

## Zur Zerlegung in Partialbrüche.

Von G. v. Escherich in Wien.

Haben die ganzen rationalen Functionen  $g(x)$ ,  $X$  und  $G_1(x)$  keinen gemeinsamen Theiler und ist  $G(x) = X^k G_1(x)$ , so lässt sich in der Identität

$$\frac{g(x)}{G(x)} = \frac{P(x)}{X^k} + \frac{g(x) - P(x) G_1(x)}{X^k G_1(x)}$$

eine ganze rationale Function  $P(x)$ , niedrigeren Grades als  $X$ , bestimmen, für welche  $g(x) - P(x) G_1(x)$  durch  $X$  theilbar wird, sobald  $X$  und  $X'$  nicht einen gemeinsamen Theiler besitzen. Denn ist  $X$  etwa vom  $n^{\text{ten}}$  Grade und sind  $\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n$  die Wurzeln von  $X = 0$ , so lassen sich die  $n$  Coefficienten einer ganzen rationalen Function  $(n-1)^{\text{ten}}$  Grades  $P(x)$  aus den  $n$  Gleichungen

$$g(\alpha_k) - P(\alpha_k) G_1(\alpha_k) = 0 \quad k = 1, 2 \dots n$$

bestimmen, da die Determinante dieses Gleichungssystems:

$$G_1(\alpha_1) \dots G_1(\alpha_n) \Delta(\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n),$$

wo  $\Delta(\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n)$  das Differenzen-Product der  $\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n$  bezeichnet, von Null verschieden ist. Diese Function  $P(x)$  und nur diese hat die genannte Eigenschaft. Nachdem ihre Existenz feststeht, ist klar, dass sie auch ohne Auflösung der Gleichung  $X = 0$ , unmittelbar aus der Forderung, nach der Methode der unbestimmten Coefficienten gefunden werden kann.

Auf

$$\frac{g(x) - P(x) G_1(x)}{X^k G_1(x)} = \frac{f(x)}{X^{k-1} G_1(x)},$$

wo also  $f(x)$  wieder eine ganze rationale Function von  $X$  bezeichnet, kann man dasselbe Verfahren anwenden, und indem man es so lange fortsetzt, als möglich ist, erhält man

$$\frac{g(x)}{G(x)} = \frac{P(x)}{X^k} + \frac{P_1(x)}{X^{k-1}} + \dots + \frac{P_{k-1}(x)}{X} + \frac{g_1(x)}{G_1(x)},$$

wo  $P(x), P_1(x) \dots P_{k-1}(x)$  und  $g_1(x)$  ganze rationale Functionen und die  $k$  ersten niedrigeren als  $n^{\text{ten}}$  Grades sind.

Den letzten Bruch kann man, falls von  $G_1(x)$  sich ein Factor abtrennen lässt, wieder in derselben Weise behandeln u. s. f.