

**5. Die Wärmeausdehnung  
des Quarzes in Richtung der Hauptaxe;  
von Karl Scheel.**

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Die Wärmeausdehnung des Quarzes parallel seiner Hauptaxe ist zuerst von Fizeau<sup>1)</sup>, später in einer umfangreichen Arbeit nach der von Fizeau angegebenen Methode von Benoit<sup>2)</sup> ermittelt worden. Die Resultate beider stimmen verhältnismässig gut überein. Der vielleicht nicht unbeträchtliche Teil der Differenz, welcher davon herrührt, dass Benoit seine Beobachtungen auf das Gasthermometer bezog, während Fizeau seine Thermometer an ein von Regnault geprüftes Normalthermometer anschloss, lässt sich leider nicht mit Sicherheit feststellen.

Dagegen weicht eine dritte Bestimmung der Quarzausdehnung, über welche Reimerdes<sup>3)</sup> berichtet, von den beiden vorher genannten erheblich ab. Die Ausdehnung er giebt sich durchweg kleiner als bei Fizeau und Benoit.

Die in der Reichsanstalt beabsichtigte Benutzung des Bergkrystalles als Normal für Ausdehnungsbestimmungen nach der Fizeau'schen Interferenzmethode forderte demnach eine Neubestimmung der Quarzausdehnung, über die im Folgenden kurz berichtet werden soll.

**Versuchsordnung.**

a) Der Interferenzapparat.

Der modificirte Interferenzapparat ist bereits von Reimerdes benutzt und in seiner oben citirten Dissertation be-

---

1) Fizeau, Compt. rend. 62. p. 1101 u. 1133. 1866; Pogg. Ann. 128. p. 564. 1866.

2) J. René Benoit, Trav. et Mém. du Bureau international des Poids et Mesures 6. p. 1. 1888.

3) E. Reimerdes, Inaug.-Diss. 38 pp. Jena 1896.

schrieben worden. Er besteht (Fig. 1) aus dem senkrecht zur Axe geschliffenen Quarzring *R*, welcher bei den vorliegenden Versuchen eine Höhe von 14,6 mm (bei Reimerdes 10 mm) hatte, einer Grundplatte *G* und einer Deckplatte *D*, beide ebenfalls aus Quarz. Der Quarzring, welcher in Fig. 2 besonders gezeichnet ist, war in der Zeiss'schen Werkstätte in der Weise hergestellt, dass zunächst ein Volleylinder senkrecht zur Axe mit ebenen Flächen versehen und dann erst ein Kern ausgebohrt wurde. Der obere und untere Rand des Hohlzylinders wurden dann noch in der in der Figur wiedergegebenen Weise ausgearbeitet, sodass nur beiderseits drei

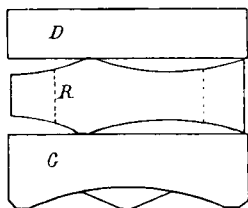


Fig. 1.

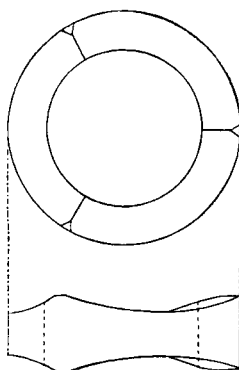


Fig. 2.

symmetrisch angeordnete Auflageflächen übrig blieben, welchen die Form kleiner Dreiecke gegeben ist. Da diese Auflageflächen den ursprünglichen Schliffflächen des Volleylinders angehören, so gewinnt man aus der optischen Untersuchung des Kernes zugleich ein Urteil darüber, wie weit der Schliff des Quarzringes thatsächlich senkrecht zur Axe erfolgt ist. Eine von Hrn. O. Schönrock ausgeführte Messung ergab als Axenfehler des Kernes 34'. Aus dieser Abweichung entsteht nur ein weit innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler liegender Fehler, sodass man die für die Ausdehnung des Quarzringes gewonnenen Beobachtungsergebnisse als für Quarz in Richtung der Hauptaxe gültig anzusehen hat.

Der äussere und innere Durchmesser des Quarzringes betragen rund 46 bez. 30 mm.

Die kreisförmige Deckplatte, welche gleichfalls senkrecht zur Axe plan geschliffen ist, hat eine Dicke von 9,5 und einen Durchmesser von 47 mm. Sie ist schwach keilförmig geschliffen, um das an ihrer oberen Fläche entstehende Spiegelbild aus dem Gesichtsfelde zu schaffen. An der unteren Fläche der Deckplatte, welche mit der oberen Fläche der Bodenplatte bez. bei relativen Messungen mit der Oberfläche des innerhalb des Ringes stehenden Versuchskörpers das Interferenzbild ergibt, befindet sich ein kleines Silberscheibchen *m* von etwa  $\frac{3}{4}$  mm Durchmesser<sup>1)</sup>, welches als feste Marke für die Verschiebung der Interferenzstreifen dient.

Die Quarzgrundplatte ist auf ihrer oberen Fläche plan geschliffen. Die untere Fläche ist hohl ausgeschliffen und schwarz lackirt, um störende Reflexe auszuschliessen. Ihr Durchmesser beträgt 48 mm, ihre Gesamthöhe 15 mm.

Um auch ohne zwischengeschalteten Versuchskörper bei den absoluten Messungen ein Interferenzbild zu erhalten, ist die Quarzplatte, aus welcher später durch Ausdrehen der Quarzring gewonnen wurde, nicht genau planparallel geschliffen, sondern beide Flächen sind ein wenig — Messungen am Kern ergeben den Betrag von 22" — gegeneinander geneigt. Man erhält dann trotz der immerhin beträchtlichen Dicke der Luftschicht von 14,6 mm zwischen den zugewandten Flächen der Deck- und Grundplatte mit Hülfe der später zu erwähnenden übrigen optischen Einrichtung noch gute Interferenzstreifen, zwischen denen man die Lage des Silberscheibchens auf etwa 0,01 des Streifenabstandes feststellen kann.

#### b) Die weitere optische Einrichtung.

Die weitere optische Einrichtung ist aus der die Gesamtanordnung wiedergebenden Fig. 3 ersichtlich. Sie ist ähnlich derjenigen, welche bereits von Pulfrich<sup>2)</sup> beschrieben wurde. Die Beobachtung geschah auch hier mit Hülfe eines in horizontaler Lage angeordneten Beobachtungsrohres *B*, welches gleich-

---

1) Ueber die Herstellung dieses Silberscheibchens vgl. C. Pulfrich, *Zeitschr. f. Instrumentenk.* **13.** p. 371. 1893.

2) C. Pulfrich, l. c. p. 373.

zeitig auch zur Beleuchtung des Interferenzapparates diene. Als Lichtquelle wurde auch bei der vorliegenden Untersuchung eine Geissler'sche Röhre *L* mit gerader Durchsicht verwendet.

Ein wesentlicher Unterschied gegenüber der von Pulfrich benutzten Anordnung ist aber darin zu erblicken, dass das Beobachtungsrohr von dem Erhitzungsgefäß vollständig getrennt ist. Während bei Pulfrich die brechenden Kanten

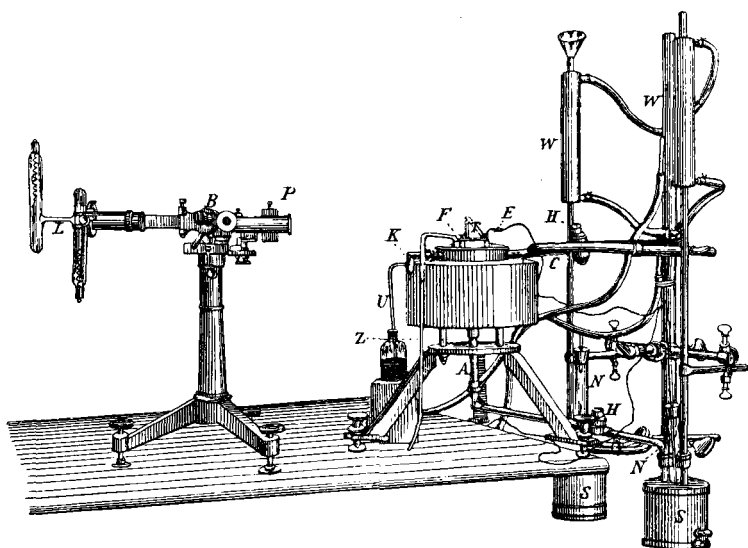


Fig. 3.

der das Licht zerlegenden Prismen horizontal genau über dem Erhitzungsgefäß gelegen sind, sind sie (*P* in Fig. 3) bei dem hier benutzten Apparate vertical angeordnet. Erst 40 cm nach Austritt aus den brechenden Prismen fällt der Lichtstrahl auf ein total reflectirendes Prisma *T*, welches ihn senkrecht nach unten auf den Interferenzapparat leitet.

#### c) Das Erhitzungsgefäß.

Das Erhitzungsgefäß, in Fig. 4 besonders dargestellt (in Fig. 3 ist nur dessen oberer aus der äusseren Umpackung herausragender Teil zu sehen), ist ein doppelwandiges cylindrisches Gefäß mit doppeltem Boden und Deckel von ins-

gesamt 13 cm Höhe und 14 cm Durchmesser. Der Hohlraum, in welchem der Interferenzapparat auf einem Kupfertischchen *M* steht, ist bei einem Durchmesser von  $8\frac{1}{2}$  cm 8 cm hoch.

Die Heizung des Gefäßes geschieht durch Dampf, welcher durch eine Oeffnung *A* in der Mitte des Gefäßes von unten eintritt, den cylindrischen Mantel des Gefäßes durchströmt und von da durch ein Kniestück *K* in den Deckel des Gefäßes

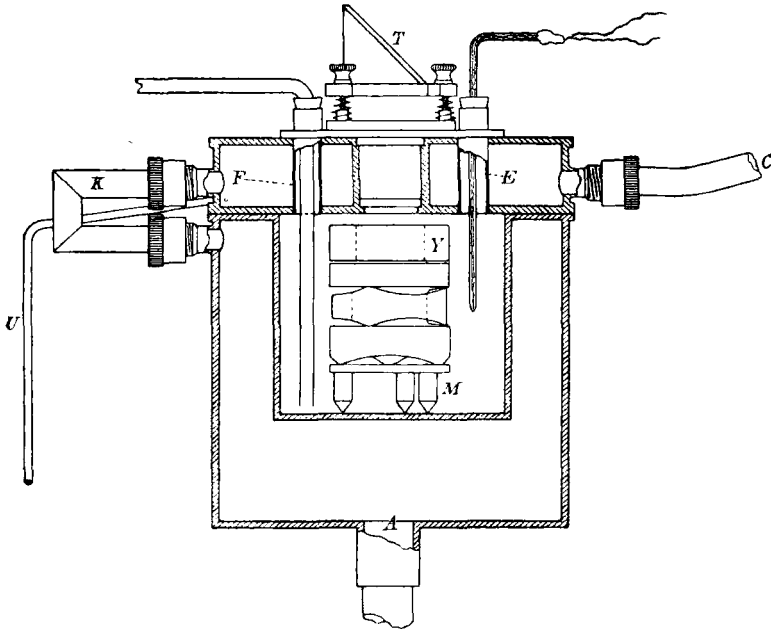


Fig. 4.

eintritt. Aus diesem wird der Dampf durch den Stutzen *C* wieder abgeführt. Ausser zwei cylindrischen etwa 1 cm weiten Röhren *E* und *F*, die besonderen, später zu erwähnenden Zwecken dienen, die während des Versuches aber geschlossen sind, ist der Deckel nur noch in der Mitte durch eine etwa 2 cm weite cylindrische Röhre durchsetzt. Diese Oeffnung, die oben und unten durch enganschliessende Glasplatten abgedeckt ist, ermöglichen den Ein- und Austritt des Lichtstrahles zum Interferenzapparat.

Der Hohlraum des Erhitzungsgefäßes ist somit ein fast vollständig von Dampf umflossener Raum, für dessen Temperaturconstanz bei genügend langer Dauer des Versuches alle Vorbedingungen gegeben sind. Thatsächlich liessen besonders angestellte Beobachtungen erkennen, dass eine Temperaturdifferenz im Hohlraum zwischen oben und unten nicht vorhanden war, auch betrug der Temperaturabfall zwischen der Dampferzeugungsstelle und dem geheizten Hohlraum stets nur wenige Hundertelgrade. — Zum Schutz gegen Wärmeverluste war das ganze Erhitzungsgefäß in Schafwolle bez. in Watte eingepackt.

Die Entwicklung des Dampfes geschah in cylindrischen, durch eine Umpackung gegen Wärmeverluste geschützten Metallgefässen *SS* (Fig. 3), denen der Dampf nach Austritt aus dem Erhitzungsgefäß durch einen Rückflusskühler *WW* wieder zugeführt wurde. Trotz der stets geringen Flüssigkeitsmenge konnte daher die Erhitzung ohne jede Unterbrechung während der Dauer eines Versuches — sechs Stunden und mehr — aufrecht erhalten werden.

Um auf bequeme Weise von einer Dampftemperatur auf eine andere übergehen zu können, vor allen Dingen aber um bei einem solchen Uebergang eine Erschütterung des ganzen Aufbaues nach Möglichkeit zu vermeiden, sind zwei Dampfentwickelungsgefässe mit Rückflusskühler vorgesehen, von denen nach Belieben das eine oder das andere nach Umlegen der Dreiwegehähne *HH* mit dem Erhitzungsgefässe verbunden werden konnte. Allerdings vollzog sich dieser Uebergang nicht ganz so einfach, wie es auf den ersten Blick erscheint. Denn die von einer Siedeperiode verbliebenen Flüssigkeitsreste genügten, um den Siedepunkt der zweiten Flüssigkeit in einer die Beobachtungen störenden Weise inconstant zu machen. Es erwies sich darum als nötig, bei Uebergang auf eine neue Flüssigkeit die Spuren der zuvor benutzten Flüssigkeit durch den Dampf der zweiten auszuwaschen. Zur schnelleren Erreichung dieses Zieles konnte durch ein Röhrchen *U*, das unter Quecksilberverschluss stand, aus dem Deckel des Erhitzungsgefässes, wo sich der überwiegend grösste Flüssigkeitssack bildete, Condensflüssigkeit abgezapft werden.

d) Temperaturmessung.

Die Messung der Temperatur durch Quecksilberthermometer, deren Gefässe sich im Hohlraum des Erhitzungsgefässes neben dem Interferenzapparate befanden, musste insonderheit wegen des nicht streng in Rechnung zu ziehenden herausragenden Fadens aufgegeben werden. Die Quecksilberthermometer wurden daher in den Dampfentwickelungsraum verlegt, indem man durch aufgesetzte Glasröhren *NN* die freihängenden Thermometer ganz in den Dampfraum eintauchen liess. Die Ablesung erfolgte dann mit Hilfe eines Fernrohres. Die auch bei anderen Arbeiten oft unangenehm empfundene Unbequemlichkeit, dass im Wasserdampf hängende Thermometer durch Beschlagen der Instrumente selbst, sowie der Gefässwände unablesbar werden, wurde dadurch vermieden, dass man vor jedem Versuch die Thermometer und das Innere der Glasröhren *NN* mit einer Lösung von übermangansaurem oder chromsaurem Kali kräftig putzte.

Zur Bestimmung des Temperaturunterschiedes zwischen dem Dampfentwickelungsraum und dem Hohlraum des Erhitzungsgefässes, der, wie schon oben bemerkt, stets nur wenige Hundertelgrade betrug, diente ein Thermoelement Eisen-Constantan in Verbindung mit einem Siemens & Halske'schen Galvanometer nach Desprez-d'Arsonval. Um die Thermokraft in bequemer Weise in Temperaturgrade umzuwandeln, wurde jedesmal der Ausschlag des Galvanometers bestimmt, welcher einer durch Abzweigung von einem Accumulator gewonnenen bekannten elektromotorischen Kraft entsprach. Diese letztere wurde auf Grund der Versuche von Jäger und Diesselhorst<sup>1)</sup> so gewählt, dass sie bis auf eine Correctionsgrösse stets der Thermokraft eines Eisen-Constantan-Thermoelementes bei 1° Temperaturdifferenz gleich war.

Um etwaigen Inhomogenitätsströmen im Thermoelemente Rechnung zu tragen, wurden beide Lötstellen nach jedem Versuche im Dampfentwickelungsraume derart vereinigt, dass sie

1) W. Jäger u. H. Diesselhorst, *Wiss. Abh. der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt* 3. p. 309. 1900. Bei der Einrichtung der elektrischen Temperaturmessungen bin ich Hrn. Diesselhorst für wertvolle Ratschläge zu Dank verpflichtet.

unter den gleichen Bedingungen wie bei der Messung selbst sich in unmittelbarster Nähe befanden. Zu diesem Zwecke war an dem Dampfentwickelungsgefäße ein seitlicher Stutzen vorgesehen, in welchen die Lötstelle, die während der Beobachtung bei *E* im Erhitzungsgefäße steckte, genau ebenso im Kork steckend, wie vorher, eingeführt wurde. Die andere Lötstelle, welche neben dem Thermometer angeordnet war, verblieb in ihrer Lage.

Die bei den Temperaturen  $56^{\circ}$  und  $100^{\circ}$  benutzten Quecksilberthermometer, aus Jenaer Glas 59<sup>III</sup> verfertigt, waren nur mit einer kurzen, über 2—3 Grade gehenden Teilung in  $0,1^{\circ}$  versehen. Ausserdem trugen sie nach Zwischenschaltung einer Erweiterung eine kurze Teilung in der Nähe des Nullpunktes. Die Thermometer waren in der Nähe ihrer Benutzungstemperatur durch Hrn. Grützmacher in der II. Abth. der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt von Grad zu Grad auf die Wasserstoffscale bezogen. Der Eispunkt wurde während der Versuche häufig controlirt; in seinem Gange wurden nennenswerte Schwankungen nicht beobachtet, auch ergaben sich für etwaiges Abdestilliren von Quecksilber keine Anhaltspunkte.

Das bei Zimmertemperatur benutzte Thermometer aus 59<sup>III</sup> war durch Calibrirung und Vergleichung an mehreren Punkten gleichfalls an die Scale des Wasserstoffthermometers angeschlossen. Auch dieses Thermometer befand sich in einem der Dampfentwickelungsgefäße, welches mit Wasser von Zimmertemperatur gefüllt war. Auch in diesem Falle wurde die Temperaturdifferenz zwischen dem Orte des Quecksilberthermometers und des Quarzes durch das Thermoelement bestimmt. Diese Art der Messung wurde hier ebenfalls vorgezogen, weil das Thermoelement den Temperaturänderungen schneller folgt als das Quecksilberthermometer. Auch bei Zimmertemperatur hielt sich die Temperatur des Luftraumes im Erhitzungsgefäß während einer Messung innerhalb sehr enger Grenzen bis auf wenige Hundertelgrade constant.

#### e) Der Luftraum.

Die Verschiebung des Interferenzstreifensystems ist ausser von der geometrischen Aenderung des von den spiegelnden



Flächen eingeschlossenen Luftraumes noch von der Dichte, sowie von etwaigen Verunreinigungen dieser Luft abhängig. Um die letzteren nach Möglichkeit auszuschliessen, war in die Oeffnung *F* im Deckel des Erhitzungsgefässes ein Glasrohr bis auf den Boden des Hohlraumes eingeführt, dessen freies Ende durch einen Schlauch mit der Luftpumpe verbunden war. Lüftete man dann den das Thermoelement umschliessenden Kork in *E*, so wurde nach Inbetriebsetzung der Pumpe frische Luft durch den Hohlraum gesaugt. Solche Zuführung frischer Luft geschah vor jeder Beobachtungsreihe; die Beobachtung erfolgte möglichst bald nach dieser Operation, sobald das gestörte Temperaturgleichgewicht wiederhergestellt war.

Das in *F* eingeführte Glasrohr vermittelte ferner während der Beobachtung, nachdem die Verbindung mit der Pumpe gelöst war, die Verbindung des Hohlraumes mit der Aussenluft. Es erübrigte sich dadurch eine besondere Druckmessung für das Innere des Hohlraumes, vielmehr konnte der in ihm herrschende Druck dem Atmosphärendrucke gleichgesetzt werden.

Die durch *E* während des Saugens eintretende Luft wurde ursprünglich der Zimmerluft entnommen. Bei der letzten Beobachtungsreihe wurde die Ersatzluft durch ein Bleirohr aus dem Garten zugeführt, nachdem sie vor ihrem Eintritt in das Erhitzungsgefäss noch zwecks Trocknung eine teilweise mit Schwefelsäure gefüllte Flasche passirt hatte.

#### Die Versuche.

Ausser bei Zimmertemperatur wurden die Versuche beim Siedepunkt des Wasserdampfes sowie des Acetons (56—57°) angestellt. Die Anordnung war so getroffen, dass jede Beobachtung bei 100° bez. bei 56° von zwei Beobachtungen bei Zimmertemperatur eingeschlossen war, um über eventuelle dauernde Verschiebungen, die während der Erhitzung eingetreten waren, Aufschluss zu erhalten.

Die ersten Versuche nach dieser Richtung waren wenig zufriedenstellend. Das Streifensystem erlitt nach jeder Erwärmung eine bald grössere, bald kleinere Verschiebung. Der Grund hierfür kann in zwei Erscheinungen gesucht werden. Einmal ist denkbar, dass bei Montirung des Quarzsystems

zwischen den Auflageflächen des Ringes und der Deck- bez. Grundplatte Luftreste verbleiben, welche erst allmählich durch Erwärmungen des Systems verschwinden. Dann aber ist denkbar, dass die Verschiebungen durch ungleichmässige Temperaturänderungen beim Anheizen oder Abkühlen hervorgerufen werden.

Auf den ersten Anblick scheint die zweite Erklärungsweise die wahrscheinlichste zu sein, um so mehr, als in der dauernden Verschiebung des Streifensystems ein beginnender Stillstand nicht zu erkennen war. Dass aber auch wohl sicher die erstere Erklärungsweise mitspricht, geht nicht nur aus dem veränderten Aussehen der Auflageflächen vor und nach der Erwärmung hervor, sondern auch daraus, dass nach einem Erwärmen trotz vorheriger sorgfältiger Reinigung das System an den Auflageflächen des Ringes weit fester haftete als bei der Montirung, eine Beobachtung, die mir Hr. Reimerdes von seinen Versuchen her mündlich bestätigte.

Am wahrscheinlichsten ist es daher, dass beide Ursachen für die dauernde Streifenverschiebung nebeneinander bestehen. Zur Vermeidung dieser Störung wurde zunächst versucht, die Deck- und Bodenplatte durch federnde Fassungen mit leichtem Druck auf den Quarzring aufzupressen; indessen zeigte es sich unmöglich, den Druck auf die drei Auflageflächen gleichmässig zu verteilen. Dagegen ergab eine directe Beschwerung der Quarzplatte mittels eines ringförmigen Gewichtes ( $\gamma$  in Fig. 4) — ringförmig, um dem Strahlengang kein Hindernis zu bieten — ein zufriedenstellendes Resultat. Beobachtete man die Vorsicht, vor dem Versuch das System erst abwechselnd mehrfach auf  $100^{\circ}$  zu erwärmen und wieder abzukühlen, so waren dauernde Verschiebungen des Streifensystems so gut wie vollständig vermieden.

Zu den Messungen wurden ausschliesslich die eine gelbe ( $\lambda/2 = 0,2895 \mu$ ), sowie die grüne ( $\lambda/2 = 0,2730 \mu$ ) Quecksilberlinie benutzt. Beobachtungen mit der violetten Quecksilberlinie waren wegen ihrer geringen Helligkeit unausführbar. Ebenso fielen auch die Wasserstofflinien fort, weil sie bei dem grossen Gangunterschied der absoluten Bestimmung überhaupt keine Interferenzen mehr ergeben.

Aus diesem Grunde war die bei relativen Messungen bequeme Abbe'sche Methode, die Anzahl der ganzen durch das

Gesichtsfeld gewanderten Streifenabstände aus der Beobachtung in mehreren Wellenlängen zu erschliessen, hier nicht sicher genug und man musste die Wanderung eines Streifensystems durch directes Zählen der passirenden Streifen bei der Erwärmung genau verfolgen.

Die mikrometrische Einstellung erfolgte im Hin- und Rückgang auf die feste Marke, das Silberscheibchen, und auf drei benachbarte Interferenzstreifen. Da die letzteren in ziemlich vollkommenem Maasse äquidistant waren, so konnte man Abweichungen in den Einstellungen als Beobachtungsfehler auffassen, und die Lage des Scheibchens, natürlich im richtigen Sinne, je nachdem bei der Erwärmung das Streifensystem sich nach rechts oder links verschob, gegen das Mittel in Teilen des Intervalles berechnen. — Das folgende Beispiel einer Messung an den grünen Streifen möge das Gesagte illustriren.

12. Juli 1902 (Zimmertemperatur).

(Streifen wandern beim Erwärmen nach kleinen Zahlen.)

	Hingang	Rückgang	Mittel	Streifen- mittel	Intervall
1. Streifen:	0,22	0,28	0,25	—	
2. Streifen:	3,80	3,78	3,79	—	3,54
Scheibchen:	4,79	4,83	4,81	3,78	
3. Streifen:	7,32	7,30	7,31	—	3,52
					Mittel 3,53

Somit Lage des Scheibchens zwischen den beiden ihm benachbarten Streifen

$$\frac{4,81-3,78}{3,53} = \frac{1,03}{3,53} = 0,292.$$

Bezeichnet man das vorstehende Beispiel als eine „Einstellung in Grün“, so setzt sich jede Beobachtung bei Zimmertemperatur aus folgenden Einzelheiten zusammen: 1. Temperaturbestimmung (aus Quecksilberthermometer und Thermolement), 2. Einstellung in Gelb, 3. Einstellung in Grün, 4. Temperaturbestimmung, 5. Einstellung in Grün, 6. Einstellung in Gelb, 7. Temperaturbestimmung.

Die Beobachtungen bei 56° und 100° haben die doppelte Anzahl Einzeleinstellungen. Auf diese Weise ergeben sich die nachstehenden Mittelwerte:

## 1. Reihe.

	Zeit (1902)	Temperatur	Druck mm	Gelb	Grün
26. V.	10 <sup>b</sup> 22—10 <sup>b</sup> 37	16,26 <sup>0</sup>	764,40	0,958	0,899
26. V.	2 59— 3 24	56,24	763,15	14,777	15,527
27. V.	12 15—12 29	17,25	760,83	1,131	1,090
28. V.	10 28—10 43	16,67	756,96	0,957	0,861
28. V.	2 57— 3 23	55,95	755,80	14,511	15,250
29. V.	2 01— 2 15	17,61	755,51	1,137	1,107
2. VI.	9 36— 9 51	18,13	760,65	1,441	1,411
2. VI.	2 15— 2 45	99,96	760,70	31,744	33,526
11. VI.	1 56— 2 12	18,11	755,96	1,292	1,281

## 2. Reihe.

17. VI.	9 <sup>b</sup> 52—10 <sup>b</sup> 9	17,51 <sup>0</sup>	756,59	0,365	0,345
17. VI.	2 24— 2 58	99,84	756,82	30,931	32,686
18. VI.	2 48— 3 3	17,87	758,76	0,447	0,434
19. VI.	9 44— 9 57	17,48	758,56	0,362	0,321
19. VI.	2 52— 3 19	56,13	756,90	13,776	14,545
20. VI.	1 42— 1 58	17,55	750,95	0,244	0,174
21. VI.	10 25—10 42	17,23	752,78	0,206	0,133
21. VI.	2 40— 3 10	55,92	753,93	13,642	14,401
23. VI.	2 11— 2 27	17,40	760,14	0,405	0,345
24. VI.	9 53—10 10	17,34	760,70	0,380	0,288
24. VI.	2 15— 2 44	99,99	761,38	30,945	32,715
25. VI.	2 41— 2 56	17,74	764,96	0,483	0,431

## 3. Reihe.

3. VII.	9 <sup>b</sup> 39— 9 <sup>b</sup> 53	18,89 <sup>0</sup>	763,27	0,701	0,687
3. VII.	2 20— 3 13 <sup>1)</sup>	100,04	763,67	30,768	32,551
4. VII.	12 10—12 25	18,96	764,37	0,662	0,630
5. VII.	10 0—10 15	18,72	759,01	0,517	0,469
5. VII.	2 20— 2 47	56,17	758,19	13,551	14,311
7. VII.	9 56—10 11	18,51	761,41	0,479	0,443
7. VII.	10 11—10 25	18,54	761,31	0,494	0,465
7. VII.	2 32— 2 57	56,16	759,27	13,569	14,323
8. VII.	2 12— 2 26	18,80	759,07	0,543	0,502
11. VII.	10 11—10 25	18,31	744,63	0,118	0,100
11. VII.	2 52— 3 20	99,88	746,51	30,255	32,028
12. VII.	1 48— 2 1	18,32	759,09	0,337	0,290

Zu bemerken ist, dass der Interferenzapparat sowohl zwischen der ersten und zweiten, wie zwischen der zweiten

1) Doppelreihe.

und dritten Reihe vollständig neu aufgebaut wurde, dass also alle drei Reihen insofern voneinander unabhängig sind. Zwischen der zweiten und dritten Reihe ist ferner die schon oben erwähnte Anordnung getroffen, welche erlaubt, den Hohlraum des Erhitzungsgefäßes mit frischer trockener, dem Garten entnommener Luft zu füllen.

Zur weiteren Reduction der experimentell gewonnenen Resultate benutzen wir die von Pulfrich<sup>1)</sup> für die Differenz zweier Beobachtungen bei verschiedenen Temperaturen und verschiedenem Barometerstand angegebene Correctionsgrösse

$$k = - \frac{2d}{\lambda} (n_2 - n_1),$$

wo  $d$  die Dicke der Luftschicht,  $\lambda$  die Wellenlänge und  $n_2$  bez.  $n_1$  die Brechungsindices der Luft bei der höheren ( $t_2$ ) bez. tieferen ( $t_1$ ) Beobachtungstemperatur unter den Drucken  $p_2$  und  $p_1$  bedeuten.

Die Anwendbarkeit dieser Formel setzt voraus, dass wir es mit Luft ohne Verunreinigungen zu thun gehabt haben. Ob diese Bedingung erfüllt ist, dafür könnten für die erste und zweite Reihe Zweifel bestehen, weil die Erneuerungsluft beim Durchsaugen dem Beobachtungszimmer entnommen wurde. Indessen, mögen solche Verunreinigungen wirklich in geringem Grade angenommen werden, so werden sie doch nur proportional ihrem procentischen Betrage das Correctionsglied  $k$  beeinflussen, welches zwischen Zimmertemperatur und 100° nur etwa drei Streifenintervalle beträgt. Am meisten dürfte als Verunreinigung der Luft noch Wasserdampf in Frage kommen, der aber das Resultat schon deswegen nicht merklich fälscht, weil er fast den gleichen Brechungsexponenten wie Luft besitzt.

Von allen diesen Einflüssen ist aber die dritte Reihe, bei welcher dem Erhitzungsgefäße vor jeder Beobachtung trockene Luft aus dem Garten zugeführt wurde, frei und die Uebereinstimmung dieser Reihe mit den beiden ersten dürfte auch für diese ein ausreichender Beweis für das Nichtvorhandensein störender Verunreinigungen sein.

Die Pulfrich'sche Formel für  $k$  ist eine Reductionsformel für die Differenz zweier Beobachtungen. Um nicht nur die

1) C. Pulfrich, l. c. p. 452.

Differenzen, sondern auch die Einzelbeobachtungen miteinander vergleichbar zu machen, setzen wir  $n_1 = 1$ , dann drückt

$$k = -\frac{2d}{\lambda} (n_{t,p} - 1)$$

die Reduction des bei der Temperatur  $t$  und dem Druck  $p$  gewonnenen Beobachtungsergebnisses auf den leeren Raum aus.

Zur Berechnung von  $n_{t,p} - 1$  gehen wir mit Pulfrich auf den Satz vom constanten Refraktionsvermögen  $n - 1/d = \text{const.}$  zurück, dem man zu diesem Zweck die Form

$$n_{t,p} - 1 = (n - 1) \frac{1}{1 + \alpha t} \cdot \frac{b}{760}$$

gibt, wo  $n$  den Brechungsindex der Luft für  $0^\circ$  und 760 mm Druck bezeichnet. Setzt man diesen Wert ein, so wird:

$$k = -\frac{2d}{\lambda} (n - 1) \frac{1}{760} \cdot \frac{b}{1 + \alpha t}.$$

Setzt man hierin den in erster Annäherung gültigen Wert

$$d = 14\,574$$

ein, ferner

$$\text{für Hg gelb: } n - 1 = 0,000\,294\,89,$$

$$\frac{\lambda}{2} = 0,2895\,\mu,$$

$$\text{für Hg grün: } n - 1 = 0,000\,295\,46,$$

$$\frac{\lambda}{2} = 0,2730\,\mu,$$

so wird

$$\text{für Hg gelb: } k = -0,019\,533 \frac{b}{1 + \alpha t},$$

$$\text{für Hg grün: } k = -0,020\,754 \frac{b}{1 + \alpha t}.$$

Mit der letzteren Formel berechnen sich beispielsweise die Correctionen für die beiden Beobachtungen in Grün am 11. Juli 1902 zu  $-14,481$  und  $-11,353$ , sodass die auf den leeren Raum bezogenen Ablesungen werden, bez.:

$$0,100 - 14,481 = -14,381,$$

$$32,028 - 11,353 = +20,675.$$

Um endlich alle Beobachtungen direct miteinander vergleichbar zu machen und die Schlussrechnung einfacher zu

gestalten, sind alle gewonnenen Einzelresultate auf runde Temperaturen, nämlich bez. auf die Temperaturen  $16^{\circ}$ ,  $56^{\circ}$  und  $100^{\circ}$  reducirt.

Man bediente sich hierzu der Formel von Benoit für die absolute Ausdehnung des Quarzes

$$l_t = l_0 (1 + 7,161 \cdot 10^{-6} \cdot t + 0,00801 \cdot 10^{-6} \cdot t^2),$$

welche für  $d = 14,574$  mm für die Höhe des Quarzringes folgende Reductionen ergibt:

	Gelb	Grün	
$15^{\circ}$	+ 0,373	+ 0,395	Streifenintervalle
16	0,000	0,000	„
17	- 0,374	- 0,396	„
18	- 0,749	- 0,794	„
$55^{\circ}$	+ 0,405	+ 0,430	„
56	0,000	0,000	„
$99^{\circ}$	+ 0,441	+ 0,468	„
100	0,000	0,000	„
101	- 0,442	- 0,468	„

Aus dieser Tabelle ergeben sich wieder für die beiden Werte in Grün am 11. Juli 1902 die Correctionen  $- 0,917$  und  $+ 0,290$ , sodass die reducirten Lagen des Scheibchens bei  $16^{\circ}$  bez.  $100^{\circ}$  werden

$$- 14,381 - 0,917 = - 15,298,$$

$$+ 20,675 + 0,290 = + 20,965.$$

Um negative Werte zu vermeiden, fügen wir beiden Werten die Zahl 16 hinzu, und erhalten schliesslich die Zahlen

$$+ 0,702,$$

$$+ 36,965.$$

Die folgende Tabelle (p. 852) giebt in der zweiten und dritten Columnne für alle Beobachtungen die in dieser Weise auf runde Temperaturen reducirten Werte. In der vierten und fünften Columnne sind dann die Werte für  $16^{\circ}$  vor und nach einer Beobachtung bei höherer Temperatur gemittelt und ferner in je zwei weiteren Columnnen die Differenzen, d. h. also die Ausdehnung des Quarzringes zwischen  $16^{\circ}$  und  $56^{\circ}$  bez. zwischen  $16^{\circ}$  und  $100^{\circ}$  zunächst in Streifenintervallen, dann





Bildet man aus den gleichartigen Beobachtungen jeder Reihe die Mittel, so ergibt sich die Ausdehnung des Quarzringes

	zwischen 16° und 56°	zwischen 16° und 100°
aus der 1. Reihe	4,507 $\mu$	9,899 $\mu$ <sup>1)</sup>
„ „ 2. „	4,506	9,914
„ „ 3. „	4,513	9,907
Mittel	4,509 $\mu$	9,908 $\mu$

Diese beiden Werte lassen sich durch die quadratische Form

$$0,10417 t + 0,0001188 t^2$$

darstellen. Verbindet man dies mit der von Hrn. A. Leman gemessenen Höhe des Quarzringes  $d = 14,582$  mm, so wird endlich die Ausdehnung des Quarzringes und damit die Ausdehnung des Quarzes in Richtung seiner Axe

$$l_t = l_0 (1 + 7,144 \cdot 10^{-6} \cdot t + 0,00815 \cdot 10^{-6} \cdot t^2).$$

Vergleicht man diesen Wert mit den bisher gefundenen Werten für die Ausdehnung des Quarzes

$$\text{Fizeau: } l_t = l_0 (1 + 7,10 \cdot 10^{-6} \cdot t + 0,00885 \cdot 10^{-6} \cdot t^2),$$

$$\text{Benoit: } l_t = l_0 (1 + 7,161 \cdot 10^{-6} \cdot t + 0,00801 \cdot 10^{-6} \cdot t^2),$$

$$\text{Reimerdes: } l_t = l_0 (1 + 6,925 \cdot 10^{-6} \cdot t + 0,00819 \cdot 10^{-6} \cdot t^2),$$

so ergibt er eine sehr nahe Uebereinstimmung mit dem Benoit'schen Resultate. Die Abweichung entspricht zwischen 0° und 100° einer Temperaturdifferenz von 0,04°, welche für die Mitteltemperatur auf 0,06° ansteigt. Die pro 1 m berechneten Ausdehnungen betragen

	zwischen 0° und 50°	zwischen 0° und 100°
Benoit	378,1 $\mu$	796,2 $\mu$
Scheel	377,6	795,9

1) Mit dem halben Gewicht.