

**2. Die „Interferenzkurven gleicher Neigung“
im polarisierten Lichte;
von Otto Lummer.**

Als Haidinger¹⁾ im Jahre 1849 am Glimmer und 1854 auch an planparallelen Glasplatten „Plattenringe“ beobachtete²⁾ und sie in richtiger Erkenntnis ihrer Entstehung den „Berührungsringsen“ des Newtonschen Farbenglases gegenüberstellte, ahnte er nicht, welche bedeutsame Entdeckung er gemacht hatte, da er den prinzipiellen Unterschied beider Erscheinungen in seiner Tragweite nicht erkannte. So kam es, daß die Haidingerschen Ringe wenig Beachtung fanden und Fizeau³⁾ noch im Jahre 1862 das Entstehen von Interferenzstreifen an planparallelen Platten überhaupt als unmöglich hinstellte. Auch Mascart⁴⁾, welcher die Theorie der Ringe genauer studierte, zog aus ihr keine Konsequenzen.

Unabhängig von beiden Beobachtern habe auch ich⁵⁾ diese Ringe gefunden, ihre Theorie gegeben und schon damals die Bedeutung der „Kurven gleicher Neigung“ (Plattenringe) gegenüber den „Kurven gleicher Dicke“ (Berührungsringsen) voll erkannt und ausgesprochen. Diese besteht in ihrer Anwendung auf die Untersuchung planparalleler Platten auf gleiche Dicke innerhalb $\frac{1}{20000}$ mm, und in dem Umstande, daß *sie bei jeder beliebigen Dicke der Platte auftreten müssen*, vorausgesetzt, daß diese absolut planparallel, das benutzte Licht absolut homogen und bis zu beliebig hohem Gangunterschied interferenzfähig ist.⁵⁾ Auf dieser Erkenntnis fußt die Verwirklichung der Interferenz bei hohem Gangunterschied, die Untersuchung des Lichtes auf seine Homogenität und die moderne Interferenzspektroskopie überhaupt.

1) W. Haidinger, Pogg. Ann. 77. p. 219—228. 1849.

2) W. Haidinger, Pogg. Ann. 96. p. 453—468. 1855.

3) H. Fizeau, Ann. de chim. et phys. (3) 66. p. 429. 1862.

4) E. Mascart, Ann. de chim. et phys. 23. p. 128. 1871.

5) O. Lummer, Inaug.-Dissert. Berlin 1884 und Wied. Ann. 23. p. 49—84. 1884.

Als der Begründer der Interferenzspektroskopie muß Fizeau¹⁾ angesehen werden, welcher aus dem Verlauf der Newtonschen Ringe am Farbenglas bei kontinuierlich wachsendem Abstand beider Bestandteile (Linse und Planglas) auf die Duplizität der Natriumlinie schloß und das Verhältnis der Wellenlängen der beiden *D*-Linien berechnete. Ganz der gleichen Methode bediente sich A. A. Michelson²⁾, nur daß er statt der Fizeauschen Kurven gleicher Dicke die Kurven gleicher Neigung der Untersuchungsmethode zugrunde legte. Mittels seines zu einem ganz anderen Zwecke konstruierten und verwendeten Interferometers erzeugte er die Haidinger-Mascart-Lummerschen Ringe an einer *planparallelen Luftplatte von kontinuierlich veränderlicher Dicke*³⁾ und studierte wie Fizeau beim Newtonschen Farbenglas das Aussehen und den Verlauf der Planparallelitätsringe bei wachsendem Gangunterschiede. Die hieraus gezogenen Schlußfolgerungen auf die Art und Zusammensetzung der benutzten Lichtquelle sind aber nur in ganz speziellen Fällen eindeutig und zwingend. Es bedeutete daher einen großen Fortschritt, als Perot und Fabry⁴⁾ auf Grund einer von Boulouch⁵⁾ aufgestellten Theorie die Interferenzspektroskopie ihres hypothetischen Charakters entkleideten und die Auflösung feinsten Spektrallinien auf eine sichere Basis stellten. Sie bedienen sich wie Michelson einer Luftplatte von variabler Dicke, nur mit dem Unterschiede, daß sie die Luftplatte mit Hilfe zweier schwach pris-

1) H. Fizeau, l. c.

2) A. A. Michelson, Phil. Mag. (5) 31. p. 338—346. 1891; 34. p. 280—299. 1892; Journ. de phys. (3) 3. p. 5—22. 1894; vgl. auch H. Kayser, Handbuch der Spektroskopie. Verlag von S. Hirzel, Leipzig 1900.

3) Das hierzu verwendete Interferometer hatte Michelson schon viel früher ersonnen, um die Frage zu entscheiden, ob sich der Äther mit den Körpern bewegt oder in absolute Ruhe verharret (Phil. Mag. [5] 13. p. 236—242. 1882). Die Bedeutung der bei *planparalleler* Luftplatte entstehenden Ringe ist nicht erkannt.

4) A. Perot und Ch. Fabry, Ann. de chim. et phys. (7) 12. p. 459—501. 1897; Compt. rend. 1897, 1898, 1899 und 1900; Ann. de chim. et phys. (7) 16. 1899 und Bulletin Astron. Janvier 1899; vgl. auch M. Hamy, Compt. rend. 125. p. 1092—1094. 1897. Näheres vgl. in Kaysers Handbuch der Spektroskopie, p. 482 ff.

5) A. Boulouch, Journ. de Phys. (2) 2. p. 316—320. 1893.

matischen Platten erzeugen und die sie bildenden Oberflächen mit einer durchsichtigen *Silberschicht* überziehen. Dadurch kommen auch die *vielfach reflektierten* Strahlen zur Mitwirkung, wodurch die Interferenzringe an Schärfe und Deutlichkeit sehr gewinnen, so daß die Ringsysteme zweier Wellen sich nicht auslöschen, wenn die Minima des einen mit den Maximis des anderen koinzidieren, sondern *nebeneinander getrennt sichtbar* bleiben.

Die durch diese „versilberte“ Luftplatte erreichte Auflösungskraft benachbarter Spektrallinien suchte Michelson später durch die Konstruktion seines „Stufengitters“ zu erreichen¹⁾, welches aus einem treppenartigen Satz von planparallelen Platten besteht und in der Wirkung einem Gitter mit Spektren hoher Ordnungszahl gleichkommt.

Auf indirektem Wege gelangte auch ich fast gleichzeitig zur Lösung desselben Problems. Beim Studium der von mir beobachteten „komplementären Interferenzerscheinungen im reflektierten Lichte“²⁾ lernte ich zunächst den Einfluß der vielfach reflektierten Strahlen auf den Intensitätsabfall vom Maximum zum Minimum der Kurven gleicher Neigung kennen, da diejenige Komplementärserscheinung, welche die scharfen und linienförmigen Interferenzen zeigt, ihre Existenz lediglich den *vielfach reflektierten* Strahlen verdankt. Von da war es nur ein kleiner Schritt zu der Erkenntnis, daß auch eine planparallele Glasplatte von genügender Dimension bei streifender Inzidenz Interferenzringe mit steil abfallender Intensität erzeugen und demnach eine große Auflösungskraft erlangen müsse.³⁾ Tatsächlich sah ich hierbei unter Anwendung von Quecksilberlicht, z. B. bei Benutzung der hellgrünen Linie, mehrere Ringsysteme nebeneinander, wo ich früher mit Natriumlicht nur „neutrale“ Stellen beobachten konnte.

Denn schon in meiner Inauguraldissertation hatte ich die planparallele Platte auch bei streifender Inzidenz der Strahlen benutzt und beim Übergang von dieser zu senkrechter Inzidenz unter Anwendung von Natriumlicht periodisches Verschwinden und Wiedererscheinen der Plattenringe beobachtet. Bei Be-

1) A. A. Michelson, *Astrophys. Journ.* 8. p. 36—47. 1898; *Journ. de phys.* (3) 8. p. 305—314. 1899.

2) O. Lummer, *Sitzungsber. d. Berl. Akad.* v. 3. Mai 1900. p. 504—513.

3) O. Lummer, *Verh. d. Deutsch. Phys. Ges.* 3. Nr. 7. p. 85—98. 1901.

nutzung von Quecksilberlicht und im Besitz längerer Plattenstreifen hätte ich schon 1884 beobachten müssen, was ich bei meinem Interferenzspektroskop auf Grund theoretischer Überlegung gesucht und auch gefunden habe. Statt der „neutralen“ Stellen zeigt dieses die Ringsysteme der verschiedenen im Lichte enthaltenen Lichtsorten getrennt nebeneinander.

Um den bei streifender Inzidenz der Lichtstrahlen eintretenden Lichtverlust zu eliminieren, wurde auf den Plattenstreifen ein kleines rechtwinkliges Prisma aufgekittet, so daß nur 4 Proz. der einfallenden Intensität verloren gehen und die wirksamen Strahlen doch den Plattenstreifen streifend treffen; so entstand das Lummer-Gehrckesche „Interferenzspektroskop“, mit Hilfe dessen die von Perot und Fabry als dreifach hingestellte hellgrüne Quecksilberlinie zum ersten Male als komplizierter und zwar als *achtfach* erkannt wurde¹⁾.

Bei allen Interferenzspektrometern und Apparaten hoher Auflösungskraft ist diese von zwei Faktoren abhängig, dem Gangunterschied der interferierenden Strahlen (Ordnung des Spektrums, Dicke der Platte etc.) und dem Intensitätsabfall vom Maximum zum Minimum der Interferenz- oder Beugungsstreifen, d. h. der Schärfe des Maximums. Im folgenden teile ich eine Studie mit, welche den Zweck verfolgte, die Abhängigkeit der Schärfe der Kurven gleicher Neigung im *polarisierten Lichte* vom Azimut des Polarisators und Analysators festzustellen und die hierbei beobachtete auffallende Veränderung des Intensitätsabfalls und die merkwürdige *Verdoppelung* der Streifenanzahl theoretisch zu erklären.

**Die maximale Schärfe der Kurven gleicher Neigung
(„Airysche Schärfe“).**

Gewöhnlich betrachtet man bei den Interferenzerscheinungen planparalleler Platten nur die Interferenz des an der vorderen und hinteren Fläche der Platte reflektierten Strahles (1 und 2 Fig. 1) und erhält so auch die Lage und Gestalt der Interferenzkurven ganz richtig. Will man aber außerdem die Helligkeitsverteilung im Ringsystem bestimmen, so muß man notwendig auch die *vielfach reflektierten* Strahlen (3, 4, 5 etc.

1) O. Lummer u. E. Gehrcke, Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1902. p. 11—17.

bis ∞) in die Berechnung ziehen. Für die Orte der Maxima und Minima ist dies auf eine Einwendung Poissons hin zuerst von Fresnel geschehen.

Ganz allgemein für einen beliebigen Einfallswinkel hat für die sogenannten „Farben dünner Blättchen“ Airy diese Berechnung durchgeführt. Seine Theorie gilt aber nicht nur für

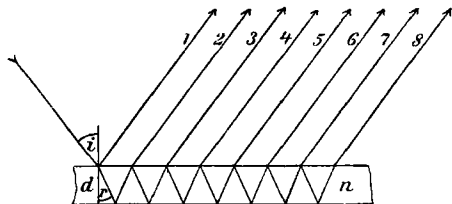


Fig. 1.

dünne Blättchen, sondern sie ist auch auf die im Unendlichen betrachteten Haidinger-Mascart-Lummerschen Ringe an dicken planparallelen Platten anwendbar.

So kommt es, daß die vollkommene Theorie da war, noch ehe diese Ringe überhaupt beobachtet waren.

Ist i der Einfallswinkel des ankommenden Strahles und r der zugehörige Brechungswinkel, so ist $n = \sin i / \sin r$ der Brechungsindex der Platte und $\beta = 4\pi n d \cos r / \lambda$ die Phasendifferenz zwischen je zwei benachbarten Strahlen des Komplexes (1 bis ∞), wenn d die Plattendicke und λ die Wellenlänge des Lichtes bedeuten. Bezeichnen wir ferner mit „Eins“ die Intensität des einfallenden Lichtes und mit σ^2 den Reflexionsfaktor, so ist nach Airy die Intensität im Vereinigungspunkt aller Strahlen bis ∞ im reflektierten Lichte proportional dem Ausdruck:

$$I = \frac{4\sigma^2 \sin^2 \beta/2}{(1 - \sigma^2) + 4\sigma^2 \sin^2 \beta/2} = \frac{1}{1 + \frac{(1 - \sigma^2)}{4\sigma^2 \sin^2 \beta/2}}.$$

Der Wert von σ^2 gibt an, welcher Bruchteil vom auffallenden Licht reflektiert wird. Bedenkt man, daß $\sin^2 \beta/2$ vom Maximum zum Minimum zwischen den Werten Eins und Null schwankt, so erkennt man ohne viel Rechnung, daß der Intensitätsverlauf vom hellen zum dunklen Ring ein *sinus-artiger* sein wird, solange der Wert von σ genügend klein ist, während der Intensitätsabfall ein um so steilerer wird, je näher σ dem Werte Eins kommt.

Diese Überlegungen sind im wesentlichen auch von Perot und Fabry angestellt worden und vor ihnen hatte schon Boulouch die beiden Fälle genannt, in denen der Reflexions-

faktor σ hohe Beträge erreicht: nämlich *streifende Inzidenz* oder *durchsichtige Versilberung* der Plattenoberflächen.

Aber weder bei der Perot-Fabryschen versilberten Platte, noch bei streifender Inzidenz am Lummer-Gehrckeschen Plattenstreifen großer Länge wird die theoretisch größtmögliche Schärfe der Ringe erreicht. Nur in einem für die Interferenzspektroskopie wertlosen Falle wird die volle „Airysche Schärfe“ ($\sigma = 1$) erreicht: Wenn man die Ringe an einer *planparallelen* Luftplatte von geringer Dicke zwischen zwei rechtwinkligen Glasprismen erzeugt und in unmittelbarer Nähe der Totalreflexion beobachtet. Hier kommen bei genügender Dünne und Länge der Luftplatte nicht nur *alle* vielfach reflektierten Strahlen zur Wirksamkeit, sondern es wird der Reflexionskoeffizient auch nahezu gleich Eins. Ich benutzte diese Ringe, um an ihnen die Komplementärserscheinung im reflektierten Lichte experimentell zu erweisen, welche ihre Entstehung dem Strahlenkomplex 3 bis ∞ verdankt. Wir wollen diese Ringe auch der folgenden Erörterung zugrunde legen, wenngleich die neue Erscheinung auch an den Ringen einer planparallelen Glasplatte bei schräger Inzidenz demonstriert werden kann. Auch bei ihr spielen die vielfach reflektierten Strahlen die Hauptrolle, da ihre gegenseitige Intensität beim Drehen des Polarisators oder Analysators geändert und so die Airysche Schärfe verändert wird.

Anordnung des Versuches: Die in Fig. 2 skizzierte Versuchsanordnung ist ähnlich derjenigen zur Beobachtung der Komplementärscheinung im reflektierten Lichte, in die sie bei Weglassung der beiden Nicolschen Prismen N_1 und N_2 übergeht. Vor dem weitgeöffneten Spalt des Kollimators S steht die Aronssche Quecksilberlampe in der vom Verfasser angegebenen Form.¹⁾ Die aus dem Kollimator austretenden parallelen Strahlen treffen auf die Blende S_1 , durchsetzen den Polarisator N_1 und treffen die Luftplatte AC unter nahe dem Winkel der totalen Reflexion. Die sämtlichen aus dem auffallenden engen Strahlenzylinder entstehenden vielfach reflektierten Anteile 1, 2, 3 etc. werden nach Durchgang durch den Analysator N_1 vom Fernrohrobjektiv aufgenommen und in einem Punkte vereinigt.

1) O. Lummer, Zeitschr. f. Instrumentenk. 21. p. 201—204. 1901.

Hat man das Fernrohr auf Unendlich eingestellt, so sieht man ein System scharf ausgeprägter Interferenzstreifen, welche parallel zur totalen Reflexionsgrenze verlaufen und deren Abstand voneinander von der Wellenlänge, der Dicke der planparallelen Luftschicht und dem Einfallswinkel abhängt.

Bei enger Blende des Schirmes s_1 verlaufen die aus dem einfallenden Bündel (Strahl) durch innere Reflexion entstehenden vielfachen Bündel

getrennt voneinander, so daß man sie mit Hilfe der Blende s_2 einzeln abblenden und unwirksam machen kann. Ohne Okular sieht der Beobachter die einzelnen Bündel des Komplexes, d. h. die verschiedenen virtuellen Bilder der Blendenöffnung s_1 nebeneinander liegen. Bei Abblendung von 1 und 2 des Strahlenkomplexes tritt dann die erwähnte Komplementärserscheinung im reflektierten

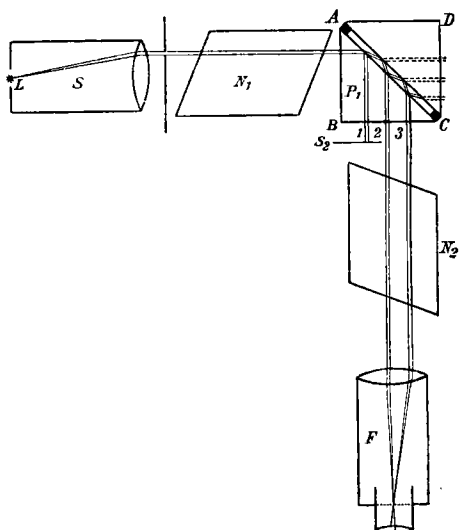


Fig. 2.

Licht auf. Davon sehen wir jetzt ab; vielmehr benutzen wir eine so dünne Luftplatte, daß alle vielfachen Strahlen mitwirken, und ändern die Intensität oder Größe der Mitwirkung der einzelnen Strahlen lediglich durch die Stellung von Polarisator und Analysator. Eine so dünne planparallele Luftplatte stellt man sich dadurch her, daß man die Hypotenuse des einen Prismas P_1 durchsichtig versilbert und das Silber bis auf zwei schmale seitliche Streifen bei A und C fortnimmt.

Erscheinung. Beobachtet man *ohne* Okular die virtuellen Bilder der Öffnung s_1 , so sieht man, wie sich deren Helligkeitsabstufung beim Drehen des Analysators ändert und erkennt, daß nacheinander alle einzelnen Bündel oder mehrere zugleich ganz ausgelöscht und der Mitwirkung entzogen werden.

Beobachtet man mit Okular, so wird das Streifensystem beim Drehen des Analysators (außer wenn der Polarisator eine der Hauptstellungen in oder senkrecht zur Einfallsebene annimmt) gleichsam *beweglich*. Die Streifen scheinen zu wandern! In Wirklichkeit aber ändert sich nur die Intensitätsverteilung vom Maximum zum Minimum, die absolute Intensität der Maxima und die Anzahl dieser.

Theorie. Um uns von diesen Erscheinungen durch die Theorie Rechenschaft zu geben, wollen wir den allgemeinen

Fall behandeln, daß eine *ebene* Welle $\mathcal{L}\mathcal{M}$ (Fig. 3) unter dem Winkel i auf die planparallele Platte \mathcal{P} falle, deren Dicke d und deren Brechungsindex n sei. Ist a die Amplitude der einfallenden Welle und λ die Wellenlänge des Lichtes, so werde der Schwingungszustand dargestellt durch den Ausdruck:

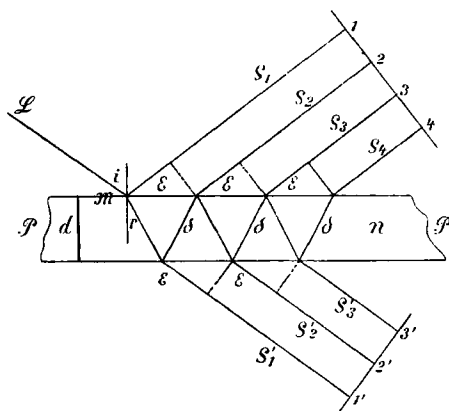


Fig. 3.

$$a \sin 2\pi \left(\frac{q}{\lambda} + \frac{t}{T} \right) = a \sin \left(2\pi \frac{q}{\lambda} + \Phi \right),$$

wo $\Phi = 2\pi t/T$ gesetzt ist.

Bedeutet σ den Koeffizienten der Veränderung, welche die Amplitude bei der äußeren Reflexion erleidet, s denjenigen beim Eintritt in die Platte, σ' den bei der inneren Reflexion und s' denjenigen beim Austritt, so erhalten wir für den Schwingungszustand der längs $\varrho_1, \varrho_2, \varrho_3$ etc. gespiegelten Wellen für die beiden Komponenten senkrecht und parallel zur Einfallsebene:

1. $a s_{\perp} \cos \alpha \sin x$	$a s_{\parallel} \sin \alpha \sin x,$
2. $a s_{\perp} \sigma'_{\perp} s'_{\perp} \cos \alpha \sin (x + \beta)$	$a s_{\parallel} \sigma'_{\parallel} s'_{\parallel} \sin \alpha \sin (x + \beta),$
3. $a s_{\perp} \sigma'^3_{\perp} s'^3_{\perp} \cos \alpha \sin (x + 2\beta)$	$a s_{\parallel} \sigma'^3_{\parallel} s'^3_{\parallel} \sin \alpha \sin (x + 2\beta),$
.

wo σ_{\perp} und s_{\perp} bez. σ_{\parallel} und s_{\parallel} die Fresnelschen Reflexionskoeffizienten für senkrecht bez. in der Einfallsebene polarisiertes Licht bedeuten. Bildet der *Analysator* mit der Einfallsebene der Strahlen den Winkel δ , so ist der Schwingungszustand der einzelnen reflektierten Anteile nach Verlassen des Analysators:

1. $\alpha(\sigma_{\perp} \cos \alpha \sin \delta + \sigma_{\parallel} \sin \alpha \cos \delta) \sin x$,
 2. $\alpha(s_{\perp} s'_{\perp} \sigma'_{\perp} \cos \alpha \sin \delta + s_{\parallel} s'_{\parallel} \sigma'_{\parallel} \sin \alpha \cos \delta) \sin(x + \beta)$,
 3. $\alpha(s_{\perp} s'_{\perp} \sigma'^2_{\perp} \cos \alpha \sin \delta + s_{\parallel} s'_{\parallel} \sigma'^2_{\parallel} \sin \alpha \cos \delta) \sin(x + 2\beta)$.
-

Um die Intensität im Schnittpunkte (Brennebene) aller dieser Anteile zu finden, müssen wir diese addieren und diese Summe in die Form bringen:

$$A_0 \sin \chi + B_0 \cos \chi.$$

Wir übergehen diese Summenbildung, da sie ganz analog der von Airy für eine der beiden Komponenten ausgeführten ist. Bedenken wir, daß beim Durchgang durch planparallele Platten die Beziehungen gelten:

$$\begin{aligned} \sigma'_{\perp} &= -\sigma_{\perp}; & \sigma'_{\parallel} &= -\sigma_{\parallel}; \\ s_{\perp} s'_{\perp} &= 1 - \sigma^2_{\perp}; & s_{\parallel} s'_{\parallel} &= 1 - \sigma^2_{\parallel} \end{aligned}$$

und setzen wir zur Abkürzung ferner:

$$\begin{aligned} \mathfrak{M} &= \cos \alpha \sin \delta, \\ Q &= \sin \alpha \cos \delta, \end{aligned}$$

so nehmen in dem Ausdruck:

$$A_0 \sin \chi + B_0 \cos \chi$$

die Größen A_0 und B_0 folgende Werte an:

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{2 \alpha \mathfrak{M} \sigma_{\perp} (1 + \sigma^2_{\perp}) \sin^2 \beta / 2}{1 - 2 \sigma^2_{\perp} \cos \beta + \sigma^4_{\perp}} \\ &+ \frac{2 \alpha Q \sigma_{\parallel} (1 + \sigma^2_{\parallel}) \sin^2 \beta / 2}{1 - 2 \sigma^2_{\parallel} \cos \beta + \sigma^4_{\parallel}} = \mathfrak{M} A_{\perp} + Q A_{\parallel}; \\ B_0 &= \frac{\mathfrak{M} \alpha \sigma_{\perp} (1 - \sigma^2_{\perp}) \sin \beta}{1 - 2 \sigma^2_{\perp} \cos \beta + \sigma^4_{\perp}} \\ &+ \frac{Q \alpha \sigma_{\parallel} (1 - \sigma^2_{\parallel}) \sin \beta}{1 - 2 \sigma^2_{\parallel} \cos \beta + \sigma^4_{\parallel}} = \mathfrak{M} B_{\perp} + Q B_{\parallel}. \end{aligned}$$

Demnach ist die Intensität der Gesamtheit *aller* reflektierten Einzelwellen, welche aus dem unter dem Azimut α polarisierten einfallenden Strahle entstehen und aus dem Analysator mit dem Azimut δ austreten:

$$J_{1 \text{ bis } \infty} = A_0^2 + B_0^2 = \mathfrak{M}^2(A_{\perp}^2 + B_{\parallel}^2) + Q^2(A_{\parallel}^2 + B_{\perp}^2) \\ + 2 \mathfrak{M} Q (A_{\parallel} A_{\perp} + B_{\parallel} B_{\perp}).$$

In dieser Gleichung ist die Intensitätsverteilung der Plattenringe für alle möglichen Stellungen des Polarisators und des Analysators enthalten. Tatsächlich geht sie für die Grenzfälle über in die für die Hauptschnitte abgeleitete Formel von Airy.

Für die zahlenmäßige Berechnung und Beurteilung der Erscheinung ist es zweckmäßig und wichtig, die Drehung der Schwingungsebene zu kennen, welche die einzelnen reflektierten Wellen erfahren.

Strahl 1 zerfällt in die beiden Komponenten:

$$a \sigma_{\perp} \cos \alpha \quad \text{und} \quad a \sigma_{\parallel} \sin \alpha.$$

Somit bildet die Schwingungsebene nach der Reflexion aber noch vor dem Eintritt in den Analysator (Fig. 3) mit der Einfallsebene den Winkel $90^\circ - \vartheta_1$, welcher gegeben ist durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} \vartheta_1 = \frac{\sigma_{\perp} \cos \alpha}{\sigma_{\parallel} \sin \alpha} = \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}} \operatorname{ctg} \alpha = - \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)} \operatorname{ctg} \alpha.$$

Strahl 2 zerfällt in die Komponenten:

$$a s_{\perp} s'_{\perp} \sigma'_{\perp} \cos \alpha \quad \text{und} \quad a s_{\parallel} s'_{\parallel} \sigma'_{\parallel} \sin \alpha.$$

Demnach gilt für Strahl 2:

$$\operatorname{tg} \vartheta_2 = \operatorname{cotg} \alpha \frac{(1 - \sigma_{\perp}^2)(-\sigma_{\perp})}{(1 - \sigma_{\parallel}^2)(-\sigma_{\parallel})} = - \operatorname{cotg} \alpha \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)^3}$$

und, wie man leicht sieht, für Strahl 3:

$$\operatorname{tg} \vartheta_3 = - \operatorname{cotg} \alpha \frac{\cos(i+r)^3}{\cos(i-r)^5},$$

für Strahl 4:

$$\operatorname{tg} \vartheta_4 = - \operatorname{cotg} \alpha \frac{\cos(i+r)^5}{\cos(i-r)^7}.$$

.

Zum Beispiel betrage die Inzidenz $i = 80^\circ$ (Fig. 4) und es sei $n = 1,52$; dann wird:

$$\sigma_{\parallel} = -0,7392 \quad \text{und} \quad \sigma_{\perp} = -0,4853.$$

Ist die Schwingungsebene des Polarisators um 45° geneigt gegen die Einfallsebene, so betragen die in Fig. 4 eingetragenen Ablenkungen der einzelnen Wellen:

$$\begin{aligned} \vartheta_1 &= + 33^\circ 17' 16'', \\ \vartheta_2 &= + 47^\circ 53' 32'', \\ \vartheta_3 &= + 25^\circ 29' 56'', \\ \vartheta_4 &= + 11^\circ 37' 7'', \\ \vartheta_5 &= + 5^\circ 3' 55'', \\ \vartheta_6 &= + 2^\circ 11' 17'', \\ &\dots \end{aligned}$$

Schon aus solchen für verschiedene Azimute des einfallenden Lichtes gebildeten Tabellen kann man ohne weiteres ersehen, wie die Intensität der verschiedenen Einzelstrahlen beim Drehen des Analysators geändert wird.

Je nachdem die Schwingungsebene des Analysators auf derjenigen des ersten, zweiten, dritten etc. Einzelstrahles senkrecht steht, wird der erste, zweite, dritte etc. Einzelstrahl ganz ausgelöscht.

Wir geben im folgenden die Berechnung der Intensitätsverteilung von Minimum ($\sin \beta/2 = 0$ bez. $\beta/2 = k\pi$, wo k eine beliebige ganze Zahl ist) bis zum Maximum ($\sin \beta/2 = 1$ bez. $\beta = (2k + 1)\pi$) für die Werte von

$$\sin \beta/2 = 0; 0,05; 0,1; 0,2; 0,3 \text{ etc. bis } \sin \beta/2 = 1,$$

und zwar bei einigen Analysatorstellungen, wobei außer den Hauptlagen $\delta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ auch noch diejenigen ausgewählt worden sind, bei denen der eine oder der andere der vielfachen Strahlen 1, 2, 3 etc. gerade ganz ausgelöscht sind.

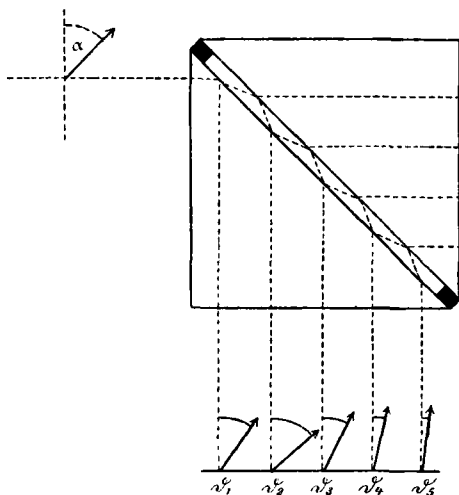


Fig. 4.

Einfallswinkel $i = 80^\circ$. Azimut des Polarisators $\alpha = 45^\circ$.

$\sin \beta/2$	$\delta = 0^\circ$	$\delta = 45^\circ$ Nicols parallel	$\delta = 90^\circ$	$\delta = 135^\circ$ Nicols gekreuzt	$\delta = 137^\circ 53' 32''$ Nr. 2 ausgelöscht
0,05	0,012	0,012	0,002	0,002	0,007
0,1	048	047	008	009	011
0,2	149	154	030	025	032
0,3	244	271	063	037	047
0,4	315	376	102	041	053
0,5	363	468	144	039	051
0,6	396	546	183	034	046
0,7	419	613	220	027	038
0,8	436	669	254	020	031
0,9	448	717	283	013	024
1	457	758	308	007	017

Wo in den Vertikalreihen die Intensitäten ein Maximum durchschreiten (in den Tabellen fett gedruckt), tritt eine *Verdoppelung* der Streifen ein.

Einfallswinkel $i = 88^\circ$. Azimut des Polarisators $\alpha = 45^\circ$.

$\sin \beta/2$	$\delta = 0^\circ$	$\delta = 45^\circ$ Nicols parallel	$\delta = 90^\circ$	$\delta = 135^\circ$ Nicols gekreuzt	$\delta = 149^\circ 17' 48''$ Nr. 3 ausgelöscht	$\delta = 153^\circ 9' 43''$ Nr. 2 ausgelöscht
0,05	0,200	0,202	0,056	0,0038	0,076	0,091
0,08	316	403	110	0232	096	121
0,09	348	445	139	0417	116	143
0,10	363	490	167	0389	113	143
0,11	382	532	188	0376	114	143
0,2	457	767	333	0237	099	133
0,3	480	874	409	0129	083	118
0,4	489	926	444	0074	074	110
0,5	493	951	463	0044	069	106
0,6	495	966	474	0027	067	103
0,7	496	975	480	0016	065	101
0,8	497	981	485	0009	064	099
0,9	498	985	488	0004	063	099
1,0	498	988	490	00001	062	098

Einfallswinkel $i = 89^\circ$. Azimut des Polarisators $\alpha = 45^\circ$.

$\sin \beta/2$	$\delta = 0^\circ$	$\delta = 25^\circ 5' 52''$ Nr. 2 u. Nr. 3 gleichhell	$\delta = 45^\circ$	$\delta = 90^\circ$	$\delta = 135^\circ$ Nicols gekreuzt	$\delta = 153^\circ 5' 53''$ Nr. 3 aus- gelöscht	$\delta = 154^\circ 54' 8''$ Nr. 2 aus- gelöscht
0,03	0,25	0,31	0,39	0,077	0,034	0,108	0,117
0,05	36	50	49	167	039	141	155
0,08	44	66	69	281	031	140	156
0,09	45	69	73	310	027	136	153
0,10	46	72	77	334	024	132	150
0,11	47	75	80	355	022	131	149
0,2	49	83	93	445	008	110	129
0,3	495	86	96	474	004	103	122
0,4	497	87	980	485	002	100	119
0,5	498	875	987	490	001	099	118
0,6	4988	878	991	493	0007	098	117
0,7	4990	879	994	495	0004	097	1168
0,8	4993	880	995	496	0002	097	1165
0,9	4994	881	996	497	00009	096	1163
1,0	4995	882	997	498	000002	096	1162

Einfallswinkel $i = 89^\circ 30'$. Azimut des Polarisators $\alpha = 45^\circ$.

$\sin \beta/2$	$\delta = 0^\circ$	$\delta = 45^\circ$ Nicols parallel	$\delta = 90^\circ$	$\delta = 135^\circ$ Nicols gekreuzt	$\delta = 155^\circ 45' 19''$ Nr. 2 ausgelöscht
0,01	0,150	0,165	0,037	0,022	0,078
0,02	316	400	122	038	148
0,03	397	471	210	037	166
0,05	457	767	334	024	159
0,08	482	889	419	013	142
0,09	486	909	434	010	140
0,1	489	923	442	008	138
0,11	491	938	453	006	135
0,2	497	980	485	002	129
0,3	499	991	493	001	128
0,4	499	996	497	0005	126
0,5	500	997	498	0003	126
0,6	500	998	498	0002	126
0,7	500	998	499	0001	126
0,8	500	999	499	00004	126
0,9	500	999	499	00002	126
1,0	500	999	499	0000006	126

Um den Verlauf der Erscheinung beim Drehen des Analysators in dem Falle $i = 89^\circ 30'$ und $\alpha = 45^\circ$ anschaulich darzustellen, ist in Fig. 5 der Intensitätsabfall zwischen den Werten $\sin \beta/2 = 0$ und $\sin \beta/2 = 1$ für verschiedene Azimute δ des Analysators graphisch aufgetragen. Man erkennt so viel deutlicher als aus der Tabelle, daß eine Verdoppelung der Streifen

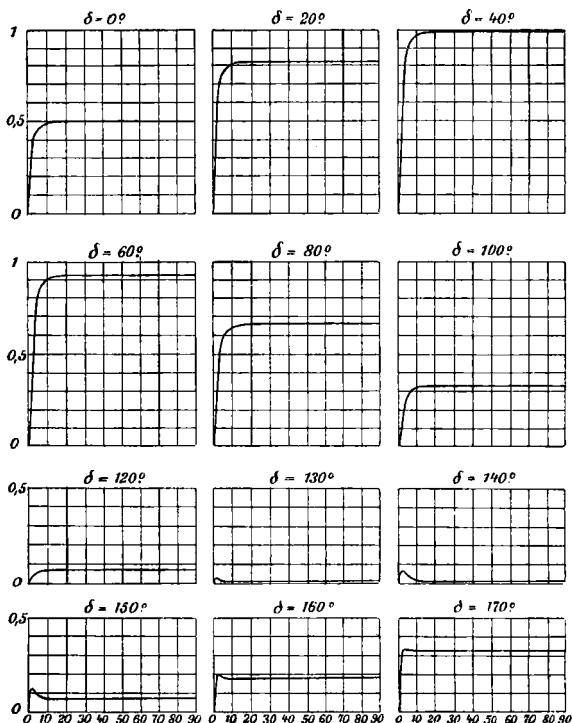


Fig. 5.

erst bei $\delta = 130^\circ$ deutlich wird und bei $\delta = 170^\circ$ kaum noch merklich ist. Zugleich sieht man, daß diese Verdoppelung am schärfsten ausgeprägt ist ungefähr bei gekreuzter Stellung des Polarisators und Analysators. Zugleich ergibt sich, daß bei keiner möglichen Stellung der Nicolschen Prismen eine Schärfe der Streifen auftritt, die über die „Airysche“ hinausgeht.

In Fig. 6 ist versucht worden, das Aussehen der Erscheinung bei einigen charakteristischen Stellungen des Analysators bildlich darzustellen.

Diese Erscheinung ist berufen, Aufschluß über die kurz vor der Totalreflexion, bei der Reflexion an isotropen und kristallinen Medien, an Metallen etc. stattfindenden Phasen-

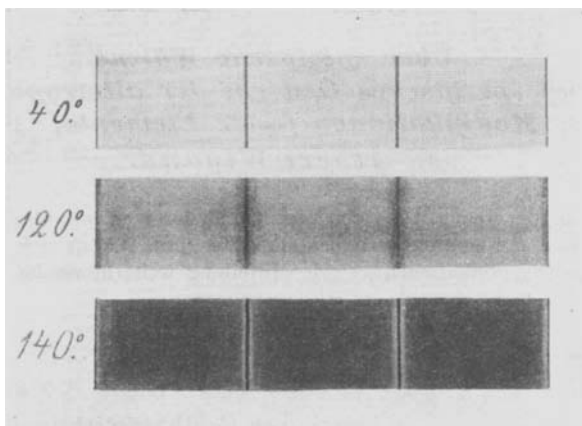


Fig. 6.

verluste zu geben. Hr. H. Schulz, welcher die ziemlich langwierigen Berechnungen obiger Beispiele ausgeführt hat, wird diese speziellen Fragen und auch die Entstehung der Ringe an planparallelen Kristallplatten behandeln.¹⁾

Breslau, Physik. Institut, 22. Oktober 1906.

1) *Anmerkung bei der Korrektur:* Im neuesten Heft des Philos. Magazine (Nr. 71. 12. p. 489—493. Nov. 1906) beschäftigt sich Lord Rayleigh ebenfalls mit den Ringen an einer planparallelen Kristallplatte unter Benutzung auffallenden natürlichen Lichtes.

Die historischen Bemerkungen in bezug auf die „Haidingerschen“ Ringe bringen insofern nichts wesentlich neues, als auch ich schon in meiner Dissertation (Wied. Ann. 23. p. 49—84. 1884) Haidinger als Entdecker der „Kurven gleicher Neigung“ angeführt habe. Die Frage ist vielmehr die, ob Haidinger, Mascart oder Michelson schon die von mir nach meiner Meinung zuerst aufgedeckte prinzipielle Bedeutung dieser Ringe erkannt hatten, eine Frage, die nach meinen obigen Darlegungen entschieden zu verneinen ist. Auch habe ich schon früher (Berl. Akad. Ber. p. 504—513. 1900) darauf hingewiesen, daß die Airysche Theorie der Farben dünner Blättchen nicht auf die Newtonschen Ringe „gleicher Dicke“, sondern nur auf die Haidingerschen Ringe anwendbar ist und diese nicht nur ihrem Orte und ihrer Gestalt nach, sondern auch in bezug auf ihre Intensitätsverteilung bei jedem Einfallswinkel darstellt.

(Eingegangen 24. Oktober 1906.)