

**5. Ueber die Theorie des Flüssigkeitsunterbrechers;  
von D. A. Goldhammer.**

Ist ein Flüssigkeitsunterbrecher (von Wehnelt oder von Simon) in eine Kette mit Gleichstromspannung  $E$  und Selbstinduction  $L$  eingeschaltet, so steigt bekanntlich der Strom  $i$  von dem Werte Null zur Zeit  $t = 0$  nach einem gewissen Gesetze während der Zeit  $\tau$  auf seinen maximalen Wert  $i_\tau$ , um dann während der Zeit  $\theta$  wieder auf Null zu sinken. Die Periode des pulsirenden Stromes ist somit

$$(1) \quad T = \tau + \theta.$$

Einen Ausdruck für  $\tau$  als Function von  $E$  und  $L$  hat zuerst H. Th. Simon<sup>1)</sup> abgeleitet, indem er von der Annahme ausging, dass die die Elektrode bez. das Loch umgebende dünne Schicht (Dicke  $\delta$ ) des Elektrolyten wegen der dort in der Zeit  $\tau$  entwickelnden Stromwärme zum Verdampfen gebracht wird und dadurch den Strom unterbricht. Ganz neuerdings hat E. Klupathy<sup>2)</sup> gezeigt, dass diese dem Gesetze von Joule entsprechende Stromwärme nur in den Fällen genügend sein kann, wenn die „active“ Fläche der Elektrode bez. des Loches ( $q$ ) klein genug sei. Anderenfalls ist man gezwungen, eine andere Wärmequelle aufzusuchen und E. Klupathy findet dieselbe in der Peltier'schen Wirkung auf der Grenze Metall-Elektrolyt. Dabei wird gezeigt, dass die Peltier'sche Wärme wirklich einen genug grossen Wert erreichen kann. Dies gab dem Verfasser die Gelegenheit, an die Simon'sche Formel eine Correction anzubringen und dadurch einen neuen Ausdruck für  $T$  abzuleiten.

Die Annahmen, welche den beiden Theorien zu Grunde gelegt sind, bestehen im folgenden: 1. Die Zeitdauer  $\theta$  sei eine Constante. 2. Die durch den Strom während  $\tau$  in der Schicht  $\delta q$  entwickelte Wärme sei eine constante. Bedeutet nun  $w_0$  den

1) H. Th. Simon, Wied. Ann. **68**. p. 273. 1899.

2) E. Klupathy, Ann. d. Phys. **9**. p. 147. 1902.

Widerstand der Schicht,  $P_0$  die Peltier'sche Wärme auf 1 Amp.-Sec. bezogen, so folgt nach Simon

$$(2) \quad \int_0^{\tau} i^2 w_0 dt = C,$$

nach Klupathy

$$(3) \quad \int_0^{\tau} i^2 w_0 dt + \int_0^{\tau} P_0 i dt = C,$$

3. Die Werte von  $w_0$  und  $P_0$  sind natürlich mit der Temperatur veränderlich; man ersetzt diese veränderlichen Grössen durch gewisse Mittelwerte  $\bar{w}_0$ ,  $\bar{P}_0$  und schreibt daher die Integrale in der Form

$$\bar{w}_0 \int_0^{\tau} i^2 dt \text{ bez. } \bar{P}_0 \int_0^{\tau} i dt.$$

4. Man integriert die bekannte Differentialgleichung

$$(4) \quad L \frac{\partial i}{\partial t} + i(w + r) = E,$$

worin  $w$  den Widerstand des Unterbrechers,  $r$  den übrigen Widerstand der Kette bedeutet, indem man wieder die veränderliche Grösse  $w$  durch einen gewissen Mittelwert  $\bar{w}$  ersetzt; das führt zu dem bekannten Ausdruck

$$(5) \quad i = \frac{E}{\bar{w} + r} \left( 1 - e^{-\frac{\bar{w} + r}{L} t} \right),$$

gültig unter der Bedingung

$$0 \leq t \leq \tau.$$

Führen wir (5) in (2) bez. (3) ein und setzen der Kürze halber

$$(6) \quad \frac{C}{\bar{w}_0} = c, \quad \bar{w} + r = \varrho, \quad \frac{\bar{P}_0}{\bar{w}_0} = P,$$

so folgt für Fälle, wenn  $\tau$  gegen  $L/\varrho$  gross genug ist, nach Simon

$$(7) \quad \tau = \frac{c \varrho^2}{E^2} + \frac{3}{2} \frac{L}{\varrho}$$

und nach Klupathy

$$(8) \quad \tau \left( 1 + P \frac{\varrho}{E} \right) = \frac{c \varrho^2}{E^2} + \frac{3}{2} \frac{L}{\varrho} \left( 1 + \frac{2}{3} P \frac{\varrho}{E} \right).$$

Was nun die erste Annahme anbetrifft, so findet dieselbe auch in dem Beobachtungsmaterial eine Bestätigung. So sagen z. B. darüber R. Federico und P. Baccei<sup>1)</sup>, welche auf photographischem Wege die Stromstärke  $i$  registrierten: „Es scheint durchaus, als bliebe bei steigender Unterbrechungszahl doch die Dauer der Unterbrechungen genau die gleiche und nur die Zeit des Stromdurchganges scheint dabei abzunehmen.“

Ganz anders steht die Sache in Bezug auf die zweite Hypothese von Simon-Klupathy. Es ist nämlich leicht zu sehen, dass die Bedingungen (2) und (3) im allgemeinen der Wirklichkeit nicht entsprechen. In der That, lassen wir  $\tau$  beliebig wachsen; experimentell kann man das leicht dadurch verwirklichen, dass man, von einer Unterbrechungszahl  $N$  ausgehend, in die Kette einen immer grösseren Ballastwiderstand  $r$  einschaltet, oder die vorhandene elektromotorische Kraft verkleinert; dann wird bekanntlich  $T$  (also auch  $\tau$ ) allmählich wachsen, bis endlich die Stromunterbrechungen aufhören und man gewöhnliche Stromleitung bez. Elektrolyse erhält.<sup>2)</sup> Das bedeutet, dass die Integrale der Gleichungen (2) und (3) für beliebig grosse  $\tau$  beliebig gross werden sollen, also kann  $C$  keine Constante bleiben.

Lassen wir dagegen  $\tau$  abnehmen, so kann man bekanntlich damit nicht beliebig weit gehen, da man bei genug kleinen  $\tau$  die Erscheinung des sogenannten „Stromumschlages“ erhält. Die Existenz einer solchen unteren Grenze für  $\tau$  widerspricht daher den Gleichungen (2) und (3) nicht.

Auch von rein theoretischer Hinsicht geben die Gleichungen (2) und (3) zu Bedenken Anlass. Die während  $\tau$  der Elektrolytschicht zugeführte Stromwärme soll diese Schicht zum Verdampfen bringen; diese Wärmezufuhr ist nun nicht die einzige Wärmeerscheinung in der Schicht; diese letzte soll offenbar in der Zeit  $\tau$  auch eine gewisse Wärmemenge durch Wärmeleitung und dergleichen verlieren. In der ersten Annäherung kann man diesen Wärmeverlust proportional  $\tau$  nehmen; auch muss derselbe der activen Fläche des

1) R. Federico u. P. Baccei, Phys. Zeitschr. 1. p. 137. 1899—1900.

2) A. Voller u. B. Walter, Wied. Ann. 68. p. 526. 1899; C. Heinke, Wied. Ann. 69. p. 612. 1899; Ann. d. Phys. 1. p. 326 u. 441. 1900; A. Wehnelt, Wied. Ann. 68. p. 233. 1899 u. a.

Unterbrechers  $q$  proportional sein. Die Gleichung (3) ist daher durch folgende zu ersetzen:

$$\int_0^{\tau} i^2 w_0 dt + \int_0^{\tau} P_0 i dt = C + A\tau,$$

oder, wenn wir

$$(9) \quad B = C - A\theta$$

nehmen und die Gleichung (1) in Betracht ziehen:

$$(10) \quad \int_0^{\tau} i^2 w_0 dt + \int_0^{\tau} P_0 i dt = B + AT.$$

Der oben erwähnte Widerspruch mit der Erfahrung ist jetzt nicht mehr vorhanden; für wachsende  $\tau$  wächst auch die rechte Seite von (10) in Unendlichkeit.

Die dritte Annahme von Simon-Klupathy ist schwerlich zu umgehen; hält man aber an der vierten Annahme fest, so scheint die dritte (daher die erste auch) überhaupt überflüssig zu sein.

In der That, es ist möglich, die Formeln für  $T$  abzuleiten ohne irgend welche Vorstellungen über die Wärmewirkung des Stromes zu machen, wenn man nur bemerkt, dass der Stromabfall auf Null während der Zeit  $\theta$  immer so schnell vor sich geht, dass man die entsprechende Strecke der Stromcurve als eine gerade Linie ansehen darf.<sup>1)</sup> Dann gilt für

$$(11) \quad \tau \leq t \leq T$$

$$i = \frac{i_{\tau}}{\theta} (T - t).$$

Bezeichnen wir mit  $i_m$  die sogenannte *mittlere* Stromstärke, d. h. an einem Gleichstromampèremeter abgelesen, und mit  $i_e$  die *effective*, durch einen Hitzdrahtampèremeter gezeigt, dann haben wir der Definition nach

$$Ti_e^2 = \int_0^T i^2 dt, \quad Ti_m = \int_0^T i dt,$$

oder anders

$$Ti_e^2 = \int_0^{\tau} i^2 dt + \int_{\tau}^T i^2 dt, \quad Ti_m = \int_0^{\tau} i dt + \int_{\tau}^T i dt.$$

1) A. Wehnelt, l. c.; A. Voller u. B. Walter, l. c.; A. Wehnelt u. B. Donath, Wied. Ann. 69. p. 861. 1899.

Die Gleichung (11) giebt nun

$$(12) \quad \int_{\tau}^T i^2 dt = \frac{1}{3} i_{\tau}^2 \theta, \quad \int_{\tau}^T i dt = \frac{1}{2} i_{\tau} \theta;$$

ferner haben wir infolge von (5)

$$\int_0^{\tau} i^2 dt = \frac{E^2}{\varrho^2} \left\{ \tau - \frac{3}{2} \frac{L}{\varrho} + 2 \frac{L}{\varrho} e^{-\frac{\varrho}{L} \tau} - \frac{L}{2\varrho} e^{-\frac{2\varrho}{L} \tau} \right\}^1,$$

$$\int_0^{\tau} i dt = \frac{E}{\varrho} \left\{ \tau - \frac{L}{\varrho} \left( 1 - e^{-\frac{\varrho}{L} \tau} \right) \right\}.$$

Ist ferner  $\tau$  gross gegen die Zeitconstante  $L/\varrho$ , so hat man einfach

$$(13) \quad \begin{cases} \int_0^{\tau} i^2 dt = \frac{E^2}{\varrho^2} \left\{ \tau - \frac{3}{2} \frac{L}{\varrho} \right\}, \\ \int_0^{\tau} i dt = \frac{E}{\varrho} \left\{ \tau - \frac{L}{\varrho} \right\}, \\ i_{\tau} = \frac{E}{\varrho}, \end{cases}$$

und folglich

$$T i_e^2 = \frac{E^2}{\varrho^2} \left\{ \tau - \frac{3}{2} \frac{L}{\varrho} \right\} + \frac{1}{3} \frac{E^2}{\varrho^2} \theta,$$

$$T i_m = \frac{E}{\varrho} \left\{ \tau - \frac{L}{\varrho} \right\} + \frac{1}{2} \frac{E}{\varrho} \theta,$$

oder

$$(14) \quad \begin{cases} T i_e^2 = \frac{E^2}{\varrho^2} \left\{ T - \frac{3}{2} \frac{L}{\varrho} - \frac{2}{3} \theta \right\}, \\ T i_m = \frac{E}{\varrho} \left\{ T - \frac{L}{\varrho} - \frac{1}{2} \theta \right\}. \end{cases}$$

Da hier  $E$ ,  $L$ ,  $i_e$  bez.  $i_m$  directer Messung zugänglich sind, so haben wir zweiconstantige ( $\varrho$ ,  $\theta$ ) Formeln für  $T$ , die fast ebenso einfach wie die Simon'sche (7) und viel einfacher der-

1) H. Th. Simon, l. c.

selben von Klupathy (8) sind. Die erste dieser Formel kann auch geschrieben werden

$$(15) \quad T = \frac{i_e^2 T \varrho^2}{E^2} + \frac{3}{2} \frac{L}{\varrho} + \frac{2}{3} \theta$$

und ist in dieser Gestalt der Formel von Simon sehr ähnlich: der Unterschied besteht darin, dass bei uns  $i_e^2 T$  an der Stelle von  $c$  steht und  $\theta$  durch  $\frac{2}{3} \theta$  ersetzt ist. Das macht verständlich, warum die Formel von Simon in mehreren Fällen durch die Beobachtungen bestätigt gefunden wurde<sup>1)</sup>, indem doch die Ursache der Stromunterbrechung bei den Stiftapparaten hauptsächlich nicht in der Joule'schen Wärme liegt und die Gleichung (2) sicher unrichtig ist: es war in diesen Fällen  $\varrho$  und  $i_e^2 T$  nahezu constant.

Offenbar gilt die Gleichung (15) auch für beliebig grosse  $T$ , da dann

$$i_e = \frac{E}{\varrho}$$

wird und  $\frac{3}{2} L/\varrho + \frac{2}{3} \theta$  gegen  $T$  verschwinden.

Leider gilt die Gleichung (15) für kleine  $L$  nicht mehr, weil  $\varrho$  dann sich stark veränderlich ergab. So hat Ruhmer<sup>2)</sup> an den Wehneltunterbrechern  $T$  gemessen, wenn bei sonst unveränderlichen Umständen nur  $L$  variiert wurde. Dabei war  $L = 3 \cdot 10^{-5}$  bez.  $5 \cdot 10^{-5}$  Henry und wurde  $\varrho$  gerade aus der Gleichung (15) berechnet, indem man nur  $\theta$  gegen  $T$  vernachlässigte. Es ergab sich z. B. für Unterbrecher Nr. I  $\varrho = 8,8$  bez.  $\varrho = 11,1$  etc. So grosse Differenzen in den Werten von  $\varrho$  zeigen, dass es durchaus unzweckmässig ist, für kleine  $L$  die Formel (15) zu benutzen. Natürlich ist dasselbe auch für die zweite Formel (14) der Fall, die auch in die Gestalt

$$(16) \quad T = \frac{i_m T \varrho}{E} + \frac{L}{\varrho} + \frac{1}{2} \theta$$

gebracht werden kann. Dieser Ausdruck kann oft (15) mit Vorteil ersetzen, da hier  $\varrho$  und nicht  $\varrho^2$  vorkommt.

Dass die Ursache der Ruhmer'schen Resultate nicht in der Vernachlässigung von  $\theta$  liegt, lässt sich aus dem folgenden

1) H. Th. Simon, l. c.; E. Ruhmer, Physik. Zeitschr. 1. p. 166. u. p. 211. 1899—1900.

2) E. Ruhmer, Physik. Zeitschr. 1. p. 303. 1899—1900.

Umstände erkennen. Für die Unterbrecher Nr. I und Nr. II war  $i^2 T$  bis auf einige Procent constant. Dann können wir die Formel (15) in die Gestalt

$$(17) \quad T = A + B L$$

bringen und für jeden Unterbrecher  $A, B$  berechnen. Es ergeben sich dabei alle  $A$  negativ, was die Bedeutung hat, dass  $A, B$  nicht unveränderlich bleiben. — Da auch (8) in die Form von (17) gebracht werden kann, so ist auch sie für kleine  $L$  mit der Erfahrung im Widerspruche.

Wir kehren uns wieder zu der dritten Annahme zurück. Dann folgt aus (10)

$$(18) \quad \bar{w}_0 \int_0^{\tau} i^2 dt + P_0 \int_0^{\tau} i dt = B + A T$$

oder wenn man der Kürze halber schreibt:

$$(19) \quad \frac{\bar{w}_0}{P_0} = f, \quad \frac{B}{P_0} = b, \quad \frac{A}{P_0} = a,$$

$$(20) \quad f \int_0^{\tau} i^2 dt + \int_0^{\tau} i dt = b + a T.$$

Von dieser Beziehung ausgehend, wollen wir nun noch einige Formeln für  $T$  ableiten, indem wir im voraus verzichten, die Gleichung (5) während der Zeit  $\tau$  zu benutzen. Dadurch können wir umgehen, in die Formel eine veränderliche und der directen Messung nicht zugängliche Grösse ( $\phi$ ) einzuführen.

Wir ersetzen zunächst in (20) die beide Integralen durch dieselbe zwischen den Grenzen 0 und  $T$ ; dann folgt

$$f \int_0^T i^2 dt + \int_0^T i dt = b + a T + f \int_{\tau}^T i^2 dt + \int_{\tau}^T i dt;$$

die letzten Integrale auf der rechten Seite können nun leicht mit Hülfe von (12) eliminirt werden; das giebt

$$(21) \quad f T i_c^2 + T i_m = b + a T + \frac{1}{3} f i_c^2 \theta + \frac{1}{2} i_c \theta.$$

Die Glieder mit  $\theta$  sind Correctionsglieder; sie verschwinden, falls  $\theta$  gegen  $T$  klein genug ist. Daraus folgt, dass sogar sehr grobe Näherungswerte als Ausdrücke für  $i_c$  genommen werden können.

Diese Näherungswerte lassen sich auf verschiedene Weise ableiten, um je nach Umständen den einen oder den anderen davon zu benutzen. Aus der Gleichung (4) haben wir ganz allgemein

$$i = \frac{E}{w + r} \left( 1 - \frac{L}{E} \frac{\partial i}{\partial t} \right),$$

worin  $w$  mit der Zeit veränderlich ist; daraus folgt

$$i_\tau = \frac{E}{\varrho_\tau} \left[ 1 - \frac{L}{E} \left( \frac{\partial i}{\partial t} \right)_\tau \right], \quad \varrho_\tau = w_\tau + r.$$

Was den Wert von  $w_\tau$  anbetrifft, so ist dieser eine wirkliche Constante, falls man nur dafür sorgt, dass die mittlere Temperatur des Flüssigkeitsunterbrechers unverändert bleibt; sonst würde natürlich auch  $T$  veränderlich. Da ferner für  $t = 0$  auch  $i = 0$  ist, so folgt

$$\frac{E}{L} = \left( \frac{\partial i}{\partial t} \right)_0$$

und

$$(22) \quad i_\tau = \frac{E}{\varrho_\tau} \left\{ 1 - \frac{(\partial i / \partial t)_\tau}{(\partial i / \partial t)_0} \right\}.$$

Ist nun  $\tau$  gross gegen die Zeitconstante der Kette, so wird  $(\partial i / \partial t)_\tau$  sehr klein im Vergleich mit  $(\partial i / \partial t)_0$ ; wir haben also dann einfach

$$i_\tau = \frac{E}{\varrho_\tau}.$$

Dieser Wert  $\varrho_\tau$  ist einer experimentellen Bestimmung wohl nicht zugänglich; derselbe wird also in unsere Formel für  $T$  als eine unbestimmte Constante eintreten. Man kann aber auch einen anderen Ausdruck für  $i_\tau$  geben, wenn wir bemerken, dass  $i$  sehr oft fast geradlinig auf seinen maximalen Wert  $i_\tau$  aufsteigt, um dann einige Zeit diesen Wert zu behalten.<sup>1)</sup> Diese letzte Zeit bezeichnen wir  $\tau_2$ ;  $\tau_1$  sei die Zeit des Stromanstieges, also

$$\tau = \tau_1 + \tau_2.$$

Dann gilt

$$i = \frac{i_\tau}{\tau_1} t \quad \text{für} \quad 0 \leq t \leq \tau_1,$$

$$i = i_\tau \quad \text{für} \quad \tau_1 \leq t \leq \tau$$

1) A. Wehnelt, l. c.; A. Voller und B. Walter, l. c.; wir sehen dabei natürlich von den elektrischen Schwingungen ab.



und folglich

$$\int_0^{\tau_1} i \, dt = \frac{1}{2} i_e \tau_1, \quad \int_{\tau_1}^{\tau} i \, dt = i_e \tau_2, \quad \int_0^{\tau} i \, dt = i_e \left( \frac{1}{2} \tau_1 + \tau_2 \right),$$

$$\int_0^{\tau_1} i^2 \, dt = \frac{1}{3} i_e^2 \tau_1, \quad \int_{\tau_1}^{\tau} i^2 \, dt = i_e^2 \tau_2, \quad \int_0^{\tau} i^2 \, dt = i_e^2 \left( \frac{1}{3} \tau_1 + \tau_2 \right).$$

Daraus berechnen wir leicht

$$T i_m = \int_0^{\tau} i \, dt = \frac{1}{2} i_e (T + \tau_2),$$

$$T i_e^2 = \int_0^{\tau} i^2 \, dt = \frac{1}{3} i_e^2 (T + 2 \tau_2).$$

Aus diesen Gleichungen lässt sich  $\tau_2$  eliminieren; wir finden nach leichten Reductionen

$$(23) \quad \frac{\tau_2}{T} = \frac{4 i_m^2}{3 i_e^2} - 1 + \sqrt{\left( \frac{4 i_m^2}{3 i_e^2} \right)^2 - \frac{4 i_m^2}{3 i_e^2}}.$$

Da  $\tau_2$  immer positiv sein soll, so hat man ein Kriterium dafür, ob unsere Berechnung überhaupt erlaubt ist oder nicht darin, dass es

$$\frac{4 i_m^2}{3 i_e^2} \geq 1, \quad i_e \leq \frac{2}{\sqrt{3}} i_m$$

sein muss. Ergiebt sich aber  $i_e > 2/\sqrt{3} i_m$ , so bedeutet das, dass die erste Strecke  $(0 - \tau_1)$  der Curve  $i = f(t)$  sehr weit von der Gestalt einer geraden Linie abweicht. Ist das aber nicht der Fall, so haben wir

$$(24) \quad i_{\tau} = \frac{3 i_e^2}{2 i_m + \sqrt{4 i_m^2 - 3 i_e^2}} = \frac{2 i_m}{\frac{4 i_m^2}{3 i_e^2} + \sqrt{\left( \frac{4 i_m^2}{3 i_e^2} \right)^2 - \frac{4 i_m^2}{3 i_e^2}}}.$$

Verschwindet  $\tau_2$ , so nimmt die ganze Curve  $i = f(t)$  die Gestalt von zweigeneigten sich schneidenden Geraden <sup>1)</sup>; der Schnittpunkt entspricht  $t = \tau$ ,  $i = i_{\tau}$ . Dann folgt aus der Formel (23) und wie es auch einfach aus der entsprechenden Zeichnung zu ersehen ist:

$$(25) \quad i_{\tau} = 2 i_m = \sqrt{3} i_e.$$

In allen diesen Fällen lässt sich  $i_{\tau}$  durch leicht directer Messung zugängliche Grössen  $i_e$ ,  $i_m$  ausdrücken.

Ist also  $i_{\tau}$  auf irgend welche Weise, obgleich nur ange-

1) A. Wehnelt, l. c. p. 256.

nähert, bestimmt, so kommen in (21) nur vier Constanten vor ( $a, b, f, \theta$ ) und wir haben

$$(26) \quad T = \frac{b + \frac{1}{3} f i_e^2 \theta + \frac{1}{2} i_e \theta}{i_m + f i_e^2 - a}.$$

Für die Stiftunterbrecher spielen die Glieder mit  $f$  die Rolle einer Correction; für nicht zu kleine active Querschnitte können wir daher angenähert schreiben

$$(27) \quad T = \frac{b + \frac{1}{2} i_e \theta}{i_m - a}.$$

Für die Lochunterbrecher nimmt die Formel (26), wie leicht verständlich ist, die Gestalt

$$(28) \quad T = \frac{\beta + \frac{1}{3} i_e^2 \theta}{i_e^2 - \alpha},$$

worin

$$\alpha = \frac{a}{f}, \quad \beta = \frac{b}{f}$$

bedeuten. —

Auch diese zwei Ausdrücke für  $T$  sind ihrer Einfachheit wegen interessant.

In Betreff der Coefficienten  $f, a, b$  muss noch folgendes bemerkt werden.

Wie gesagt, ist  $A$ , daher auch  $a$ , dem Querschnitte  $q$  direct proportional;  $C$  ist offenbar dem Volumen der sich verdampfenden Elektrolytschicht  $\delta q$  proportional, endlich ist  $f$  dem Querschnitte  $q$  nach (13) umgekehrt proportional, da dies für  $\bar{w}_0$  der Fall sein muss. Daraus folgt:

$$b = b' q; \quad a = a' q, \quad f = \frac{f'}{q}, \quad \alpha = \alpha' q^2, \quad \beta = \beta' q^2$$

und daher

$$(29) \quad \left\{ \begin{array}{l} T = \frac{b' + \frac{1}{3} f' \frac{i_e^2}{q^2} \theta + \frac{1}{2} \frac{i_e}{q} \theta}{\frac{i_m}{q} + f' \frac{i_e^2}{q^2} - a'}, \\ T = \frac{b' + \frac{1}{2} \frac{i_e}{q} \theta}{\frac{i_m}{q} - a'}, \\ T = \frac{\beta' + \frac{1}{3} \frac{i_e^2}{q^2} \theta}{\frac{i_e^2}{q^2} - \alpha'}. \end{array} \right.$$

Wir sehen, dass  $T$  nicht von den Stromstärken, sondern ausschliesslich von den Stromdichten an dem activen Querschnitte abhängt, ein Resultat, welches an mehreren experimentellen Ergebnissen seine Bestätigung findet.<sup>1)</sup>

Halten wir an den Beziehungen (22) und (24) fest, so ist es wieder möglich, einen Ausdruck für  $T$  abzuleiten, ohne die Frage über die Ursache der Stromunterbrechungen zu berühren. In der That, bezeichnen wir zum Abkürzen die rechte Seite von (23)  $m$ . Dann ist

$$\tau_2 = Tm$$

und ferner

$$T = Tm + \tau_1 + \theta,$$

$$T = \frac{\tau_1 + \theta}{1 - m}.$$

Weiter ist

$$\left(\frac{\partial i}{\partial t}\right)_0 = \frac{E}{L} = \frac{i_\tau}{\tau_1}$$

und daraus

$$\tau_1 = \frac{L}{E} i_\tau;$$

folglich haben wir

$$(30) \quad T = \frac{1}{E} \frac{L i_\tau + E \theta}{1 - m},$$

worin  $i_\tau$  mittels (24) zu berechnen ist.<sup>2)</sup>

Diese Formel kann für genug kleine Werte von  $L/E$  eine Anwendung finden; misst man direct  $i_m$ ,  $i_e$  und sind  $L$ ,  $E$  bekannt, so braucht man nur ein einziges  $T$  zu bestimmen, um dann in der Formel (30) alles bekannt zu haben.

Leider ist alles bisher publicirte Beobachtungsmaterial derart, dass wir es nicht benutzen können, um unsere Formeln einer Prüfung zu unterwerfen. Bei den Beobachtungen mit

1) Vgl. z. B. A. Voller u. B. Walter, l. c. p. 544 u. 547 u. a.; E. Ruhmer, l. c. p. 305 u. 324. Bei Ruhmer (p. 305) musste  $i_m$  sehr nahe  $i_e$  gleich sein, wie es direct aus den mitgetheilten Zahlen für  $r$  und  $E$  folgt.

2) Für die Fälle, wo die Beziehung (25) zur Geltung kommt, haben wir noch einfacher:

$$m = 0 \quad \text{und} \quad T = 2 \frac{L}{E} i_m + \theta = \sqrt{3} \frac{L}{E} i_e + \theta.$$

Da hier für wachsende  $T$  (bei constanten  $E$ ,  $L$ ) auch  $i_m$  und  $i_e$  wachsen, so ist dieser Fall praktisch leicht erkennbar.

den Wehneltunterbrechern wurde fast immer nur  $i_e$  gemessen; für die Lochunterbrecher liegen überhaupt keine gleichzeitigen Messungen von  $T$  und  $i_e$  vor. Nur bei Heinke finden wir die Angaben über  $i_m$  und  $i_e$ ; dort aber ist  $T$  nicht gemessen worden.

Zum Schluss möge noch eine Bemerkung über den sogenannten Widerstand der Unterbrecher hier Platz finden. Es ist genug die Meinung verbreitet, es sei dieser Widerstand dem Werte  $q$  umgekehrt proportional. Das ist nun ein Irrtum. Für einen arbeitenden Unterbrecher kann man nur von einem scheinbaren Widerstande sprechen, der offenbar von der Gestalt der Stromcurve, wie auch von der Art der Stromstärkemessung (effective oder mittlere) abhängig sein soll.<sup>1)</sup> Aber auch abgesehen davon, dass der spezifische Widerstand der Flüssigkeit in den Unterbrechern eine Function der Zeit ist, also sogar für einen *constanten* Strom, ist der Ohm'sche Widerstand des Unterbrechers nicht  $q$  umgekehrt proportional.

In der That, sei der Platinstift bei einem Wehneltunterbrecher von oben (z. B.) eingeführt, indem der die Flüssigkeit enthaltende Bleikasten als andere Elektrode dient. Sind, wie gewöhnlich, die Dimensionen des Kastens gross genug gegen die Dimensionen des activen Theiles des Stiftes, so muss man den Widerstand in der Weise berechnen, dass man die Flüssigkeit als einen sogenannten „Halbraum“ betrachtet. Der Elektrode kann man dann die Form eines langgestreckten Ellipsoides zuschreiben, dessen nur eine Hälfte activ ist. Bedeuten dann  $l$  die Länge,  $r$  den Radius dieser Hälfte des Rotationsellipsoides,  $k$  den specifischen Widerstand, so beträgt, wie leicht zu ersehen ist,

$$w = \frac{k}{2\pi l} \log_n \frac{2l}{r}.$$

Haben wir z. B. drei Stifte von derselben kleinen Dicke 0,7 mm, deren Längen 4,0, 8,17, 12,35 mm<sup>2)</sup> sind, so stehen die Platinstiftoberflächen im Verhältniss 1:2:3, indem die Widerstände ergeben nicht  $1:\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$ , sondern  $1:\frac{1}{1,66}:\frac{1}{2,27}$ .

Was nun die Lochunterbrecher anbetrifft, so stellen wir uns vor, es sei eine grosse Masse der Flüssigkeit mittels

1) Vgl. darüber z. B. C. Heinke, l. c.

2) E. Ruhmer, l. c. p. 303.

einer sehr dünnen isolirenden ebenen Wand in zwei Teile getrennt. Die Wand enthalte ein kleines Loch vom Radius  $r$ . Ist  $r$  klein genug gegen die Dimensionen des Flüssigkeitsvolumens bez. der beiden Elektroden, so setzt sich der Widerstand der Zelle aus demselben von zwei Halbräumen zusammen, welche miteinander durch das Loch verbunden sind, und noch aus dem Widerstande der Oeffnung selbst, welche man natürlich als eine kleine Säule mit der Höhe  $h$  und dem Querschnitte  $q = \pi r^2$  betrachten kann. Dann berechnen wir nach bekannten Gesetzen

$$w = h \left( \frac{1}{2r} + \frac{h}{\pi r^2} \right).$$

Wie wir sehen, wird das zweite Glied der Summe nur dann eine überwiegende Rolle spielen, wenn  $h/\pi r$  gross gegen  $\frac{1}{2}$  wird. Das entspricht aber dem Falle, wenn man nicht bloss eine Oeffnung, sondern einen Canal in der dicken Wand hat. Solche Canäle sind praktisch schwer brauchbar, da in denselben die Dampfblasen oft sitzen bleiben und dadurch werden die Stromunterbrechungen aufgehört.

Kasan, im September 1902.

(Eingegangen 22. September 1902.)

---