

2. Ueber den Energieverbrauch bei der Magnetisirung durch oscillatorische Condensator-entladungen; von Ignatz Klemenčič.

(Aus den Sitzungsber. der k. Akad. der Wissenschaften in Wien. Mathem.-naturw. Klasse; Bd. CIV. Abth. II. am 4. Juli 1896.)

Die ersten Messungen des Energieverbrauches bei der Magnetisirung hat bekanntlich Warburg im Vereine mit König¹⁾ angestellt. Warburg zeigte zugleich, wie durch die Erscheinung der Hysteresis Energieverluste bedingt sind und lehrte auch, wie sich aus den bei langsamer cyklischer Magnetisirung aufgenommenen Curven, den sogenannten Hysteresisschleifen, diese Verluste berechnen lassen. Nach ihm beschäftigte sich Tanakadatè²⁾ mit dieser Frage und in neuerer Zeit ist sie hauptsächlich von Electrotechnikern, wie J. und B. Hopkinson, Evershed und Vignoles, Ayrton und Sumpner³⁾ untersucht worden.

Der Energieverbrauch bei der Magnetisirung in einem Wechselfelde ist zum Theile eine Folge der Hysteresis, zum Theile eine Wirkung der Foucault'schen Ströme. Durch eine entsprechende Verkleinerung gewisser Dimensionen des Versuchsobjectes kann man den zweiten Theil beinahe ganz unterdrücken. Die Messungen der oben angeführten Beobachter hatten auch vornehmlich den Zweck, zu constatiren, ob die bei schnellen Feldwechseln gefundenen Hysteresisverluste mit den aus den Hysteresisschleifen berechneten übereinstimmen. Es wurde so ziemlich allgemein beobachtet, dass dies bis auf einige Procente zutrifft.

Die Zahl der Feldwechsel betrug in den untersuchten Fällen circa hundert. Weiter ist man bisher noch nicht gegangen. Beim gegenwärtigen Stande der Wechselstromtechnik haben auch Messungen bei höherer Wechselzahl keine rechte praktische Bedeutung. Mit Rücksicht auf gewisse theoretische

1) Warburg u. König, Wied. Ann. **20**. p. 814. 1883.

2) Tanakadatè, Phil. Mag. **28**. p. 207. 1889.

3) Vgl. H. du Bois, Magnetische Kreise, deren Theorie und Anwendung p. 240.

Fragen ist es jedoch sicher wünschenswerth, den Energieverbrauch bei der Magnetisirung durch noch raschere Schwingungen zu studiren, als es jene sind, die uns die gewöhnlichen Wechselstrommaschinen liefern; und zwar wird es sich empfehlen, in diesem Falle das Augenmerk nicht nur auf die Hysteresisverluste, sondern auch auf den Energieverbrauch infolge der Foucault'schen Ströme zu richten.

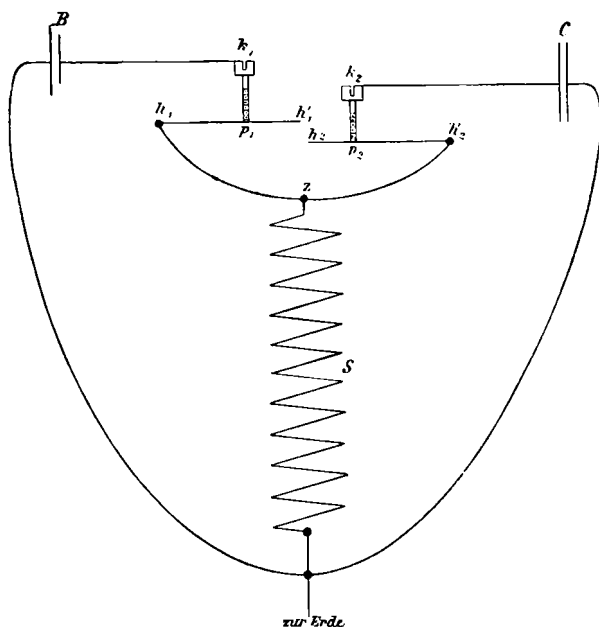
Wenn man nun solche Untersuchungen bei Feldwechseln, welche nach einigen Tausend pro Secunde zählen, anstellen will, dann muss man auf die Anwendung einer gewöhnlichen Wechselstrommaschine verzichten und es empfiehlt sich, in diesem Falle zu oscillatorischen Condensatorentladungen zu greifen, welche ja auch rasch wechselnde Magnetfelder, allerdings von abnehmender Intensität liefern.

Nachfolgend wird ein Verfahren beschrieben, welches den Zweck hat, den Energieverbrauch bei der Magnetisirung durch oscillatorische Condensatorentladungen zu messen. Die angeführten Beobachtungsergebnisse können nur als vorläufige betrachtet werden, da mit den hier benutzten Apparaten eine sehr exacte Bestimmung dieses Verbrauches noch nicht gut möglich ist. Immerhin aber soll durch die mitgetheilten Zahlen die Brauchbarkeit des Verfahrens dargethan werden.

Das Wesen der Methode besteht in Folgendem. Entladet man einen Condensator durch eine Spirale von grossem Selbstinductionscoefficienten und kleinem Widerstande, so geht die Entladung oscillatorisch vor sich; die Dauer der Oscillation ist bekanntlich bestimmt durch die Capacität des Condensators und durch den Selbstinductionscoefficienten der Spirale. Die Schwingungen sind gedämpft, hauptsächlich infolge der Energieabsorption durch den Widerstand der Spirale. Legt man jedoch in das Innere der Spirale einen Eisendraht, so wird die Dämpfung durch den Energieverbrauch bei der Magnetisirung vergrössert. Aus den in beiden Fällen beobachteten Dämpfungsverhältnissen lässt sich der durch die Magnetisirung bedingte Energieaufwand angenähert berechnen, wenn man die Capacität des Condensators und das bei einer Maximalladung vorhandene Potential kennt.

Zur Aufnahme und Untersuchung der Schwingungscurven, bez. der Ladungsmaxima eines Condensators diente eine Vor-

richtung, welche von Hiecke¹⁾ ersonnen und beschrieben wurde. Es ist dies ein Apparat, bei dem ein fallendes Gewicht zwei Contacte rasch, doch mit genau messbarer Zwischenzeit öffnet; ähnlich wie dies auch beim Pendelmyographium von v. Helmholtz geschieht. Dieser Apparat, den ich fortan mit dem Namen „Fallapparat“ bezeichnen will, eignet sich vortrefflich zur Untersuchung von oscillatorischen Condensator-entladungen, wovon die interessanten Beobachtungen Hiecke's (l. c.) einen deutlichen Beweis liefern. Dasselbst ist auch eine ausführliche Beschreibung des Apparates gegeben.²⁾



Zur Theorie der Versuche.

Zunächst soll eine kurze Erläuterung über die Schaltungs- und Beobachtungsweise mit dem Fallapparat gegeben werden. Die beiden Hebel $h_1 h_1'$ und $h_2 h_2'$ (Figur), welche gegen die Stifte k_1 und k_2 drücken, bilden bei p_1 und p_2 die Contacte

1) Diese Sitzungsber. 96. p. 134. 1887.

2) Der hier benutzte Apparat wurde mit einigen Abänderungen im k. k. technologischen Gewerbemuseum neu angefertigt.

welche durch ein fallendes Gewicht, das an die Enden h_1' und h_2 der beiden Hebel aufschlägt, geöffnet werden. Contact p_2 ist fest, p_1 mittels einer Mikrometerschraube in verticaler Richtung verschiebbar. B ist eine galvanische Batterie, C ein Condensator und S eine lange Drahtspirale. Von dem einen Pol der Batterie geht eine Leitung zum Stift k_1 , von da durch den Contact und Hebel zu h_1 , von da zu h_2' , welcher Punkt wieder über p_2 und h_2 mit der einen Belegung des Condensators in Verbindung steht. An einer Stelle der Verbindung zwischen den beiden Contacthebeln, und zwar bei z , ist das eine Ende der Spirale angehängt; das zweite ist mit dem zweiten Pole der Batterie und mit der zweiten Condensatorbelegung leitend verbunden und zur Erde abgeleitet. Sind beide Contacte geschlossen, so fließt ein Strom von der Batterie durch den Contact p_1 und durch die Spirale S zurück zur Batterie. Der Condensator ladet sich zum Potential, welches beim Punkte z herrscht. Sobald p_1 aufgemacht wird, beginnt die Entladung des Condensators und sie dauert so lange, bis der Contact bei p_2 geöffnet wird. Nach dem Oeffnen von p_2 verbleibt im Condensator ein Ladungsrest, der leicht bestimmt werden kann, indem man den Condensator durch ein Galvanometer entladet. Durch Verschieben des Contacts p_1 nach aufwärts wird die Zeit, während der sich der Condensator entladen kann, successive von 0 an vergrößert. — Untersucht man die jeweiligen Ladungsreste, so bekommt man eine genaue Kenntniss des Entladungsvorganges.

Die Formel für die Entladung eines Condensators (von der Capacität C , durch eine Spirale mit dem Selbstinductionscoefficienten S und dem Widerstande R) haben bekanntlich schon Lord Kelvin und Kirchhoff aufgestellt. Es gilt für den Verlauf der Entladung die Differentialgleichung

$$(1) \quad \frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{R}{S} \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{CS} Q = 0,$$

wo Q die zur Zeit t im Condensator enthaltene Electricitätsmenge bedeutet. Zur Zeit $t = 0$ wird die Spirale von einem Strom durchflossen; es sind daher die Anfangsbedingungen¹⁾

1) Vgl. Hiecke, l. c.

$$(2) \quad t = 0; \quad Q = Q_0; \quad \frac{dQ}{dt} = - \frac{Q_0}{CR},$$

woraus sich die Lösung

$$(3) \quad Q = Q_0 e^{-\frac{\lambda t}{T}} \left[\cos \frac{\pi t}{T} + \frac{1}{\pi} \left(\lambda - \frac{T}{CR} \right) \sin \frac{\pi t}{T} \right]$$

für die oscillatorische Entladung ergibt.

Dabei ist bekanntlich

$$(4) \quad T = \sqrt{\frac{\pi}{\frac{1}{CS} - \frac{R^2}{4S^2}}} \quad \text{und} \quad \lambda = \frac{R}{2S} T.$$

Schon Hiecke hat auf den Vortheil der hier geübten Schaltungsweise aufmerksam gemacht, der darin liegt, dass beim Oeffnen des Contacts p_1 kein Funke auftreten kann, weil der Batteriestrom im ersten Moment mit unverminderter Stärke in die Condensatorentladung übergeht. Eine zweite Eigenthümlichkeit besteht darin, dass die Entladungscurve mit ihrem Wendepunkt einsetzt, wie man sich leicht überzeugt, wenn man die Anfangsbedingungen in die Differentialgleichung einsetzt. — Es ist dann

$$\frac{d^2 Q}{dt^2} = 0.$$

Die erste Maximalladung wird daher bei schwacher Dämpfung bedeutend grösser ausfallen, als die Anfangsladung. Dass es so sein muss, folgt übrigens auch aus folgender Ueberlegung. Im Momente des Oeffnens des Contactes p_1 , also zu Beginn der Entladung, sitzt ein Theil der Energie im Condensator als Ladung; dieser Theil ist gleich $\frac{1}{2} V_0 Q_0$, wenn wir mit V_0 das Anfangspotential bezeichnen. Ein zweiter Theil der Energie ist in der Spirale als Strom vorhanden, dieser ist gleich $\frac{1}{2} S J_0^2$, wo J_0 die Anfangsstromstärke bedeutet. Im Verlaufe einer gewissen Zeit nach Beginn der Entladung ist die Spirale stromlos; da nur bei geringer Dämpfung, wie sie hier vorausgesetzt wird, nicht die ganze Energie durch die Widerstände oder andere Factoren absorbiert worden sein kann, so muss sie sich jetzt als Ladung des Condensators zeigen. Weil aber gewöhnlich der zweite Theil den ersten bedeutend überragt, so wird beim ersten Maximum

das Ladungspotential bedeutend grösser sein, als zu Beginn der Entladung.¹⁾

Zur Zeit der Ladungsmaxima sitzt also die ganze Energie im Condensator, da die Leitung stromlos ist. Bezeichnen wir die den Maximis entsprechenden Potentiale mit V_1 , V_2 , V_3 etc., so sind die entsprechenden Energiequanta bez.

$$\frac{1}{2} V_1^2 C; \quad \frac{1}{2} V_2^2 C; \quad \frac{1}{2} V_3^2 C \text{ etc.}$$

1) Das erste Maximum tritt ein zur Zeit

$$(5) \quad \vartheta = \frac{T}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi T}{\lambda T - (\pi^2 + \lambda^2) C R}.$$

Setzen wir

$$\sigma = \frac{\pi T}{\lambda T - (\pi^2 + \lambda^2) C R}$$

und bezeichnen die erste Maximalladung mit Q_μ , so ist

$$(6) \quad Q_\mu = -Q_0 e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arctg} \sigma} \left[\frac{\pi + \left(\lambda - \frac{T}{C R} \right) \sigma}{\pi \sqrt{1 + \sigma^2}} \right].$$

Bei geringerer Dämpfung kann man übrigens auch mit genügender Genauigkeit

$$Q_\mu = -Q_0 e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arctg} \sigma} \cdot \frac{T}{\pi C R}$$

schreiben.

Das erste Maximum ist also entgegengesetzt der Anfangsladung und umso grösser, je grösser die Schwingungsdauer und je kleiner die Capacität und der Widerstand.

In einem concreten Beispiel war

$$C = 2 \text{ Mf.}; \quad R = 3,1 \text{ } \Omega; \quad \lambda = 0,1035; \quad T = 0,000492 \text{ Sec.}$$

Daraus berechnet sich

$$Q_\mu = -23,95 Q_0.$$

Die Beobachtung ergab

$$Q_\mu = -23,7 Q_0.$$

Bezeichnen wir das Ladungspotential des ersten Maximums mit V_1 , so muss für diesen Moment, wo die Spirale stromlos ist, folgende Relation gelten

$$\frac{1}{2} V_1^2 C + \frac{1}{2} S J_0^2 = \frac{1}{2} V_1^2 C + A,$$

wo A die in der Zeit vom Beginn der Entladung bis zum ersten Maximum absorbirte Energie darstellt.

In einem speciellen Falle war $C = 2 \text{ Mf.}$, $V_0 = 8,3 \text{ Volt}$, $J_0 = 2,7 \text{ Amp.}$ — Die Beobachtung ergab $V_1 = 198 \text{ Volt}$. Für $A = 0$ hätte man $V_1 = 214 \text{ Volt}$ beobachten müssen.

Der Verbrauch an Energie W vom ersten Maximum bis zum dritten ist also

$$W = \frac{1}{2} C (V_1^2 - V_3^2),$$

und zwar direct in Erg. ausgedrückt, wenn man das Potential und die Capacität in absoluten Einheiten misst. Bezeichnen wir mit k das Dämpfungsverhältniss, also

$$(7) \quad k = \frac{V_1}{V_3},$$

so ist auch

$$(8) \quad W = \frac{1}{2} C V_1^2 \left(\frac{k^2 - 1}{k} \right).$$

Befindet sich in der Spirale kein Eisendraht oder irgend ein anderer Leiter, so wird diese Energie lediglich durch die Widerstände der Leitung absorbiert, wenn wir von der sehr kleinen electromagnetischen Ausstrahlung absehen.

Legen wir nun in die Spirale einen Eisendraht, so wird ein Theil der electricischen Energie bei der Magnetisirung verbraucht. Diesen Antheil wollen wir mit W_m bezeichnen, während der durch die Widerstände bedingte Verlust W_w heissen soll. Es ist also

$$W = W_w + W_m.$$

Sind die entsprechenden Potentiale im Falle des eingelegten Eisendrahtes V'_1 , bez. V'_3 , so ist

$$W_w + W_m = \frac{1}{2} C (V_1'^2 - V_3'^2).$$

Aus dieser Summe lässt sich W_m nur angenähert berechnen. Es sei W_m klein gegen W_w , dann wollen wir annehmen, der Energieverbrauch gehe so vor sich, dass zuerst W_w und dann erst W_m consumirt wird. Unter diesen Umständen bekommen wir für W_m einen Werth, der sicher etwas zu klein ist. Wir erhalten ¹⁾ so

$$(9) \quad W_m = \frac{1}{2} C \left(\frac{V_1'^2}{k^2} - V_3'^2 \right).$$

1) Die Schwingungen des Condensators sind gedämpfte Pendelschwingungen, so lange der Selbstinductionscoefficient eine constante Grösse ist. Sobald jedoch in die Spirale ein magnetisirbarer Draht gelegt wird, ist diese Bedingung nicht mehr erfüllt, die Schwingungen werden deformirt. Die Berechnung der Schwingungen in diesem Falle, so-

Vom 1. bis zum 3. Ladungsmaximum würde der Eisendraht gerade einen vollen Magnetisirungscyclus durchmachen, falls die Schwingungen nicht gedämpft wären. Nimmt man jedoch die Anfangsstromstärke entsprechend hoch und gibt der Spirale sehr viele Windungen pro Längeneinheit, sodass die erzeugten Maximalfeldstärken gross ausfallen, dann hat es auf den durch die Hysteresis verbrauchten Theil der Energie keinen Einfluss, wenn auch der Cyclus bezüglich der Feldstärken nicht vollkommen geschlossen ist.

Die Apparate und die Versuchsanordnung.

In ähnlicher Weise, wie bei dem von Hiecke beschriebenen Apparate, waren auch hier zwei Hilfsvorrichtungen angebracht; eine um den Batteriestrom gleichzeitig mit dem Loslassen des Gewichtes zu schliessen¹⁾, und eine zweite, welche den Condensator gleich nach dem Oeffnen des Contacts p_2 mit einem Galvanometer in leitende Verbindung setzte. Aus den bei der Entladung beobachteten Galvanometerausschlägen konnte das Ladungspotential leicht bestimmt werden, indem man ganz einfach zum Vergleiche den Condensator mit einer Kette von bekannter electromotorischer Kraft lud und direct durch das Galvanometer entlud.

Die Schraube, mittels welcher der Contact p_1 in verticaler Richtung verschoben wird, hat eine Ganghöhe von 0,692 mm,

wie die exacte Berechnung von W_m würde wahrscheinlich auf grosse Schwierigkeiten stossen, da die Stromstärke und Magnetisirungsintensität in keiner einfachen Weise zusammenhängen. Ich habe daher nur sehr dünne Drähte angewendet, welche die Schwingungen beinahe gar nicht deformirten. In der Formel (9) ist k eigentlich nicht identisch mit dem k der Formel (7), da durch das Einlegen des Drahtes die Schwingungsdauer, bez. der Coefficient der Selbstinduction vergrössert wird. Dieser Umstand, dass ich k , wie es sich ohne eingelegten Draht ergibt, zur Berechnung von W_m verwendet habe, bedingt ebenfalls einen zu kleinen Werth für diese Grössen. Eine durch diesen, sowie den schon oben angeführten Umstand bedingte Correctur habe ich vorläufig nicht angebracht, da eine solche den qualitativen Charakter des Resultates nicht wesentlich beeinflusst.

1) Da die Ströme ziemlich stark gehalten wurden, so durften sie die Spirale nicht längere Zeit durchfliessen, ohne sie beträchtlich zu erwärmen. In diesem Falle geschah der Stromschluss ungefähr $\frac{1}{2}$ Sec. vor dem Oeffnen des Contacts p_1 .

die Trommel ist in 100 Theile getheilt. Der Werth einer Trommelumdrehung im Zeitmaass wurde mittels eines Condensators von bekannter Capacität und eines grossen Widerstandes (ohne Selbstinduction), durch welchen sich der Condensator nur aperiodisch entladen konnte, bestimmt. Gleichzeitig konnte dieser Werth auch aus der Fallhöhe (ungefähr 1 m) berechnet werden. Für die ersten zehn Trommelumdrehungen vom Anfangspunkte an (wo nämlich die beiden Contacte gleichzeitig geöffnet wurden, nahe bei Theilstrich 11) ergab die Beobachtung einen Werth

$$= 0,001644,$$

daher im Mittel für eine Trommelumdrehung

$$= 0,0001644$$

$$\text{Berechnet} = 0,0001614 \text{ Sec.}$$

Die beiden Zahlen sind in guter Uebereinstimmung, wenn man bedenkt, dass die zweite Zahl etwas kleiner ausfallen muss, da bei der Berechnung auf den Luftwiderstand und die Reibung längs des Führungsdrahtes, an welchem das Gewicht fiel, keine Rücksicht genommen wurde.

Die Condensatoren waren Glimmcondensatoren; es standen zwei Stücke in Verwendung, je 1 Mf. Capacität.

Die Entladungsspiralen hatten ganz bestimmten Bedingungen zu genügen und mussten dementsprechend hergestellt werden. Sie mussten erstens ziemlich lang sein, weil sie zugleich als Magnetisierungsrolle dienten, sodann mussten sie zweitens eine grosse Zahl von Windungen pro Längeneinheit haben und drittens durfte ihr Widerstand wegen der Dämpfung der Oscillationen nicht gross sein. Nach mehreren Versuchen, die nicht befriedigten, wickelte ich mir endlich zwei Rollen, mit denen ich die weiter unten beschriebenen Versuche ausführte. Eine nicht unbedeutende Schwierigkeit bei der Herstellung der Spiralen lag auch darin, dass sie nicht auf Metallröhren gewickelt werden durften; diese hätten ja infolge der Foucault'schen Ströme einen Theil der Energie absorbirt und überhaupt den Verlauf der Schwingungen gestört. Glasröhren konnten wohl auch nicht verwendet werden. Schliesslich benutzte ich dazu verschiedene Pfeifenrohre,

deren Bohrung ich mittels eines glühenden Eisendrahtes ein wenig regulirte.

Es wurden zwei Rollen verwendet:

1. Rolle f — 1 mm dicker, doppelt mit Seide übersponnener Draht. Länge der Rolle 55,5 cm. Innerer Durchmesser der Windungen 1,7 cm, äusserer 2,9 cm. Zahl der Windungen pro Längeneinheit 48,26, Widerstand 4,05 Ω . Selbstinductionscoefficient $5,82 \times 10^6$ abs. E.

2. Rolle g — 1,5 mm dicker, doppelt mit Wolle übersponnener Draht. Länge 58 cm. Innerer Durchmesser 1,6, äusserer 5,5 cm. Zahl der Windungen pro Längeneinheit 50,4, Widerstand 3,05 Ω . Selbstinductionscoefficient $12,6 \times 10^6$ abs. E.

Es sei schon hier bemerkt, dass für weitere Untersuchungen auch diese Rollen nicht gut genug sein sollen; es scheint die Isolation der einzelnen Windungen gegeneinander nicht genügend zu sein, überdies ist auch das Verhältniss des Widerstandes zum Coefficienten der Selbstinduction noch nicht das günstigste. Beide Umstände haben eine zu grosse Dämpfung der Schwingungen durch die Rolle selbst zur Folge. Die Energieabsorption in der Rolle soll aber möglichst klein sein, damit der Aufwand für die Magnetisirung die Hauptrolle spielt.

Es mögen hier zwei Beispiele angeführt werden, um die Uebereinstimmung zwischen der Beobachtung und Berechnung zu zeigen. Unter der Schwingungsdauer soll fortan die sogenannte doppelte Dauer oder $T = 2\pi\sqrt{CS}$ angeführt werden, weil sie gerade der Dauer eines Magnetisirungszyklus entspricht. Demgemäss ist auch λ ausgedrückt. Es berechnet sich für

1. $C = 2$ Mikrof.¹⁾; Rolle g ; $T = 0,000985$ Sec.; $\lambda = 0,119$.

Die Beobachtung ergab:

$T = 5,98$ Tr.-U. = 0,000983 Sec.; $\lambda = 0,207$.

2. $C = 1$ Mikrof.; Rolle f ; $T = 0,000473$ Sec.; $\lambda = 0,165$.

Beobachtet:

$T = 2,85$ Tr.-U. = 0,000468 Sec.; $\lambda = 0,223$.

Wie man sieht, stimmen die beobachteten und berechneten Werthe der Schwingungsdauern gut überein; für die logarith-

1) Die beiden Condensatoren hatten zusammen nicht genau zwei, sondern nur 1,98 Mikrof.

mischen Decremente ist dies nicht der Fall; hier sind die berechneten Werthe stets kleiner als die beobachteten. Die Ursache liegt zum Theil im Condensator (dielectriche Hysteresis, mangelhafte Isolation), zum Theil in der Rolle, dann aber auch darin, dass für diese Schwingungen der Widerstand thatsächlich grösser ist, als er hier angenommen wurde.

Der Vorgang bei der Beobachtung war nun folgender: Zuerst bestimmte man den Galvanometerausschlag, den die directe Entladung des zu einem bekannten Potential geladenen Condensators gab. Hierbei war der bewegliche Contact p_1 so gestellt, dass er entweder gleichzeitig oder später als p_2 geöffnet wurde. Hierauf wurde der bewegliche Contact soweit gehoben, dass die Entladung des Condensators in der Zwischenzeit nahe bis zum ersten Maximum vor sich gehen konnte. Von da an geschah die Verschiebung des Contacts von fünf zu fünf Trommelstrichen¹⁾ mit jedesmaliger Untersuchung des Ladungsrestes. Es wurde, wie gesagt, angefangen mit einer Stellung, welche sicher noch nicht dem ersten Maximum entsprach und fortgesetzt bis zu einer Trommelstellung, bei welcher dieses Maximum sicher schon überschritten war. Das gleiche Verfahren diente zur Aufsuchung und Bestimmung des dritten Maximums.

Die Beobachtung in jeder Stellung setzte sich wieder aus zwei zusammen, entsprechend dem Polwechsel der Ladungsbatterie. Die Beobachtungen bei nicht eingelegtem Eisendraht ergaben das Dämpfungsverhältniss, mittels dessen sodann aus den Beobachtungen mit eingelegtem Draht der Energieverbrauch berechnet werden konnte. Für jedes Probestück wurden mehrere Beobachtungsreihen gemacht. Es möge nachfolgend ein Beispiel angeführt werden.

2 Mikrof.; Rolle g ; Ladungsbatterie 3 Acc. = 6,33 Volt. In der Spirale ein Bündel von 12 dünnen Drähten.

1. Maximum.

Trommelstellung	Galvanometerausschlag				Mittel
13,25	499,5,	491,0,	490,8		493,8
13,30	499,8,	493,1,	492,8		495,2
13,35	499,8,	495,1,	492,4		495,8
13,40	497,0,	489,0,	493,4		493,1

1) Der Trommelumfang ist in 100 Striche getheilt.

Das Maximum liegt also bei 13,35 . 2 Mf. durch 3 Acc. geladen und direct entladen, gaben am Galvanometer einen Ausschlag von 20,3 Scth. Der Galvanometerausschlag von 495,8 Scth. (corr. 485,1) bedeutet daher eine Ladung des Condensators auf 151,5 Volt. Die entsprechende Energie ist 229500 Erg.

Ich habe mich bei den vorliegenden Beobachtungen darauf beschränkt, die Maxima aufzusuchen, was für unseren Zweck vollkommen genügt. Unter den hier obwaltenden Umständen ist es aber auch nicht möglich, die Schwingungscurve ganz aufzunehmen.

Um nämlich starke magnetische Felder in der Spirale zu erzeugen, war es nothwendig, die Ladungsbatterie ziemlich kräftig zu nehmen; überdies haben die Spiralen einen grossen Selbstinductionscoefficienten. Alle diese Umstände bewirken beim Oeffnen des Contacts p_2 Funken, welche die Beobachtungen stören. Die Funken bleiben nur dann aus oder sind sehr unbedeutend, wenn die Oscillation nahe bei einem Ladungsmaximum unterbrochen wird, wo die ganze Energie im Condensator sitzt und die Leitung stromlos ist. Bei schwächeren Potentialen gelingt es jedoch sehr gut, die Entladung des Condensators in allen Phasen zu verfolgen. Für noch höhere Spannungen als solche, wie sie hier benutzt wurden, schien die Isolation der Rollen ungenügend zu sein. Es wird nothwendig sein, bei weiteren Versuchen der Isolation der Spiralenwindungen eine grössere Aufmerksamkeit zu schenken.

Die Beobachtungsergebnisse.

Nachdem ich behufs Orientirung viele Versuche mit verschiedenen Eisendrahtstücken gemacht hatte, wurden schliesslich zu den hier beschriebenen Messungen folgende Probestücke verwendet:

1. Ein Bündel aus 12 feinen ausgeglühten Eisendrähten (Blumendraht). Länge des Bündels 48 cm. Gewicht 1,405 g. Drahtdicke 0,02 cm.¹⁾

2. Ein Bündel aus 22 Drähten.²⁾ Gewicht 2,575 g. Sonst wie bei 1.

1) Alle Versuchsdrähte waren in Glasröhren eingeschlossen.

2) Die Drähte des Bündels waren ziemlich locker nebeneinander gelagert und berührten sich nur in wenigen Punkten. Um beim Magne-

3. Ein ausgeglühter Eisendraht, 48 cm lang. Gewicht 0,706 g. Dicke 0,049 cm.

4. Ein ausgeglühter Eisendraht, 16,3 cm lang. Gewicht 0,599 g. Dicke 0,077 cm.

5. Ein Bündel aus 4 Stahldrähten, 48 cm lang. Gewicht 1,374 g. Dicke 0,033 cm.

6. Ein Bündel aus 3 Nickeldrähten, 48 cm lang. Gewicht 2,454 g. Dicke 0,050 cm.

Die Beobachtungen wurden bei zwei Combinationen ausgeführt. Bei der ersten (eingetragen unter *A*) war die Dauer der Schwingung oder des Cyklus = 0,000983 oder ungefähr $\frac{1}{1000}$ Sec., bei der zweiten (unter *B*) betrug sie 0,000468 oder ungefähr $\frac{1}{2100}$ Sec.

Nachfolgend bezeichnet:

V das Potential der Condensatorladung in Volt;

α den Galvanometerausschlag, welcher der directen Entladung entspricht¹⁾;

β den beim Maximum beobachteten Galvanometeraus-
schlag;

Tr.-St. die Trommelstellung, bei welcher das Maximum gefunden wurde;

L.-B. die Ladungsbatterie;

W_m den Energieverbrauch für das eingelegte Probestück;

W_g für die Gewichtseinheit, und

W_{vol} für die Volumeneinheit.

A. 2 Mf. Rolle *g*. Dauer des Cyklus = $\frac{1}{1000}$ Sec.

a)

Bündel mit 12 Drähten; L.-B. 3 Acc. $V = 6,33$ Volt. $\alpha = 20,3$.

	1. Maximum				3. Maximum			
	Tr.-St.	β	V	Erg.	Tr.-St.	β	V	Erg.
Ohne	13,35	484,2			19,25	392,5		
Mit	13,85	485,1	151,5	229500	19,55	382,8	119,5	142900

tisiren Bewegungen auszuschliessen, habe ich das Glasrohr mit Paraffin ausgegossen.

1) Vor dem Galvanometer war ein Nebenschluss, dessen Grösse je nach Bedarf regulirt wurde.

Daraus folgt

$$W_m = 6900, \quad W_g = 4910, \quad W_{vol} = 38540 \text{ Erg.}$$

Beim ersten Maximum ist der magnetisierende Strom Null, dann wächst er an bis zu einer Stärke J_1 , geht wieder auf Null zurück, wechselt das Zeichen, erreicht sodann eine maximale Stärke $-J_2$ und fällt beim dritten Maximum wieder auf Null. Die maximalen Feldstärken in der Spule sind daher $H_1 = 4\pi N J_1$ und $H_2 = -4\pi N J_2$, wo N die Anzahl der Windungen pro 1 cm bedeutet. J_1 und J_2 lassen sich aus dem Potential der L.-B., aus dem Widerstande des Kreises und aus dem Dämpfungsverhältnisse leicht bestimmen.

Es ist in diesem Falle

$$H_1 = +116,4, \quad H_2 = -105,1.$$

b)

Bündel mit 22 Drähten; L.-B. 3 Acc. $V = 6,33$ Volt. $\alpha = 20,3$.

1. Maximum					3. Maximum				
	Tr.-St.	β	V	Erg.	Tr.-St.	β	V	Erg.	
Ohne	13,35	484,3			19,30	392,2			
Mit	13,35	488,3	152,0	231000	19,80	378,1	117,7	138500	

$$W_m = 13000, \quad W_g = 5050, \quad W_{vol} = 39640 \text{ Erg.}$$

$$H_1 = +116,4, \quad H_2 = -105,1.$$

c)

Bündel mit 22 Drähten; L.-B. 4 Acc. $V = 8,33$ Volt. $\alpha = 19,0$.

1. Maximum					3. Maximum				
	Tr.-St.	β	V	Erg.	Tr.-St.	β	V	Erg.	
Ohne	13,30	446,9			19,30	363,0			
Mit	13,30	449,6	197,1	388500	19,70	354,2	155,3	241200	

$$W_m = 15200, \quad W_g = 5900, \quad W_{vol} = 46300 \text{ Erg.}$$

$$H_1 = +153,0, \quad H_2 = -138,3.$$

	1. Maximum				3. Maximum			
	Tr.-St.	β	V	Erg.	Tr.-St.	β	V	Erg.
Ohne	12,55	437,3			15,4	355,4		
Mit	12,55	449,5	175,3	153600	15,55	317,1	123,6	76400

$W_m = 25100, \quad W_y = 18300, \quad W_{vol} = 143700 \text{ Erg.}$
 $H_1 = +138,2, \quad H_2 = -123,6.$

e)

3 Nickeldrähte. L.-B. 5 Acc. $V = 10,45$ Volt. $\alpha = 27,5$.

	1. Maximum				3. Maximum			
	Tr.-St.	β	V	Erg.	Tr. St.	β	V	Erg.
Ohne	12,55	460,4			15,40	367,9		
Mit	12,55	461,3	175,3	153700	15,45	352,0	133,8	89500
$W_m = 8700$, $W_g = 3550$, $W_{vol} = 31600$ Erg.								
$H_1 = +138,2$, $H_2 = -123,6$.								

Die Foucault'schen Ströme.

Der Energieverbrauch W_m setzt sich aus zwei Theilen zusammen. Der eine, W_h , entspricht dem durch die Hysteresis bedingten Arbeitsaufwande; der andere, W_f , entfällt auf die Foucault'schen Ströme. Es handelt sich nun darum, die beiden Theile zu trennen. W_f lässt sich angenähert wie folgt berechnen.

Es sei ϱ der Radius eines innerhalb des Drahtes liegenden und mit der Axe desselben concentrischen Ringes; $d\varrho$ die Dicke dieses Ringes und seine Länge in der Richtung der Axe = 1. Dann ist die electromotorische Kraft e , welche in dem Ringe bei einer Aenderung der Induction B erzeugt wird:

$$e = \varrho^2 \pi \frac{dB}{dt}.$$

Der Widerstand w dieses Ringes ist

$$w = \frac{2\varrho\pi\sigma}{d\varrho},$$

wenn wir mit σ den specifischen Widerstand bezeichnen. Es ist also die inducirte Stromstärke

$$i = \frac{e}{w} = \frac{\varrho d\varrho dB}{2\sigma dt}$$

und die in der Zeit dt absorbirte Energie

$$dW_f = i^2 w dt = \frac{\pi \varrho^3 d\varrho}{2\sigma} \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 dt$$

und

$$W_f = \frac{\pi}{2\sigma} \frac{1}{4} r^4 \int_0^T \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 dt$$

für einen Draht vom Radius r und für eine volle Schwingungsdauer T .

Um die Integration auszuführen, muss man dB/dt kennen. Diese Grösse ist nun allerdings in Wirklichkeit durch keine einfache Function gegeben. In erster Annäherung können wir aber in unserem Falle

$$B = B_m \sin \frac{2\pi t}{T} \quad \text{und} \quad \frac{dB}{dt} = \frac{2\pi}{T} B_m \cos \frac{2\pi t}{T}$$

setzen, wo B_m die erreichte Maximalinduction bedeutet. Unter Zugrundelegung dieser Annahme bekommen wir

$$(10) \quad W_f = \frac{\pi^2 r^4}{4 \sigma T} B_m^2$$

für die Längeneinheit und

$$(11) \quad W_f = \frac{\pi^2 r^3}{4 \sigma T} B_m^2$$

für die Volumeneinheit.

Die auf Foucault'sche Ströme verwendete Energie wächst also bei gleicher Länge der Drähte mit der vierten Potenz des Radius, und ist dem Quadrate der Induction direct und der Dauer des Cyklus verkehrt proportional.

Discussion der Resultate.

Die nachfolgende Tabelle I enthält die Resultate über den Energieverbrauch in übersichtlicher Weise zusammengestellt.

Die für die verschiedene Drahtdicke beim weichen Eisen erhaltenen Zahlen zeigen, dass bei dieser kurzen Dauer des Cyklus, selbst bei verhältnissmässig dünnen Drähten, der Energieverbrauch hauptsächlich durch die Foucault'schen Ströme beherrscht wird, denn der Theil, welcher durch die Hysteresis bedingt ist, soll ja von der Drahtdicke unabhängig sein.¹⁾

Die oben für den Energieverbrauch erhaltenen Zahlen setzen sich also aus zwei Werthen zusammen; aus dem von

1) Die Electrotechniker benutzen bei der Construction ihrer Wechselstromtransformatoren eine Eisenblechdicke von ungefähr 0,3 mm, um den Energieverbrauch durch die Foucault'schen Ströme beinahe ganz zu unterdrücken.

der Drahtdicke unabhängigen Hysteresisverlust W_h und aus dem Energieaufwand für die Foucault'schen Ströme W_f . Beziehen wir beide auf die Volumeneinheit, so ist der zweite Theil gemäss Formel (11) proportional dem Quadrate des Radius.

Tabelle I.

Dauer des Cyklus	Grenzen	Draht- sorte	Draht- dicke cm	Verbrauchte Energie in Erg. für	
				1 g	1 cm ³
1 : 2100 Sec.	$H_1 = + 138,2$ $H_2 = - 123,6$	Weiches Eisen	0,020	6450	50600
			0,049	21100	165000
			0,077	32400	254000
		Stahl	0,033	18300	144000
		Nickel	0,050	3550	31600
1 : 1000 Sec.	$H_1 = + 116,4$ $H_2 = - 105,1$	Weiches Eisen	0,020	4900	38500
				5050	39600
	$H_1 = + 153,0$ $H_2 = - 138,3$			5900	46300

Wir können also schreiben:

$$(12) \quad W_m = W_h + W_f r^2,$$

wobei sodann W_f den Energieverbrauch der Foucault'schen Ströme für die Volumeneinheit eines Drahtes vom Radius 1 bezeichnet. Die Beobachtungen mit verschiedenen dicken Drähten geben uns also ein Mittel an die Hand, die beiden Theile zu trennen und zugleich die Formel (11) zu controlliren. Wir bekommen für das weiche Eisen folgende Gleichungen:

$$(\alpha) \quad 50600 = W_h + (0,010)^2 W_f$$

$$(\beta) \quad 165000 = W_h + (0,0245)^2 W_f$$

$$(\gamma) \quad 254000 = W_h + (0,0385)^2 W_f$$

Wir bekommen daraus W_f für einen Draht vom Volumen 1 cm³ und vom Radius 1 cm.

Es folgt aus

$$\alpha \text{ und } \beta \quad W_f = 2,3 \times 10^8 \text{ Erg.}$$

$$\beta \text{ und } \gamma \quad 1,0 \times 10^8 \text{ Erg.}$$

Für die Berechnung von W_f nach der Formel (11) können wir folgende Werthe benutzen:

$$B = 19000; \quad \sigma = 10700; \quad T = 0,000468 \text{ Sec.}$$

und finden

$$W_f = 1,78 \times 10^8 \text{ Erg.}$$

Wie man sieht, stimmen weder die beobachteten Werthe untereinander, noch harmoniren sie mit dem berechneten. Die Erklärung für diese Thatsache kann in verschiedenen Umständen gesucht werden. Die Drahtsorten sind hinsichtlich der Hysteresis vielleicht individuell verschieden; sodann ist der dritte und dickste Draht viel kürzer als die beiden anderen. Der berechnete Werth von W_f fällt zwar zwischen die beiden Beobachtungen, doch kann man eigentlich nur sagen, dass die Versuche mit der Formel (11) der Grössenordnung nach übereinstimmen. Messungen mit durchaus gleichmässigen Drähten verschiedener Dicke werden wohl zeigen, inwieweit die Theorie mit der Praxis harmonirt; dann aber wird man wahrscheinlich auch die Foucault'schen Ströme mit Erfolg zum Studium der Magnetisirungsvorgänge heranziehen können.

Immerhin kann man vorläufig die Formel (11) dort anwenden, wo die Hysteresisverluste den Energieaufwand für die Foucault'schen Ströme bedeutend überwiegen, um den ersten Theil für sich zu finden. Unter Zugrundelegung dieser Formel ergibt sich für einen Draht von der Dicke 0,02 cm innerhalb der beim Cyclus vorhandenen Maximalstärken $W_f = 17\,800 \text{ Erg.}$ Es wurde $W_m = 50\,600 \text{ Erg.}$ gefunden, daher entfällt auf die Hysteresis der Verbrauch $W_h = 32\,800 \text{ Erg.}$, bei einer Dauer des Cyclus $= 1:2100 \text{ Sec.}$ Bestimmungen des Inhalts der Hysteresisschleifen, welche bei einer früheren Gelegenheit, allerdings nicht mit diesen, aber doch mit Drähten gleicher Provenienz gemacht wurden, ergaben innerhalb derselben Feldgrenzen einen Verlust von 17000 bis 18000 Erg. Demnach scheint der Energieverbrauch durch die Hysteresis

für das weiche Eisen bei dieser kurzen Dauer des Cyclus bedeutend grösser zu sein, als der bei langsamer cyclischer Magnetisirung gefundene.

Bei der Berechnung von W_f für die Stahldrähte müssen wir berücksichtigen, dass die Induction in hohen Feldstärken nahezu jene des Eisens erreicht. Aus dem Vergleich der Magnetisierungscurven, die mit ähnlichen Stahlsorten aufgenommen wurden, wäre für unsere Rechnung etwa $B = 18\,000$ zu nehmen.

Der spec. Widerstand dieser Stahlsorte wurde gleich $16\,900$ abs. E. gefunden; daraus folgt für eine Drahtdicke von $0,033$ cm

$$W_f = 27\,500 \text{ Erg.}$$

Beobachtet wurde $W_m = 143\,700$ Erg.; daher

$$W_h = 116\,200 \text{ Erg.}$$

Ewing¹⁾ gibt für Klaviersaitendraht Werthe von W_h , die zwischen $94\,000$ und $117\,000$ Erg. liegen. Demnach scheinen die Hysteresisverluste für Stahl auch bei diesen schnellen Schwingungen nicht grösser zu sein als bei langsamen.

Beim Nickeldraht wurde $\sigma = 10\,200$ abs. E. beobachtet. Ebenso ergaben Messungen bei einer früheren Gelegenheit für die hier verwendete Drahtsorte innerhalb der hier in Betracht kommenden Feldgrenzen eine maximale Induction von 5500 Einh. Demzufolge berechnet sich $W_f = 9700$ Ergs.

Gefunden wurde $W_m = 31600$; daher ist

$$W_h = 21\,900 \text{ Erg.}$$

Für dieselbe Drahtsorte ergaben Messungen der Hysteresis-schleifen

$$W_h = 16600 \text{ Erg.}$$

Dieser Werth ist zwar kleiner wie der obige, doch kann man mit Rücksicht auf die möglichen Beobachtungsfehler nur sagen, dass der Energieverbrauch bei der Magnetisirung des Nickels durch electricische Oscillationen von der hier vorhandenen Dauer nicht gerade wesentlich grösser ist, als der aus

1) Ewing, Magnetische Induction in Eisen und verwandten Metallen. S. 103.

den Hysteresisschleifen berechnete. Schliesslich wollen wir noch jene Werthe betrachten, welche bei der Cyclisdauer von $\frac{1}{1000}$ Sec. erhalten wurden. Wir haben da zwei Werthe, die verschiedenen Feldgrenzen entsprechen. Die Feldgrenzen sind in beiden Fällen ziemlich hoch, wir können daher zur Berechnung von W_f dieselben Daten benützen wie im ersten Falle, nur ist jetzt $T = 0,000983$ Sec. zu setzen. — Es folgt $W_f = 8320$ Erg. und daraus

$$W_p = 38\,000 \text{ Erg.}$$

für die Grenzen $H_1 = +153,0$; $H_2 = -138,3$ und

$$W_p = 31300 \text{ Erg.}$$

für die Grenzen $H_1 = +116,4$; $H_2 = -105,1$.

Es ist auffallend, dass der Energieverbrauch durch die Hysteresis bei dieser Cyclisdauer beinahe ebenso gross ist wie bei der vorigen. Es mag die richtige Thatsache zum Theile durch Beobachtungsfehler verdeckt sein, doch auch aus diesen Werthen geht hervor, dass die Hysteresisverluste für das weiche Eisen bei schnellen Schwingungen von 1000 bis 2000 pro Sec. beträchtlich grösser ausfallen, als bei langsamer cyclischer Magnetisirung.

Die vorliegenden Zahlen können auf eine besondere Exactheit keinen Anspruch machen; es sind eben verschiedene, zum Theile schon angeführte Umstände, welche eine genaue Bestimmung des Energieverbrauchs bei der hier angewandten Versuchsanordnung nicht gestatten. Ich hoffe jedoch bald neue Messungen unter besseren Bedingungen vornehmen zu können. Was diese Bedingungen anbelangt, so soll zunächst darauf gesehen werden, dass durch passende Rollen und Condensatoren die Dämpfung der Schwingungen in der Leitung selbst thunlichst herabgedrückt wird; dann sollen möglichst gleichmässige Drähte (gleiches Material und eventuell gleicher Ausglühprocess) von verschiedener Dicke untersucht werden. Schliesslich wird es sich empfehlen, die Dauer der Schwingungen innerhalb weiterer Grenzen zu variiren und auf der einen Seite an die schon von anderen untersuchten Cyclisperioden anzuschliessen.

Die Resultate dieser Untersuchung lehren also, dass im Falle der Magnetisirung durch electriche Schwingungen von $\frac{1}{2000}$ Sec. Dauer der Energieverbrauch selbst bei verhältnissmässig dünnen Eisendrähten (Radius etwa = 0,25 mm) hauptsächlich durch die Foucault'schen Ströme beherrscht wird. Ueberdies folgt aus den Versuchen mit grosser Wahrscheinlichkeit, dass bei diesen Schwingungen die Hysteresisverluste für weiches Eisen wesentlich grösser sind als jene, die man aus den Hysteresisschleifen bei langsamer Magnetisirung berechnet; während sie für Stahl und Nickel in beiden Fällen dieselbe Höhe aufweisen.
