zerstörung gewisse Spannungen unversehrt, so wird das auch der Fall sein mit allen denjenigen, die gleichgestellt in der ungelösten Structur waren, d. h. das Ueberbleiben einer bestimmten Spannung zieht das Bestehen aller, der Natur und Lage nach ihr gleichen Spannungen nach sich. Die Anwendung einer zerstörenden, gleichmässig wirkenden Kraft wird daher nicht die oben erwähnte Art der Theilung, die mit den Deckbewegungen der Structur¹⁾ unvereinbar ist, geben.

1) Wenn die Zerstörung der Spannungen nicht die vollkommene Auflösung irgend welcher Theile der Structur verursacht, sondern nur eine Theilung in Stücke von verhältnissmässig geringer Grösse, welche, wenn sie zu einem Ganzen verbunden, denselben Raum ausfüllen würden, der ursprünglich von der Structur eingenommen wurde²⁾, so wird die letztere entweder nur aus einer Sammlung von Fragmenten einer Art bestehen oder aus einer endlichen Anzahl und Auswahl von verschiedenen Arten, welche sich stetig durch den Raum wiederholen und eine solche Form oder Formen besitzen, dass sie richtig zusammengesetzt den Raum lückenlos ausfüllen.

2) Wenn jedoch irgend welche Theile der Structur ganz flüssig werden oder leer sind, während andere Theile fest bleiben d. h. ungelöste Spannungen enthalten, so wird die Folge einer gleichmässigen Auflösung und Zerstörung einiger Spannungen sein, dass die ganze Masse in eine Sammlung fester Fragmente verwandelt wird, welche entweder alle von derselben oder von einer beschränkten Anzahl von Arten sind, und welche nicht fähig

1) S. S. 455 Anm. 3).

2) Die Ausdehnung oder Zusammenziehung der Theilchen der Structur ist ausser Acht gelassen.

sind, wie das oben der Fall war, den Raum vollkommen auszufüllen; sie werden in der structurlosen Flüssigkeit vertheilt sein, d. h. wenn eine solche Flüssigkeit und nicht ein Vacuum den Rest des Raumes in der aufgelösten Structur bildete¹⁾.

Wenn wir uns jetzt nur den einfachen Structuren zuwenden, d. h. denjenigen, deren durch die Auflösung entstandene, bestimmte Fragmente oder Theilchen alle ähnlich sind²⁾, so sehen wir leicht, dass, obwohl die Lage der Grenzen dieser Fragmente im Falle irgend eines gegebenen Typus der homogenen Structur so lange ganz unbestimmt ist, als die Natur der Structur nicht ganz genau bekannt ist, wir im Stande sind, die unendliche Anzahl von Arten, auf welche der gegebene Typus in gleiche Theile symmetrisch theilbar ist, in gewisse bestimmte Klassen zu bringen; und dies ist anwendbar auf beide oben besprochene Arten der Aufhebung des Zusammenhanges.

Denn bei jedem Typus kann die ganze unendliche Anzahl von möglichen Arten einer solchen Theilung in Gruppen classificirt werden, welche mit den übrigbleibenden Deckbewegungen, die sich in den getrennten ähnlichen Fragmenten oder Theilchen des zerstörten Ganzen vorfinden, übereinstimmen müssen. Ziehen wir aber noch die bei manchen Structuren vorkommende Eigenschaft der Identität mit ihren eigenen Spiegelbildern in Betracht, so können wir noch Fälle, in welchen jedes Fragment mit seinem Spiegelbilde identisch ist, von solchen unterscheiden, wo die Fragmente enantiomorph sind, und in Folge dessen die Hälfte derselben rechts-, die Hälfte linkshändig ist³⁾.

So z. B., wenn ein gewisser Typus der homogenen Structur eine einzige Schaar von zweizähligen und eine von dreizähligen Drehaxen enthält, so

4) Wenn die allgemein gültigen Anschauungen über die Natur der Substanz im Wesentlichen richtig sind, so ist nicht der früher besprochene andere Fall, sondern dieser derjenige einer wirklich theilweise aufgelösten homogenen Substanz, d. h. aufgelöster Krystalle, deren letzte Theilchen eine Art fester Structur behalten. Diejenigen Fälle, wo die Fragmente nicht alle derselben Art sind, kommen wahrscheinlich dort vor, wo Krystallwasser vorhanden ist, oder bei den Doppelsalzen.

2) Das ist entweder identisch, oder enantiomorph gleich. Vergl. den Fall der oben erwähnten inactiven Weinsäure.

3) Es sind Fälle denkbar, wo die enantiomorphe Eigenschaft der Fragmente nur dann zum Vorschein kommt, wenn sie betrachtet werden in Beziehung auf die unzerstörte Structur; sie können, allein betrachtet, diese Eigenschaft nicht besitzen. Mit anderen Worten: Gruppen, welche mit ihren eigenen Spiegelbildern identisch sind, und alle identisch gleichen können zwei verschiedene Schaaren von enantiomorph gleichen Lagen in der Structur einnehmen. In der That können die Gruppen, welche in dem flüssigen Zustande übrig bleiben, wenn man sie allein, getrennt von der Structur betrachtet, irgend welche weitere Elemente der Symmetrie haben, welche mit denjenigen, die sie schon als Theile der Structur besitzen, verträglich sind.

können wir Fälle, in welchen jedes Fragment eine zweizählige und keine dreizählige Axe besitzt, von jenen unterscheiden, wo eine dreizählige und keine zweizählige Axe vorhanden ist, und diese beiden Fälle lassen sich wiederum von denjenigen unterscheiden, wo die getrennten Fragmente gar keine Axe besitzen ¹⁾.

Betrachten wir nun Fälle, wo die Identität mit den Spiegelbildern vorhanden ist. Wenn ein Typus einer homogenen Structur entweder Centra der Symmetrie (Inversionscentra) oder Symmetrieebenen, auf deren beiden Seiten die enantiomorph verwandten Theilchen sich direct gegenüber befinden, oder Centra besitzt, um welche die enantiomorph verwandten Theilchen so angeordnet sind, wie es in den Typen 63c und 64c meiner Tabelle ²⁾ der Fall ist, so können wir entweder solche Arten der bei Zersetzung entstehenden Fragmente haben, die identisch mit ihren eigenen Spiegelbildern sind, oder solche, die immer in zweierlei Arten vorkommen, als rechts- und linkshändige. Wenn jedoch keines der erwähnten Symmetrieelemente vorhanden ist, sondern die enantiomorphe Uebereinstimmung nur durch die Existenz derjenigen Symmetrieebenen bedingt ist (Gleitebenen), auf deren beiden Seiten die verwandten Theile sich nicht direct gegenüber stehen, so ist die Existenz von endlichen Fragmenten, welche, wenn sie sich in der Structur befinden, mit ihren eigenen Spiegelbildern identisch sind, ausgeschlossen ³⁾.

Denn wenn ein Theil A , auf der einen Seite einer solchen Ebene gelegen, in demselben Fragment vereinigt wäre mit einem enantiomorph gleichen Theile A' , welcher auf der anderen Seite dieser Ebene liegt, so würde die Existenz der Gleitschiebung S von A , welche nöthig ist, es auf die Gegenseite von A' zu bringen, auch die Existenz einer gleichen Schiebung, in derselben Richtung und in gleicher Beziehung zu der Structur von A' stehend, erforderlich machen, welche daher den letzterwähnten Theil gegenüber einem in der Form, aber nicht in der Lage, mit A identischen Theile bringen würde; und dieser dritte Theil müsste der Symmetrie wegen auch einen Theil desselben Fragmentes bilden.

Folglich, wenn nicht eine unendliche Kette von enantiomorph verwandten Theilen A, A' etc. sich in demselben Fragment befindet, so können keine zwei von ihnen in dem erwähnten Falle vereinigt werden,

1) Die Axen sind von derselben Schaar, wenn ihre Beziehung zu dem ganzen, in der Structur vorhandenen Axensystem die gleiche ist, und zwar ob sie zur Deckung gebracht werden können oder nicht.

2) S. diese Zeitschr. 23, 59.

3) Sie können trotzdem, wenn sie getrennt von der Structur betrachtet werden, diese Eigenschaft als eine specielle, nicht aus der Structur abgeleitete Eigenthümlichkeit besitzen.

ohne die Symmetrie der Structur¹⁾ zu stören; und wenn eine Vereinigung dieser Art fehlt, so kann kein Fragment, welches identisch mit seinem Spiegelbilde wäre, gebildet werden.

Es ist möglich, die Methode festzustellen, durch welche die besprochene Classification in einer vielleicht kürzeren und einfacheren Weise vollendet werden kann.

An einer anderen Stelle habe ich singuläre Punktsysteme als solche defnirt, die aus weniger Punkten bestehen, deren Lagen symmetrischer sind, als die von den Punkten der anderen Punktsysteme homogener Structur besetzten²⁾.

Die verschiedenen Typen der Theilung können nach der Natur des centralen oder irgend eines am meisten symmetrisch gelegenen Punktes in einem der ähnlichen Fragmente unterschieden werden, indem jede verschiedene Art von Einzelpunkt, welche in irgend einem gegebenen Typus homogener Structur vorkommt, den centralen oder am meisten symmetrisch gelegenen Punkt eines bestimmten Fragmenttypus bildet, und indem zu jedem der so zu unterscheidenden Typen ein, und jedesmal ein anderer, Fragmenttypus gehört, welcher keinen Punkt enthält, von dem die Natur des Structurtypus erfordert, dass er symmetrischer gelegen sei, als die übrigen³⁾.

Das Problem der Auffindung der verschiedenen Typen der möglichen Theilung geht daher von selbst über in dasjenige der Ermittlung der verschiedenen Arten von besonderen Punkten, welche in jedem Typus der homogenen Structur vorhanden sind.

Die Lösung des letzteren hängt, wie ich es schon in der besprochenen Abhandlung gezeigt habe, von der genauen Bestimmung gewisser Eigenschaften eines jedes Structurtypus ab, nämlich:

1. Von den verschiedenen Schaaren der vorhandenen Drehaxen⁴⁾.
2. Von den Symmetriecentren (Inversionscentren).
3. Von den Symmetrieebenen, auf deren beiden Seiten die enantiomorph verwandten Punkte einer dem anderen direct gegenüber liegen.
4. Von den symmetrisch gestellten Ebenen mit den sie begleitenden Centren, wie diejenigen der beiden Structurtypen, welche identisch sind mit ihren eigenen Spiegelbildern und keine Symmetriecentren oder Symmetrieebenen haben⁵⁾.

¹⁾ Vergl. diese Zeitschr. **25**, 88.

²⁾ Diese Zeitschr. **23**, 60.

³⁾ Der am wenigsten symmetrische Typus überhaupt (der hemipinakoidale oder asymmetrische) bietet, da er keine singulären Punkte besitzt, nur einen Typus der Theilung für einfache Structuren, d. h. für Structuren, deren letzte Fragmente alle ähnlich sind.

⁴⁾ S. S. 462 Anm. 4).

⁵⁾ Es giebt einige solche Ebenen in anderen Typen der Structur, ausgenommen

5. Von den Durchschnittspunkten und -Linien dieser verschiedenen Elemente der Symmetrie.

Die unten gegebene Tabelle zeigt das Resultat der Anwendung der beschriebenen Classificirungsmethode auf einige wenige Typen der homogenen Structuren, welche zu dem regulären oder kubischen Systeme gehören; aber bevor wir zu ihr übergehen, wird es von Nutzen sein, einige Schlussfolgerungen in Bezug auf die allgemeinen Eigenschaften der bei der symmetrischen Eintheilung vorkommenden ähnlichen Fragmente zu ziehen.

Die Thatsache, dass keine Schiebung oder Schraubung ein Fragment mit sich selbst zur Deckung bringen kann, zeigt, dass die einzigen Deckbewegungen, mit denen wir uns zu beschäftigen haben, Drehungen der unzerstörten Structur sind¹⁾. Kein Fragment kann augenscheinlich mehr als eine Rotationsaxe mit derselben Richtung besitzen; und wenn es mehrere zu einander geneigte Axen hat, so müssen alle diese Axen einen gemeinschaftlichen Durchschnittspunkt besitzen.

Wenn ein Fragment eine zweizählige Drehaxe und keine andere besitzt, so wird es von jeder in ihm vorkommenden Art zwei identisch gleiche Punkte besitzen, ausgenommen diejenigen, die auf der Axe selbst liegen. Bei einer dreizähligen und keiner anderen 3, mit Ausnahme der auf der Axe.

-	-	vierzähligen	-	-	-	4,	-	-	-	-	-	-
-	-	sechszähligen	-	-	-	6,	-	-	-	-	-	-

Wenn zwei Drehaxen, welche nicht beide zweizählig sind, einander durchschneiden, so ist es klar, dass auch andere ähnliche Axen durch den Durchschnittspunkt hindurchgehen müssen; ihre Lagen können durch Verfolgung der Bewegung um die zwei ersten gefunden werden. Die Zahl der dadurch bestimmten identischen Punkte ist jedoch nicht gleich dem Producte aus den Coefficienten aller einander durchschneidenden Axen. So ist das Centrum des »24-Punktlers« von Sohncke ein Durchschnittspunkt von sechs zweizähligen, vier dreizähligen und drei vierzähligen Axen. Für jede Schaar²⁾ von Drehaxen in einer homogenen Structur wird mindestens eine bestimmte entsprechende Gruppe oder Typus der Arten der Theilung vorhanden sein, deren ähnliche Fragmente solch eine Axe besitzen; ebenso wenigstens eine Gruppe für jeden verschiedenen Typus des Durchschnittes von zwei oder mehreren Axen, wenn es irgend welche Durchschnitte giebt;

die beiden hier besprochenen Typen 63 c und 64 c, welche eine Gruppe für sich bilden. Vergl. diese Zeitschr. 23, 59; 25, 90.

1) Ein Fragment kann, wie erwähnt, entweder eine Axe oder Axen, die sich in der unzerstörten Structur nicht vorfinden, besitzen; aber das liegt ausserhalb unserer Betrachtungen, da wir nicht eine Classification, welche auf den individuellen Eigenthümlichkeiten der Fragmente begründet wäre, zu machen haben, sondern eine Classification, die sich auf die allgemeinen Eigenschaften der verschiedenen Typen stützt.

2) S. S. 462 Anm. 4).

und ausser jenen Fällen wenigstens eine in denjenigen, wo die Fragmente keine Axe besitzen.

In Bezug auf diejenigen Fälle, wo die Structur mit ihrem eigenen Spiegelbilde identisch ist, wird die Symmetrieebene eines Fragmentes, oder irgend eine durchs Centrum (wenn sie eins besitzt) gehende Ebene das Fragment in zwei ähnliche Theile zerlegen. Wenn das Fragment eine Axe hat, so muss es auch augenscheinlich central sein.

In keinem Falle kann das Fragment, allein genommen, eine Symmetrieebene besitzen, auf deren entgegengesetzten Seiten die Punkte sich nicht direct gegenüber liegen (d. h. keine Gleitebene), weil eine solche Eigenschaft, wie schon erklärt, erfordern würde, dass das Fragment in einer Richtung unendlich wäre.

Wenn eine Axe der homogenen Structur in einer Symmetrieebene liegt, so berühren die Hälften der Raumeinheiten, welche rund um die Axe liegen, die gleichhändigen nur in dieser Geraden. Daraus folgt, dass, wenn die Fragmente der Structur so beschaffen sind, dass diese Axe in ihnen verbleibt, so müssen sie, um substantiell continuirlich zu sein, auch die Symmetrieebene besitzen.

Zusammenfassung.

Die obige Untersuchung zeigt:

1. Die Natur der Homogenität der Structur und die Eigenschaften, die sie von der structurlosen Homogenität unterscheiden, in Uebereinstimmung mit den Anforderungen der neuen Definition der homogenen Structur, welche neulich von dem Autor in dieser Zeitschrift aufgestellt wurde.

2. Eine Methode, die in einer concreten Form und sehr allgemein die Art der Wiederholung im Raume, welche die Homogenität der Structur ausmacht, durch Modelle darstellt, deren jedes eine Anzahl gleicher Gypshände, die im Raume entsprechend angeordnet sind, enthält.

Die Gesamtzahl der Typen der Anordnung, welche sämmtlich in der bezeichneten Art dargestellt werden können, beträgt 230; das ist die Zahl der typischen Punktsysteme, welche von Fedorow und Schoenflies bei ihrer Erweiterung der Sohncke'schen Methode beschrieben wurden. Die verschiedenen Typen der homogenen Structur, wie auch die entsprechenden Punktsysteme fallen alle in die 32 Klassen der Krystalsymmetrie.

3. Welche allen homogenen Structuren gemeinsame Eigenschaft am meisten der Definition der Homogenität, die von Thomson und Tait gegeben wurde, entspricht.

4. Die Gründe, aus welchen wir die bei Fedorow aufgestellten Argumente, die er seinem neueren Versuche, unter den Typen der homogenen

Structur solche auszuwählen, die als Krystalle möglich sind, und die Gestalt ihrer letzten Einheiten zu bestimmen, zu Grunde legt, als unhaltbar ansehen.

5. Die Möglichkeit, alle denkbaren Arten der symmetrischen Theilung aller Typen der homogenen Structur in einer Weise zu classificiren, welche keine Rücksicht auf die Natur der Zellenwände, ob sie eben sind oder nicht, nimmt, und welche auch in anderer Beziehung ganz allgemein ist. Einige Gründe, diese Classification, trotz ihres verwickelten Charakters, zu unternehmen, werden angeführt, von denen der wichtigste die Beziehung der symmetrischen Theilung zu manchen stereochemischen und anderen experimentellen Thatsachen ist.

Bruchstück einer Tabelle der verschiedenen Arten der symmetrischen Theilung in Fragmente einerlei Art, welche bei den Typen der homogenen Structur durchgeführt werden kann.

Der getheilte Typus	Nr. der Art	Die Elemente der Symmetrie der homogenen Structur, welche in einer Zelle oder einem Element der Theilung übrig bleiben
1	(1)	Eine dreizählige Axe.
1	(2)	Keine.
1a ₁	(1)	Eine dreizählige Axe und ein Symmetriecentrum.
1a ₁	(2)	Nur eine dreizählige Axe (die Fragmente sind enantiomorph).
1a ₁	(3)	Keine (enantiomorphe Fragmente).
2	(1)	Eine dreizählige Axe.
2	(2)	Eine zweizählige Axe.
2	(3)	Keine.
2a ₁	(1)	Eine dreizählige Axe und ein Symmetriecentrum.
2a ₁	(2)	Nur eine dreizählige Axe (enantiomorphe Fragmente).
2a ₁	(3)	Eine zweizählige Axe (enantiomorphe Fragmente).
2a ₁	(4)	Keine (enantiomorphe Fragmente).
2b ₁	(1)	Nur eine dreizählige Axe (enantiomorphe Fragmente).
2b ₁	(2)	Eine zweizählige Axe (enantiomorphe Fragmente).
2b ₁	(3)	Keine (enantiomorphe Fragmente).
3 od. 4	(1)	Eine dreizählige und eine zweizählige Axe.
3 od. 4	(2)	Nur eine dreizählige Axe.
3 od. 4	(3)	Nur eine zweizählige Axe.
3 od. 4	(4)	Keine.
5	(1)	Eine dreizählige und eine zweizählige Axe.
5	(2)	Nur eine dreizählige Axe.
5	(3)	Nur eine zweizählige Axe, von der Art, dass sie in der unzerstörten Structur die dreizählige durchschneidet.
5	(4)	Eine zweizählige Axe anderer Art.
5	(5)	Keine.
5a ₁	(1)	Eine dreizählige Axe und ein Symmetriecentrum.
5a ₁	(2)	Eine dreizählige und eine zweizählige Axe (enantiomorphe Fragmente).

Der getheilte Typus	Nr. der Art	Die Elemente der Symmetrie der homogenen Structur, welche in einer Zelle oder einem Element der Theilung übrig bleiben
5a ₁	(3)	Nur eine dreizählige Axe (enantiomorphe Fragmente).
5a ₁	(4)	Nur eine zweizählige Axe von der Art, dass sie die dreizählige Axe in der unzerstörten Structur durchschneidet (enantiomorphe Fragmente).
5a ₁	(5)	Eine zweizählige Axe anderer Art (enantiomorphe Fragmente).
5a ₁	(6)	Keine (enantiomorphe Fragmente).
6	(4)	Vier dreizählige und drei zweizählige Axen.
6	(2)	Nur eine dreizählige Axe.
6	(3)	Nur eine zweizählige Axe.
6	(4)	Keine.
6a ₁	(1)	Vier dreizählige Axen, drei zweizählige und ein Symmetriecentrum mit den begleitenden drei Symmetrieebenen.
6a ₁	(2)	Nur eine dreizählige Axe (enantiomorphe Fragmente).
6a ₁	(3)	Eine zweizählige Axe und eine Symmetrieebene.
6a ₁	(4)	Keine (enantiomorphe Fragmente).
6a ₂	(1)	Vier dreizählige und drei zweizählige Axen (enantiomorphe Fragmente).
6a ₂	(2)	Eine dreizählige Axe und ein Symmetriecentrum.
6a ₂	(3)	Nur eine dreizählige Axe (enantiomorphe Fragmente).
6a ₂	(4)	Nur eine zweizählige Axe (enantiomorphe Fragmente).
6a ₂	(5)	Keine (enantiomorphe Fragmente).
6b ₁	(4)	Vier dreizählige, drei zweizählige Axen und sechs gleiche Symmetrieebenen.
6b ₁	(2)	Eine dreizählige Axe und eine Symmetrieebene.
6b ₁	(3)	Nur eine zweizählige Axe (enantiomorphe Fragmente).
6b ₁	(4)	Keine (enantiomorphe Fragmente).
6b ₂	(4)	Vier dreizählige und drei zweizählige Axen (enantiomorphe Fragmente).
6b ₂	(2)	Nur eine dreizählige Axe (enantiomorphe Fragmente).
6b ₂	(3)	Nur eine zweizählige Axe (enantiomorphe Fragmente).
6b ₂	(4)	Keine (enantiomorphe Fragmente).
		etc. etc.

Erläuterung der Taf. IV und V.

Zum richtigen Verständniss der Natur der Wiederholung im Raume, welche für irgend eine von den verschiedenen homogenen Structuren charakteristisch ist, können die auf den beiden Tafeln gegebenen Abbildungen in folgender Weise dienen:

1. Man fertige eine Anzahl Copien einer Figur an, schneide dieselben aus, falte sie nach den punktierten Linien und klebe sie so zusammen, dass sie je einen regelmässigen Körper bilden.

2. Die so erhaltenen gleichen Körper werden dann in symmetrischer Weise lückenlos zusammengestellt.

Zu diesem Zwecke können Abdrücke der sieben Figuren, in doppelter Grösse und auf einem zum Zusammenkleben geeigneten Carton vereinigt, von der Verlagsbuchhandlung Wilhelm Engelmann in Leipzig und durch jede Buchhandlung zum Preise von Mk. 0,40 pro Carton bezogen werden.