RENDICONTI

DEL

CIRCOLO MATEMATICO DI PALERMO

SEDUTA DEL 20 MARZO 1884

PRESIDENZA G. ALBEGGIANI

Elezione del Consiglio Direttivo:

Dietro votazione a schede segrete vengono eletti i socî: Prof. G. Albeggiani presidente, Prof. F. Caldarera vice-presidente, Prof. A. Capelli e Prof. M. L. Albeggiani segretarî, Dott. G. B. Guccia tesoriere.

Comunicazioni:

F. Caldarera. *Sulla teoria dei centri armonici.* Riferendosi alla memoria del Cremona: *Introduzione ad una teoria geometrica delle curve piane,* si propone di semplificare e generalizzare l'analisi dei §§ 13 e 14 della stessa. Promette di proseguire nella prossima seduta.

A. Capelli presenta una breve dimostrazione di un noto corollario del teorema di Green che permette di ampliarne il consueto enunciato, come segue:

Se in uno spazio S *limitato da una o più superficie* σ, *una funzione gode delle seguenti proprietà:*

1° *di essere finita e continua dappertutto in* S *insieme colle prime derivate, eccettuati al più dei punti isolati o delle linee in cui possono anche esservi discontinuità senza infiniti;*

2° *che le seconde derivate si conservino finite dappertutto salvochè nell'intorno di semplici punti, linee o pezzi di superficie in prossimità dei quali possono anche assumere valori numerici superiori ad ogni quantità assegnabile;*

3° *di soddisfare dappertutto all'equazione di* Laplace $\Delta^2 = 0$, *eccettuati, come sopra, semplici punti, linee o superficie;*

4° *di avere alla superficie* σ *un valore costante;*
tale funzione sarà necessariamente costante entro tutto lo spazio S.

SEDUTA DEL 3 APRILE 1884

PRESIDENZA G. ALBEGGIANI

Comunicazioni:

F. Caldarera prosegue sullo stesso argomento della seduta precedente. Ne segue una discussione a cui prendono parte i soci M. L. Albeggiani, Guccia e Capelli.

Proposta di quesiti:

G. B. Guccia. Data nel piano una trasformazione Cremoniana di ordine n, studiare il luogo di un punto della prima figura che congiunto col suo corrispondente della seconda figura dia una retta tangente ad una curva data di classe m.

SEDUTA DEL 17 APRILE 1884

PRESIDENZA G. ALBEGGIANI

Comunicazioni:

G. Maisano richiamati i principî fondamentali del calcolo simbolico per le forme binarie, in ispecie sotto il punto di vista della loro interpretazione geometrica, sviluppa alcune sue ricerche sulla sestica binaria, occupandosi specialmente dello studio delle condizioni a verificarsi perchè l' equazione di sesto grado ammetta radici di date multiplicità.

F. Caldarera ritorna sull' argomento dei centri armonici applicando l'analisi svolta precedentemente, alla dimostrazione di quanto segue:

Sia $P_1, P_2, \ldots, P_n$ un sistema di n punti dati in linea retta e dallo stesso si deduca una prima punteggiata $A_1, A_2, \ldots, A_a$ costituita dai centri armonici di grado $a < n$ rispetto ad un polo dato O_1, da questa prima se ne deduca una seconda $B_1, B_2, \ldots, B_b$ prendendo i centri armonici di grado $b < a$ rispetto ad un polo O_2, e così via di seguito fino al conseguimento di un'ultima $K_1, K_2, \ldots, K_k$ prendendo rispetto ad un polo O_m i centri armonici di grado $k < i$ della punteggiata precedente $I_1, I_2, \ldots, I_i$:

I. Se i gradi $a, b, c, \ldots, i, k$ formano una progressione aritmetica colla differenza $a - n$, ripetendo le derivazioni delle punteggiate con invertire a piacimento l' impiego dei poli, si arriverà sempre allo stesso risultato; però in questo caso m non potrà oltrepassare il numero $\frac{n-1}{n-a}$.

II. Se dopo avere ottenuto le punteggiate sopraindicate con gradi qualunque decrescenti $a, b, c, \ldots, i, k$ e i poli $O_1, O_2, \ldots, O_m$, si ricomincino le derivazioni facendo subire ai poli una permutazione circolare, ossia prendendoli nell'ordine $O_2, O_3, \ldots, O_m, O_1$ e coi gradi di derivazione $b+n-a,\ c+n-a, \ldots,\ k+n-a,\ k$; ovverochè si faccia subire ai poli una seconda permutazione circolare e si prendano per gradi delle derivazioni $c+n-b,\ d+n-b, \ldots,\ k+n-b,\ k+a-b, k$; altresì che con una terza permutazione circolare nei poli si assumano per gradi $d+n-c,\ e+n-c, \ldots,\ k+n-c,\ k+a-c,\ k+b-c,\ k$, e così di seguito sino ad un'ultima permutazione $O_m, O_1, O_2, \ldots, O_{m-1}$ adoperando i gradi $k+n-i,\ k+a-i,\ k+b-i, \ldots,\ k+h-i,\ k$, si perverrà con ciascun sistema di esse derivazioni sempre allo stesso ultimo risultato conseguito col primo sistema, cioè alla punteggiata $K_1, K_2, \ldots, K_k$.

A. Pepoli. *Sul quesito proposto nella seduta del 3 aprile* 1884. Servendosi di un teorema di Jonquières sulle serie di curve piane, dimostra che l'ordine del luogo in questione è dato da $m(n+1)$. Mostra inoltre come il detto luogo passi con mr rami per ogni punto fondamentale r-plo della prima figura e con m rami per ciascuno degli $n+2$ punti *uniti* della trasformazione. (*)

(*) Il Prof. Pepoli ha pubblicato la soluzione del quesito in una nota *Sopra un problema delle trasformazioni Cremoniane,* inserita negli *Atti del Collegio degl' Ingegneri ed Architetti di Palermo* fasc. I e II, 1884.

A. Capelli mostra come l'ordine del luogo in questione possa anche determinarsi servendosi del principio di corrispondenza di Chasles.

F. Caldarera comunica un concetto, e ne svolge la relativa analisi, per conseguire speditamente l'espressione dell'area di un triangolo in coordinate trilineari dei vertici tostochè sia stato stabilito il sistema di coordinate.

SEDUTA DEL 1° MAGGIO 1884

PRESIDENZA G. ALBEGGIANI

Comunicazioni:

G. Maisano continua la sua comunicazione sulla sestica binaria, mostrando come possa farsi la interpretazione geometrica dei risultati del calcolo simbolico e facendone applicazione alla ricerca del significato geometrico delle diverse condizioni che sono soddisfatte quando la sestica binaria ha radici di date multiplicità.

M. Gebbia. *Due teoremi di Meccanica :*

Quando un corpo rigido non sollecitato da forze gira intorno ad un suo punto fisso :

1° Qualunque quadrica omociclica dell' ellissoide d'inerzia relativo al punto fisso ed invariabilmente legato al corpo, rotola senza strisciare sopra una quadrica di rivoluzione fissa, il cui asse è quello della coppia risultante delle quantità di moto. Le quadriche fisse formano anche un fascio omologico.

2° Qualunque quadrica omofocale dell'ellissoide di girazione relativo al punto fisso (reciproco dell'ellissoide d' inerzia rispetto ad una sfera con centro nel punto fisso) striscia senza rotolare sopra una quadrica di rivoluzione fissa, il cui asse è quello della coppia risultante delle quantità di moto. Le quadriche fisse formano anche una serie omofocale.

Nell'enunciato del secondo teorema l'espressione *striscia senza rotolare* s' intenderà nel senso che in ogni posizione delle due superficie tangenti l' asse istantaneo del movimento è perpendicolare al piano tangente comune, ma non passa per il punto di contatto. Un caso particolare del primo teorema è quello notissimo del Poinsot: l'ellissoide d'inerzia relativo al punto fisso rotola senza strisciare sopra un piano parallelo a quello della coppia risultante delle quantità di moto. Un altro caso particolare del primo teorema è stato trattato dal signor F. Siacci in un articolo pubblicato nel volume *Collectanea Mathematica in memoriam Chelini* (Milano, 1881).

Proposta di quesiti:

G. B. Guccia. Sono dati nel piano due punti a e b e due curve algebriche generali A e B, dell'ordine n, le quali intersecano la retta $\overline{ab}$ rispettivamente nei punti $a_1, a_2, \ldots, a_n$ e $b_1, b_2, \ldots, b_n$. Dimostrare:

1° che tutte le curve d'ordine $n+1$ che passano per gli n^2 punti comuni ad A e B ed incontrano la retta $\overline{ab}$ in gruppi di punti della involuzione di grado $n+1$ determinata dai due gruppi $(a, a_1, a_2, \ldots, a_n)$, $(b, b_1, b_2, \ldots, b_n)$, formano un sistema lineare triplamente infinito;

2° che la curva A è incontrata ulteriormente da una curva qualunque del sistema, in n punti allineati con b e la curva B in n punti allineati con a.

SEDUTA DEL 15 MAGGIO 1884

PRESIDENZA F. CALDARERA

Approvazione del bilancio preventivo per l'anno corrente.

Comunicazioni:

G. B. Guccia parla in relazione al quesito proposto nella seduta del 3 aprile 1884 dandone una nuova dimostrazione. Aggiunge delle osservazioni sopra altri luoghi ed inviluppi geometrici cui dà luogo una trasformazione Cremoniana nel piano.

Proposta di quesiti:

G. B. Guccia. Data una trasformazione Cremoniana nel piano, determinare il numero delle rette ognuna delle quali è tangente d'inflessione della curva corrispondente, nonchè il numero delle rette ognuna delle quali è tangente doppia della curva corrispondente.

SEDUTA DEL 29 MAGGIO 1884

PRESIDENZA G. ALBEGGIANI

Comunicazioni:

F. Caldarera mostra come con procedimento analogo a quello indicato nella seduta del 17 aprile per l'area di un triangolo, si può ottenere speditamente l'espressione del volume d'un tetraedro in funzione delle coordinate tetraedriche dei suoi vertici. Ne segue una breve discussione in cui interviene il socio A. Capelli.

G. Maisano comunica i risultati di una sua memoria *Sopra la sestica binaria* che si sta pubblicando negli *Atti della R. Accademia dei Lincei* (serie III^a, vol. XIX). Si trattiene in ispecial modo *sopra alcuni teoremi generali relativi alle forme binarie di ordine qualunque* dimostrati nel 1° capitolo di detta memoria, mostrando quali possano essere gli invarianti e covarianti fondamentali che coll' annullarsi identicamente dànno le condizioni perchè un'equazione di grado qualunque ammetta radici di date multiplicità.

M. L. Albeggiani. *Sopra le parentesi di* Poisson. Enuncia e dimostra il seguente teorema che è una generalizzazione di un teorema di Jacobi:

Se $H_1, H_2, \ldots, H_{2n-1}$ sono funzioni di $n\nu$ variabili disposte in n serie di ν variabili ciascuna come $x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{1\nu}; \ldots; x_{n1}\, x_{n2}, \ldots, x_{n\nu}$ e se $H_{l_1}, \ldots, H_{l_n}$ indica una certa combinazione delle $2n-1$ funzioni H, ed $H_{\lambda_1}, \ldots, H_{\lambda_{n-1}}$ la combinazione ad essa complementare formata colle rimanenti funzioni, e se N è il numero di inversioni che si trovano nella permutazione

$$H_{l_1}, H_{l_2}, \ldots, H_{l_n}, H_{\lambda_1}, \ldots, H_{\lambda_{n-1}},$$

sarà:

$$\sum (-1)^N \left[(H_{l_1} \ldots H_{l_n})\; H_{\lambda_1}\; H_{\lambda_2} \ldots H_{\lambda_{n-1}} \right] = 0$$

se n è pari. In questa espressione il simbolo $(H_{l_1} \ldots H_{l_n})$ indica una *parentesi di Poisson* generalizzata, cioè:

$$(H_{l_1} \ldots H_{l_n}) = \sum_{i=1}^{i=\nu} \begin{vmatrix} \frac{\partial H_{l_1}}{\partial x_{1i}} & \cdots & \frac{\partial H_{l_n}}{\partial x_{1i}} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial H_{l_1}}{\partial x_{ni}} & \cdots & \frac{\partial H_{l_n}}{\partial x_{ni}} \end{vmatrix}$$

Sicchè il teorema enunciato è una generalizzazione del teorema di Jacobi relativo a tre funzioni di 2ν variabili, cioè:

$$((H_1\ H_2)\ H_3) + ((H_2\ H_3)\ H_1) + ((H_3\ H_1)\ H_2) = 0$$

SEDUTA DEL 12 GIUGNO 1884

PRESIDENZA S. PORCELLI

Comunicazioni:

G. Maisano comunica un nuovo metodo, fondato sul calcolo simbolico, per ottenere il discriminante della sestica binaria già calcolato dal prof. Brioschi. Rappresentando simbolicamente con

$$f = a_x^6 = b_x^6 = \ldots$$

la sestica binaria e facendo uso delle seguenti notazioni adottate nella sua memoria sulla sestica binaria in corso di pubblicazione (vedi seduta 29 maggio):

$$A = (ab)^6, \quad i = (ab)^4\, a_x^2\, b_x^2, \quad \Delta = (ii')^2\, i_x^2\, i'^2_x, \quad B = (ii')^4$$

$$l = (ai)^4\, a_x^2, \quad m = (il)^2\, i_x^2, \quad n = (im)^2\, i_x^2, \quad p = (ai)^2\, a_x^4\, i_x^2,$$

$$H = (ab)^2\, a_x^4\, b_x^4,$$

calcola il covariante di ottavo grado nei coefficienti di f e di ottavo ordine nelle x:

$$\frac{2^{11}.3^{2}}{5}\Theta = -2^{5}.5^{2}A^{2}i^{2} - 2.5^{2}.123\,Ai\Delta - 2^{2}.3^{3}.5^{3}\Delta^{2} - 3.5^{3}il^{2}$$

$$-2^{3}.3^{2}.5^{2}Apl - 2^{6}.5\,A^{2}fl - 2^{3}\,5^{3}Bfl + 2^{2}\,5^{2}.23\,Afm$$

$$+ 2^{2}.3.5^{4}fn + 2^{6}.3\,A^{3}H$$

e mostra che, se $f = 0$ ha una radice doppia, le otto radici dell'equazione $\Theta = 0$ coincidono con quella radice doppia e il discriminante di f è dato dall'annullarsi dell'invariante simultaneo di Θ ed H, cioè simbolicamente da

$$(\Theta H)^{8} = 0.$$

Sviluppa inoltre lo Steineriano della sestica come forma derivata del discriminante della quintica binaria e lo trova cosi espresso in funzione degli invarianti e covarianti fondamentali di f:

$$S = -\frac{5^{3}}{3}\Delta^{2} - \frac{2\cdot 5^{2}}{3}Ai\Delta - \frac{5}{3}A^{2}i^{2} + \frac{2^{6}}{3}fn + \frac{2^{4}}{3}fm$$

$$+\frac{2^{3}}{3^{3}}A^{3}H - \frac{2^{4}}{3}Bfl - \frac{2^{3}}{3^{2}}A^{2}fl.$$

SEDUTA DEL 26 GIUGNO 1884

PRESIDENZA G. ALBEGGIANI

Comunicazioni:

A. Pepoli sviluppa una soluzione del quesito proposto nella seduta del 1° maggio. In seguito a richiesta del socio A. Capelli ritorna sulla dimostrazione, dando maggiore sviluppo a qualche punto della stessa.

G. Maisano fa alcune considerazioni sullo Steineriano della sestica binaria, mostrando come l'annullarsi identicamente dello Steineriano (forma dell'ottavo ordine) coincida coll'annullarsi di un covariante del 2° ordine e reciprocamente.

Si ha cioè, ritenendo le stesse notazioni della seduta precedente, che le due equazioni identiche

$$S \equiv 0, \qquad m - \frac{2^2}{3 \cdot 5} Al \equiv 0$$

sono conseguenza l'una dell'altra.

Passa quindi ad esprimere gl'invarianti indipendenti, nel senso di Gordan, dell'Hessiano della sestica binaria, mercè gl'invarianti fondamentali di quest'ultima.

Rivista bibliografica:

A. Capelli. Sopra una memoria del signor L. Lévy: *Sur la possibilité de l'équilibre éléctrique* (Comptes Rendus, XCIII, 706-708)

SEDUTA DEL 20 NOVEMBRE 1884

PRESIDENZA G. ALBEGGIANI

Comunicazioni:

G. Maisano fa alcune considerazioni sulle condizioni che debbonsi verificare perchè in una involuzione di grado n i $2(n-1)$ elementi doppî si distribuiscano in $n-1$ coppie, ognuna delle quali appartenga ad un gruppo dell'involuzione. Ne fa applicazione alla forma biquadratica studiandone i casi più rilevanti.

M. L. Albeggiani espone alcune formole riguardanti le *parentesi di ordine* n (parentesi di Poisson generalizzate) che gli servono per la dimostrazione di certi teoremi relativi alle dette parentesi.

Siano $H_1, \ldots, H_n$ funzioni delle variabili indipendenti $x_{11}, \ldots, x_{1\nu}; \ldots; x_{n1}, \ldots, x_{n\nu}$ disposte in n serie di ν variabili e si indichi con P_n la parentesi di ordine n formata colle funzioni H. Si ha quanto segue:

I. Sia $t_{r_1}, \ldots, t_{r_k}$ un complesso di k indici il quale presenti μ inversioni ed $s_{r_1}, \dots, s_{r_k}$ lo stesso complesso scritto in modo da non presentare alcuna inversione. Se si suppone

$$H_{r_1} = x_{i_{r_1},i}, \; \dots, \; H_{r_k} = x_{i_{r_k},i}$$

si avrà:

$$P_n = (-1)^{(r_1+i_{r_1})+\cdots+(r_k+i_{r_k})+\mu} \cdot \frac{\partial(H_1 \dots H_{r_1-1} \; H_{r_1+1} \dots H_{r_k-1} \; H_{r_k+1} \dots H_n)}{\partial(x_{1,i} \dots x_{i_{r_1}-1,i} \; x_{i_{r_1}+1,i} \dots x_{i_{r_k}-1,i} \; x_{i_{r_k}+1,i} \dots x_{n,i})}$$

II. Se tutte le funzioni H che entrano in P_n si suppongono ordinatamente eguali a variabili x aventi tutte lo stesso secondo indice i e per primi indici i numeri $1, 2, \dots, n$ presi in un ordine qualunque contenente μ inversioni, allora è

$$P_n = (-1)^\mu$$

III. Se tutte od alcune delle variabili x che entrano in P_n invece delle funzioni H, appartenendo o no alla stessa serie, non hanno lo stesso numero d'ordine (2° indice), allora è

$$P_n \equiv 0.$$

IV. Sia il determinante

$$\begin{vmatrix} A_{11} + a_{11}, \dots, A_{1n} + a_{1n} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ A_{n1} + a_{n1}, \dots, A_{nn} + a_{nn} \end{vmatrix} \tag{1}$$

e s'indichi con $\Delta^{(n)} \equiv \Delta^n$ il determinante d'ordine n formato dei soli elementi A, e con $\delta_r^{(n)} \equiv \delta_r^n$ un determinante d'ordine n che si ottiene da quello dello stesso ordine formato dei soli elementi a, sostituendovi con zeri gli elementi di r colonne, allora, tenendo presente la notazione simbolica d'un determinante ad elementi polinomi, per lo sviluppo del determinante (1) si avrà:

$$\sum_{r=0}^{r=n} (-1)^{r+1} (\Delta + \delta_r)^n + \delta_0^n = 0$$

ove $(\Delta + \delta_r)^n$ rappresenta un determinante d'ordine n con $n-r$ colonne ad elementi binomi della forma $A + a$ ed r colonne ad elementi monomi della forma A, e δ_0^n rappresenta il menzionato determinante d'ordine n formato dai soli elementi a.

V. Se le funzioni H le quali entrano in P_n oltre a contenere le variabili x esplicitamente le contengono ancora implicitamente in certe funzioni a, per modo che sia:

$$H_i \equiv F_i(x_{i1}, \ldots, x_{i\nu}; \ldots; x_{n1}, \ldots, x_{n\nu}; a_1, \ldots, a_\mu) \qquad \mu \gtreqless n,$$

allora, indicando con $\overline{H}$ una funzione la quale debba essere differenziata completamente in quanto cioè le variabili compariscono in essa esplicitamente ed implicitamente, e con F la stessa funzione la quale debba essere differenziata solo rispetto alle variabili che vi si trovano in modo esplicito, si ha:

$$\sum_{r=0}^{r=n} (-1)^{r+1} (\overline{H}_1 \ldots \overline{H}_{h_1-1}\; F_{h_1}\; \overline{H}_{h_1+1} \ldots \overline{H}_{h_r-1}\; F_{h_r}\; \overline{H}_{h_r+1} \ldots \overline{H}_n)$$

$$+ \sum \frac{\partial(F_1, \ldots, F_n)}{\partial(a_{l_1}, \ldots, a_{l_n})} (a_{l_1} \ldots a_{l_n}) = 0.$$

Per $r = 0$ la parentesi d'ordine n che comparisce nella prima somma è la parentesi data

$$(\overline{H}_1 \ldots \overline{H}_n) = P_n.$$

Nella seconda somma gl'indici $l_1, \ldots, l_n$ sono una combinazione della classe n delle quantità $1, 2, \ldots, \mu$ ed $(a_{l_1} \ldots a_{l_n})$ è una parentesi di ordine n formata con n delle μ funzioni a.

SEDUTA DEL 4 DICEMBRE 1884

PRESIDENZA G. ALBEGGIANI

Rivista bibliografica:

A. Capelli. Sul *Trattato di Calcolo differenziale etc. di* Angelo Genocchi pubblicato con aggiunte dal Dr. Giuseppe Peano (Torino, 1884). Fa in particolare delle osservazioni sull' importanza dell'enunciato, più generale del consueto, di un teorema fondamentale del calcolo, che ha dato luogo ad una recente polemica *(Nouvelles Annales des Math. 3ième serie, vol. III. 1884)*, cioè: Se $f(x)$ è continua ed ammette derivata per tutti i valori di x nell' intervallo (a, b) sarà :

$$f(b)-f(a)=(b-a)f'(x_1),$$

x_1 essendo una quantità compresa fra a e b.

Fa notare come in questo enunciato, che non suppone necessariamente *le continuità* delle derivate, si deve però intendere che $f(x)$ ammetta dappertutto una derivata *ordinaria*. Con ciò restano escluse per le derivate le discontinuità così dette di prima specie; cioè il teorema si applica ad ogni funzione continua $f(x)$ avente una derivata continua od anche affetta da discontinuità di seconda specie.

Indica alcune applicazioni di questo teorema.

SEDUTA DEL 21 DICEMBRE 1884

PRESIDENZA G. ALBEGGIANI

Comunicazioni:

M. L. Albeggiani continuando le sue comunicazioni sulle parentesi di ordine n, dimostra, pel caso di n pari $(n=2k)$ i seguenti due teoremi:

I. Se

$$H_1=a_1,\quad H_2=a_2,\ldots,\quad H_{k\nu}=a_{k\nu} \tag{1}$$

sono $k\nu$ equazioni i cui secondi membri sono costanti qualunque ed i primi membri sono funzioni delle variabili *indipendenti* $x_{11},\ldots,x_{1\nu};\ldots;$ $x_{k1},\ldots,x_{k\nu}$ e delle variabili *dipendenti* $y_{11},\ldots,y_{1\nu};\ldots;y_{k1},\ldots,y_{k\nu}$, disposte in k serie di ν variabili ciascuna, e se i primi membri delle equazioni (1) soddisfano identicamente a tutte le possibili relazioni della forma

$$(H_{l_1}\ H_{l_2}\ldots H_{l_{2k}})=0 \tag{2}$$

ottenute combinando le $k\nu$ funzioni H a $2k$ a $2k$, allora le variabili dipendenti y, funzioni delle x e delle a, tratte dal sistema (1), soddisfano al sistema di equazioni differenziali :

$$
\left.
\begin{aligned}
&\frac{\partial(y_{s_1 h_1}, \ldots, y_{s_k h_k})}{\partial(x_{1i}, \ldots, x_{ki})} = 0, \\
(-1)^{k+1} &\frac{\partial(y_{1h}, \ldots, y_{kh})}{\partial(x_{1i}, \ldots, x_{ki})} - \frac{\partial(y_{1i}, \ldots, y_{ki})}{\partial(x_{1h}, \ldots, x_{kh})} = 0
\end{aligned}
\right\} \tag{3}
$$

$$i, h = 1, 2, \ldots, \nu, \quad h_1, h_2, \ldots, h_k = 1, 2, \ldots, \nu;$$

$$s_1, s_2, \ldots, s_k = 1, 2, \ldots, k.$$

Nella prima di queste formole s' intende escluso il caso in cui gl' indici $h_1, h_2, \ldots, h_k$ fossero *tutti* eguali fra loro , come pure il caso in cui uno o più fra essi fossero eguali ad i.

Gl' indici $s_1, s_2, \ldots, s_k$ sono affatto arbitrari.

Nella seconda formola deve intendersi $i \gtrless h$.

II. Date le equazioni (1), se le y tratte da esse soddisfano a tutte le equazioni del sistema (3), saranno allora identicamente soddisfatte le (2).

G. Maisano studia la particolare involuzione del quart' ordine nella quale tre gruppi hanno un elemento triplo, e dimostra che i tre elementi semplici di quei gruppi dànno il covariante cubico della forma cubica che ha per elementi i tre elementi tripli. Dimostra inoltre, che l'involuzione biquadratica nella quale i sei elementi doppi si distribuiscono in tre coppie appartenenti a tre gruppi dell' involuzione, è solamente l' involuzione studiata dal Clebsch, cioè:

$$\varkappa f + \lambda H$$

in cui $f = a_x^4 = b_x^4 = \ldots$ rappresenta una forma biquadratica qualunque, ed $H = (ab)^2 a_x^2 b_x^2$ il suo covariante Hessiano.

SEDUTA DELL' 11 GENNAJO 1885

PRESIDENZA G. ALBEGGIANI

Elezione del Consiglio Direttivo:

In seguito a votazione a schede segrete vengono rieletti gli stessi membri dell'attuale Consiglio Direttivo in ciascuna delle rispettive cariche. (Vedi seduta del 20 marzo 1884).

Comunicazioni:

P. Gambera comunica alcuni suoi studi sulle quantità di moto dei corpi che ruotano intorno ad un asse, facendone applicazioni al caso di corpi di forma cilindrica, conica o sferica.

Fa qualche considerazione sulla velocità media delle molecole.

Proposta di quesiti:

G. B. Guccia. Date le due curve piane del quint' ordine:

$$A \equiv x_3^3 t^2 + x_3^2 t \varphi_2 + x_3 t \varphi_3 + \varphi_5 = 0$$

$$B \equiv x_3^3 t \psi_1 + x_3^2 t \psi_2 + x_3 \psi_4 + \psi_5 = 0,$$

dove $t \equiv \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2$ e φ_i, ψ_i indicano polinomi omogenei di grado i nelle x_1, x_2, studiare la singolarità della curva generica del fascio:

$$A + \lambda B = 0$$

nel punto $x_1 = x_2 = 0$.

SEDUTA DEL 25 GENNAJO 1885

PRESIDENZA G. ALBEGGIANI

Ammissione di nuovi soci: Guglielmo Di Simone.

Comunicazioni:

G. Maisano fa delle considerazioni generali sulla interpretazione delle forme binarie sopra una curva di genere zero. Parla di una comunicazione orale a lui fatta dal prof. Battaglini sulla interpretazione della cubica binaria e dei suoi covarianti sulla conica. Passa quindi all'interpretazione sulla conica della sestica binaria, di cui si annulla il *cataletticante*, e dei suoi principali invarianti. Sia

$$f = a_\xi^6 = b_\xi^6 = \dots$$

la sestica fondamentale e si ponga:

$$i = (ab)^4 a_\xi^2 b_\xi^2 , \quad j = (ab)^2 (ac)^2 (bc)^2 a_\xi^2 b_\xi^2 c_\xi^2 , \quad l = (ai)^4 a_\xi^2$$

$$k = (al)^2 a_\xi^4 , \quad r = (al)^2 (al')^2 a_\xi^2 , \quad s = (al)^2 (ab)^4 b_\xi^2 , \quad \gamma = (al)\, a_\xi^5\, l_\xi$$

$$\pi = (jl)\, j_\xi^5\, l_\xi , \quad h = (ab)^2 a_\xi^4 b_\xi^4 .$$

Ponendo:

$$\rho x_1 = \xi_1^2 , \quad \rho x_2 = \xi_2^2 , \quad \rho x_3 = \xi_3^2 ,$$

dove le ξ soddisfano alla relazione:

$$\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 = 0 ,$$

i punti della retta corrispondono univocamente ai punti della conica

$$C \equiv x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 2x_2 x_3 - 2x_3 x_1 - 2x_1 x_2 = 0$$

toccata dalle tre rette fondamentali $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$, i cui punti di contatto rappresentano sopra C i tre elementi doppi del covariante j. I sei elementi della sestica fondamentale sono rappresentati sopra C dai punti d' intersezione della conica e della curva del 3° ordine equianarmonica:

$$F \equiv a_1 x_1^3 + a_2 x_2^3 + a_3 x_3^3 = 0. \qquad (1)$$

I sei elementi del covariante π sono rappresentati dalle intersezioni di C col sistema delle tre rette:

$$x_2 - x_3 = 0, \quad x_3 - x_1 = 0, \quad x_1 - x_2 = 0 ; \qquad (2)$$

cosicchè i sei elementi di π sono rappresentati dai tre elementi di j e dal covariante cubico della forma cubica rappresentante i tre elementi di j, mentre il covariante l viene rappresentato dai due punti d' incontro della polare del punto unità, in cui s' intersecano le tre rette (2), rispetto alla conica C, ovvero l rappresenta l'Hessiano di quella forma cubica. Gli altri due covarianti quadratici r ed s sono rappresentati rispettivamente dalle intersezioni colla conica C delle polari del punto unità rispetto alle due coniche:

$$a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2 + a_3 x_3^2 = 0, \quad a_2 a_3 x_2 x_3 + a_3 a_1 x_3 x_1 + a_1 a_2 x_1 x_2 = 0.$$

Queste due ultime coniche colle rispettive intersezioni sulla C rappresentano poi i due covarianti biquadratici

$$(al)^2 a_\xi^4, \qquad (ab)^4 a_\xi^2 b_\xi^2.$$

Il covariante γ è rappresentato dalle intersezioni di C e della curva del 3° ordine:

$$a_1 x_1^2 (x_3 - x_2) + a_2 x_2^2 (x_1 - x_3) + a_3 x_3^2 (x_2 - x_1) = 0;$$

e finalmente il covariante Hessiano è rappresentato dalla intersezione di C colla particolare curva del 4° ordine:

$$a_2 a_3 x_2^2 x_3^2 + a_3 a_1 x_3^2 x_1^2 + a_1 a_2 x_1^2 x_2^2 = 0$$

le cui tangenti nei tre punti doppi toccano la conica:

$$a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2 + a_3 x_3^2 = 0.$$

Rivista bibliografica:

M. Gebbia. Sopra la memoria del Sig. Hazzidakis *Ueber die Curven welche sich so bewegen können dass sie stets geodätische Linien der von ihnen erzeugten Flächen bleiben* (Journal für reine und angewandte Math. Bd. 95).

SEDUTA DELL'8 FEBBRAJO 1885

PRESIDENZA G. ALBEGGIANI

Ammissione di nuovi soci: Francesco Cavallaro, Ignazio Conti, Cesare Albeggiani, Ernesto Armò.

Comunicazioni:

G. Maisano continua sull'argomento da lui trattato nella seduta precedente.

G. B. Guccia. *Formole analitiche per la trasformazione Cremoniana:*

(n pari)

$$\alpha_1 = 3, \qquad \alpha_2 = n - 2, \qquad \alpha_{n-1} = 1. \quad (*)$$

Sia $n = 2\mu$. La rete omaloidica è formata da curve d'ordine 2μ, aventi *un* punto $2(\mu - 1)$-plo, $2(\mu - 1)$ punti doppi e *tre* punti semplici *fondamentali*. Poniamo per brevità:

$$A_i \equiv a_i U + (b_i x_1 + c_i x_2) V \qquad (i = 1, 2, 3)$$

in cui

$$U = x_3 u_{\mu-1} + u_\mu, \qquad V = x_3 v_{\mu-2} + v_{\mu-1},$$

dove u_μ, $u_{\mu-1}$, $v_{\mu-1}$, $v_{\mu-2}$ indicano polinomi omogenei dei grad μ, $\mu - 1$, $\mu - 2$ nelle variabili x_1, x_2.

L'equazione della rete omaloidica assume allora la seguente forma:

$$\lambda_1 A_2 A_3 + \lambda_2 A_3 A_1 + \lambda_3 A_1 A_2 = 0.$$

Si riconosce facilmente che ogni curva della rete passa:

1° con $2(\mu - 1)$ rami pel punto:

$$x_1 = x_2 = 0;$$

(*) Veggasi ps. Cremona: *Sur les transformations géométriques des figures planes* (Bulletin de Darboux, 1ère série, t. V, 1873, p. 223).

2° con due rami per ognuno dei $\mu(\mu-1)-(\mu-1)(\mu-2)=2(\mu-1)$ punti di ulteriore intersezione delle curve:

$$U=0, \qquad V=0,$$

3° con un ramo per ognuno dei punti in cui le curve:

$$A_1=0, \qquad A_2=0, \qquad A_3=0$$

s' incontrano, ulteriormente, due a due. Si hanno cosi le formole di trasformazione:

$$y_1 : y_2 : y_3 = A_2 A_3 : A_3 A_1 : A_1 A_2 .$$

Formole analitiche per la trasformazione (inversa della precedente):

$$\alpha_1 = n-2, \qquad \alpha_{\frac{n}{2}-1} = 1, \qquad \alpha_{\frac{n}{2}} = 3 . \quad (*)$$

Sia $n=2\mu$. La rete omaloidica è formata da curve d'ordine 2μ, aventi *tre* punti μ-pli, *un* punto $(\mu-1)$-plo e $2(\mu-1)$ punti semplici *fondamentali*.

Poniamo per brevità:

$$U = t_3 u_{\mu-1} + u_\mu , \qquad V = t_3 v_{\mu-2} + v_{\mu-1}$$

dove u_μ, $u_{\mu-1}$, $v_{\mu-1}$, $v_{\mu-2}$ indicano polinomi omogenei dei gradi μ, $\mu-1$, $\mu-2$ nelle t_2, t_3 e

$$t_i \equiv a_i x_2 x_3 + b_i x_3 x_1 + c_i x_1 x_2 \qquad (i=1,2,3).$$

La rete amaloidica è allora rappresentata dall' equazione:

$$\lambda_1 U + (\lambda_2 t_1 + \lambda_3 t_2)\, V = 0.$$

(*) l. c. p. 223.

Si riconosce facilmente che ogni curva della rete passa:
1° con 2μ rami per ognuno dei tre punti:

$$x_2 = x_3 = 0, \qquad x_3 = x_1 = 0, \qquad x_1 = x_2 = 0;$$

2° con $\mu - 1$ rami pel punto:

$$t_1 = t_2 = 0;$$

3° con un ramo per ognuno dei $4\mu(\mu - 1) - (\mu - 1)(\mu - 2) - 3\mu(\mu - 1) = 2(\mu - 1)$ punti di ulteriore intersezione delle curve:

$$U = 0, \qquad V = 0.$$

Si hanno così le formole di trasformazione:

$$y_1 : y_2 : y_3 = U : t_1 V : t_2 V.$$

Rivista bibliografica:

M. Gebbia prosegue a riferire sulla stessa memoria della seduta precedente.

SEDUTA DEL 22 FEBBRAIO 1885

PRESIDENZA G. ALBEGGIANI

Ammissione di nuovi soci: Ing. Vincenzo Albanese.

Comunicazioni:

A. Capelli parla sulla teoria delle sostituzioni e delle sue applicazioni all'Algebra ed in particolare rende conto della sua memoria: *Sopra la composizione dei gruppi di sostituzione* (Atti della R. Acc. dei Lincei, serie 3ª, vol. XIX).

Fa alcune considerazioni relative al teorema dimostrato in quella memoria: *Se H è un gruppo di sostituzioni contenuto in un altro gruppo G e trasformato in sè stesso da tutte le sostituzioni di G, esiste sempre in generale un altro gruppo parziale di G che contiene sostituzioni di ognuno dei periodi di G coniugati col gruppo H.*

G. B. Guccia. *Formole analitiche per la trasformazione Cremoniana:*

(n multiplo di 3)

$$\alpha_1 = 4, \qquad \alpha_2 = 1, \qquad \alpha_3 = \frac{2n}{3} - 2, \qquad \alpha_{n-3} = 1 \ (*)$$

Sia $n = 3\mu$. La rete omaloidica è formata da curve d'ordine 3μ, aventi *un* punto $3(\mu - 1)$-plo, $2(\mu - 1)$ punti tripli, *un* punto doppio e *quattro* punti semplici *fondamentali.* Poniamo:

$$\Phi = t_3 \varphi_2 + \varphi_3, \qquad \Psi = t_3 \psi_1 + \psi_2,$$

in cui φ_3, φ_2, ψ_2, ψ_1 indicano polinomi omogenei dei gradi 3, 2, 1 nelle t_1, t_2 e

$$t_i \equiv a_i U + (b_i x_1 + c_i x_2) V \qquad (i = 1, 2, 3).$$

In queste espressioni siano:

$$U = x_3 u_{\mu-1} + u_\mu, \qquad V = x_3 v_{\mu-2} + v_{\mu-1},$$

dove u_μ, $u_{\mu-1}$, $v_{\mu-1}$, $v_{\mu-2}$ indicano polinomi omogeni dei gradi μ, $\mu - 1$, $\mu - 2$ nelle variabili x_1, x_2.

L'equazione della rete omaloidica assume allora la forma:

$$\lambda_1 \Phi + (\lambda_2 t_1 + \lambda_3 t_2) \Psi = 0.$$

Ogni curva delle rete passa:

1° con $3(\mu - 1)$ rami pel punto:

$$x_1 = x_2 = 0$$

(*) l. c. p. 227.

2° con tre rami per ognuno dei $\mu(\mu-1)-(\mu-1)(\mu-2)=2(\mu-1)$ punti di ulteriore intersezione delle curve:

$$U=0, \qquad V=0;$$

3° con due rami pel punto di ulteriore intersezione delle curve:

$$t_1=0, \qquad t_2=0;$$

4° con un ramo per ciascuno dei

$$6\mu^2-(3\mu-3)(2\mu-2)-6.2.(\mu-1)-2=4$$

punti di ulteriore intersezione delle curve:

$$\Phi=0, \qquad \Psi=0.$$

Si hanno così le formole di trasformazione:

$$y_1 : y_2 : y_3 = \Phi : t_1\Psi : t_2\Psi.$$

Formole analitiche per la trasformazione Cremoniana (inversa della precedente):

$$\alpha_1=\frac{2n}{3}-2, \qquad \alpha_{\frac{n}{3}-1}=1, \qquad \alpha_{\frac{n}{3}}=4, \qquad \alpha_{\frac{2n}{3}}=1 \quad (*).$$

Sia $n=3\mu$. Le curve della rete omaloidica, dell'ordine 3μ, hanno *un* punto 2μ-plo, *quattro* punti μ-pli, *un* punto $(\mu-1)$-plo e $2(\mu-1)$ punti semplici *fondamentali.*

Poniamo:

$$\Phi=t_3\,\varphi_{\mu-1}+\varphi_\mu, \qquad \Psi=t_3\,\psi_{\mu-2}+\psi_{\mu-1}.$$

(*) l. c. p. 227.

in cui φ_μ, $\varphi_{\mu-1}$, $\psi_{\mu-1}$, $\psi_{\mu-2}$ indicano polinomi omogenei dei gradi μ, $\mu - 1$, $\mu - 2$ nelle t_1, t_2 e

$$t_i \equiv a_i U + (b_i x_1 + c_i x_2) V \qquad (i = 1, 2, 3).$$

In queste espressioni siano:

$$U = x_3 u_2 + u_3, \qquad V = x_3 v_1 + v_2,$$

dove u_3, u_2, v_2, v_1 indicano polinomi omogenei dei gradi 3, 2, 1 nelle variabili x_1, x_2. La rete omaloidica è allora rappresentata dall'equazione:

$$\lambda_1 \Phi + (\lambda_2 t_1 + \lambda_3 t_2) \Psi = 0.$$

Ogni curva della rete passa:
1° con 2μ rami pel punto:

$$x_1 = x_2 = 0;$$

2° con μ rami per ciascuno dei quattro punti di ulteriore intersezione delle curve:

$$U = 0, \qquad V = 0;$$

3° con $\mu - 1$ rami pel punto di ulteriore intersezione delle curve:

$$t_1 = 0, \qquad t_2 = 0;$$

4° con un ramo per ciascuno dei

$$3\mu(3\mu - 3) - 2\mu(2\mu - 2) - 4\mu(\mu - 1) - (\mu - 1)(\mu - 2) = 2(\mu - 1)$$

punti di ulteriore intersezione delle curve:

$$\Phi = 0, \qquad \Psi = 0.$$

Si hanno così le formole di trasformazione :

$$y_1 : y_2 : y_3 = \Phi : t_1 \Psi : t_2 \Psi.$$

Rivista bibliografica:

Il socio A. Capelli annuncia la traduzione in lingua italiana, fatta dal prof. Battaglini, dell'opera del sig. Netto: *Teoria delle sostituzioni e sue applicazioni all'Algebra.*

SEDUTA DELL'8 MARZO 1885

PRESIDENZA G. ALBEGGIANI

Comunicazioni:

P. Gambera tratta di alcune questioni di *Meccanica molecolare*. In particolare dimostra col calcolo quanto segue:

Affinchè nei corpi il prodotto del peso molecolare pel calore specifico fosse costante, converrebbe che, a pari temperatura, le loro molecole avessero la stessa forza viva *iniziale* di vibrazione ; ma esse manifestano la stessa forza viva dopo di avere prodotti lavori interni generalmente differenti. Dunque la legge di Dulong e Petit è teoricamente inammissibile; ma può aver luogo con qualche approssimazione per certe categorie di corpi.

Nei gas il calore specifico a volume costante, moltiplicato pel peso molecolare dà un prodotto che si può ritenere costante.

Il calore specifico dei corpi varia in ragione diretta della loro coerenza e del loro coefficiente di dilatazione ed in ragione inversa della loro densità. Ciò spiega la forte caloricità dei liquidi.

G. B. Guccia comunica alcune sue considerazioni sulla determinazione del grado dell'Invariante di contatto (*Tactinvariante*) di due curve algebriche piane, nei coefficienti di ciascuna delle equazioni delle due curve, per il caso in cui queste siano affette da singolarità superiori.

Continuerà nella prossima seduta.

$$n \equiv 1 \pmod{3}$$

$$\alpha_1 = 2, \qquad \alpha_2 = 3 \qquad \alpha_3 = \frac{2n-8}{3}, \qquad \alpha_{n-3} = 1. \ (^*)$$

Sia $n = 3\mu + 1$. La rete omaloidica è allora formata da curve d'ordine $3\mu + 1$ aventi *un* punto $(3\mu - 2)$-plo, $2(\mu - 1)$ punti tripli, *tre* punti doppi e *due* punti semplici *fondamentali*. Posto per brevità:

$$U = x_3 u_{\mu-1} + u_\mu, \qquad V = x_3 v_{\mu-2} + v_{\mu-1},$$

dove u_μ, $u_{\mu-1}$, $v_{\mu-1}$, $v_{\mu-2}$ indicano polinomî omogenei dei gradi μ, $\mu - 1$, $\mu - 2$ nelle variabili x_1, x_2; le formole per l'attuale trasformazione sono le seguenti:

$$\rho y_1 = U x_1 (x_2 V - U)[V(x_1 + x_2) - 2U],$$

$$\rho y_2 = U x_2 (x_1 V - U)[V(x_1 + x_2) - 2U],$$

$$\rho y_3 = V x_1 x_2 (x_1 V - U)(x_2 V - U).$$

È facile riconoscere che le curve del piano (x) corrispondenti alle rette del piano (y), passano:

1° con $3\mu - 2$ rami pel punto:

$$x_1 = x_2 = 0;$$

2° con tre rami per ognuno dei

$$\mu(\mu - 1) - (\mu - 1)(\mu - 2) = 2(\mu - 1)$$

punti di ulteriore intersezione delle curve:

$$U = 0, \qquad V = 0;$$

(*) l. c. p. 227.

3° con due rami per ognuno dei tre punti:

$$x_1 = 0, \qquad U = 0,$$

$$x_2 = 0, \qquad U = 0,$$

$$x_1 V - U = 0, \qquad x_2 V - U = 0;$$

4° con un ramo per ognuno dei due punti:

$$x_1 = 0, \qquad x_2 V - 2U = 0,$$

$$x_2 = 0, \qquad x_1 V - 2U = 0.$$

SEDUTA DEL 22 MARZO 1885

PRESIDENZA G. ALBEGGIANI

Ammissione di nuovi soci: Eduardo Basile.

Comunicazioni:

M. Gebbia richiamando una questione posta e risoluta analiticamente dal sig. J. N. Hazzidakis (vedi Riviste bibliografiche delle sedute del 25 gennajo e dell'8 febbrajo 1885), tratta la stessa quistione applicandovi la teoria dei complessi lineari. Il metodo seguito dal signor Gebbia si fonda sulla seguente osservazione:

Affinchè una curva possa muoversi rimanendo sempre geodetica della superficie che genera, è necessario e sufficiente che le normali principali della curva siano rette comuni ai complessi lineari determinati nel sistema invariabilmente legato alla curva da tutti i moti elementari di questo sistema, per i quali esso vien generando la superficie.

Discutendo questa condizione si distinguono tre specie di soluzioni:

1° I complessi anzidetti sono coincidenti. I moti elementari hanno sempre lo stesso asse centrale e lo stesso parametro. La curva soddisfa ad una equazione differenziale che è l' equazione del complesso. Le sue equazioni alle quantità finite contengono quindi una funzione arbitraria.

2° I complessi anzidetti formano un *gruppo a due termini* (*zweigliedrige Gruppe di* Plücker).

I moti elementari hanno per assi centrali le generatrici di un cilindroide. La curva soddisfa a due equazioni differenziali che sono le equazioni dei complessi fondamentali del gruppo; essa è quindi determinata, salvo a dipendere da costanti arbitrarie.

3° I complessi anzidetti formano un *gruppo a tre termini* speciale, pel quale la superficie rigata comune si riduce ad un piano rigato.

I movimenti elementari sono rotazioni intorno a rette successive qualunque del piano. La curva giace arbitrariamente nel piano, il quale rotola senza strisciare sopra una superficie sviluppabile qualunque.

Si può trattare in modo analogo la questione di trovare le curve che possono muoversi rimanendo asintotiche delle superficie che generano. Allora le binormali prendono il posto delle normali principali.

G. B. Guccia prosegue sull' argomento del Tactinvariante. Dimostra in generale che l' *Invariante di contatto di due curve algebriche piane fra loro indipendenti, affette da qualisivogliano singolarità, rispettivamente degli ordini* m, m' *e delle classi* k, k', *è sempre del grado*

$$2m'(m-1)+k'$$

nei coefficienti dell'equazione della prima e del grado

$$2m(m'-1)+k$$

nei coefficienti dell'equazione della seconda.

Gli stessi gradi erano stati dati dal Salmon per il caso di curve generali e per il caso di curve affette da punti doppi e cuspidi (Cfr. p.s. Salmon-Chemin *Traité de Géom. anal., Courbes planes. Suivi d'une Étude sur les points singuliers par* G. Halphen).

G. B. Guccia rettifica alcune formole date dal signor Picquet in una nota : *Sur les courbes gauches algébriques; surface engendrée par les secantes triples; nombre des secantes quadruples* (Bulletin de la Société Mathématique de France t. I, p. 271, 272).

Trova la seguente formola per il numero delle rette che incontrano quattro curve date nello spazio:

$$2\, m_1 m_2 m_3 m_4 - \sum_1^4 m_p m_q k_{rs} + k_{12} k_{34} + k_{13} k_{42} + k_{14} k_{23}$$

dove m_1, m_2, m_3, m_4 sono gli ordini delle quattro curve, e k_{rs} è il numero dei punti comuni alle curve d'ordine r ed s.

Stabilisce inoltre la formola:

$$m_1 m_2 \left[h_m + \frac{1}{2} m(m-1)\right] - (m-1)(k_1 m_2 + k_2 m_1) + k_1 k_2 - k_{12} h_m$$

per il numero delle rette che si appoggiano due volte ad una curva dell' ordine m con h_m punti doppi apparenti ed incontrano due altre curve degli ordini m_1, m_2. In questa formola k_1 è il numero di punti comuni alle curve d'ordine m, m_1; k_2 il numero di punti comuni alle curve d'ordine m, m_2; k_{12} il numero analogo per le curve d' ordine m_1, m_2. (*)

Mostra come debba essere, per conseguenza, rettificata la formola che dà il numero delle generatrici doppie della superficie generata dalle rette che si appoggiano a tre curve date, pel caso in cui le direttrici abbiano, due a due, punti comuni.

Fa delle applicazioni alla geometria delle curve sulla superficie generale del 3° ordine.

G. B. Guccia enuncia alcune proposizioni relative a luoghi ed inviluppi geometrici ai quali dà luogo la trasformazione Cremoniana nel piano.

M. L. Albeggiani annunzia di avere esteso i precedenti teoremi riguardanti le *parentesi d'ordine n*, comunicati al Circolo nella seduta del 21 dicembre 1884, al caso $n = h + k$, $h \lessgtr k$, cioè al caso che fossero date h serie di ν variabili indipendenti $x_{11}, \ldots, x_{1\nu}; \ldots; x_{h1}, \ldots, x_{h\nu}$ e k serie di funzioni $y_{11}, \ldots, y_{1\nu}; \ldots; y_{k1}, \ldots, y_{k\nu}$. Si riserva darne dimostrazione in altra seduta.

(*) Queste formole esigono la seguente restrizione: sempreché il problema non ammetta un numero *infinito* di soluzioni.

Rivista bibliografica:

M. L. Albeggiani. Sopra la nota del signor Hermite: *Sur les fonctions holomorphes*, inserita nel Tomo I° (Serie IV) del *Journal des Mathématiques pures et appliquées* fondato da J. Liouville e diretto da C. Jordan.