

aber es ist ebenso wahr, daß sehr häufig Krystallisation hervorgerufen werden kann, ohne daß die Lösung mit anderen Körpern oder gar mit der atmosphärischen Luft in Berührung kommt. Das Beharren im übersättigten Zustand gehört in dieselbe Reihe von Erscheinungen wie die Phänomene, daß geschmolzene Körper unterhalb des Schmelzpunktes und Flüssigkeiten unterhalb des Gefrierpunktes flüssig bleiben können. Das plötzliche Erstarren dieser Körper, sowie auch die plötzliche Krystallisation übersättigter Salzlösungen, kann bei Luftabschluß ohne Zutritt irgend eines fremden Körpers erfolgen. Es sind diese Phänomene als Folgen der Störung eines labilen Gleichgewichts zu betrachten und diese Störung kann durch gewisse mechanische Effecte hervorgebracht werden.

Florenz, im August 1866.

VI. *Die Ausdehnung des Wassers bei Temperaturen unter $+4^{\circ}$ R.;* *von Dr. Weidner,*

Assistent am chemischen Laboratorium zu Rostock.

Unter den vorhandenen Tabellen über die Ausdehnungsverhältnisse des Wassers enthalten nur zwei, nämlich die von Despretz aufgestellte und die nach den Versuchen Pierre's von Frankenheim berechnete, auch Zahlen für dieselben unter Null Grad.

Die Verschiedenheit in den Zahlenangaben dieser Tabellen waren, weil die Wichtigkeit des Gegenstandes wohl eine Bestätigung durch möglichst zahlreiche directe Beobachtungen verlangen dürfte, die Veranlassung, daß ich auf Wunsch meines hochverehrten Lehrers, des Hrn. Professor Dr. Fr. Schulze, als Dissertationsthema eine Reihe von Versuchen, die dahin gerichtet waren, die Ausdehnung des

Wassers von $+4^{\circ}$ C. bis -10° resp. 9° C. zu bestimmen, unternahm.

Wegen der Schwierigkeiten derartiger Untersuchungen, wenn die Gröfse der Ausdehnung Grad für Grad beobachtet und bestimmt werden soll, wählte ich nur einige Punkte zur directen Beobachtung und Bestimmung, und waren diefs von $+4^{\circ}$ C. bis 0° , von 0° bis -5° und von -5 bis -10 resp. -9° C. Aus den so erhaltenen Constanten wurde durch Interpolation die Ausdehnung für jeden einzelnen Grad berechnet.

Die directen Beobachtungen wurden an, zu diesem Zwecke besonders construirten, Wasserthermometern angestellt. Die Gröfsenverhältnisse dieser Thermometer waren annähernd ungefähr folgende: der untere Theil derselben, welchem ich die Form eines Cylinders gegeben hatte, um dadurch zu ermöglichen, daß schneller und sicherer, wie diefs bei einer Kugel von gleicher Capacität möglich seyn würde, eine Ausgleichung der Temperatur der einzelnen Flüssigkeitsschichten gegen das umgebende Medium stattfinden sollte, hatte ungefähr 11^{mm} Durchmesser; die Höhe betrug 100^{mm}, das Caliber der Röhre war nicht unter 1^{mm}; bei geringerer Dimension hätte der Capillaritätseffect dem Experiment, besonders dem Auskochen, zu große Schwierigkeit entgegengestellt. Die Länge der Röhre war 750^{mm}. Die Thermometer wurden, nachdem sie vorher sorgfältig gereinigt worden, mit destillirtem Wasser gefüllt. Um die Luft aus demselben möglichst vollständig zu entfernen, wurden sie, nachdem vorher der obere Theil in feine Spitzen ausgezogen war, so weit in ein hohes cylinderförmiges Kochgefäß eingesenkt, daß nur die Spitzen aus demselben hervorragten. Der Cylinder wurde mit einer concentrirten Lösung von Natron-Salpeter gefüllt und diese so lange gekocht, bis man durch die Länge der Zeit, innerhalb welcher das Kochen unterhalten worden, sicher seyn konnte, daß der beabsichtigte Zweck möglichst erreicht war; dann wurden noch während des Kochens die feinen Spitzen zugeschmolzen.

Da die intendirten Beobachtungen nicht dahin gingen,

gleichzeitig den Punkt der größten Dichtigkeit des Wassers zu bestimmen, so wählte ich $+4^{\circ}$ C. zum Ausgangspunkte, als den nach den bisherigen Ermittlungen fast genau zutreffenden Punkt des Dichtigkeitsmaximums.

Die Beobachtungen wurden in einem Zimmer vorgenommen, dessen Temperatur lange Zeit nahe constant blieb. Die Temperaturbestimmungen geschahen durch, in $\frac{1}{10}$ Grade getheilte Quecksilberthermometer von J. G. Greiner und Geißler in Berlin. Der Nullpunkt derselben wurde vorher noch einer besonderen Prüfung unterworfen und übereinstimmend befunden; ebenso stimmten die verschiedenen Thermometer in den übrigen Graden innerhalb der Beobachtungssphäre.

Die Wasserthermometer wurden mit den Quecksilberthermometern in ein dünnwandiges, mit Wasser von entsprechender Temperatur gefülltes Glasgefäß eingesenkt; dieses stand in einem bedeutend größeren Gefäße, gefüllt mit Wasser von derselben Temperatur. Die Beobachtung bei 0° geschah in schmelzendem Schnee, die bei -5° und -10° C. in einer Kältemischung, bestehend aus Salzsäure und Schnee, unter Anwendung derselben doppelten Gefäße. Auf jede einzelne Beobachtung wurde die Zeit von mehreren Stunden verwandt und durfte vorausgesetzt werden, daß dieser Zeitraum zur vollständigen Ausgleichung der Temperatur des Wassers und des umgebenden Mediums ausreichend sey. Auch wurde jede einzelne Beobachtung mehrere Male und zwar so oft wiederholt, bis die beobachteten Niveauveränderungen sich als vollkommen übereinstimmend erwiesen. Diese letzteren wurden auf eine, dem Anscheine nach, rohe, durch die erhaltenen Resultate aber sich als vollkommen brauchbar erweisende Art markirt, nämlich durch Aufkleben scharfkantiger Papierstreifen.

Die Capacität der Wasserthermometer bis zu der auf $+4^{\circ}$ C. bezüglichen Marke wurde durch Wägung der mit Wasser von dieser Temperatur gefüllten ermittelt, die Größe der Gesamtausdehnung aus der durch Wägung des mit Quecksilber von 0° gefüllten Röhrenstückes erhaltenen

Zahl, unter Zugrundelegung des spec. Gewichtes 13,596 für das Quecksilber, berechnet.

Die von $+4^{\circ}$ C. bis 0° , von dort bis -5° C. und dann bis -10° C. stattgefundenene Ausdehnung wurde aus der Gesammtheit dadurch ermittelt, daß die Abstände der Kanten der einzelnen zur Markirung der Niveauveränderungen aufgeklebten Papierstreifen mit Beihülfe einer Lupe gemessen wurden, und aus dem Verhältnisse dieser Zahlen zu der ganzen Länge der Ausdehnung diejenige für die dazwischenliegenden Punkte berechnet.

Die Ausdehnungscoefficienten der angewandten Glasarten wurden, unter Zugrundelegung des einen der von Dulong und Petit angewandten Verfahrens, bestimmt. Zu diesem Zwecke wurden aus dem Glase kleine, den zu specifischen Gewichtsbestimmungen dienenden Pyknometern ähnliche, in eine feine Spitze endigende Gefäße angefertigt. Zur Füllung derselben mit Quecksilber wurden sie, mit Hülfe eines an dem unteren Ende ringförmig gebogenen Eisendrahtes, soweit in ein Gefäß mit Quecksilber eingetaucht, daß das Niveau desselben ungefähr 12^{mm} über der untergetauchten Spitze stand. Aus den so vorgerichteten Gefäßen wurde die Luft unter der Glocke der Luftpumpe möglichst weit evacuirt; dann wurden dieselben mit den Gläsern voll Quecksilber anhaltend in einem Wasserbade auf 100° C. erwärmt, diese dann mit den nun vollständig mit Quecksilber gefüllten Gefäßen durch Einsenken in schmelzenden Schnee auf 0° abgekühlt. Die so mit Quecksilber von 0° gefüllten Gefäße wurden bei dieser Temperatur möglichst schnell, auf einer noch Zehntel eines Milligrammes mit großer Schärfe angehenden Waage gewogen, und dann vermittelst kleiner Drahtkörbchen in ein Wasserbad soweit eingesenkt, daß nur der oberste Theil der Spitze aus dem Wasser hervorragte. Um bei der nachfolgenden Erwärmung unabhängig von dem Barometerstande zu seyn, wurde das Wasser nur bis auf 90° C. erwärmt, um so mehr aber durch fleißiges Durcheinander-rühren desselben Gleichmäßigkeit in allen Schichten be-

wirkt und diese hinreichend lange erhalten. Nach dem Erkalten wurden die Gefäße wieder gewogen. Aus der Differenz zwischen der nach dem Ausdehnungscoefficienten 0,018018 des Quecksilbers berechneten und der durch Wägung erhaltenen berechnete sich für die eine Glassorte die cubische Ausdehnung gleich 0,002625, für die andere gleich 0,002424. Ueberraschend war eine so große Differenz der Ausdehnungscoefficienten zweier dem Ansehen nach einander höchst ähnlicher Glassorten.

Möglich ist es, daß die geringe Verschiedenheit der Beobachtungsergebnisse untereinander ihren Grund in einer entsprechenden Differenz des Ausdehnungscoefficienten des Glases der einzelnen Wasserthermometer hat, sofern diese wenn auch aus denselben Glassorten gefertigt, doch schon vermöge ungleicher Behandlung im Feuer, oder ursprünglich ungleichartiger Mischung der Glassubstanz weder unter sich, noch mit der auf den Ausdehnungscoefficienten geprüften Portion desselben Glases vollkommen übereinstimmen. Nachstehend gebe ich nun die an vier Wasserthermometern direct erhaltenen Zahlen, indem ich noch bemerke, daß der größte Theil der Instrumente, die zu den Versuchen dienen sollten, zersprang, sobald die Temperatur unter -10° herabging.

Thermometer No. I Ausdehnung bestimmt von $+4^{\circ}$ bis -9° C., Capacität desselben = 26,355 Grm. Wasser von $+4^{\circ}$ C., scheinbare Ausdehnung dieser Wassermenge von $+4^{\circ}$ C. bis -9° C. = 0,0517292 Grm. Wasser, cubische Ausdehnung des

Glases für 13° C. . . .	= 0,0089956	"	"
wahre Ausdehnung . . .	= 0,042733	"	"

Länge des die Gesamtausdehnung angegebenden Röhrenstückes = 47 Millimeter; diese vertheilen sich

von $+4^{\circ}$ C. bis	0° C.	=	4 ^{mm}
"	0° C. " -5° C.	=	16,8 ^{mm}
"	-5° C. " -9° C.	=	26,2 ^{mm}

Hieraus berechnet sich die Größe der Ausdehnung

von $+4^{\circ}$ C. bis -0° C. = 0,003637 für 1 ^{Grm.} = 0,000138
 0° C. „ -5° C. = 0,0152757 „ 1 = 0,000713
 -5° C. „ -9° C. = 0,0288228 „ 1 = 0,001621

Aus diesen Constanten berechnet sich die Formel:

$$V = 1 + 0,00000842 t + 0,000005443 t^2 + 0,00000026932 t^3.$$

Mit dieser Formel berechnet sich nun die Ausdehnung von Grad zu Grad:

	nach Despretz Pogg. Ann. Bd. 62 S. 285	nach Pierre Pogg. Ann. Bd. 86 S. 460
$+4^{\circ}$ C. Volum = 1,0000000	1,0000000	1,0000000
$+3^{\circ}$ C. „ = 1,0000141	1,0000083	1,0000055
$+2^{\circ}$ C. „ = 1,0000407	1,0000331	1,0000267
$+1^{\circ}$ C. „ = 1,0000845	1,0000730	1,0000631
0° C. „ = 1,000138	1,0001269	1,0001183
-1° C. „ = 1,000211	1,0002138	1,0002145
-2° C. „ = 1,000303	1,0003077	1,0003172
-3° C. „ = 1,000418	1,0004222	1,0004300
-4° C. „ = 1,000513	1,0005619	1,0005565
-5° C. „ = 1,000713	1,0006987	1,0007002
-6° C. „ = 1,000897	1,0009184	1,0008648
-7° C. „ = 1,001109	1,0011354	1,0010538
-8° C. „ = 1,001350	1,0013734	1,0012709
-9° C. „ = 1,001621	1,0016311	1,0015196

Thermometer No. II Ausdehnung bestimmt bis -9° C.
 Capacität desselben 26,541 Grm. Wasser von $+4^{\circ}$ C.
 scheinbare Ausdehnung dieser Wassermenge
 = 0,052097 Grm.

cubische Ausdehnung des Glases

für 13° C. = 0,009057 „

wahre Ausdehnung = 0,043040 Grm.

Länge des die Ausdehnung angegebenden Röhrenstückes
 48,5 Millimeter; diese vertheilen sich

von $+4^{\circ}$ C. bis -0° C. = 4,1^{mm}

„ 0° C. bis -5° C. = 17,1^{mm}

„ -5° C. bis -9° C. = 27,3^{mm}

Hieraus berechnet sich die Gröſſe der Ausdehnung

von + 4° C. bis	0° C.	= 0,0036384 ^{grm.}	für 1 = 0,000137 ^{grm.}
„	0° C. „ — 5° C.	= 0,0151749	„ 1 = 0,000709
„	— 5° C. „ — 9° C.	= 0,0242266	„ 1 = 0,001621

Aus diesen Constanten berechnete Formel

$$V = 1 + 0,000008926 t + 0,000005187 t^2 + 0,000000286 t^3.$$

Die mit dieser Formel berechnete Ausdehnung giebt folgende Zahlen für die einzelnen Grade:

		Despretz	Pierre
+ 4° C. Volum	= 1,0000000	1,0000000	1,0000000
+ 3° C. „	= 1,0000144	1,0000083	1,0000055
+ 2° C. „	= 1,0000409	1,0000331	1,0000267
+ 1° C. „	= 1,0000811	1,0000730	1,0000631
0° C. „	= 1,000137	1,0001269	1,0001183
— 1° C. „	= 1,000210	1,0002138	1,0002145
— 2° C. „	= 1,000302	1,0003077	1,0003172
— 3° C. „	= 1,000414	1,0004222	1,0004300
— 4° C. „	= 1,000549	1,0005619	1,0005565
— 5° C. „	= 1,000709	1,0006987	1,0007002
— 6° C. „	= 1,000893	1,0009184	1,0008648
— 7° C. „	= 1,001106	1,0011354	1,0010538
— 8° C. „	= 1,001348	1,0013734	1,0012709
— 9° C. „	= 1,001621	1,001631	1,0015169

Thermometer No. 3. Ausdehnung bestimmt bis — 10° C.

Capacität desselben 26,1605 Grm. Wasser von + 4° C.
scheinbare Ausdehnung dieser Wassermenge

$$= 0,059381 \text{ Grm. Wasser}$$

cubische Ausdehnung des

$$\text{Glases} \dots\dots\dots = 0,009613 \text{ „ „}$$

$$\text{wahre Ausdehnung} \dots\dots\dots = 0,049768 \text{ Grm. Wasser}$$

Länge des die Gesamtausdehnung angegebenden Röhren-
stückes = 69 Millimeter, diese vertheilen sich

$$\text{von + 4° C. bis 0° C.} = 5^{\text{mm}}$$

$$\text{„ 0° C. „ — 5° C.} = 20,7^{\text{mm}}$$

$$\text{„ — 5° C. „ — 10° C.} = 43,3^{\text{mm}}$$

Hieraus berechnet sich die Gröſſe der Ausdehnung:

von + 4° C. bis	0° C. =	^{grm.} 0,0036063	für 1 =	^{grm.} 0,000137
" 0° C. " —	5° C. =	0,0149304	" 1 =	0,000708
" — 5° C. " —	10° C. =	0,0312312	" 1 =	0,001902

Aus diesen Constanten berechnete Formel

$$V = 1 + 0,0000079148t + 0,0000055618t^2 + 0,000000255t^3$$

Die mit dieser Formel berechnete Ausdehnung giebt folgende Zahlen für jeden Grad:

		Despretz	Pierre
+ 4° C. Volum =	1,0000009	1,0000000	1,0000000
+ 3° C. " =	1,0000137	1,0000083	1,0000055
+ 2° C. " =	1,0000401	1,0000331	1,0000267
+ 1° C. " =	1,0000806	1,0000730	1,0000631
0° C. " =	1,000137	1,0001269	1,0001183
— 1° C. " =	1,000210	1,0002138	1,0002145
— 2° C. " =	1,000302	1,0003077	1,0003172
— 3° C. " =	1,000415	1,0004222	1,0004300
— 4° C. " =	1,000550	1,0005619	1,0005565
— 5° C. " =	1,000708	1,0006987	1,0007002
— 6° C. " =	1,000890	1,0009184	1,0008648
— 7° C. " =	1,001100	1,0011354	1,0010538
— 8° C. " =	1,001337	1,0013734	1,0012709
— 9° C. " =	1,001604	1,001631	1,0015196
— 10° C. " =	1,001902		1,0018034

Thermometer No. IV. Ausdehnung bestimmt bis — 10° C.

Capacität desselben = 26,71 Grm. Wasser von + 4° C.

scheinbare Ausdehnung dieser Wassermenge von + 4° C.

bis — 10° C. = 0,060751 Grm.

cubische Ausdehnung des Glases für

14° C. = 0,0098159 "

wahre Ausdehnung = 0,05093597 Grm.

Länge des die Gesamtausdehnung angehenden Röhrenstückes 70 Millimeter; diese vertheilen sich

von + 4° C. bis 0° C. = 5^{mm}

" 0° C. " — 5° C. = 21^{mm}

" — 5° C. " — 10° C. = 44^{mm}

Hieraus berechnet sich die Größe der Ausdehnung:

von $+4^{\circ}$ C. bis 0° C. $\stackrel{\text{Grm.}}{=} 0,00363828$ für 1 $\stackrel{\text{Grm.}}{=} 0,000136$
 „ 0° C. „ -5° C. $\stackrel{\text{Grm.}}{=} 0,01528074$ „ 1 $\stackrel{\text{Grm.}}{=} 0,000708$
 „ -5° C. „ -10° C. $\stackrel{\text{Grm.}}{=} 0,0320168$ „ 1 $\stackrel{\text{Grm.}}{=} 0,001907$

Hieraus berechnete Formel

$$V = 1 + 0,000007541 t + 0,00000558427 t^2 + 0,00000025762 t^3.$$

Mit dieser Formel die Ausdehnung von Grad zu Grad berechnet, giebt folgende Zahlen:

		Despretz.	Pierre:
$+4^{\circ}$ C.	Volum $= 1,0000000$	1,0000000	1,0000000
$+3^{\circ}$ C.	„ $= 1,0000136$	1,0000083	1,0000055
$+2^{\circ}$ C.	„ $= 1,0000394$	1,0000331	1,0000267
$+1^{\circ}$ C.	„ $= 1,0000798$	1,0000730	1,0000631
0° C.	„ $= 1,000136$	1,0001269	1,0001183
-1° C.	„ $= 1,000209$	1,0002138	1,0002145
-2° C.	„ $= 1,000301$	1,0003077	1,0003172
-3° C.	„ $= 1,000414$	1,0004222	1,0004300
-4° C.	„ $= 1,000549$	1,0005619	1,0005565
-5° C.	„ $= 1,000708$	1,0006987	1,0007002
-6° C.	„ $= 1,000891$	1,0009184	1,0008648
-7° C.	„ $= 1,001101$	1,0011354	1,0010538
-8° C.	„ $= 1,0013487$	1,0013734	1,0012709
-9° C.	„ $= 1,001607$	1,001631	1,0015196
-10° C.	„ $= 1,001907$		1,0018034

VII. Ueber die Schwingungen von Glasfäden, die an einem ihrer Enden befestigt sind; von Hrn. H. Valérius.

Prof. an d. Univ. zu Gené.

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus d. *Mem. de l'acad. belg. T. XVII.*)

1. Ich habe bemerkt, daß ein Glasfaden, der mit einem seiner Enden durch etwas Wachs an einem tönenden Körper befestigt ist, unter dem Einfluß dieses nicht nur schwin-