

**V. Beobachtungen über die Zerreißungsfestigkeit
von Steinsalz; von A. Sella und W. Voigt.**

(Mitgetheilt von W. Voigt. Aus den Gött. Nachr. 1892, Nr. 14, p. 494.)

Ueber das in der Ueberschrift genannte Problem liegt eine überaus mühsame Untersuchung von Hrn. L. Sohncke¹⁾ vor, die schon deshalb ein besonderes Interesse verdient, weil sie eine der ersten gewesen ist, welche überhaupt die Einwirkung mechanischer Kräfte auf krystallinische Körper studirt haben. Eine vollständige Aufklärung der dabei vorliegenden Verhältnisse erbracht zu haben, beansprucht der Verfasser selbst nicht, und so dürfte schon um der auch ihm noch zweifelhaft gebliebenen Fragen willen eine Wiederaufnahme seiner Experimente wünschenswerth erscheinen. Was mich aber besonders zu dieser Untersuchung antrieb, war meine, auch durch die im hiesigen Institut ausgeführten Beobachtungen des Hrn. Kowalski²⁾ genährte, Ueberzeugung, dass die eigentlichen *Bedingungen* für die gewaltsame Trennung des Zusammenhanges uns nicht einmal bei *isotropen* Körpern bekannt sind. Ich hegte die leise Hoffnung, dass, wie bezüglich der Elasticität erst das Studium der Krystalle uns die Mittel zum vollen Verständniss der Erscheinungen geliefert hat, welche die isotropen Körper zeigen, auch betreffs der Festigkeit ähnliches stattfinden möchte. Wenn nicht alles trügt, haben die im Folgenden mitgetheilten Beobachtungen am Steinsalz bereits in dieser Hinsicht einen Beitrag geliefert.

Hr. Sohncke hat rechteckige Prismen von Steinsalz, welche mit ihren Enden in geeignete Fassungen eingekittet waren, durch Zugkräfte zerrissen, die parallel der Prismenaxe ausgeübt wurden. Damit die Trennung nicht innerhalb der Fassungen eintrat, waren die Stäbchen in ihrem mittleren Theile dünner gefeilt. Die Zerreißung fand hierbei so gut wie immer nach Würfelflächen statt; nur wenn die verdünnte

1) L. Sohncke, Pogg. Ann. **137**. p. 177. 1869.

2) Kowalski, Wied. Ann. **36**. p. 307. 1889.

Stelle die Form einer kurzen und dünnen Platte zwischen zwei dicken Klötzen hatte, wurden einige Male andere Rissflächen bemerkt; wir wollen diese Fälle aber zunächst ausser Betracht lassen.

Die numerischen Resultate, welche Hr. Sohncke erhielt, sind die folgenden:

Stabaxe	Querschnitt q	Tragfähigkeit p pro 1 qmm
1) Würfelnormale	$7,6 < q < 14,6$ qmm	35,0 Loth
2) Pyramidenwürfelnormale	$3,2 < q < 6,46$ „	66,6 „
3) Granatoedernormale	$5,2 < q < 10,4$ „	69,7 „
4) Octaedernormale	$2,2 < q < 5,15$ „	75,2 „

Dabei ist zu bemerken, dass die zweite Reihe nicht bei Stäben von quadratischem Querschnitt erhalten ist, sondern bei solchen, wo der dünnere Theil die Form einer kurzen Platte von 4—6 mm Breite und 0,75—1,70 mm Dicke besass. Die Beobachtungen, aus welchen die vorstehenden Zahlen die Mittel sind, weichen bedeutend, bei den letzten drei Reihen bis nahe um 50 Proc., von einander ab.

Hr. Sohncke vermuthet, dass nur die Grösse der Componente der Zugkraft normal zur Spaltungsfläche für die Trennung des Zusammenhanges massgebend ist, und schliesst daraus, dass dann die Tragfähigkeit \bar{p} in beliebiger Richtung durch die Tragfähigkeit p_0 parallel der Würfelnormale gegeben sein müsste nach der Formel

$$\bar{p} = \frac{p_0}{\cos^2(a, w)},$$

worin (a, w) den Winkel zwischen der Stabaxe und der Würfelnormalen senkrecht zur Bruchfläche bezeichnet.

Berechnet man nach dieser Formel aus der ersten Beobachtung, welche für p_0 den Werth 35,0 Loth ergibt, die drei letzten Beobachtungen, so erhält man resp. 43,8, 70,0 und 105 Loth — Zahlen, welche den Autor gegen die gemachte Voraussetzung misstrauisch machen, und welche deutlich hervortreten lassen, dass die vorliegenden Verhältnisse noch weitaus nicht aufgeklärt sind.

Für die Wiederaufnahme der Beobachtungen war zu überlegen, ob und wie von den bei den früheren Beobachtungen wirkenden Fehlerquellen die wichtigsten sich vermeiden liessen.

Von ihnen halte ich für die bedenklichste die von Hrn. Sohncke selbst hervorgehobene Gefahr, dass bei dem Zerreißen durch die ausgeübte Zugkraft nicht nur eine gleichförmige Längsdehnung, sondern daneben noch eine Biegung des untersuchten Stabes bewirkt wird. Der Einfluss, welchen eine nicht ganz centrisch wirkende Kraft besitzt, lässt sich leicht theoretisch auswerthen.

Es liege die Z -Axe in der Stabaxe, $z = c_1$ und $z = c_2$ entspreche zwei Querschnitten diesseits und jenseits der Rissfläche. Dann kann man jederzeit für die in dem Prisma $c_1 < z < c_2$ wirkenden Moleculardrucke den Ansatz machen

$$X_x = Y_y = 0, \quad Z_z = -(f_1 x + f_2 y + f_3), \quad Y_z = Z_x = X_y = 0,$$

welcher zugleich den Hauptgleichungen und den Grenzbedingungen der Elasticität genügt. Wegen der allgemeinen Gleichungen

$$-x_x = s_{11} X_x + s_{12} Y_y + s_{13} Z_z + s_{14} Y_z + s_{15} Z_x + s_{16} X_y,$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

in denen die $s_{k h}$ die Elasticitätsmoduli der Substanz in Bezug auf das im Prisma feste System X, Y, Z bezeichnen, gibt dies:

$$\begin{aligned} x_x &= s_{13} (f_1 x + f_2 y + f_3), & y_z &= s_{43} (f_1 x + f_2 y + f_3), \\ y_y &= s_{23} (f_1 x + f_2 y + f_3), & z_x &= s_{53} (f_1 x + f_2 y + f_3), \\ z_z &= s_{33} (f_1 x + f_2 y + f_3), & x_y &= s_{63} (f_1 x + f_2 y + f_3). \end{aligned}$$

Der hieraus folgende Werth der linearen Dilatation λ in der durch die Cosinus α, β, γ gegebenen Richtung lautet:

$$\lambda = (f_1 x + f_2 y + f_3) (\alpha^2 s_{13} + \beta^2 s_{23} + \gamma^2 s_{33} + \beta \gamma s_{43} + \gamma \alpha s_{53} + \alpha \beta s_{63}).$$

Die Grösse der gesammten auf einen Querschnitt q ausgeübten Zugkraft Z ist gegeben durch

$$Z = - \int Z_z dq,$$

die Coordinaten ξ, η ihres Angriffpunktes durch

$$\xi Z = - \int Z_z x dq, \quad \eta Z = - \int Z_z y dq.$$

Ist der Querschnitt q ein Rechteck von den Seiten $2a$ und $2b$ parallel X und Y , so wird $q = 4ab$ und

$$Z = f_3 q,$$

$$\xi Z = f_1 q \frac{a^2}{3}, \quad \eta Z = f_2 q \frac{b^2}{3}$$

oder

$$f_1 = \frac{3\xi f_2}{a^2}, \quad f_2 = \frac{3\eta f_1}{b^2}.$$

Betrachtet man nun die Grösse der inneren Spannung Z_z oder eine ihrer Componenten als maassgebend für das Zerreißen, so gibt die Formel

$$Z_z = \frac{Z}{q} \left(1 + \frac{3\xi x}{a^2} + \frac{3\eta y}{b^2} \right)$$

den Einfluss der excentrischen Lage des Angriffspunktes an. Bei centrischer Lage ist ξ und η gleich 0, also die Spannung auf dem Querschnitt constant $= Z/q$, bei excentrischer ist sie in den Ecken $x = \pm a, y = \pm b$ um den Bruchtheil

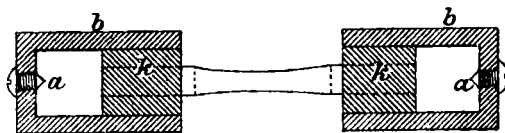
$$3 \left(\pm \frac{\xi}{a} \pm \frac{\eta}{b} \right)$$

grösser. Um den gleichen Bruchtheil ist also die Tragfähigkeit verringert.

Man erkennt ohne weiteres, dass hier eine Quelle enormer Fehler vorliegt; sind die Seitenlängen $2a$ und $2b$ je gleich 2 mm, so gibt eine Excentricität $\xi = \eta = 0,1$ mm einen Fehler von $3/5$ des Gesamtbetrages. Ein solcher Fehler war aber bei Hrn. Sohneke's Einrichtung gar nicht zu vermeiden.

Die Rechnung führt auf das analoge Resultat, wenn man statt der Spannung die lineare Dilatation in irgend einer Richtung als maassgebend für das Zerreißen betrachtet.

Hiernach musste es meine erste Sorge sein, eine Einrichtung zu treffen, die eine centrische Belastung einigermaassen sicherte. Dies suchte ich auf folgende Weise zu erreichen (vgl. d. Fig.).



In der Dicke der zu untersuchenden Prismen wurde ein stählerner Dorn hergestellt und mit diesem in zwei vierkantige Messingklötze k, k je ein nahezu quadratisches Loch eingeschlagen. Hierauf wurden an die Klötze kräftige Messingbügel b, b gelöthet und die so hergerichteten Klötze auf den

auf der Drehbank genau laufend eingespannten Dorn aufgesetzt. Jetzt liess sich durch den Bügel bei *a* ein Loch bohren, dessen Axe genau in die Axe des Dornes fiel, und eine gehärtete Schraube einfügen, deren stumpfwinkelige Spitze nun auch in die Axe der vierkantigen Oeffnung der Fassung lag. Die Stäbchen wurden in zwei gleiche genau anschliessende Fassungen mit Wachs-Kolophonium-Kitt befestigt und dann mit der Schraube der oberen Fassung auf einen horizontal zwischen zwei Stellischen liegenden Stahlstab aufgehängt; auf die Spitze der unteren Schraube wurde ein geeignet gestalteter Bügel gelegt, welcher die Wagschale trug, die zum Aufnehmen des belastenden Gewichtes bestimmt war. Auf diese Weise war wohl so vollkommen, als überhaupt technisch möglich, die centriscbe Belastung und damit die gleichförmige Spannung des Stäbchens über den Querschnitt erreicht. Wie gross die übrigbleibenden Fehler noch waren, liess sich nicht bestimmen; jedenfalls erschienen die stark gespannten Stäbe bei der Betrachtung im polarisirten Lichte vor einem Glimmerblättchen vollständig homogen gefärbt.

Die Genauigkeit hätte sich nach der obigen Formel durch eine Vergrösserung des Querschnittes steigern lassen. Indessen war hier eine ziemlich tief liegende Grenze durch den Umstand gegeben, dass mit dem Querschnitt die Grenzbelastung wächst und der Kitt auch bei Zusatz von viel Kolophonium nicht mehr hielt, wenn ein Gewicht von ca. 20 kg am Stäbchen wirkte. Harter Kitt verlangte überdies grössere Hitze bei der Verwendung und steigerte so die Gefahr des Zerspringens der Krystallpräparate. Wir haben uns demgemäss meist auf Querschnitte zwischen 4 und 9 qm und Belastungen unterhalb 12 kg beschränkt. —

Eine weitere Fehlerquelle scheint mir bei den Sohncke'schen Beobachtungen die Form der Stäbchen zu bieten.

Dieselbe zeigte, wie oben gesagt, ein dünnes mittleres Prisma zwischen zwei dickeren Endprismen, welche in die Fassungen gekittet wurden. Aber es ist bei dieser Gestalt, und zwar um so mehr, je kürzer das mittlere Stück gegen seine Dicke ist, durchaus unwahrscheinlich, dass an der Bruchstelle die Spannung sich gleichmässig über den Querschnitt vertheilt, wie dies doch die Voraussetzung der ganzen Be-

rechnung ist. Ferner waren die Stäbchen nur mit der Feile bearbeitet, also höchst wahrscheinlich an der Oberfläche, und zwar je nach der Orientirung in verschiedener Weise, mit feinen Sprüngen und Rissen bedeckt, und diese können sehr leicht ein vorzeitiges Brechen veranlassen, selbst wenn sie nur wenig tief gehen.

Beide Uebelstände suchte ich auf folgende Weise zu umgehen.

Nachdem die Stäbe in regelmässiger prismatischer Form mattgeschliffen hergestellt waren, wurden auf ihren vier Seitenflächen mittels eines Cylinders von ca. 20 cm Durchmesser flache Höhlungen eingeschliffen, sodass jeder Stab nach der Mitte hin sich sehr allmählich verjüngte (vgl. d. Fig.). Dass die Höhlungen auf allen vier Seiten gleich tief waren und gleichmässig lagen, war dann gewährleistet, wenn ihre oberen und unteren Begrenzungen sich rings um das Stäbchen her genau an einander anschlossen. Diese Höhlungen wurden fein polirt, um alle oberflächlichen Störungen zu vermeiden.

Bei den zuerst angefertigten Stäbchen (I Nr. 1—6, IV, V, VI, VII, VIII, IX) waren die Höhlungen etwa 20 mm lang und 0,5 mm tief; da bei ihnen aber das Zerreißen meist nahe bei der dünnsten Stelle eintrat, so wurden der leichteren Herstellung wegen bei den späteren (I Nr. 7—12, II, III, X, XI, XII, XIII) die Höhlungen nur etwa 12 mm lang und 0,15 mm tief eingeschliffen. Diese geringe Verdünnung der Stäbchen nach der Mitte zu hat sich aber in einigen Fällen als nicht ganz ausreichend erwiesen; wenigstens geschah hier das Zerreißen häufig gerade an einer Grenze der Höhlung.

Die Firma Dr. W. Steeg und Reuter hat nach der gegebenen Anweisung die Präparate in ausgezeichneter Weise hergestellt, und ich glaube, dass hierdurch auch in Hinsicht auf das Beobachtungsmaterial das überhaupt Mögliche erreicht ist.

Die Belastung geschah durch langsam zufließendes Quecksilber, das aus einem am Ende *horizontal* umgebogenen engen Rohr in das auf der Wagschale stehende Gefäß floss, ohne so durch seine Geschwindigkeit einen verticalen Stoss auszuüben. Im Moment des Zerreißens wurde der Zufluss durch Drehen eines Hahnes unterbrochen. Um einen etwaigen Ein-

fluss länger andauernder Belastung zu vermeiden, wurde von Anfang an ein solches Gewicht auf die Wagschale gelegt, dass der ganze Versuch in einigen Minuten zu Ende ging; ein Einfluss der innerhalb dieser Grenzen noch variirenden Dauer konnte nicht bemerkt werden.

Durch alle diese Vorsichtsmaassregeln ist zwar die Uebereinstimmung unserer Beobachtungen unter sich erheblich besser geworden, sie erreicht aber doch noch längst nicht das sonst bei physikalischen Messungen, z. B. Elasticitätsuntersuchungen, erreichbare Maass. Der Grund ist leicht einzusehen. Bei den Elasticitätsbeobachtungen ist die gemessene Grösse (z. B. der Pfeil der Biegung eines Stabes) das Product des gesetzmässigen Zusammenwirkens *aller* Theile des deformirten Körpers; infolge dessen kommen locale Störungen, Inhomogenitäten, Sprünge u. dgl. in kaum merklicher Weise zur Wirkung. Bei den Festigkeitsbestimmungen sind dagegen eben jene localen Störungen das eigentlich Ausschlaggebende; an einer fehlerhaften und geschwächten Stelle beginnt der Sprung, der sich unaufhaltsam ausbreitet, wie das schon daraus hervorgeht, dass in den meisten Fällen der Riss nicht genau durch die am meisten gespannte dünnste Stelle des Präparates hindurchgeht, sondern mitunter erheblich seitwärts verläuft. Ob solche fehlerhafte Stellen im Material selbst liegen oder durch die Bearbeitung entstanden sind, ist selten zu entscheiden; bemerkenswerth ist, dass die am schlechtesten übereinstimmenden Reihen an Stäbchen erhalten sind, die keine vollständig ebenen Spaltungsflächen zeigten, und dass mehrfach Stäbchen, welche schon vor der Beobachtung wegen kleiner Vertiefungen in der polirten Oberfläche, die wohl von Hohlräumen im Steinsalz herrührten, als verdächtig notirt waren, schliesslich in der That eine besonders geringe Tragfähigkeit erwiesen.

Von den Beobachtungen ist der grössere Theil von Hrn. Sella ausgeführt, der kleinere von mir.

Die Untersuchung complicirte sich ausserordentlich durch einen Umstand, dessen Entdeckung wir als das wichtigste Resultat unserer Arbeit betrachten.

Die Beobachtungen haben nämlich mit voller Sicherheit erwiesen, dass die Tragfähigkeit eines rechteckigen Prismas von krystallinischer Substanz nicht allein von der Orientirung der

Prismenaxe, parallel welcher der Zug wirkt, abhängt, sondern in sehr starkem Maasse auch von der Orientirung der das Prisma begrenzenden Seitenflächen.

Diese ganz überraschende Thatsache widerlegt mit einem Schlage die oben citirte Vermuthung Hrn. Sohncke's, dass der Werth der Componente des auf das Prisma ausgeübten Zuges senkrecht zur Spaltungsfläche, längs deren der Bruch geschieht, für die Trennung des Zusammenhanges maassgebend sei, — denn offenbar ist diese Componente von der Orientirung der Seitenflächen ganz unabhängig, — sie gibt auch dem gestellten Problem eine viel grössere principielle Bedeutung.

Die durch sie bedingte Complication der Verhältnisse verlangte, um nur einigermaassen die stattfindenden Gesetzmässigkeiten hervortreten zu lassen, eine sehr grosse Anzahl verschiedener Messungen, aber selbst die benutzten 13 verschiedenen Orientirungen geben noch keinen vollständigen Ueberblick. Wahrscheinlich ist ein solcher nur durch die Verbindung theoretischer Betrachtungen mit den Beobachtungen zu gewinnen, und als Material zur Prüfung einer zu erwartenden Theorie sind die im Folgenden mitgetheilten Zahlen in erster Linie zu betrachten.

Die folgenden Tafeln enthalten zunächst eine kurze Charakteristik der einzelnen Gattungen von Stäbchen und eine geometrische Darstellung ihrer Orientirung. Für letztere sind auf Kugelflächen, welche in bekannter Weise durch die Hauptaxenebenen (Würfebenen) der Krystallform getheilt sind, die Richtungen der Längsaxen der untersuchten Stäbe, parallel welchen der Zug ausgeübt wurde, durch von kleinen Kreisen umschlossene Punkte, die Richtungen ihrer Querdimensionen, durch Kreuze bezeichnet. So gibt ein Blick auf die Figur das vollständige Bild der Orientirung der betreffenden Präparate.

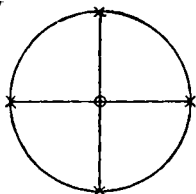
Ferner sind die Stäbchen jeder Gattung in der Reihenfolge ihrer Beobachtung aufgeführt, für jedes einzelne die Querdimensionen der dünnsten Stelle und der daraus berechnete Querschnitt q , das Gewicht \bar{P} , bei welchem das Zerreißen eintrat, und die hieraus folgende Grenzspannung oder Tragfähigkeit pro Flächeneinheit $\bar{p} = \bar{P}/q$ mitgetheilt. Als Längen-

einheit ist das Millimeter, als Gewichtseinheit das Gramm gewählt.

Dass zur Berechnung von p nicht der Querschnitt an der Bruchstelle, sondern der *kleinste* Querschnitt des Stäbchens benutzt ist, rechtfertigt sich dadurch, dass das Zerreißen an einer andern, als der schwächsten Stelle nur durch einen Fehler des Materiales bewirkt werden kann, und dass jedenfalls an der dünnsten Stelle eine Spannung $\bar{p} = \bar{P}/q$ gewirkt hat, *ohne* das Zerreißen dort zu bewirken.

Da die Uebereinstimmung der erhaltenen Werthe \bar{p} im allgemeinen nicht bedeutend ist, so sind alle mitgetheilten Zahlen auf drei Decimalstellen abgekürzt.

I



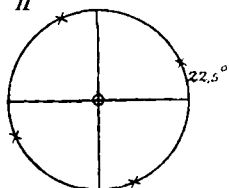
Zugrichtung parallel einer Hauptaxe, Querdimensionen parallel den anderen, Orientirung gut. Bruch nach einer ebenen, glänzenden Spaltungsfläche.

Nr.	q	\bar{P}	p	Bruchstelle
1)	$2,25 \times 2,40 = 5,39$	328 ₀	608	ca. 0,5 mm von der Mitte
2)	$2,27 \times 2,39 = 5,43$	305 ₀	562	1 " "
3)	$2,24 \times 2,40 = 5,36$	307 ₀	572	0,5 " "
4)	$2,21 \times 2,38 = 5,27$	308 ₀	584	0,6 " "
6)	$2,25 \times 2,39 = 5,38$	306 ₀	568	0,7 " "
7)	$2,93 \times 3,06 = 8,95$	512 ₀	566	2,5 " "
9)	$2,94 \times 3,06 = 9,08$	530 ₀	588	fast centrisch
10)	$2,95 \times 3,06 = 9,03$	484 ₀	537	"
11)	$2,93 \times 3,06 = 8,98$	499 ₀	556	1 mm von der Mitte

Mittelwerth $\bar{p} = 571$.

Ausgeschlossen ist Nr. 5, welches bei $q = 5,39$, $\bar{p} = 529$ ergab, da es in zu weiten Fassungen eingekittet und demgemäss schlecht centrirt war, Nr. 8 mit $q = 9,05$, $\bar{p} = 423$ wegen einer ziemlich grossen Grube auf der Mitte der einen Fläche, Nr. 12 mit $q = 8,98$, $\bar{p} = 500$ wegen unregelmässiger Bruchfläche, die auf Störung der Krystallsubstanz an der Bruchstelle deutete. Ueberhaupt zeigten die dickeren Stäbchen, welche aus einem anderen Stück gefertigt waren, als die dünneren, meist kleine Schäden, einzelne feine Poren auf den Flächen und kleine Scharten in den Kanten.

II

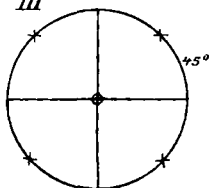


Zugrichtung parallel einer Hauptaxe, Querdimensionen um $22\frac{1}{2}^{\circ}$ gegen die anderen geneigt; Orientirung gut. Bruch nach einer ebenen, glänzenden Spaltungsfläche.

Nr.	q	P	\bar{p}	Bruchstelle
1)	$2,16 \times 2,19 = 4,73$	312 ₀	660	ca. 0,5 mm von der Mitte
2)	$2,17 \times 2,18 = 4,73$	336 ₀	710	„ 1,4 „ „
3)	$2,16 \times 2,17 = 4,68$	317 ₀	678	„ 0,2 „ „
4)	$2,16 \times 2,17 = 4,68$	340 ₀	726	„ 1,4 „ „
5)	$2,16 \times 2,18 = 4,71$	355 ₀	753	„ in der Mitte
6)	$2,15 \times 2,16 = 4,64$	335 ₀	721	„ 1,2 „ von der Mitte
7)	$2,17 \times 2,18 = 4,73$	354 ₀	748	„ 0,8 „ „

Mittelwerth $\bar{p} = 714$.

III

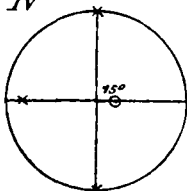


Zugrichtung parallel einer Hauptaxe, Querdimensionen um 45° gegen die anderen geneigt; Orientirung gut. Bruch nach einer ebenen, glänzenden Spaltungsfläche.

Nr.	q	P	\bar{p}	Bruchstelle
1)	$2,19 \times 2,21 = 4,84$	457 ₀	945	ca. 1,6 mm von der Mitte
2)	$2,18 \times 2,18 = 4,76$	434 ₀	913	„ 0,2 „ „
3)	$2,19 \times 2,19 = 4,80$	433 ₀	903	„ 0,8 „ „
4)	$2,22 \times 2,22 = 4,92$	422 ₀	858	„ 0,6 „ „
5)	$2,19 \times 2,20 = 4,82$	454 ₀	941	„ 0,8 „ „
6)	$2,20 \times 2,21 = 4,86$	433 ₀	890	„ in der Mitte
7)	$2,19 \times 2,21 = 4,84$	468 ₀	967	„ 1,8 „ von der Mitte

Mittelwerth $\bar{p} = 917$.

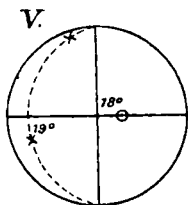
IV



Zugrichtung in einer Würfelebene um 15° gegen eine Hauptaxe geneigt, eine Querdimension in derselben Würfelebene; Orientirung gut. Bruch nach einer ebenen, glänzenden Spaltungsfläche.

Nr.	q	\bar{P}	\bar{p}	Bruchstelle
1)	$2,34 \times 2,37 = 5,54$	307 ₀	554	ca. 0,6 mm von der Mitte
2)	$2,35 \times 2,39 = 5,62$	305 ₀	543	„ 0,4 „ „
3)	$2,36 \times 2,40 = 5,64$	282 ₀	500	„ in der Mitte
4)	$2,35 \times 2,41 = 5,66$	329 ₀	582	„ 0,3 „ von der Mitte
5)	$2,34 \times 2,41 = 5,63$	331 ₀	588	„ 0,4 „ „

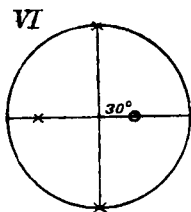
Mittelwerth $\bar{p} = 553$.



Zugrichtung in einer Würfelebene um 18° gegen eine Axe geneigt, eine Querdimension im Winkel 19° gegen dieselbe Würfelebene; Orientirung befriedigend. Bruch nach einer glänzenden, ebenen Spaltungsfläche.

Nr.	q	\overline{P}	\overline{p}	Bruchstelle
1)	$2,71 \times 2,83 = 7,67$	345 ₀	450	ca. 1 mm von der Mitte
2)	$2,65 \times 2,74 = 7,26$	357 ₀	492	„ 0,5 „ „
3)	$2,66 \times 2,78 = 7,40$	315 ₀	425	„ 0,5 „ „
4)	$2,67 \times 2,77 = 7,39$	365 ₀	494	„ 2 „ „
5)	$2,69 \times 2,72 = 7,31$	354 ₀	489	„ 0,7 „ „
6)	$2,68 \times 2,75 = 7,37$	346 ₀	469	„ 0,5 „ „

Mittelwerth $\overline{p} = 470$.

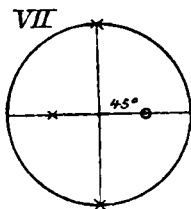


Zugrichtung in einer Würfelebene im Winkel 30° gegen eine Hauptaxe, eine Querdimension in derselben Würfelebene; Orientirung gut. Bruch nach einer meist ebenen Spaltungsfläche.

Nr.	q	\overline{P}	\overline{p}	Bruchstelle
1)	$2,40 \times 2,40 = 5,75$	425 ₀	739	ca. 2 mm von der Mitte
2)	$2,40 \times 2,45 = 5,89$	419 ₀	712	„ 0,8 „ „
3)	$2,41 \times 2,45 = 5,90$	441 ₀	747	„ 0,2 „ „
5)	$2,41 \times 2,45 = 5,90$	456 ₀	773	„ 0,4 „ „
6)	$2,39 \times 2,43 = 5,81$	414 ₀	713	„ 1,2 „ „

Mittelwerth $\overline{p} = 737$.

Ausgeschlossen ist Nr. 4 mit $q = 5,86$ und $\overline{p} = 678$ wegen stark unebener Bruchfläche.

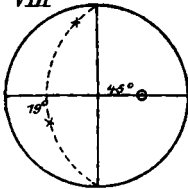


Zugrichtung in einer Würfelebene unter 45° gegen eine Hauptaxe, eine Querdimension in derselben Würfelebene; Orientirung gut. Bruch nach ein, zwei oder vier meist ebenen und glänzenden Spaltungsflächen, die häufig das Stäbchen durchsetzen, sodass es in mehr als zwei Stücke zerfiel.

Nr.	q	\bar{P}	\bar{p}	Bruchstelle	Bruchfläche
1)	$2,00 \times 2,05 = 4,10$	428 ₀	104 ₀	ca. 0,5 mm von der Mitte	1
2)	$2,01 \times 2,04 = 4,11$	479 ₀	117 ₀	" 2 " "	1
3)	$2,00 \times 2,00 = 3,99$	483 ₀	121 ₀	" 3,5 " "	1
4)	$2,00 \times 2,02 = 4,04$	433 ₀	107 ₀	" nahe der Mitte	1
5)	$1,96 \times 2,04 = 4,00$	471 ₀	118 ₀	" 2 " von der Mitte	2
6)	$1,99 \times 2,01 = 4,01$	421 ₀	105 ₀	" 1,5 " "	1
7)	$2,04 \times 2,04 = 4,16$	552 ₀	132 ₀	" 0,5 " "	4

Mittelwerth $\bar{p} = 1150$.

VIII



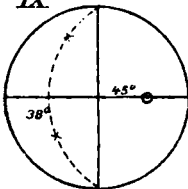
Zugrichtung in einer Würfelebene, um 45° gegen eine Hauptaxe, eine Querdimension um 19° gegen dieselbe Würfelebene geneigt; Orientirung gut. Bruch meist nach zwei verzerrten Spaltungsflächen.¹⁾

Nr.	q	\bar{P}	\bar{p}	Bruchstelle
1)	$2,75 \times 2,77 = 7,62$	1193 ₀	157 ₀	ca. 2 mm von der Mitte
2)	$2,69 \times 2,77 = 7,47$	1203 ₀	161 ₀	" nahe der Mitte
4)	$2,67 \times 2,72 = 7,28$	1125 ₀	155 ₀	" 1 " von der Mitte
5)	$2,67 \times 2,72 = 7,27$	1269 ₀	175 ₀	" 2 " "

Mittelwerth $\bar{p} = 1620$.

Ausgeschlossen ist Nr. 3 mit $q = 7,63$, $\bar{p} = 1180$ wegen der auffälligen Kleinheit des letzteren Werthes; ein Schaden war im Voraus am Stäbchen nicht wahrzunehmen.

IX

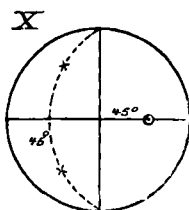


Zugrichtung in einer Würfelebene, um 45° gegen eine Hauptaxe, eine Querdimension um 38° gegen dieselbe Würfelebene geneigt; Orientirung befriedigend. Bruch gewöhnlich nach zwei unebenen Spaltungsflächen.

Nr.	q	\bar{P}	\bar{p}	Bruchstelle
1)	$2,51 \times 2,65 = 6,66$	1151 ₀	173 ₀	nahe der Mitte
2)	$2,51 \times 2,62 = 6,57$	1077 ₀	164 ₀	ca. 3 mm davon
3)	$2,53 \times 2,66 = 6,72$	1121 ₀	167 ₀	nahe der Mitte
4)	$2,55 \times 2,63 = 6,69$	1115 ₀	167 ₀	"
5)	$2,54 \times 2,65 = 6,74$	1320 ₀	196 ₀	ca. 2 mm davon.

Mittelwerth $\bar{p} = 1730$.

1) Bei den Stäbchen der Gattungen VIII, IX und X durchsetzten die beiden Spaltungsflächen häufig das Stäbchen nicht ganz, sondern trafen sich in der Mitte. Die hier entstehende Kante erschien öfter durch eine schmale Fläche von unregelmässiger Form — ungefähr einer Gratoederfläche parallel verlaufend — abgestumpft.

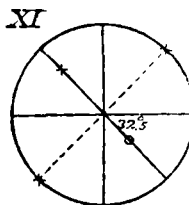


Zugrichtung in einer Würfelebene unter 45° gegen eine Hauptaxe, die Querdimensionen um 45° gegen dieselbe Würfelebene geneigt; Orientirung befriedigend. Bruch meist nach zwei unebenen Spaltungsflächen, die sich miteinander kreuzen.

Nr.	q	\bar{P}	\bar{p}	Bruchstelle
1)	$2,18 \times 2,25 = 4,90$	874 ₀	178 ₀	ca. 4 mm von der Mitte
2)	$2,18 \times 2,21 = 4,81$	896 ₀	186 ₀	„ 4 „ „
3)	$2,18 \times 2,22 = 4,85$	881 ₀ (?)	182 ₀	„ 4 „ „
4)	$2,19 \times 2,21 = 4,83$	862 ₀	179 ₀	„ 4 „ „
5)	$2,20 \times 2,21 = 4,85$	920 ₀	190 ₀	nahe der Mitte
6)	$2,18 \times 2,23 = 4,86$	889 ₀	183 ₀	„ 5 „ von der Mitte
7)	$2,20 \times 2,22 = 4,88$	907 ₀	186 ₀	„ 3 „ „

Mittelwerth $\bar{p} = 1840$.

Stäbchen Nr. 1 und 4 sind als etwas schadhafte nur mit halbem Gewicht bei der Bestimmung des Mittelwerthes berücksichtigt. Nr. 3 zerbrach infolge eines Stosses wohl etwas vorzeitig.



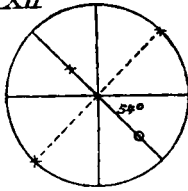
Zugrichtung in einer Granatoederfläche, um ca. $32,5^\circ$ gegen eine Hauptaxe geneigt, eine Querdimension in derselben Granatoederfläche; Orientirung sehr abweichend. Bruch nach einer mässig glatten Spaltungsfläche.

Nr.	q	\bar{P}	\bar{p}	Orientirung	Bruchstelle
1)	$2,22 \times 2,23 = 4,97$	1114 ₀	224 ₀	35°	ca. 3 mm v. d. Mitte
2)	$2,22 \times 2,23 = 4,94$	934 ₀	189 ₀	32°	„ 3 „ „
3)	$2,18 \times 2,20 = 4,78$	827 ₀	173 ₀	31°	„ 3 „ „
4)	$2,21 \times 2,21 = 4,88$	802 ₀	164 ₀	29°	„ 2 „ „
6)	$2,19 \times 2,19 = 4,80$	820 ₀	171 ₀	31°	„ 0,5 „ „
7)	$2,21 \times 2,23 = 4,92$	991 ₀	201 ₀	34°	„ 3 „ „

Mittelwerth $\bar{p} = 1870$, $32,4^\circ$.

Die hier besonders grosse Verschiedenheit der einzelnen \bar{p} erklärt sich zum Theil aus der verschiedenen Orientirung. Ausgeschlossen ist Nr. 5 mit $q = 4,90$ wegen des sehr kleinen Werthes $\bar{p} = 1400$.

XII



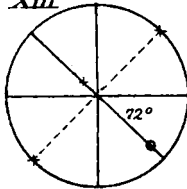
Zugrichtung in einer Granatoederfläche unter $54\frac{1}{3}^{\circ}$ gegen eine Hauptaxe geneigt, eine Querdimension in derselben Granatoederfläche; Orientirung ziemlich gut. Bruch nach ein oder zwei meist unebenen Spaltungsflächen.

Nr.	q	\bar{P}	\bar{p}	Bruchstelle	Flächen- zahl
1)	$2,15 \times 2,20 = 4,74$	1008 ₀	213 ₀	nahe d. Mitte	1
3)	$2,16 \times 2,19 = 4,74$	1052 ₀	222 ₀	„	1
4)	$2,13 \times 2,18 = 4,63$	1168 ₀	252 ₀	„	2
5)	$2,16 \times 2,20 = 4,74$	1066 ₀	225 ₀	„	2
6)	$2,17 \times 2,19 = 4,75$	908 ₀	191 ₀	ca. 3 mm v. d. Mitte	1
7)	$2,15 \times 2,18 = 4,68$	886 ₀	189 ₀	„ 3 „ „	1

Mittelwerth $\bar{p} = 215_0$.

Ausgeschlossen ist Nr. 2 mit $q = 4,78$ und $\bar{p} = 185_0$ als verdächtig.

XIII



Zugrichtung in einer Granatoederfläche unter 72° gegen eine Hauptaxe geneigt, eine Querdimension in derselben Granatoederfläche; Orientirung gut. Bruch nach zwei unebenen Spaltungsflächen.

Nr.	q	\bar{P}	\bar{p}	Bruchstelle
1)	$2,12 \times 2,18 = 4,64$	1057 ₀	228 ₀	ca. 3 mm von der Mitte
2)	$2,15 \times 2,19 = 4,70$	959 ₀	204 ₀	„ 3 „ „
3)	$2,12 \times 2,18 = 4,62$	1080 ₀	234 ₀	„ 3 „ „
4)	$2,13 \times 2,19 = 4,67$	1103 ₀	236 ₀	„ 2 „ „
5)	$2,14 \times 2,20 = 4,71$	1059 ₀	225 ₀	„ 3 „ „
6)	$2,14 \times 2,21 = 4,72$	1023 ₀	217 ₀	„ 1 „ „

Mittelwerth $\bar{p} = 224_0$.

Dass der Werth \bar{p} für die Gattung XIII grösser, als der für XII ausgefallen ist, liegt offenbar nur daran, dass bei XII einige Stäbchen besonders abweichend kleine Werthe ergeben haben; nach Symmetrie muss offenbar XII den grössten Werth \bar{p} liefern.

Von den vorstehend aufgeführten 13 Gattungen von Stäbchen hat Hr. Sohnecke I, VII und XII benutzt; reducirt man die von ihm mitgetheilten Zahlen auf Gramme, indem

man benutzt, dass ein preussisches Loth = 15,59 g ist, so erhält man

I	VII	XII
545	1085	1170;

wir fanden resp.

571	1150	2150.
-----	------	-------

Namentlich die letzte Zahl lässt die Wirkung der verbesserten Beobachtungsmethode hervortreten.

Was nun das vollständige System der von uns erhaltenen Werthe angeht, so überrascht zunächst ihre grosse Verschiedenheit; die Gattung V liefert für \bar{p} die untere Grenze mit 470 g, die Gattung XIII die obere mit 2240 g, welche nahezu das fünffache von jener ist.

Zur bequemeren Uebersicht wollen wir die Resultate in einige Reihen gruppiren.

1) *Stäbe mit der Längs- und einer Querrichtung in einer Würfelebene.*

Bezeichnet φ den Winkel der Längsaxe mit einer Hauptaxe, so entspricht sich:

$\varphi =$	0°	15°	30°	45°
$\bar{p} =$	571	553 ¹⁾	737	1150.

2) *Stäbe mit der Längs- und einer Querrichtung in einer Granatoederfläche.*

Bezeichnet ψ den Winkel der Längsaxe gegen eine Hauptaxe, so entspricht sich:

$\psi =$	0°	32°	54 ¹ / ₃ °	72°	90°
$\bar{p} =$	917	1870	2150	2240	1840.

3) *Stäbe mit der Längsrichtung in einer Hauptaxe.*

Bezeichnet χ den Winkel der Querdimensionen gegen die beiden anderen Axen, so entspricht sich:

$\chi =$	0°	22 ¹ / ₂ °	45°
$\bar{p} =$	571	714	917.

4) *Stäbe mit der Längsrichtung in der Halbierungslinie des Winkels zweier Hauptaxen.*

1) Dieser Werth dürfte wohl nur durch einen Zufall etwas kleiner sein, als der vorhergehende.

Bezeichnet ω den Winkel der einen Querdimension gegen die Ebene derselben zwei Axen, so entspricht sich:

$$\begin{array}{cccc} \omega = & 0^\circ & 19^\circ & 38^\circ & 45^\circ \\ \bar{p} = & 115^\circ & 162^\circ & 173^\circ & 184^\circ. \end{array}$$

Von diesen Reihen erwecken die letzten beiden das grösste Interesse, denn sie sprechen die bereits oben angekündigte merkwürdige Thatsache aus, dass die Tragfähigkeit eines rechteckigen Prismas sehr bedeutend von der Orientirung seiner Seitenflächen abhängt. Für beide Axenrichtungen ist \bar{p} am kleinsten, wenn eine der Seitenflächen in eine Würfelfläche fällt, am grössten, wenn sie um 45° dagegen geneigt ist; das Verhältniss des Maximal- und Minimalwerthes ist beide Male fast genau gleich, nämlich $= 1,6$, was gewiss nicht zufällig ist.

Um die sonderbare Erscheinung weiter zu verfolgen, haben wir einige Sorten Stäbchen in rein prismatischer Form herstellen lassen und ihre Tragfähigkeit bestimmt, während sie an ihren Enden auf festen Lagern ruhten und in der Mitte belastet wurden.

Man betrachtet in der Regel die mittleren Querschnitte eines so gebogenen Stabes als unter der Wirkung longitudinaler Zugkräfte stehend, welche, wenn man die Z -Axe in die Gerade durch die Schwerpunkte der Querschnitte, die X -Axe in die Bieigungsrichtung des Stabes legt, die Form haben:

$$Z_z = -f_1 x.$$

Das Moment M dieser Kräfte über den ganzen Querschnitt summiert, muss dem von aussen wirkenden gleich sein, nämlich, wenn P die Belastung, L die Länge des Stabes, κ_y der Trägheitsradius seines Querschnittes um die Y -Axe ist,

$$M = \int_0^L -f_1 x Z_z dq = f_1 q \kappa_y^2 = \frac{1}{4} P L.$$

Ist der Querschnitt rechteckig von der Breite B und der Dicke D , so ist $\kappa_y^2 = D^3/12$, also

$$f_1 = \frac{3 P L}{B D^3} \text{ und } Z_z = -\frac{3 P L x}{B D^3}.$$

Die grösste Spannung ist an der Oberfläche vorhanden, wo $x = D/2$ ist; es folgt sonach deren Maximalwerth \bar{p} durch die Maximalbelastung \bar{P} ausgedrückt:

$$\bar{p} = \frac{3 \bar{P} L}{2 B D^3}.$$

Nach dieser Formel sind die folgenden Beobachtungen berechnet.

Sie betreffen zunächst zwei Gattungen *WI* und *WII* von Prismen, deren Längsaxen in einer Hauptaxe liegen, und deren Seitenflächen resp. entweder mit Würfelflächen oder Granatoederflächen zusammenfallen, also der Orientirung nach mit I und III in der obigen Tafel übereinstimmen. Die Länge war bei allen gleich 20 mm.

W I (Seitenflächen parallel Würfelflächen).

Nr.	<i>D</i>	<i>B</i>	\bar{P}	\bar{p}	Bruchstelle
1)	1,97	1,95	309	122 ₀	0,5 mm von der Mitte
2)	1,96 ₅	1,99	270	106 ₀	0,5 „ „
4)	1,96	1,94 ₅	314	126 ₀	0,3 „ „
5)	1,96 ₅	1,93	290	116 ₀	0,3 „ „
6)	1,98	1,96	307	120 ₀	0,5 „ „
7)	1,97	1,94	310	123 ₀	0,3 „ „

Mittelwerth $\bar{p} = 119_0$.

Ausgeschlossen ist Nr. 3 mit $\bar{p} = 968$ als verdächtig.

W II (Seitenflächen parallel Granatoederflächen).

Nr.	<i>D</i>	<i>B</i>	\bar{P}	\bar{p}	Bruchstelle
1)	1,98	1,96 ₅	468	182 ₀	0,5 mm von der Mitte
2)	1,96	1,97	504	199 ₀	0,5 „ „
3)	1,96	1,98 ₅	484	191 ₀	central
4)	1,98	1,96	485	190 ₀	„
5)	1,98	1,96	487	190 ₀	0,3 „ „
6)	1,97	1,96	472	186 ₀	0,5 „ „

Mittelwerth $\bar{p} = 190_0$.

Das Verhältniss dieser beiden Werthe ist wiederum genau gleich 1,6, wie oben; die grosse Uebereinstimmung lässt schliessen, dass die Erscheinung keine secundäre, durch Störungen verursachte ist.

Ferner wurde eine Anzahl Stäbchen, deren Längsaxe die Winkel zweier Hauptaxen halbirt, und deren eine Fläche in eine Würfelebene, deren andere in eine Granatoederebene fiel (Gattung VII der obigen Zusammenstellung), durch Biegen zerbrochen, und zwar so, dass die Biegung einmal nach der Richtung senkrecht zur Würfelfläche, das andere Mal senkrecht zur Granatoederfläche stattfand; das Brechen geschah nahe central.

G I (Biegung normal zur Würfelfläche).

Nr.	L	B	D	\bar{P}	\bar{p}
1)	26,0	1,94 ₅	1,94 ₅	511	271 ₀
2)	26,0	1,94	1,95	528	279 ₀
3)	15,5	1,97	1,96	1119	343 ₀
4)	26,0	1,95	1,97	600	320 ₀
5)	26,0	1,93	1,95	652	348 ₀
6)	26,0	1,94	1,95	671	354 ₀

Mittelwerth $\bar{p} = 3160$.

G II (Biegung normal zur Granatoederfläche).

Nr.	L	B	D	\bar{P}	\bar{p}
1)	19,6	1,97	1,94 ₅	827	327 ₀
2)	26,0	1,96	1,94	612	324 ₀
3)	17,0	1,96	1,95	930	316 ₀
4)	26,0	1,97	1,95	633	330 ₀
5)	26,0	1,96	1,94	486	258 ₀
6)	26,0	1,94	1,92	533	289 ₀

Mittelwerth $\bar{p} = 3070$.

Diese Werthe stimmen überein, *es findet sich also keine Verschiedenheit der Tragfähigkeit, wenn man dasselbe Stäbchen nach seinen zwei verschiedenwerthigen Querdimensionen biegt.*

Vergleicht man die absoluten Werthe der Grenzspannungen p , welche die Biegungsbeobachtungen ergeben haben, mit den beim Zerreissen erhaltenen, so finden sich die ersteren viel grösser als die letzteren. Dies Resultat ist gleichfalls vollständig unerwartet und im Widerspruch mit dem von Hrn. Kowalski am Glase gefundenen. Die Untersuchung dieser Frage verschiebe ich indessen und kehre zu der eigentlichen Veranlassung der Biegungsbeobachtungen zurück.

Wenn durch Vorstehendes als unzweifelhaft festgestellt betrachtet werden darf, dass bei Dehnung und Biegung die Grenzspannung eines rechteckigen Prismas aus krystallinischer Substanz bei gleicher Richtung seiner Axe von der Orientirung seiner Seitenflächen abhängt, so bietet sich nun die Aufgabe, diese sonderbare Thatsache zu erklären. Die Heranziehung von Sprüngen, die in den verschieden orientirten Oberflächenschichten durch die Bearbeitung verschieden tiefgehend entstehen könnten, wird durch die beobachteten Thatsachen meines Erachtens vollkommen unmöglich gemacht. Es spricht dagegen die enorme Grösse der erhaltenen Unterschiede, die tadellose Politur der Oberflächen und das durchaus regelmässige optische

Verhalten der gespannten Prismen im belasteten Zustande bei Betrachtung mit polarisirtem Lichte. Es spricht dagegen die Gleichheit des bei Biegung und Dehnung erhaltenen Verhältnisses $\text{Max} : \text{Min} = 1,6$, denn die Biegungsbeobachtungen waren mit *eben* geschliffenen Stäben eingestellt, die Dehnungsbeobachtungen mit *hohl* geschliffenen, die eine wesentlich verschiedene Bearbeitung erfahren hatten. Es spricht dagegen die vollkommene Uebereinstimmung des *elastischen* Verhaltens der Gattungen *WI* und *WII*, welche durch besondere Messungen constatirt ist. Und entscheidend widerlegt sie, wie mir scheint, die Thatsache, dass bei derselben Orientirung die Grenzspannung $\bar{p} = \bar{P}/q$ von der Grösse des Querschnittes unabhängig ist; denn wenn die Querschnitte der Stäbe durch oberflächliche Sprünge geschwächt würden, müsste dies offenbar bei grösseren Querschnitten in verhältnissmässig geringerem Maasse stattfinden, als bei kleineren. Die mit der Gattung I angestellten Beobachtungen beweisen aber, dass, wenn überhaupt eine Verschiedenheit von \bar{p} für dickere oder dünnere Stäbe vorhanden ist, diese gerade im entgegengesetzten Sinne stattfindet.

Nach mancherlei Ueberlegungen scheint uns gegenwärtig folgende Erklärung die einzig haltbare zu sein.

Dass die Oberflächenschicht eines festen Körpers infolge der Molecularkräfte eine andere Constitution besitzt, als die inneren Theile, ist nicht zu bezweifeln, und man muss, nachdem die Elasticitätsbeobachtungen eine Abhängigkeit der inneren Drucke von der Richtung ergeben haben, annehmen, dass auch diese Oberflächenschicht mit der Orientirung der Grenzflächen wechselt. Ihre Dicke muss gegen die Dimensionen der gewöhnlich benutzten Beobachtungsobjecte unmerklich sein, denn sonst könnten die Elasticitätsmessungen einerseits nicht den theoretisch geforderten Zusammenhang zwischen Deformation und Dimension ergeben, andererseits müsste die Biegung eines Stabes von der Orientirung seiner Seitenflächen abhängen, was, wie oben erwähnt, nach mit den Gattungen *WI* und *WII* angestellten Messungen in Wirklichkeit nicht stattfindet.

Aber diese unmerklich dünne, in ihrem Verhalten nach Innen zu stetig in den normalen Zustand der Materie übergehende Schicht kann trotzdem die Tragfähigkeit stark beeinflussen, wenn sie die Eigenschaft hat, bei einer geringeren

Dehnung zu zerreißen, als ein Faden im Inneren. Denn ein bei einer gewissen Dehnung entstehender Riss in der Oberflächenschicht bedeutet eine Schwächung des bezüglichlichen Querschnittes und breitet sich nothwendig, da die inneren Spannungen mit abnehmendem Querschnitt wachsen, über den ganzen Querschnitt aus.

Die Eigenschaft, welche die Tragfähigkeit bestimmt, würde hiernach, beim Steinsalz wenigstens, nicht eine Volumen-, sondern eine Flächenfestigkeit sein, und da eine solche sowohl von der Orientirung der bezüglichlichen Fläche, als auch von der Lage der Zugrichtung in derselben abhängen muss, so ist begreiflich, dass die experimentelle Untersuchung der Zugfestigkeit sehr mannigfaltige und schwer zu übersehende Resultate liefern wird. Die Verhältnisse compliciren sich noch dadurch, dass man bei Prismen, die von krystallographisch verschiedenwerthigen Flächen begrenzt sind, von vorn herein nicht wissen kann, welches der beiden Flächenpaare dasjenige geringerer Oberflächenfestigkeit ist, auf welchem also das Brechen eigentlich begonnen hat. Von den von uns benutzten Stäben haben nur diejenigen der Gattungen I, II, III und X gleichwerthige Flächenpaare, geben also nur diese eindeutige Werthe.

Die Annahme dieser Oberflächenfestigkeit erklärt unseres Erachtens auch besonders ungezwungen die trotz des besten Materiales und trotz der grössten aufgewandten Vorsicht noch immer nur mässige Uebereinstimmung der erhaltenen Resultate, denn sie lässt die Einwirkung der mechanischen Behandlung, eventuell Beschädigung der Oberfläche auf die Tragfähigkeit als nahezu selbstverständlich erscheinen.

Gegen die vorgeschlagene Erklärung würde geltend gemacht werden können, dass die *Kanten* der Prismen in Wahrheit scharf gekrümmte Cylinderflächen sind, dass also z. B. unsere Präparate I, II und III dieselben Flächen nur in verschiedener Grösse besitzen, und dass sie hiernach gleiche Werthe \bar{p} ergeben müssten. Indessen könnte man dagegen wohl mit Recht bemerken, dass einerseits bei so starker Krümmung die Oberflächenschicht geändert sein dürfte, andererseits ein Sprung in einer *Kante* eine Schwächung des Querschnittes bewirkt, die nur unendlich klein ist gegen die durch einen Sprung in einer *Fläche* erzielte, und deshalb viel-

leicht keine Wirkung äussert. Ueberdies sind bei der von uns benutzten Gestalt der Präparate diejenigen Elementarfäden, welche in den Kanten liegen, offenbar etwas weniger gespannt, als die übrigen. Eben diese Ueberlegungen veranlassen uns überhaupt, den Beginn des Zerreiissens in eine *Fläche* zu legen und nicht in eine *Kante*, wozu man sonst wohl neigen könnte; auch würde die letztere Annahme bei Cylindern von stetig gekrümmtem Querschnitt Schwierigkeiten bereiten.

Noch scheint gegen unsere Erklärung die oben mitgetheilte Beobachtung zu sprechen, dass ein von zwei verschiedenwerthigen Flächenpaaren begrenztes rechteckiges Prisma nach der einen oder anderen Querdimension gebogen, merklich dieselbe Grenzspannung \bar{p} aushält. Aber es ist wohl zu bedenken, dass, wenn die Biegung normal zu den Flächen grösserer Festigkeit geschieht, die ihr benachbarten Theile der Flächen geringerer Festigkeit nahe dieselbe Spannung erfahren, wie die eine der ersteren, und demgemäss sehr wohl ihre Grenzspannung *eher* erreichen können, als die absolut am stärksten gespannte Fläche grösserer Festigkeit.

Selbstverständlich halten wir aber die als Hypothese eingeführte Oberflächenfestigkeit noch fernerer Untersuchung bedürftig; darauf zielende Beobachtungsreihen sind bereits im Gange.