octavseiten umfassenden Buches bekommt der Leser, wenn er außer dem Titel nur erfährt, dass sein Verfasser „so liebenswürdig war" es Herrn Obenrauch „mit einer collegialen Widmung zuzusenden?"

Wenn Herr Obenrauch, der unstreitig die einschlägige Literatur ziemlich genau kennt sich entschließen würde, sein Buch durch Ausscheidung alles nicht zur Sache Gehörigen auf die Hälfte zu reducieren, und die einzelnen Leistungen einer sachlichen Beurtheilung zu unterziehen, so könnte sich seine in der Vorrede ausgesprochene Hoffnung verwirklichen, dass er „allen Freunden der darstellenden und projectiven Geometrie mit diesem neuen Werke „einen zeitgemäßen und erwünschten Beitrag zur Geschichte dieser Wissenschaft liefern wird".

Über den Urstoff und seine Energie. Von H. Keller. 58 S., 8°. B. G. Teubner, Leipzig, 1896.

Wir haben vor uns einen Versuch, eine gemeinsame kinetische Theorie des festen, flüssigen und gasförmigen Zustandes zu geben. Dieselbe geht davon aus, sich jedes Atom aus einer bestimmten Zahl von Uratomen zusammengesetzt zu denken. Als mechanisches Gebilde aufgefasst — und das will der Verfasser — hätte ein solches Atom also dieselben Eigenschaften, welche die kinetische Gastheorie einer mehratomigen Molekel zuschreibt. Es stand demnach zu erwarten, dass der Verfasser in der mathematischen Formulierung seiner Anschauungsweise jenen Weg eingeschlagen habe, welchen Boltzmann und Andere für die Bewegung von Punktsystemen in die kinetische Gastheorie eingeführt haben. Dem ist aber nicht so, sondern wir begegnen einer Reihe von unexacten Rechnungen, denen wir häufig sowohl vom physikalischen als auch vom chemischen Standpunkt aus unsere Zustimmung versagen müssen. Wir können in dem vorliegenden Schriftchen deshalb nur einen jener vielen Versuche einer einheitlichen Theorie der drei Aggregatzustände erblicken, welche die Lösung der Frage durchaus nicht weiter gebracht haben.

G. J.

Handbuch der Theorie der linearen Differentialgleichungen von Prof. Dr. L. Schlesinger, in zwei Bänden. I. Band. Leipzig, Teubner, 1895.

In dem unermesslichen Gebiete der Differentialgleichungen hat schon von Anbeginn an eine allgemeine Classe sich der Untersuchung leichter zugänglich erwiesen, die der linearen Differentialgleichungen. Bereits Lagrange fand ohne besondere Mühe eine Reihe fundamentaler Sätze über dieselben, freilich mittelst Ueberlegungen, die den heutigen Anforderungen an Schärfe und Strenge der Darstellung nicht mehr genügen. Aus dieser allgemeinen Classe hob sich im Laufe der Zeiten die specielle Differentialgleichung der hypergeometrischen Reihe hervor, die für die Entwickelung der ganzen Theorie von höchster Wichtigkeit werden sollte. Euler hatte zuerst in den Institutiones calculi integralis auf sie hingewiesen, worauf sie dann von Gauss, Kummer und Jacobi eingehender untersucht wurde. Ihre volle Bedeutung für die Theorie der linearen Differentialgleichung wurde aber erst durch Riemanns Abhandlung über die P-Function ins rechte Licht gesetzt, indem er darin an ihrem Beispiele in tiefsinniger und glänzender Weise die Anwendung der Principien seiner Functionentheorie auf Differentialgleichungen zeigte.

Man darf im Rückblicke ohne Uebertreibung behaupten, dass diese Abhandlung die jetzige Theorie der linearen Differentialgleichungen im Keime und mit Beschränkung auf den speciellen Fall in sich enthält, und dass die späteren Arbeiten eigentlich nur mehr diese Keime zur vollen Entfaltung brachten. Der Nachlass Riemanns hat denn auch gezeigt, dass die Ideen dieses grossen Forschers selbst dem Stande der Theorie zur Zeit seiner Veröffentlichung um ein gutes Stück vorausgeeilt waren. Es ist aber des Berliner Mathematikers Fuchs grosses Verdienst, zuerst den in der erwähnten Abhandlung Riemanns eingeschlagenen Weg weiter verfolgt und die Fundamente der Theorie der linearen Differentialgleichungen aufgedeckt zu haben. Durch zahlreiche Arbeiten hat er überdies die Theorie erheblich gefördert. Aber ausser und unabhängig von ihm haben sich auch manche andere Forscher grosse, zum Theile nicht geringere Verdienste als er um ihren Ausbau erworben und es heisst, die seinen gering achten, wenn man, wie es zuweilen und auch in dem Buche geschieht, alle Leistungen mit seinem Namen in Verbindung bringt.

Das vorliegende Werk hatte in deutschen Landen schon einen Vorläufer, die „Einleitung in die Theorie der linearen Differentialgleichungen“ von L. Heffter, das sich von ihm in mancherlei Hinsicht unterscheidet, und bei seiner Gediegenheit eben deshalb sich auch neben ihm erhalten wird. Der Unterschied liegt sowohl im Inhalt als auch in derMethode. Die Einleitung will nur die Grundlagen der Theorie geben und entwickelt dieselben schrittweise von der Reihendarstellung ausgehend; das vorliegende Handbuch hingegen hat sich, gemäss seinem Titel, die Aufgabe gestellt, ein möglichst getreues und vollständiges Bild von dem gegenwärtigen Stande der Theorie zu geben, das nach Absicht des Verfassers nicht in starr systematischer, sondern mehr historisch-genetischer Weise ausgeführt werden soll. Nach diesen Principien werden nun im vorliegenden ersten Bande des auf zwei Bände berechneten Werkes die verschiedenen Methoden zur Integration einer linearen Differentialgleichung — dies Wort im Sinne der heutigen Wissenschaft genommen — zur Darstellung gebracht. Der überaus grosse Stoff ist hiebei in acht Abschnitte gegliedert, denen eine sehr kurze, zum Theile recht anfechtbare historische Einleitung, einige functionentheoretische Bemerkungen über monogene Functionen, die Existenztheoreme für die Integrale von Differentialgleichungen und Singularitäten vorangeschickt sind. Im ersten Abschnitte werden dann die allgemeinen Grundlagen der Theorie entwickelt, und zwar zunächst das Existenztheorem für den speciellen Fall einer homogenen linearen Differentialgleichung, die Begriffe der singulären Stellen, des particulären Integrals, eines Fundamentalsystems particulärer Integrale, des allgemeinen Integrals, und der Zusammenhang zwischen einer linearen Substitution und einem Umlauf der Veränderlichen. Der zweite Abschnitt behandelt eingehend die schon von Lagrange bemerkte Analogie zwischen den homogenen linearen Differentialgleichungen und den algebraischen, soweit sie sich auf symmetrische Functionen der Wurzeln einer algebraischen Gleichung und dem Zerfällen einer ganzen Function in Factoren erstreckt. Es wird zunächst die von Frobenius zuerst genauer untersuchte Determinante eines Functionensystems erörtert, dann die invarianten Bildungen und anschliessend die gemeinsamen Lösungen linearer homogener Differentialgleichungen und die Zusammensetzung linearer Differentialausdrücke. Hierauf wird die Reduction einer solchen Gleichung mittelst particulärer Integrale derselben und die Zusammensetzung ihres linearen Differentialausdruckes aus solchen erster Ordnung, sodann die Theorie der Multiplicatoren und adjungirten Differentialgleichungen, und endlich die Sätze über den Zusammenhang der ursprünglichen Gleichung entwickelt. im Anschlusse hieran wird der Begriff der Irreductibilität bei linearen Differentialgleichungen nach Frobenius eingeführt und für den Fall eindeutiger Coefficienten genauer untersucht.

Im dritten Abschnitte, betitelt Theorie der Fundamentalgleichung, wird das Verhalten der Integrale eines Fundamentalsystems an den Stellen eines zweifach zusammenhängenden Bereiches untersucht, wodurch man auf die für die ganze Theorie überaus wichtige Fundamenlalgleichung geführt wird. Die wesentlich verschiedenen Fälle lauter ungleicher und Gruppen gleicher Wurzeln werden erörtert und für beide Fälle canonische Fundamentalsysteme aufgestellt. Durch diese Untersuchungen ist es nunmehr möglich, im nächsten (vierten) Abschnitte das Verhalten der Integrale an einzelnen singulären Stellen, und zwar Stellen der Bestimmtheit genauer zu studiren. Als Hauptergebnis liefert diese Untersuchung die nothwendige und hinreichende Form der Coefficienten einer Gleichung, deren Integrale an einer gegebenen Stelle sich bestimmt verhalten. Im fünften Abschnitte werden dann die Differentialgleichungen behandelt, deren Integrale sich in der ganzen Ebene bestimmt verhalten und die häufig zu einer Classe zusammengefasst werden, die man die Fuchs'sche nennt, Sie bilden eigentlich die einzige Classe von Differentialgleichungen, in deren Wesen man bisher tiefer einzudringen vermochte und deren Theorie sich auf einen höheren Grad von Vollendung erhob, durch die Arbeiten Poincaré's nahezu zu derselben Stufe wie die Theorie der algebraischen Functionen einer Veränderlichen. Die meisten in den Compendien behandelten Differentialgleichungen gehören dieser Classe an, so die Cauchy'sche und die Differentialgleichung der hypergeometrischen Reihe, von der die Riemann'sche für die P-Function nur eine leichte Verallgemeinerung ist. Auf diese Beispiele wird auch im Buche die bisher entwickelte allgemeine Theorie angewendet. Während bisher nur Stellen der Bestimmtheit beachtet wurden, werden nunmehr im sechsten Abschnitte auch die Stellen der Unbestimmtheit, Begriffe, die von Fuchs herrühren, in den Kreis der Betrachtung gezogen. Ihre Untersuchung wird nach zwei Methoden durchgeführt: die eine beruht auf der Theorie der unendlichen Determinanten und die andere auf der Abbildung eines Kreisringes auf das Innere eines einfach zusammenhängenden Kreises. Die Ergebnisse dieses Abschnittes gestatten es nunmehr, der Frage nach dem Verlaufe eines durch seine Anfangswerte gegebenen Integrals in einem zweifach zusammenhängenden Bereiche näherzutreten. In den beiden letzten Abschnitten, dem siebenten und achten, wird diese Frage für die homogenen, linearen Differentialgleichungen mit rationalen Coefficienten bezüglich der ganzen Ebene beantwortet. Dabei tritt in die Untersuchung ein neuer Begriff von höchster Wichtigkeit ein, der übrigens auch schon bei Riemann und nicht allein im Nachlasse, sondern auch in der mehrmals erwähnten Abhandlung vorkommt, die Fundamentalsubstitutionen. Er leitet unmittelbar zum Begriff der Gruppe der Differentialgleichung und in weiterer Consequenz zu dem einer Classe von Differentialgleichungen. Die Darstellung dieser Begriffe und die Behandlung der aus ihnen erwachsenden Probleme bilden nach Angabe des Verfassers den Vorwurf für den nächsten Band.

Der Verfasser hat mit seiner mühevollen Arbeit, die den weit zerstreuten, unzusammenhängenden, überaus reichen Stoff zu einem Ganzen zu verbinden suchte, sich ein grosses Verdienst, zumal um die jüngeren Mathematiker erworben. Die Darstellung ist im Einzelnen überall klar und ansprechend, wenn auch nicht immer am bündigsten, ihre Einheitlichkeit und Uebersichtlichkeit leidet zum Theile an der Ueberfülle des Stoffes, doch kommen diese Mängel, sowie einzelne historische Ungenauigkeiten gegenüber der ganzen Leistung kaum in Betracht.

V. E. Gamborg: Logaritmentabel indeholdende Logaritmer og Antilogaritmer samt logaritmerne Til de trigonometriske Funktioner M. M. gr. 8°. Gildendalske Boghandelsforlag, Kjobenhavn, 1897.

Die vorliegenden Tafeln enthalten die fünfzifferigen Logarithmen der Zahlen bis 9999, die fünfzifferigen Antilogarithmen, die fünfzifferigen Logarithmen der trigonometrischen Functionen (Sinus, Cosinus, Tangens, Secans, Cotangens, Cosecans) der Winkel von 0 bis 90°, vierzifferige Logarithmen und Antilogarithmen, eine Tabelle der Werte des Aufzinsungsfactors und seines Logarithmus für die Zinsfüße 0·25, 0·50, 0·75 . . . 6·00, ferner die Werte häufig vorkommender Functionen von π und ihrer Logarithmen, endlich die Quadrat- und Kubikwurzeln der Zahlen von 1 bis 10. Die Lettern sind sehr praktisch ausgewählt, die Zahlen auf den einzelnen Seiten sowohl horizontal als vertical in Gruppen nach dem Schema 1, 3, 2, 3, 1 angeordnet, wodurch die Übersichtlichkeit wesentlich gefördert wird. Die Tafeln können empfohlen werden.

Kurzer Abriss der Elektricität. Von Dr. L. Grätz, a. ö. Professor an der Universität in München. Mit 143 Abbildungen. VI + 183 S. gr. 8°. Engelhorn, Stuttgart, 1897. Ladenpreis geb. 3 M.

Prof. Grätz bietet in dem vorliegenden gemeinverständlichen Buche „eine kurze aber zusammenhängende Übersicht unserer hauptsächlichsten Kenntnisse und Anschauungen von der Elektricität und von ihren wichtigsten Anwendungen". Von dem rühmlichst bekannten Werke des Verfassers „Die Elektricität und ihre Anwendung" unterscheidet sich dasselbe nicht nur durch den weit geringeren Umfang sowie die völlig elementare Art der Darstellung des behandelten Stoffes, sondern auch durch die Anordnung desselben. Während nämlich in dem großen Werke die elektrostatischen Anziehungs- und Abstoßungserscheinungen den Ausgangspunkt der Darstellung bilden, wird in dem „Kurzen Abriss" mit den elektrischen Strömen begonnen. Ein zweiter Unterschied zwischen beiden Büchern besteht darin, dass in dem vorliegenden die elektrischen Erscheinungen immer als Bewegungs- oder Zustandsänderungen des Äthers aufgefasst werden. Endlich weichen beide Werke noch dadurch von einander ab, dass in dem ersteren die wissenschaftlichen Lehren von den Anwendungen getrennt behandelt werden, während in dem zweiten an die