

VII. *Ueber die Fraunhofer'schen Ringe, die Quetelet'schen Streifen und verwandte Erscheinungen; von Dr. Karl Exner.*

(Aus dem LXXVI. Bande der Wiener Berichte, Oct.-Heft 1877 im Auszuge mitgetheilt vom Verfasser.)

Ich habe in zwei früheren Abhandlungen auf die Verwandtschaft der Entstehungsweise der Quetelet'schen Streifen mit derjenigen der Fraunhofer'schen Ringe hingewiesen. Die Theorie der letzteren scheint mir noch einiger Aufklärungen zu bedürfen, welche gegeben werden sollen; zu derjenigen der ersteren sind in jüngster Zeit mehrere Abhandlungen von Hrn. Prof. Lommel in Erlangen erschienen, welche mich veranlassen, zu den von mir über diesen Gegenstand schon vorgebrachten Bemerkungen noch einiges hinzuzufügen. Die Fraunhofer'schen Ringe werden durch ein Beugungsgitter erhalten, welches aus sehr vielen, unregelmässig vertheilten, kreisrunden opaken Scheibchen besteht; sie entstehen auch durch räumlich vertheilte opake Körperchen, deren Projectionen auf eine zu den directen Lichtstrahlen senkrechte Ebene gleiche Kreise sind. Die Erscheinung besteht bei Anwendung homogenen Lichtes in einem, das Bild der Lichtquelle umgebenden kreisrunden, hellen Raume (Aureole), auf welchen einige concentrische helle Ringe folgen; sie unterscheidet sich in nichts von der durch eine kreisrunde Oeffnung vom Durchmesser eines der Scheibchen hervorgebrachten Beugungserscheinung. Würden die Schirmchen oder die Projectionen der Körperchen nicht kreisrund, doch sämmtlich gleich und gleichliegend sein, so würde man ebenfalls die Beugungserscheinung einer Oeffnung von der Gestalt, Grösse und Lage eines der Schirmchen erhalten. Wenn die Schirmchen oder Partikelchen nicht gleich und nicht kreisrund sind, jedoch durch Lage und Gestalt die Bedingung erfüllen, sich in zwei Gruppen theilen zu lassen, welche durch Translation zur Deckung

gebracht werden können, so bringen sie die Erscheinung der Quetelet'schen Streifen hervor. Hierbei ist nicht nöthig, dass die Partikelchen einer Gruppe sich in einer Ebene befinden. Die Ringe behauchter Platten nimmt man wahr, wenn man durch eine behauchte Glasplatte nach einem Lichtpunkte blickt. Sie werden für identisch gehalten mit den Fraunhofer'schen Ringen. Gleichwohl besteht ein Unterschied zwischen beiden Erscheinungen, welcher sich beim Vergleiche derselben darin ausspricht, dass die Fraunhofer'schen Ringe innen einen hellen Raum zeigen, die Ringe behauchter Platten aber einen dunklen Raum. Die lebhafte Erscheinung der von Wöhler beobachteten Ringe, ich will sie kurz Wöhler'sche Ringe nennen, welche Lichtpunkte, z. B. Kerzenflammen, umgeben, nimmt man wahr, wenn man sich in geringem Grade einer nach Osmiumsäure riechenden Luft ausgesetzt hat. Die von Meyer eingehender gemessenen Ringe, ich will sie Meyer'sche Ringe nennen, sind lichtschwache Ringe, welche das freie, gesunde Auge um eine Kerzenflamme oder eine andere, hinreichend kleine und kräftige Lichtquelle wahrnimmt.

Die Fraunhofer'schen Ringe wurden schon von Hube und Jordan als Beugungserscheinung behandelt. Fraunhofer überzeugte sich durch Versuche, dass die Radien der Ringe mit denjenigen einer kreisrunden Beugungsöffnung vom Durchmesser eines der Schirmchen übereinstimmen. Er unterschied zwischen der nach ihm benannten Erscheinung und den Ringen behauchter Platten, indem er sagt: „Da die Dunstkügelchen in diesem Falle sich sehr nahe liegen, so spielt auch die gegenseitige Einwirkung der gekreuzten Strahlen hier eine Rolle.“ Es geht jedoch aus der später von Verdet entwickelten Theorie hervor, dass dies nicht die Ursache der Verschiedenheit beider Erscheinungen sein kann. Babinet¹⁾ sprach das nach ihm benannte Princip aus, welches später

1) C. R. IV. p. 638 und 738.

zur vollständigen Behandlung der Erscheinung der Fraunhofer'schen Ringe führte. Verdet¹⁾ fand durch Rechnung: Die durch n -Körperchen hervorgebrachte Erscheinung unterscheidet sich von derjenigen einer kreisrunden Oeffnung vom Durchmesser eines der Körperchen nur durch eine n -mal grössere Intensität.

Hieraus ergaben sich folgende numerische Werthe (φ Beugungswinkel, r Halbmesser des Partikelchens):

Maximum der Intensität. Helle Ringe.	Minimum der Intensität. Dunkle Ringe.
$\sin \varphi = \frac{\lambda}{r} \cdot 0,000$	$\sin \varphi = \frac{\lambda}{r} \cdot 0,610$
.0,819	.1,116
.1,333	.1,619
.1,847	.2,120
.2,361	.2,621

Verdet's Ableitung beruht auf der stillschweigenden Voraussetzung der Richtigkeit des folgenden Satzes: Wenn eine sehr grosse Zahl n Wellenzüge interferiren, welche mit Ausnahme der Phase völlig gleich sind, und wenn die Phasendifferenzen durch den Zufall bestimmt sind, so ist das Resultat der Interferenz ein Wellenzug, dessen Intensität das n -fache der Intensität der Componenten beträgt. — Dieser Satz ist offenbar nicht richtig. Er ist gleichbedeutend mit dem folgenden Satze: Wenn eine sehr grosse Zahl n Kräfte von der Grösse 1 in einer Ebene an einem Punkte wirken, und wenn die Richtungen der Kräfte durch den Zufall bestimmt sind, so ist die Grösse der Resultirenden $= \sqrt{n}$. Es ist aber einleuchtend, dass, da durch die Bedingungen der Aufgabe der Zusammensetzung der Kräfte keine Richtung vor einer anderen irgend ausgezeichnet ist, bei der Zusammensetzung selbst die Richtung der Resultirenden sich keiner Gränze nähern kann, d. h.

1) Ann. de chim. et phys. (3). XXXIV.

dass die Richtung der Resultirenden ebenfalls durch den Zufall bestimmt ist. Hieraus folgt das Gleiche für die Grösse der Resultirenden. Wäre dieselbe eine Function von $n, f(n)$, so müsste dasselbe, wenn man die Kräfte durch den Zufall in zwei gleiche Gruppen theilte, für jede Gruppe gelten, und müsste die Resultirende einer Gruppe $f\left(\frac{n}{2}\right)$ sein. Da nun der Winkel zwischen den beiden Kräften $f\left(\frac{n}{2}\right)$ vom Zufalle abhängig wäre, so würde auch die schliessliche Resultirende nicht $f(n)$ sein, sondern einen durch den Zufall bestimmten Werth zwischen 0 und $2 \cdot f\left(\frac{n}{2}\right)$ erhalten. Die Grösse der Resultirenden ist also durch den Zufall bestimmt und liegt zwischen 0 und n . Verdet's Ableitung ist also nicht correct. Sie leidet an einer nicht gerechtfertigten Vernachlässigung einer unendlichen Reihe. Indessen wird hiedurch das Resultat Verdet's, soweit es sich auf die Lage der Ringe bezieht, nicht alterirt. Die Intensität des Phänomens jedoch ist in jedem seiner Punkte durch den Zufall bestimmt und nicht berechenbar. Es muss offenbar eine Aufeinanderfolge sehr wenig ausgedehnter heller und dunkler Stellen stattfinden, welche wegen ihrer Kleinheit nicht gesondert wahrgenommen werden. Versteht man nun unter der Intensität des Phänomens in einem seiner Punkte die mittlere Intensität in der Nähe desselben, so ist gegen Verdet's Satz nichts einzuwenden. Indem ich ein Gitter einiger tausend sehr feiner Nadelstiche vor das Objectiv des Fernrohrs brachte, nahm ich Fraunhofer'sche Ringe wahr, welche wegen der Feinheit der Stiche sich so erweiterten, dass die Aureole allein das Gesichtsfeld zu füllen vermochte. Brachte ich ein rothes Glas vor das Auge, so erschien die Aureole nicht gleichmässig erhellt, sondern zusammengesetzt aus überaus zahlreichen, durch dunkle Zwischenräume getrennten, hellen Pünktchen.

Die complicirte Formel, durch welche nach Verdet's

Resultat die Lage der Ringe gegeben ist, kann durch die folgende einfachere empirische Formel ersetzt werden:

$$\sin \varphi = \frac{(k + 0,22) \lambda}{2r},$$

welche den Beugungswinkel für den k ten dunklen Ring mit einiger Genauigkeit gibt. Man erhält nämlich aus dieser Formel für die ersten dunklen Ringe die Radien:

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{r} . 0,61 \quad . 1,11 \quad . 1,61 \quad . 2,11 \quad . 2,61,$$

welche mit den obigen Werthen angenähert übereinstimmen. Es geht aus derselben auch hervor, dass die Breite der Ringe wenig abweicht von der Breite der Streifen, welche eine Spaltöffnung von der Breite des Durchmessers eines der opaken Scheibchen gibt.

Die angestellten Messungen Fraunhofer'scher Ringe gegen die Formel Verdet's zu halten, ist aus zwei Gründen schwierig. Es wurde meist unterlassen, die Durchmesser der Körperchen zu messen, oder nicht homogenes Licht verwendet. Indessen hat Fraunhofer die Durchmesser seiner Körperchen gemessen, $2r = 0,027$ Par. Zoll, und, wenn er auch weisses Licht benutzte, so kann man doch, mit Hülfe der Bemerkung Verdet's, dass die von Fraunhofer gemessenen Maxima des rothen Lichtes ungefähr den Werthen der Minima des homogenen Lichtes von der mittleren Wellenlänge $0,00055$ mm entsprechen müssen, benützen, um einen Vergleich herzustellen. Fraunhofer fand als Halbmesser des rothen Saumes des mittleren hellen Raumes und der beiden nächsten rothen Ringe: $3' 15''$, $5' 18''$, $8' 41''$. Die Formel Verdet's aber gibt für $\lambda = 0,00055$ mm, $r = 0,0135$ Par. Zoll, als Beugungswinkel der drei ersten Minima: $3' 9''$, $5' 45''$, $8' 21''$, in hinreichender Uebereinstimmung mit den von Fraunhofer experimentell bestimmten Werthen. Ich stelle diesen Vergleich an, weil dies bisher versäumt worden ist. Verdet's Vergleich bezieht sich auf die Verhältnisse der Radien, nicht auf ihre absoluten Werthe.

Das Princip von Babinet spricht für Fraunhofer-

sche Beugungserscheinungen den folgenden Satz aus: Ein undurchsichtiges Schirmchen oder eine Gruppe solcher Schirmchen bringt dieselbe Beugungserscheinung hervor, welche eine gleichgestaltete Beugungsöffnung oder eine Gruppe solcher Oeffnungen hervorbringen würde; doch unterscheiden sich die Schwingungen, durch welche die beiden Phänomene hervorgebracht werden, der Phase nach um 180 Grade.

Dieses Princip führte Verdet zu einer genügenden Erklärung der Erscheinung der Fraunhofer'schen Ringe; es ist auch unentbehrlich bei der Erklärung der Quetelet'schen Streifen. Ich fand mich daher veranlasst, einige Versuche zur experimentellen Bestätigung des Princip's anzustellen.

Es ist nicht ohne weiteres ausführbar, das Phänomen eines irgend gestalteten Schirmchens zu erzeugen. Dasselbe gibt, vor das Objectiv des Fernrohrs gebracht, kein Phänomen. Das Resultat wird nicht gebessert, wenn man das Bild der Lichtquelle im Brennpunkte des Fernrohrs durch ein daselbst angebrachtes Schirmchen auffängt, um das Auge vor dem Eindringen der directen Lichtstrahlen zu schützen. Die Ursache des Misslingens muss in diffusen Lichtstrahlen gesucht werden, in deren Helligkeit lichtschwache Beugungserscheinungen verschwinden. Um die Phänomene opaker Schirmchen gleichwohl zu erzeugen, wandte ich eine Methode an, welche sich als ausreichend erwies. Die opaken Körperchen wurden in grössere Beugungsöffnungen gesetzt. Eine einfache Ueberlegung lehrt, dass man dann beide Phänomene, das der Oeffnung und das des Körperchens, gleichzeitig erhält, dass dieselben sich modificiren, wo sie übereinander fallen, jedoch ungestört erscheinen an Stellen, an welchen die Intensität des einen Phänomens diejenige des anderen bei weitem übertrifft. Es ist nun leicht, für ein Schirmchen von gegebener Gestalt eine Oeffnung zu finden, welche das Phänomen des Schirmchens zu einem genügenden Theile seiner Ausdehnung wahrnehmen lässt.

Um den ersten Theil des Principes von Babinet zu prüfen, nach welchem opake Schirmchen dasselbe Phänomen geben sollen, wie gleichgestaltete Oeffnungen, wurden Beugungsgitter, deren eines in Taf. III Fig. 1 abgebildet ist, benutzt. Sie bestehen aus einer Beugungsöffnung, oder einer Gruppe solcher, und einem gleichen und gleichgestalteten opaken Schirmchen, oder einer Gruppe solcher, in einer geeigneten Oeffnung. Verdeckt man die Oeffnung oben des in Taf. III Fig. 1 abgebildeten Gitters, so zeigt sich das bekannte Phänomen, Taf. III Fig. 2, welches aus Ringen und Streifen besteht. Stellt man das Fadenkreuz etwa bei a ein und verdeckt die Oeffnung unten statt der Oeffnung oben, so erhält man das Phänomen Taf. III Fig. 3, welches sich von dem vorhergehenden nur längs der Linien p, q unterscheidet, auf welche sich das Phänomen der grossen parallelogrammförmigen Oeffnung beschränkt, in welcher die beiden Körperchen angebracht sind. Die Einstellung des Fadenkreuzes erscheint ungeändert. Aehnliche Resultate gab eine Reihe anderer, nach demselben Principe angefertigter Gitter.

Um den zweiten Theil des Principes von Babinet zu prüfen, nach welchem die Schwingungen, durch welche die Erscheinungen opaker Schirmchen und gleicher Oeffnungen hervorgebracht werden, sich der Phase nach um 180° unterscheiden, wurde der Versuch gemacht, die beiden Phänomene sich durch Interferenz auslöschen zu lassen. Das Phänomen zweier gleicher und gleichliegender Oeffnungen unterscheidet sich bekanntlich von demjenigen einer derselben durch ein System dunkler, senkrecht zur Verbindungslinie der Oeffnungen verlaufender Streifen; hierbei liegt das Bild der Lichtquelle immer in der Mitte zwischen zwei dunklen Streifen dieser Art. Setzt man nun an Stelle einer der beiden Oeffnungen ein gleichgestaltetes opakes Schirmchen, so muss nach dem zweiten Theile des Principes von Babinet jenes System dunkler Streifen sich in ein der Lage nach complementäres System verwandeln, und insbesondere muss einer der dunklen Streifen durch

das Bild der Lichtquelle gehen. Dies fand in der That statt bei Versuchen, welche mit einer Reihe von Gittern angestellt wurden. So gab, um ein einfaches Beispiel zu wählen, das in Taf. III Fig. 4 abgebildete Gitter die Erscheinung Fig. 5. Längs den Streifen p, q ist das Phänomen der Oeffnung und des Schirmchens gestört durch das der parallelogrammförmigen Oeffnung, in welcher sich das Schirmchen befindet. Die übrigen Theile der Erscheinung müssen mit der in Taf. III Fig. 2 dargestellten Erscheinung verglichen werden, welche durch zwei Oeffnungen hervorgebracht wird. Die Ringe stimmen in beiden Figuren überein. Die Streifen haben eine complementäre Lage. Die Linie von der Wegdifferenz $=0$ fällt in Taf. III Fig. 2 mit einem hellen Streifen r , in Taf. III Fig. 5 mit einem dunklen s zusammen. Dies beweist, dass die Phänomene der Oeffnung und des Schirmchens sich der Phase nach um 180° unterscheiden. Dasselbe Resultat gaben die übrigen Gitter, deren eines noch in Taf. III Fig. 6 abgebildet ist. Man erhält in diesem Falle das Phänomen zweier dreieckiger Oeffnungen mit complementärer Lage der Streifen zweiter Ordnung.

Die Ringe behauchter Platten unterscheiden sich von dem Phänomene der Fraunhofer'schen Ringe durch den oben besprochenen dunklen Raum. Dass das Phänomen gleichwohl auf Beugung beruhe, hat schon Dove nachgewiesen.¹⁾

Da ferner die Annahme annähernd gleicher Grösse der Wassertüpfchen zur Erklärung nicht ausreicht, so bleibt noch übrig, anzunehmen, dass auch die Vertheilung derselben eine annähernd regelmässige sei. Diese Annahme wird gerechtfertigt durch den Anblick, welchen eine behauchte Glasplatte unter dem Mikroskop darbietet. Die Anordnung der Tüpfchen erscheint nicht minder regelmässig als ihre Gestalt. Man wird also zur Annahme gedrängt, das in Rede stehende Phänomen schliesse sich

1) Pogg. Ann. XXVI., p. 311. LXXI., p. 115.

demjenigen Beugungsphänomen an, welches hervorgebracht wird durch sehr viele gleiche, kreisrunde Oeffnungen oder Scheibchen, welche so angeordnet sind, dass je drei benachbarte ein gleichseitiges Dreieck bilden. Es ist leicht, auf elementarem Wege eine Vorstellung von dem so erzeugten Phänomen zu gewinnen. Aus dem Grundphänomen einer einzigen Oeffnung erhält man dasjenige einer Reihe von Oeffnungen, wenn man vom Grundphänomene nur ein System äquidistanter gerader Linien übrig lässt, senkrecht zur Richtung der Reihe, wobei die Lichtquelle auf einer solchen Geraden liegt. Die Entfernung der Geraden ist $\varphi = \frac{\lambda}{e}$, wo e die Entfernung der Mittelpunkte zweier benachbarten Scheibchen des Gitters bedeutet. Betrachtet man das ganze Gitter als eine Reihe solcher Reihen, so hat man im letztgedachten Phänomene noch alle Theile wegzulassen, welche nicht auf einem zweiten, eben solchen Systeme gerader Linien liegen, welches mit dem ersten Systeme einen Winkel von 60 Graden bildet. Man behält also für homogenes Licht ein System ebenfalls nach gleichseitigen Dreiecken angeordneter heller Punkte, welche nur längs den dunklen Ringen des Grundphänomens nicht zur Erscheinung kommen. Man kann sich nun leicht das Phänomen für weisses Licht construiren. Taf. III Fig. 7 stellt dasselbe dar, soweit es noch auf der Aureole des Grundphänomens liegt. Der Lichtpunkt ist umgeben von einem dunklen Raume. Auf diesen folgen zunächst sechs Spectra, sodann die übrigen. Vergleicht man dieses Phänomen mit demjenigen der Farben behauchter Platten, so findet sich zwar ebenfalls keine Congruenz, doch findet eine Uebereinstimmung statt bezüglich des dunklen Raumes, welcher das Bild der Lichtquelle umgibt, d. h. eine Uebereinstimmung eben dort, wo dieselbe früher fehlte. Man könnte nunmehr glauben, dass die Farben behauchter Platten ein zusammengesetztes Phänomen seien, dass die äusseren Theile dieses Phänomens Fraunhofer'sche Ringe sind, die inneren Theile (der dunkle Raum) dem

oben beschriebenen Dreiecksgitterphänomene angehören. Dies erscheint aus inneren Gründen nicht unwahrscheinlich, wenn man bedenkt, dass bei völlig regelmässiger Anordnung der Wassertüpfchen das Gitterphänomen, bei völlig unregelmässiger das Fraunhofer'sche Ringphänomen erhalten würde, dass in Wirklichkeit die Anordnung der Wassertüpfchen weder völlig regelmässig noch unregelmässig ist, dass ein Fehler in der Regelmässigkeit des Gitters einen Fehler in der Wegdifferenz erzeugt, welcher dem Beugungswinkel proportional ist, so dass recht wohl dasselbe Gitter bezüglich der centralen Theile des Phänomens als ein regelmässiges, bezüglich der peripheren als ein unregelmässiges wirken kann. Dies findet nun in der That statt, wie ich mich durch Versuche überzeugte. Es wurden mehrere Gitter angefertigt aus gleich grossen, kreisrunden Oeffnungen. Bei allen Gittern kamen gleich viel Oeffnungen auf die Flächeneinheit, doch war die Regelmässigkeit der Anordnung der Oeffnungen bei den verschiedenen Gittern eine verschiedene. Die Oeffnungen des ersten Gitters waren genau nach gleichseitigen Dreiecken geordnet. Dasselbe zeigte das oben beschriebene Phänomen. Das zweite Gitter, dessen Oeffnungen weniger sorgfältig angeordnet waren, zeigte innen die Spectra des Dreiecksgitters, während die äusseren Theile von elementaren Ringen gebildet wurden. Bei zunehmender Unregelmässigkeit der Anordnung ging das Dreiecksgitterphänomen von aussen nach innen in das Phänomen Fraunhofer'scher Ringe über. Ein Gitter, dessen Anordnung sich der Grenze der Regelmässigkeit näherte, wie dies bei den Wassertüpfchen stattfindet, zeigte genau das Phänomen der behauchten Platten, Fraunhofer'sche Ringe mit einem dunklen Raume in der Mitte, dem letzten Reste des Dreiecksgitterphänomens. Ich überzeugte mich durch Messung, dass dieser dunkle Raum der Grösse nach mit dem zwischen den ersten sechs Spectren des ersten Gitters enthaltenen Raume, und dass die Radien der Ringe mit denjenigen der Elementarringe übereinstimmten.

Das Phänomen der behauchten Platten ist also ein Phänomen **Fraunhofer'scher Ringe**, dessen Aureole infolge nicht völlig unregelmässiger Vertheilung der Wassertüpfchen sich zum Theile in einen dunklen Raum verwandelt hat.

Nach den oben angeführten Formeln hat man für den Fall, dass die Oeffnungen sich berühren, wie dies ungefähr bei den behauchten Platten zutrifft, für die Radien des dunklen Raumes und der Aureole des Elementarphänomens, φ , φ' :

$$\varphi = \frac{\lambda}{e}, \quad \varphi' = 1,22 \frac{\lambda}{e}, \quad \text{also } \varphi : \varphi' = 5 : 6.$$

In der That bleibt bei behauchten Platten von der Aureole des Elementarphänomens ein schmaler Rand übrig. Dies fand auch statt bei einem Gitter, dessen Oeffnungen sich nahezu berührten.

Es ist nöthig, auf eine Bemerkung Dove's zurückzukommen, welche mit der eben entwickelten Theorie im Widerspruche steht:

„Bei dem Verschwinden des Wasserdampfes werden die Wassertüpfchen kleiner, ohne dass ihr Abstand sich ändert, wie man sich durch ein Mikroskop überzeugen kann. Der Ort, wo man durch ein Gitter eine bestimmte Farbe sieht, hängt nicht von der Grösse der Zwischenräume ab, auch nicht von der Breite der Furchen, sondern von der Summe beider. Da diese unverändert bleibt, so sieht man die Spectra an derselben Stelle verschwinden, an welcher sie sich bildeten.“

Ich habe oben nachzuweisen versucht, dass der Radius des dunklen Raumes des Phänomens der behauchten Platten von der Entfernung der Mittelpunkte zweier benachbarter Wassertüpfchen, hingegen die Radien der Ringe nur vom Durchmesser eines Wassertüpfchens abhängen. Wenn nun, wie Dove anführt, das Verschwinden der Wassertüpfchen durch Verkleinerung der Durchmesser derselben stattfände, so würde hierdurch jene Theorie wider-

legt sein, da dann nach jener Theorie dem Verschwinden der Ringe eine Vergrößerung ihrer Durchmesser vorausgehen müsste, was nicht der Fall ist. Diesen Widerspruch fand ich in einfacher Weise gelöst, als ich das Verschwinden einer zur Erzeugung der Ringe geeigneten Behauchung unter dem Mikroskope beobachtete. Die Wassertüpfchen verschwanden nicht durch Verkleinerung ihrer Durchmesser, sondern durch Verflachung.

Hr. H. Meyer¹⁾ machte die Ringe, von welchen jede Lichtflamme umgeben erscheint, zum Gegenstande einer Reihe von Messungen, widerlegte mehrere vor ihm aufgestellte Theorien, und gelangte zum Schlusse, dass das Phänomen durch Lichtbeugung im Auge entsteht. Doch gelang es ihm nicht, die lichtbeugenden Körperchen nachzuweisen. Das Phänomen ist lichtschwach und verschwommen. Es lässt eine, die Lichtquelle umgebende, roth gesäumte Aureole erkennen, auf welche nach einem dunklen Ringe noch ein blaugrüner und ein rother folgen. Manche Beobachter sehen innerhalb des ersten rothen Ringes an Stelle der Aureole einen blaugrünen Raum. Meyer fasst das Resultat seiner Messungen dahin zusammen, es betrage der dem Ende des inneren Roth zugehörige Radius 2° , der dem Ende des äusseren Roth zugehörige Radius 5° . Genauer lässt sich das Resultat seiner Messungen wie folgt darstellen:

Ende des Gelb d. Aureole:	$\alpha_1 = 1^\circ 15'$,	mittl. A. v. M.	$12'$
„ „ inneren Roth:	$\alpha_2 = 2^\circ 7'$,	„ „	$13'$
„ „ Blaugrün:	$\alpha_3 = 3^\circ 45'$,	„ „	$28'$
„ „ äusseren Roth:	$\alpha_4 = 4^\circ 48'$,	„ „	$14'$

Hr. Privatdocent Dr. Guido Goldschmiedt und ich haben auch einige Messungen vorgenommen mit Hülfe eines Apparates, welcher aus einem hölzernen Kreisnoniusmodell, zwei Stecknadeln und einem Diaphragma zusammengestellt war. Die Resultate sind:

1) Pogg. Ann. XCVI. p. 235.

Erste Messung.

Rand der Kerzenflamme: $\alpha = 18'$ Ende des inneren Roth: $\alpha_1 = 1^\circ 30'$ „ „ Blaugrün: $\alpha_2 = 4^\circ$ „ „ äusseren Roth: $\alpha_3 = 4^\circ 42'$.

Zweite, dritte und vierte Messung.

 $\alpha = 18' \quad \alpha_1 = 1^\circ 48'' \quad \alpha_2 = 4^\circ 6' \quad \alpha_3 = 4^\circ 45'$ $\alpha = 19' \quad \alpha_1 = 1^\circ 42' \quad \alpha_2 = 4^\circ \quad \alpha_3 = 4^\circ 32'$ $\alpha = 20' \quad \alpha_1 = 1^\circ 48' \quad \alpha_2 = 4^\circ 15' \quad \alpha_3 = 4^\circ 45'$

Mittel aus sämtlichen Messungen mit Correctur
wegen des Durchmessers der Lichtquelle.

$\alpha_1 = 1^\circ 23'$, mittl. A. v. M. $6'$; $\alpha_2 = 3^\circ 46'$, m. A. v. M. $5'$;
 $\alpha_3 = 4^\circ 22'$, m. A. v. M. $5'$.

Meyer hat nachgewiesen, dass die Ursache der Ringe im Inneren des Auges zu suchen sei; er hält sie für Fraunhofer'sche Ringe und postulirt ein lichtbeugendes Netz, für dessen Maschen er aus seinen Beobachtungen einen Durchmesser von $d = 0,0158$ mm berechnet. Es könnte eingewendet werden, die Annahme Fraunhofer'scher Ringe setze für die Radien der Maxima der beiden Roth das Grössenverhältniss 6:11 voraus, während aus Meyer's Messungen im Mittel das Verhältniss 6:15 resultirt. Allein schon die Verschwommenheit des Phänomens weist darauf hin, dass man es mit einem Beugungsnetz von geringer Vollkommenheit zu thun habe. Die Grösse der Maschen des Netzes berechnet sich aus den Beobachtungen Meyer's in genauerer Weise wie folgt:

Man hat für die Maxima des inneren und äusseren Roth:

$$\alpha' = \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) = 1^\circ 41' \quad \text{mittl. A. v. M. } 13'$$

$$\alpha'' = \frac{1}{2}(\alpha_3 + \alpha_4) = 4^\circ 16' \quad \text{„ „ „ } 21'$$

Die beiden Werthe verlangen nach obiger Formel und der oben citirten Bemerkung Verdet's Partikelchen oder Maschen von den Durchmessern:

$$d = 0,023 \text{ mm}, \quad d = 0,017 \text{ mm: Mittel } d = 0,020 \text{ mm.}$$

Als ich mein Auge mit Osmiumsäuredämpfen behandelte und infolge dessen die Wöhler'schen Ringe wahrnahm, fiel mir auf, dass sich dieselben von den Meyer'schen Ringen nur der Intensität nach zu unterscheiden schienen. Schon Beer sprach seine Ansicht über die von Wöhler beobachteten Ringe mit folgenden Worten aus: „Sie (diese Erscheinung) wird offenbar bedingt durch eine Strukturveränderung, welche die Conjunctiva infolge der chemischen Wirkung, welche die Osmiumsäure auf die meisten organischen Materien ausübt, erlitten hat.“¹⁾ Es wurden daher von Dr. Goldschmiedt und mir Messungen an Wöhler'schen Ringen vorgenommen, nachdem der Hintergrund so weit erhellt worden war, dass die Meyer'schen Ringe nicht mehr wahrgenommen wurden.

Es ergab sich aus drei Messungen:

$$\begin{array}{llll} \alpha = 10' & \alpha_2 = 1^\circ 40' & \alpha_3 = 4^\circ 27' & \alpha_4 = 5^\circ 12' \\ \alpha = - & \alpha_2 = 1^\circ 25' & \alpha_3 = 4^\circ & \alpha_4 = 5^\circ 2' \\ \alpha = - & \alpha_2 = 1^\circ 28' & \alpha_3 = 3^\circ 58' & \alpha_4 = - \end{array}$$

Mittel mit Correctur wegen des Durchmessers
der Lichtflamme.

$$\begin{array}{l} \alpha_2 = 1^\circ 21', \text{ mittl. A. v. M. } 6'; \alpha_3 = 3^\circ 58', \text{ m. A. v. M. } 16' \\ \alpha_4 = 4^\circ 57', \text{ m. A. v. M. } 5'. \end{array}$$

Der Vergleich dieser Werthe mit den Werthen, welche für die Meyer'schen Ringe aufgestellt wurden, bestätigt die Annahme der Identität der Meyer'schen und Wöhler'schen Ringe. Hiernach muss die Einwirkung der Osmiumsäure auf das Auge darin bestehen, die Bedingungen des Entstehens der Meyer'schen Ringe zu bessern, es muss ferner das von Meyer postulierte Netz in der Nähe der Oberfläche des Auges gesucht werden. Man findet in „Kölliker, Gewebelehre“ den Durchmesser der Epithelzellen der äusseren Hornhaut angegeben zu $d = 0,022$ bis $0,030$ mm. Dieser Werth stimmt um so besser mit den

1) Pogg. Ann. LXXXIV. p. 518 und LXXXVIII. p. 595.

oben erhaltenen Werthen, als die Epithelzellen nach dem Inneren des Auges zu an Grösse abnehmen. Um noch die Einwirkung der Osmiumsäure auf die Hornhaut des Auges zu prüfen, haben mein Bruder, Prof. Dr. Sigmund Exner und ich den folgenden Versuch angestellt. Es wurde die Cornea eines frisch getödteten Frosches unter das Mikroskop gebracht, sodann Osmiumsäuredämpfe über dieselbe geleitet; während nun vor der Einwirkung der Dämpfe die Epithelzellen kaum wahrnehmbar waren, also wohl geeignet zur Erzeugung der lichtschwachen Meyer'schen Ringe, traten die Umrisse derselben bei Einwirkung der Dämpfe sofort deutlich hervor. Eine gleiche Beobachtung konnte bezüglich der Cornea-Körperchen nicht gemacht werden.

Aus dem Vorstehenden ergibt sich, dass sowohl die Meyer'schen als die Wöhler'schen Ringe Fraunhofer'sche Ringe sind, welche beim Durchgange des Lichtes durch die Epithelzellen der Hornhaut entstehen. Schon Brougham und Brandes suchten die Ursache der Erscheinung in einer Beugung des Lichtes beim Durchgange durch die Hornhaut.

Es bleibt zu erklären, aus welcher Ursache manche Beobachter an Stelle einer Aureole von der Farbe der Lichtquelle einen bläulichen Raum wahrgenommen haben. Dieser Umstand erklärt sich nach dem Vorhergehenden durch die Annahme, es sei die Vertheilung der wirksamen Epithelzellen nicht bei allen Beobachtern eine gleich unregelmässige. Ist die Unregelmässigkeit nicht hinreichend, so tritt an die Stelle des Phänomens der Fraunhofer'schen Ringe dasjenige der behauchten Platten, d. h. es tritt an die Stelle des inneren Theiles der Aureole ein dunkler Raum; da dieser für die mindest brechbaren Strahlen nahezu einen doppelt so grossen Radius hat, als für die brechbarsten, so muss in diesem Falle dem ersten rothen Ringe ein bläulicher Raum vorausgehen.

Die Quetelet'schen Streifen wurden neuerdings von

Hrn. Prof. Lommel¹⁾ besprochen. Derselbe hat unter anderem die Variationen der Erzeugungsweise des Phänomens im reflectirten Lichte um einige vermehrt, von welchen die folgende als die bedeutendste erscheinen könnte. Lommel sagt²⁾:

„Man kann sich aber leicht überzeugen, dass dieser Parallelismus (der Bestäubungsebene mit der Spiegelebene) durchaus nicht nothwendig ist, sondern dass das Ringsystem auch dann noch auftritt, wenn die getrübbte Fläche mit der spiegelnden einen beliebigen Winkel bildet.“

Ehe ich auf Lommel's experimentelle und theoretische Begründung dieses Satzes eingehe, will ich bemerken, dass ich denselben für unrichtig halte, und dies aus der Beugungstheorie, welche auch Lommel für die richtige hält, nachweisen.

Jedes Staubpartikelchen erzeugt nach dem Babinet'schen Princip für sich sein elementares Ringsystem. Die Breite der Ringe hängt ab von der Entfernung des Partikelchens von der spiegelnden Ebene. Aus der Ueber-einanderlagerung und Interferenz solcher elementarer Ringsysteme entsteht das resultirende Phänomen, welches wahrgenommen wird. Welches ist das Resultat dieser Interferenz? Wenn das Phänomen in der Weise erzeugt wird, dass jede Stelle desselben durch Mitwirkung sämtlicher Partikelchen hervorgebracht wird, was der Fall ist, wenn man dasselbe objectiv erzeugt, oder nach Fraunhofer's Methode durch ein Fernrohr beobachtet, welch' letztere Erzeugungsweise von Lommel vorausgesetzt wird, wenn ferner die Bestäubungsfläche sich in schiefer Lage gegen den Spiegel befindet, so dass die Abstände der Partikelchen vom Spiegel weder völlig noch annäherungsweise gleich sind, was von Lommel vorausgesetzt wird, so werden die

1) „Ueber die Interferenz des gebeugten Lichtes.“ Erlangen, 1875. Zweite Mittheilung, ebenso. Dritte und vierte Mittheilung, Sitzungsber. d. phys.-med. Soc. zu Erlangen, Jan. und März 1876.

2) Zweite Mitth. p. 4.

durch die einzelnen Partikelchen erzeugten elementaren Ringsysteme wegen der verschiedenen Breite der Ringe sich nicht decken, es werden durch irgend eine Stelle des Gesichtsfeldes von zahlreichen Elementarsystemen helle, von zahlreichen anderen dunkle Streifen hindurchgehen. Welches ist in diesem Punkte des Gesichtsfeldes das Resultat der Interferenz der durch denselben hindurchgehenden hellen Streifen? Da die Phasendifferenzen wegen der unregelmässigen Vertheilung der Partikelchen völlig unregelmässig sind, so ist das Resultat der Interferenz Helligkeit. Das resultirende Phänomen besteht also aus einem die Lichtquelle umgebenden hellen Scheine, welcher durchaus identisch ist mit jenem hellen Scheine, welcher sich aus den Fraunhofer'schen Ringen entwickelt, wenn die Partikelchen aufhören, gleich gross zu sein.

Es kann also bei schiefer Lage der Bestäubungsebene kein Phänomen Quetelet'scher Streifen entstehen, wenn nicht, und dieser Fall ist von Lommel ausgeschlossen, der wirksame Theil der Bestäubung eine so geringe Ausdehnung hat, dass die Abstände der Partikelchen vom Spiegel als annähernd gleich angenommen werden können. Nur bei paralleler Lage decken sich die Elementarphänomene und erzeugen in bekannter Weise das Phänomen.

Das Resultat seines Versuches gibt Lommel mit den folgenden Worten: „Dreht man jetzt die (bestäubte) Platte um eine verticale durch die Mitte des beleuchteten Theiles der bestäubten Fläche gehende Axe, so bleibt das Ringsystem fortwährend sichtbar, und zwar anfangs ohne merkliche Veränderung; erst wenn der Winkel zwischen der bestäubten Platte und dem Spiegel schon ziemlich beträchtlich geworden ist, bemerkt man eine Abnahme der Lichtstärke und ein Undeutlichwerden der Ringe höherer Ordnung. Wie gross aber auch dieser Winkel werden mag, so behalten die Ringe die nämlichen Durchmesser, welche sie bei der Anfangsstellung besaßen.“

Indem ich den Versuch wiederholte, gelangte ich zu einem Resultate, welches von jenem Lommel's abwich.

Brachte ich die Bestäubungsebene in die Parallellage, so erschien das Gesichtsfeld von ungefähr 10 glänzenden Ringen durchsetzt. Drehte ich die Bestäubungsebene aus der Parallellage heraus, so verschwand das Phänomen, und zwar, wie auch Lommel bemerkte, von aussen nach innen, also die Ringe höherer Ordnung zuerst, so dass bei beträchtlich schiefer Lage der Bestäubungsebene das Gesichtsfeld nur von einer allgemeinen Helligkeit bedeckt war, in welcher, zunächst der Lichtquelle, noch ein bis zwei verschwommene Ringe wahrgenommen werden konnten.

Dieses Resultat war zu erwarten. Für die Parallellage der Bestäubungsebene ist bei einer Entfernung a derselben vom Spiegel der Winkelradius des n^{ten} Ringes gegeben durch die Formel:

$$\varphi = \sqrt{\frac{n\lambda}{2a}}.$$

Wird nun die Bestäubungsebene um einen Winkel ψ gedreht, so hat man für das elementare Ringsystem eines Partikelchens, welches von der Drehungsaxe eine Entfernung $\pm b$ hat:

$$\varphi = \sqrt{\frac{n\lambda}{2(a \pm b \sin \psi)}}.$$

Die elementaren Ringsysteme decken sich also wegen der in der letzten Formel vorkommenden Grösse b nicht mehr. Das Wachsthum der Radien der elementaren Ringe, welches mit der Drehung verbunden ist, ergibt sich durch Differentiation:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \psi} = \mp \frac{n\lambda b \cos \psi}{\sqrt{8n\lambda} (a \pm b \sin \psi)^{\frac{3}{2}}}$$

oder, für kleine Winkel ψ :

$$\partial \varphi = \pm \frac{b \cdot n^{\frac{1}{2}} \cdot \lambda^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{8} \cdot a^{\frac{3}{2}}} \cdot \partial \psi.$$

Betrachtet man zwei Partikelchen zu beiden Seiten der Drehaxe in den Entfernungen $+b$ und $-b$, so haben

sich die Radien der Ringe des einen Partikelchens durch die Drehung um ebenso viel verkleinert, wie sich die des anderen Partikelchens vergrößert haben, woraus sich erklärt, warum die Ringe von derselben Stelle verschwinden, an welcher sie sich bei der Parallaxe befanden. Die Differenz der Radien wird als Maass der Raschheit des Auseinandergehens der Ringe dienen können. Man hat also für dieses Maass:

$$\Delta = \frac{b \cdot n^{\frac{1}{2}} \cdot \lambda^{\frac{1}{2}} \cdot \psi}{\sqrt{2} \cdot a^{\frac{1}{2}}}.$$

Da in dieser Formel die Ordnungszahl des Ringes, n , als Factor im Zähler vorkommt, so müssen die äusseren Ringe zuerst verschwinden. Man kann dies experimentell sehr schön vor Augen führen. Bringt man die Bestäubungsebene etwa durch Drehung um eine verticale Axe in die schiefe Lage, so dass das Phänomen nur in einer allgemeinen Helligkeit besteht, und bringt man einen Carton mit einer verticalen Spaltöffnung auf dem Wege der directen Lichtstrahlen irgendwo zwischen Collimator und Beobachtungsfernrohr an, z. B. unmittelbar vor dem Objectiv des Fernrohrs, so dass nur solche Partikelchen wirksam bleiben, welche nahezu gleiche Entfernung vom Spiegel haben, so erscheinen die Ringe sofort. Führt man die Spaltöffnung vor dem Objective des Fernrohrs vorüber, wobei der Abstand der wirksamen Partikelchen vom Spiegel sich ändert, so sieht man die Ringe sich erweitern oder zusammenziehen, je nach der Richtung der Bewegung. Hierbei bewegen sich die äusseren Ringe schneller als die inneren. Ist $\psi = 0$, so bewegen sich die Ringe nicht. Ist ψ klein, so bewegen sich die Ringe von geringer Ordnungszahl kaum vom Orte; bei völlig geöffnetem Objective bleiben diese dann sichtbar.

Aus der letzten Formel geht auch hervor, von welchen Umständen die Schnelligkeit des Verschwindens der Ringe bei Drehung der Bestäubungsebene abhängt. Sollen die Ringe rasch verschwinden, so dürfen b und ψ nicht zu

klein, α nicht zu gross sein. Also müssen die Bestäubungsfläche und die Objective von Collimator und Fernrohr gross sein, letztere müssen völlig ausgenützt werden. Es muss der Abstand der Drehaxe vom Spiegel klein und gleichwohl der Drehwinkel hinreichend gross sein, weshalb es zweckdienlich erscheint, das Bestäubungsgläschen, wenigstens auf einer Seite, sich nicht weiter ausdehnen zu lassen, als es der wirksame Theil der Bestäubung verlangt.

Die von Lommel gegebene Theorie dieses Falles beruht auf dem unbewiesenen und offenbar unrichtigen Satze: „Wenn das beleuchtete Stück der bestäubten Fläche einen Mittelpunkt oder doch wenigstens ein Paar conjugirte Durchmesser besitzt und die Bestäubung eine gleichmässige ist, so lässt sich analog einem bekannten Satze aus der Theorie der Beugung durch kleine Oeffnungen der Nachweis führen, dass der (aus den Strahlen, welche an den verschiedenen Staubtheilchen gebeugt wurden) resultirende Strahl die nämliche Phase hat wie der durch den Mittelpunkt der beleuchteten Fläche gebeugte Elementarstrahl.“

Auch Lommel hat das Verschwinden der Ringe bei Drehung der Bestäubungsebene bis zu einem gewissen Grade bemerkt. Er sucht dasselbe mit seiner Theorie, mit welcher es im Widerspruche steht, zu vereinen, indem er sagt:

„Da die Beugung vor und nach der Spiegelung an dem nämlichen Schirme vor sich geht, so sind bei paralleler Stellung von Staubfläche und Spiegel die Amplituden der beiden Resultanten einander gleich oder doch nahezu gleich. Bei zunehmender Neigung der Platte bleiben diese Amplituden zwar für kleine Beugungswinkel noch immer nahezu gleich, bei grösseren Beugungswinkeln aber werden sie immer mehr einander ungleich. Dadurch erklärt es sich, dass bei wachsendem Neigungswinkel die Ringe höherer Ordnung undeutlich werden und allmählich von aussen herein verschwinden.“

Diese Erklärung ist jedoch nicht annehmbar. Abgesehen davon, dass die Ungleichheit der Amplituden vorausgesetzt, die Beantwortung der Frage unerlässlich ist, ob diese Ungleichheit quantitativ genügt, die vorhandenen Wirkungen hervorzubringen, ist nicht angedeutet, auf welchem Wege Lommel zur Meinung gelangte, dass bei grösseren Beugungswinkeln die Amplituden immer mehr einander ungleich werden. Wie es scheint, wurde Lommel zu dieser Meinung durch den Umstand veranlasst, dass bei schiefer Stellung der Bestäubungsebene und bei grösseren Beugungswinkeln die interferirenden gebeugten Strahlen gegen den Schirm, an welchem die Beugung erfolgt, ungleich geneigt sind. Dass dies jedoch nicht die Ursache des Verschwindens der Ringe ist, wird sogleich ersichtlich, wenn man einen Carton mit verticaler Spaltöffnung vor das Objectiv des Fernrohrs bringt. Die verschwundenen Ringe erscheinen sofort wieder, obgleich durch das Einschieben des Cartons an den Neigungen der gebeugten Strahlen gegen den beugenden Schirm nichts geändert worden ist.

Lommel erinnert auch an den bekannten Versuch von Sir William Herschel, „welcher Farbenringe auftreten sah, als er vor einem metallenen Hohlspiegel Puder in die Luft streute“. Die Ausstreuung wurde jedoch von Herschel in der Weise vorgenommen, dass die Entfernungen der Partikelchen, aus welchen das Staubwölkchen bestand, vom Spiegel näherungsweise gleich waren. Eine sich bis zum Spiegel erstreckende, gleichmässig dichte Staubmasse würde keine Ringe hervorgebracht haben.

Zwar berechnet Lommel im X. Abschnitte seiner Abhandlung das Phänomen, welches entstehen soll, wenn die eine Fläche eines Prisma bestäubt wird, die andere den Spiegel abgibt. Es wird jedoch als Grundlage der Berechnung schon vorausgesetzt, dass ein Phänomen entsteht und dass dasselbe identisch ist mit dem durch ein mittleres Partikelchen erzeugten elementaren Ring-systeme.

Ich komme zum Schlusse: Das Zustandekommen des Phänomens der Quetelet'schen Streifen ist bei einer Versuchsanordnung, welche jedes Partikelchen an der Erzeugung jedes Theiles des Phänomens theilnehmen lässt, bedingt durch die Congruenz der elementaren Ringsysteme, in Lommel's Falle durch den Parallelismus der Bestäubungsebene mit der Spiegelebene, gleichwie das Zustandekommen des Phänomens der Fraunhofer'schen Ringe bei gleicher Versuchsanordnung durch die Gleichheit der Partikelchen bedingt ist. Eine geringe Abweichung hat in einem wie im anderen Falle wegen des Auseinandergehens der elementaren Ringsysteme eine Verundeutlichung des Phänomens, eine grössere Abweichung das Verschwinden desselben zur Folge.

Man kann das Phänomen der Quetelet'schen Streifen auch derart erzeugen, das jede Stelle des Phänomens auf der Netzhaut des Auges nur durch einige, nebeneinander liegende Staubpartikelchen erzeugt wird.

Dies ist offenbar der Fall, wenn das Phänomen subjectiv mit freiem Auge und aus einiger Entfernung vom Spiegel wahrgenommen wird. Da hier eine Stelle des Phänomens nur durch wenige, nebeneinander liegende Staubtheilchen erzeugt wird, deren Entfernungen vom Spiegel nahezu gleich sind, mag die Bestäubungsfläche eine mit dem Spiegel parallele oder gegen denselben geneigte Ebene, oder mag sie eine wie immer gekrümmte Fläche sein, so wird hier das Entstehen des Phänomens nicht mehr bedingt sein durch den Parallelismus der Bestäubung mit dem Spiegel. Da aber die Breite der Streifen von der Entfernung der Partikelchen vom Spiegel abhängt, so werden die Streifen nicht mehr kreisförmig sein, sondern eine von der Gestalt der Bestäubungsfläche abhängige Gestalt annehmen. Dieser Fall ist analog jenem Falle der Fraunhofer'schen Ringe, wo die Grösse der Partikelchen eine Function des Ortes auf der Fläche ist, über welche die Partikelchen verbreitet sind, und diese Fläche sich in einigem Abstände vom Auge zwischen diesem

und der Lichtquelle befindet, wie dies oft an beschlagenen Glasscheiben angetroffen wird. **Alsdann** erscheinen die Ringe trotz der verschiedenen Grösse der Partikelchen, aber nicht mehr kreisförmig, sondern verzerrt. Um die Quetelet'schen Streifen in dieser Art zu beobachten, genügt es die vom Brennpunkte der Heliostatenlinie kommenden Strahlen durch einen, senkrecht gegen dieselben gestellten **Metallspiegel** oder **Spiegel** aus dunklem Glas in einer Entfernung von etwa 10 m zurückwerfen zu lassen, vor dem Siegel ein drehbares bestäubtes Deckgläschen oder ein bestäubtes durchsichtiges **Plättchen** von beliebiger Gestalt anzubringen, und das durch den Spiegel erzeugte Bild des Brennpunktes in einer unter einem Winkel von etwa 45° gegen die Strahlen zwischen der Linse und dem Deckgläschen angebrachten planparallelen Glasplatte mit freiem Auge aufzusuchen. Dasselbe erscheint dann von dem Phänomen umgeben.

Es ist leicht, diesen Fall der Rechnung zu unterwerfen. Es sei, Taf. III. Fig. 8, $OXYZ$ ein rechtwinkliges Coordinatensystem, XY sei die Ebene des Spiegels, abc , mnp die Coordinaten der Lichtquelle S und des Auges A , wobei c und p als positiv vorausgesetzt werden, $z=f(x, y)$ sei die Gleichung der Bestäubungsfläche, wobei z als positiv und klein vorausgesetzt wird im Vergleiche zu SS' und AA' , xy die Coordinaten einer Stelle T des Phänomens auf dem Spiegel. Von dem Partikelchen T gelangen zwei gebeugte Strahlen TA ins Auge, deren Wegdifferenz, wie man leicht findet:

$$2e(\sin STS' - \sin ATA')$$

ist, wenn e die Entfernung des Partikelchen vom Spiegel bedeutet. Für den n^{ten} Streifen hat man also:

$$n \cdot \frac{\lambda}{2} = \pm 2e(\sin STS' - \sin ATA')$$

oder:

$$\pm n \frac{\lambda}{2} = 2f(x, y) \cdot \left(\frac{c}{\sqrt{c^2 + (x-a)^2 + (y-b)^2}} - \frac{p}{\sqrt{p^2 + (x-m)^2 + (y-n)^2}} \right)$$

und dies ist die Gleichung des n^{ten} Ringes.

Da $x - a$, $y - b$, $x - m$, $y - n$ neben c und p klein sind, hat man auch näherungsweise:

$$\pm n \cdot \frac{\lambda}{2} = 2f(x, y) \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{(x-m)^2 + (y-n)^2}{p^2} - \frac{(x-a)^2 + (y-b)^2}{c^2} \right),$$

also für die Gleichung des n^{ten} Ringes auch:

$$\pm n \cdot \frac{\lambda}{2} = f(x, y) \cdot \left(\frac{(x-m)^2 + (y-n)^2}{p^2} - \frac{(x-a)^2 + (y-b)^2}{c^2} \right).$$

Aus dieser oder der früher erhaltenen Gleichung hat man für den 0^{ten} Ring, d. i. für den achromatischen Ring, dessen Wegdifferenz = 0 ist:

$$\frac{(x-m)^2 + (y-n)^2}{p^2} = \frac{(x-a)^2 + (y-b)^2}{c^2},$$

d. i. die Gleichung des in Taf. III Fig. 9 verzeichneten Kreises. Die Lage des achromatischen Ringes ist sonach von der Gestalt und Lage der Bestäubungsfläche unabhängig.

Lommel hat den von mir oben widerlegten Satz dazu benützt, einen Beweis für die Beugungstheorie herzustellen. Allein mit jenem Satze fällt auch der aus ihm gezogene Beweis.

Ich erinnere deshalb an einen von mir in meiner ersten Abhandlung über den Gegenstand erbrachten Beweis, welcher jede andere, als die Beugungstheorie ausschliesst. Wendet man Lycopodiumbestäubung an, so entstehen gleichzeitig die Fraunhofer'schen Ringe. Schon Stockes hat erkannt, dass nach der Beugungstheorie die beiden Phänomene sich so zu einander verhalten müssen, dass immer dort, wo eine helle Stelle des einen Phänomens mit einer dunklen des anderen zusammentrifft, das combinirte Phänomen eine dunkle Stelle aufweist, so dass letzteres bei Anwendung homogenen Lichtes als ein dunkles Netz auf hellem Grunde erscheint. Ich füge hinzu, dass, wenn die Fraunhofer'schen Ringe durch gebeugtes Licht

entstehen, und dies kann als erwiesen gelten, die Quetelet'schen Streifen aber durch Licht von anderer Natur, gleichgültig von welcher, beispielsweise durch regelmässig oder diffus reflectirtes oder gebrochenes Licht, die beiden Phänomene bei ihrer Uebereinanderlagerung sich so zu einander verhalten müssen, dass immer dort, wo eine helle Stelle des einen Phänomens mit einer dunklen des anderen zusammentrifft, das combinirte Phänomen eine helle Stelle aufweist, so dass letzteres bei Anwendung homogenen Lichtes als ein helles Netz auf dunklem Grunde erscheint. Es liegt also hier ein Experimentum crucis vor. Der von mir angestellte Versuch hat ein dunkles Netz auf hellem Grunde ergeben, wie es die Beugungstheorie verlangt. Zwar gelangten die beiden Physiker, welche vor mir *Lycopodiumbestäubung* anwendeten, nicht zu übereinstimmenden Resultaten, indem Stokes ein dunkles Netz auf hellem Grunde erhielt, Mousson aber fand, dass die Quetelet'schen Streifen sich nur „im inneren dunklen Raume der Fraunhofer'schen Ringe“ vorfinden. Allein Mousson's Angaben beruhen auf einem doppelten Irrthume. Einmal besteht der centrale Theil der Fraunhofer'schen Ringe nicht, wie Mousson glaubt, aus einem dunklen Raume, sondern aus einem hellen, einer Aureole. So verlangt es die bekannte Theorie dieses Phänomens und lehrt es der Versuch. In der That, hätte Mousson bei seinem Versuche das Auge um ein Geringes senkrecht zur Richtung der directen Lichtstrahlen verschoben, wobei die Quetelet'schen Streifen verschwinden, die Fraunhofer'schen Ringe aber nicht, so würde sich gezeigt haben, dass nicht in einem inneren dunklen Raume der Fraunhofer'schen Ringe die hellen Streifen verschwinden, sondern in der Aureole der Fraunhofer'schen Ringe die dunklen Streifen, so dass die Aureole übrig bleibt, welche zu den Fraunhofer'schen Ringen gehört. Unrichtig ist ferner, dass die Quetelet'schen Streifen sich nicht über die Aureole hinauserstrecken. Dies findet nur statt bei einer unvollkommenen Erzeugung des Phäno-

mens. Stellt man die Bedingungen des Entstehens der Quetelet'schen Streifen in vollkommenem Maasse her, so erstrecken sich die Quetelet'schen Streifen allerdings durch die Ringe hindurch, ja selbst weit über dieselben hinaus. Dies bedingt keinen Widerspruch und rührt daher, dass der geometrische Ort der Wegdifferenz gleich Null für die beiden Phänomene ein verschiedener ist. Ich habe an anderem Orte gezeigt, dass, wie im Beugungsphänomen zweier gleicher, kreisrunder Oeffnungen die Ringe den Fraunhofer'schen Ringen, so die Streifen den Quetelet'schen Streifen ihrer Entstehungsweise nach entsprechen. In der That kann man auch hier jenes Uebergreifen der Streifen über die Ringe bemerken.

Wenn Lommel bei Anwendung farbiger Pulver keine Einwirkung auf die Färbung des Phänomens wahrnahm, so erscheint hierdurch so wenig, als durch das Stokes'sche Experiment die, unter anderen von Babinet vertretene Ansicht widerlegt, es werde das Phänomen durch streifend reflectirtes Licht erzeugt. — Letztere Ansicht steht allerdings im Widerspruche mit der von Lommel angeführten Thatsache, dass das Phänomen in vorzüglicher Weise durch Behauchung erzeugt wird, wenn man annehmen will, dass die Ränder der Wassertüpfchen so genaue Kanten bilden, dass das streifend reflectirte Licht nicht in Betracht kommt.

VIII. *Temperaturfläche der Kohlensäure; von A. Ritter.*

Für gasförmige Kohlensäure oder überhitzten Kohlendampflässt sich die Beziehung zwischen Druck, specifischem Volumen und absoluter Temperatur annäherungs-