

**5. Längenänderungen von Eisen-,
Nickel- und Kobaltovoiden durch Magnetisirung;
von H. Nagaoka.**

(Hierzu Taf. V Fig. 7—9.)

Trotz der vielen experimentellen und theoretischen Untersuchungen¹⁾ über die Längenänderungen eines Ferromagnetiums bei seiner Magnetisirung scheint dieses Phänomen keine einfachen Beziehungen zu den in Betracht kommenden physikalischen Grössen zu bieten. Dass diese Aenderung in engem Zusammenhang mit der Magnetisirung stehen muss, ist jedoch längst vermuthet worden; Joule und Andere haben bereits behauptet, dass die Längenänderung in Eisen dem Quadrate der Magnetisirung proportional sei; aber die Giltigkeit dieses Gesetzes hört scheinbar bald auf, da im Eisen eine maximale Elongation existirt, wonach diese wiederum abnimmt, während sich nichts derartiges bei der Magnetisirung einstellt.

In meiner obencitirten früheren Arbeit habe ich das Vorhandensein von Hysteresis bei der Längenänderung in Eisen und Nickel infolge cyclischer Magnetisierungsprocesse betont; eine Erscheinung, welche die Frage nach dem Zusammenhang der Elongation mit der äusseren magnetisirenden Kraft noch complicirter macht. Damals habe ich mit Drähten experimentirt; es ist indessen zweckmässiger die Messungen an Ovoiden anzustellen, insofern als die Magnetisirung dann völlig gleichförmig vertheilt ist, was bei Drähten nicht genau der Fall

1) Joule, Phil. Mag. (3) **30**. p. 76 u. 225. 1847; Beetz, Pogg. Ann. **128**. p. 193. 1866; Mayer, Phil. Mag. (4) **46**. p. 177. 1873; Barrett, Phil. Mag. (4) **47**. p. 51. 1874; Righi, Mem. d. Bologna. (4) **1**. 1879; Barrett, Nature. **26**. p. 585. 1882; Bidwell, Proc. Roy. Soc. **40**. p. 109. u. 257. 1886; Phil. Trans. **179**. p. 205. 1888; Proc. Roy. Soc. **47**. p. 469. 1890; Cantone, Mem. d. R. Acc. d. Lincei. **6**. 1890; Rend. d. Acc. d. Lincei **6**. p. 252. 1890; Berget, C. R. **115**. p. 722. 1892; Lochner, Phil. Mag. (5) **36**. p. 498. 1893; Nagaoka, Phil. Mag. (5) **37**. p. 131. 1894. — Theoretisches bei, Kirchhoff, Wied. Ann. **24**. p. 52 u. **25**. p. 601. 1885; J. J. Thomson, Appl. of Dyn. to Phys. a. Chem. p. 47. 1888; Duhem, C. R. **112**. p. 657. 1891; Poekels, Arch. d. Math. u. Phys. (2) **12**. p. 57. 1893.

sein kann. Durch die Freundlichkeit des Hrn. Dr. du Bois standen mir Ovoiden aus Eisen, Nickel und Cobalt zur Verfügung, welche er bei früheren Versuchen¹⁾ über die Magnetisirung in intensiven Feldern bei verschiedenen Temperaturen benutzt hatte.

Schon Cantone²⁾ hatte zum Beweis der Kirchhoff'schen Theorie eine Reihe von Messungen mit Eisen- und Nickel-ovoiden ausgeführt, aber wegen der zu geringen Feldintensität war es ihm nicht gelungen die maximale Elongation in Eisen und die dem Grenzwerthe sich asymptotisch näherende Verkürzung in Nickel zum Vorschein zu bringen.

Es war weniger meine Absicht auf die verschiedenen Theorien einzugehen, wie Cantone einerseits und Chree³⁾ andererseits es gethan haben, sondern eher die Beziehungen zwischen der Längenänderung und der gleichzeitig erfolgenden Magnetisirung experimentell aufzuklären. Wird die Elongation als Function des Quadrats der Magnetisirung betrachtet, so würde die Natur dieser Aenderung vereinfacht, und zwar ist das Joule'sche Gesetz eine erste Annäherung.

Die gebrauchten Bezeichnungen sind folgende: \mathfrak{S} magnetische Intensität, \mathfrak{J} , Magnetisirung, i , Stromstärke, sämtliche in C. G. S. Einheiten, e , Längenänderung der Rotationsaxe des Ovoids in Bruchtheilen der Länge, dabei bezeichnet das + Zeichen eine Verlängerung, das - Zeichen eine Verkürzung; $2a$, Länge der Rotationsaxe, $2b$, Durchmesser des Ovoids; n , Windungszahl der Spule pro Längeneinheit (cm), $2l$, Länge, 2ρ , lichte Weite der Spule; E , Elasticitätsconstante durch Dehnung.

Bevor ich zur Beschreibung der Versuche übergehe möchte ich nicht unterlassen Hrn. Geheimrath Prof. Kundt, Hrn. Dr. du Bois und Hrn. Dr. H. Rubens für ihre freundliche Unterstützung meinen besten Dank auszusprechen.

Die Beobachtungsmethode.

Die Ovoids hatten alle drei die gleichen Dimensionen: $2a = 18,0$ cm, $2b = 0,60$ cm, somit betrug das Axen-

1) du Bois, Phil. Mag. (5) **29**, p. 293. 1890.

2) l. c. (das Original war mir nicht zugänglich).

3) Chree, Phil. Trans. **190**, (A) p. 329. 1890.

verhältniss 30 und der entsprechende Entmagnetisirungs-factor¹⁾ 0,043.

Das Eisenovoid war aus weichem schwedischem Eisen angefertigt; das Nickelovoid enthält 99 Proc. Ni und Spuren von Kieselsäure, Eisen und Kupfer; das Cobaltovoid enthält Co 93,1, Ni 5,8, Fe 0,8, Cu 0,2, SiO₂ 0,1, C 0,3. Es ist zu bemerken, dass das untersuchte Cobaltovoid infolge eines früheren Bruches aus drei getrennten Stückchen bestand, von denen das Mittlere 10,1 cm, die beiden Enden 2,8 cm bez. 5,1 cm lang waren. Die zusammentreffenden plangeschliffenen Trennungsflächen dieser Stückchen wurden durch umgewickeltes Papier aufeinander fest gehalten.

Die Spule hatte folgende Dimensionen: innerer Durchmesser 4 cm, äusserer 12,4 cm; Länge $2l = 36$ cm; sie bestand aus 425 Windungen 2 mm dicken Kupferdrahtes in 4 Lagen und 408 Windungen 4 mm dicken Drahtes in 6 Lagen, sodass $4\pi n = 290,8$ wurde. Der magnetisirende Strom wurde von Accumulatoren geliefert. In demselben Stromkreise befanden sich ein Torsionsgalvanometer von Siemens & Halske, sowie ein Metall- und ein Flüssigkeitsrheostat und ein Stromunterbrecher; das Galvanometer gehört Hrn. H. Dr. Lehmann, dem ich für dessen Benutzung meinen besten Dank ausspreche. Der Strom wurde immer nur allmählich geändert, niemals plötzlich geschlossen, wie es bei den meisten früheren Beobachtungen üblich war.

In der Verlängerung der Spulenaxe, in „erster Hauptlage“, stand ein Magnetometer; mittelst einer Compensationspule konnte die Wirkung der magnetisirenden Spule allein fast compensirt werden, während der uncompensirte Theil jedesmal bestimmt und dafür corrigirt wurde. Bei Eisen und Nickel geschah die Bestimmung der Magnetisirung nach der Längenänderungsbeobachtung, bei Cobalt erfolgten beide Messungen gleichzeitig.

Die Längenänderung des Ovoids wurde mittels desselben Apparates, den ich bei meiner früheren Arbeit gebraucht hatte, bestimmt; es sei auf die genaue Beschreibung desselben

1) Vgl. die Tabelle berechnet von Hrn. du Bois, Wied. Ann. **46**. p. 497. 1892 oder „Magnetische Kreise“ p. 45. Berlin, 1894.

(a. a. O. p. 132) hingewiesen, und hier nur folgendes kurz erwähnt. Im Wesentlichen bestand er aus einer starken Messingstange mit \vee förmiger Längsfurche, in die in einer Reihe das Ovoid sammt mehreren cylindrischen Messing- und Zinkstäbchen gelegt wurden. Letzteres diente zur Temperaturcompensation und wurde daher so gewählt, das die gesammte Ausdehnung des Zinkstäbchens und des ferromagnetischen Ovoids gleich derjenigen der Messingstange wurde. Ein Ende der Stäbchenreihe war fest geklemmt, während das andere mit einem kleinen Hebel in Berührung stand. Dieser Hebel war an beiden Seiten mit regulirbaren Federn gespannt, sodass die Reihe von Stäbchen unter geringem Druck stand und bei etwaigen Verkürzungen das Zurückziehen nicht durch Reibung verhindert wurde.

Diesmal erfuhr die optische Einrichtung zur Messung der Hebelablenkung eine kleine Abänderung. Statt des Spiegels wurde ein kleines rechtwinkliges Prisma auf den Hebel geklebt. Das Bild des in dem Spalt des Collimators des Spectroscops gespannten Coconfadens wurde nach der Reflexion im Prisma, durch ein Fernrohr, welches auf dem Collimator senkrecht steht, beobachtet. Der Vorthail der Ersetzung des Spiegels durch ein Prisma liegt in der Deutlichkeit des reflectirten Bildes. Das Ocular des Fernrohrs wurde mit einem Micrometermicroscop abgesetzt; ein Trommeltheil entspricht dem Winkel von $0'',474$, also, da die Länge des Hebelarms $1,24$ mm beträgt, einer Verschiebung um $1,42 \cdot 10^{-6}$ mm ($= 0,791 \cdot 10^{-8}$ der Rotationshauptaxe der Ovoide). Im Allgemeinen betrug der Fehler der einzelnen Beobachtung nicht mehr als 2 Trommeltheile.

An dieser Stelle möchte ich einige Bemerkungen über die verschiedenen Methoden einschalten, die bisher zur Bestimmung der Längenänderung angewendet worden sind. Im Allgemeinen sind zwei Methoden üblich: die der Verschiebung von Interferenzstreifen und die des „optischen Hebels“. Die erste wurde von Mayer, Cantone, Berget und Lochner mit Vorthail benutzt, während die zweite von Bidwell und mir angewendet worden ist. In meiner früheren Arbeit habe ich darauf aufmerksam gemacht, dass zur Messung der Hysteresis, welche die Längenänderung bei cyclischer Magnetisirung be-

gleitet, bisweilen die Bestimmung einer äusserst kleiner Verschiebung, von der Grössenordnung eines Hundertstel der Wellenlänge des Natronlichtes erforderlich ist. Trotz der Empfindlichkeit der Interferenzstreifenmethode ist es nicht leicht, wegen der schwer controllirbaren Verschiebungen des Streifens, solche kleine Aenderungen mit Genauigkeit zu messen. Der Kleinheit der zu messenden Grösse, sowie der Schwierigkeit der Beobachtung würde es zuzuschreiben sein, dass viele Beobachter bei ihren Versuchen das Eintreten der Hysteresis durch remanente Magnetisirung bemerkt und trotzdem keine besondere Rücksicht darauf genommen haben. Mittelst des Hebelapparates und der optischen Einrichtung, die ich beschrieben habe, konnte man nun die ganze „magnetische Geschichte“ der Längenänderung während eines cyclischen Processes studiren. Der eigentliche Vorthail der optischen Einrichtung, die übrigens auch zu anderen Zwecken angewendet werden kann, liegt darin, dass man durch Einstellung des Fernrohres auf Unendlich stets bei bequemer Stellung des Collimators und des Fernrohrs beobachten kann, ohne die Constante des Micrometers zu ändern. Die Methode würde für solche Versuche sehr geeignet sein, bei denen man mit dem Beobachtungsraum sparen muss, und zwar ist ein 50 cm langes Fernrohr ebenso empfindlich wie die Scalablesung Bidwells in einer Entfernung von 7,3 m. Bei meinen Versuchen wurden die Spule, der Collimator und das Fernrohr auf einem und demselben festen Pfeiler aufgebaut.

Discussion der Fehlerquellen.

Der Geringfügigkeit der Erscheinung wegen gibt es verschiedene Fehlerquellen, die sich bei den Beobachtungen leicht einschleichen können. Schon eine Temperaturerniedrigung um $0,2^{\circ}$ genügt, um die ganze Erscheinung in Eisen zu verdecken; die Erhaltung einer constanten Temperatur sowie besondere Einrichtungen, um den Messapparat vor diesem störenden Einfluss zu schützen, sind daher unbedingt nöthig. Das einfachste Mittel dazu besteht in einem momentanen Schliessen des magnetisirenden Stromes, falls man die Beobachtung sofort machen könnte. Obwohl diese Methode fast von allen Beobachtern benutzt wurde, ist es unmöglich, die Beobachtung

in stetiger Folge auszuführen. Vielmehr muss der Magnet nach jedesmaliger Beobachtung entmagnetisirt werden; sonst ist es wahrscheinlich, dass die Messung mit einem Fehler infolge der Hysteresis behaftet sein würde.

Durch das schon beschriebene Compensationsverfahren¹⁾ kann die Wärmewirkung sehr vermindert werden, falls die Temperatur sich nicht plötzlich ändert, sodass die Erwärmung der Stäbchen und des Stativs nicht gleichzeitig stattfindet. Bei meinem Apparat habe ich noch eine Abkühlungsvorrichtung hinzugefügt; die Spule war dazu auf ein doppelwandiges Messingrohr gewickelt, sodass Wasser aus der Leitung im Rohre frei circuliren konnte; ein hineingestecktes Thermometer gestattete die Temperaturvariationen im freien Raume der Spule bis auf hundertstel Grad zu bestimmen. Im allgemeinen herrscht ein Temperaturunterschied von 7° bis 8° zwischen dem circulirenden Wasser und der Umgebung. Infolgedessen würde derjenige Theil des Messingstatiivs, welcher aus der Spule hinausragte, höhere Temperatur als der in der Spule befindliche Theil haben; dieser Ungleichheit der Temperaturvertheilung wegen war es nöthig, die Oeffnungen der Spule mit Watte zu verstopfen und die Wassercirculation vier Stunden lang vor jeder Messung fortzusetzen, damit sich das System in stationärem Temperaturzustande befinde. Die richtige Länge des Compensationsstäbchens wurde aus einer Reihe von Versuchen bestimmt; eine kleine uncompensirte Längendifferenz konnte durch Ablesen des Thermometers corrigirt werden. Die Temperaturänderung betrug höchstens $0,2^{\circ}$, sodass die anzubringende Correction sehr gering war.

Die Wichtigkeit einer ausreichenden Centrirung des Magnets ist von vielen Seiten betont worden; in meinem Falle war der Magnet innerhalb 1 mm längs und quer zur Axe der Spule richtig eingestellt, die Verschiebung des Centrums um einige Millimeter längs der Axe hatte keinen merklichen Einfluss auf das Resultat.

Eine häufig vernachlässigte Correction rührt von der Ungleichförmigkeit des magnetischen Feldes innerhalb der

1) Dieses Verfahren rührt von Cantone her; zur Zeit meiner früheren Arbeit (l. c.) war seine Untersuchung mir indessen unbekannt.

Spule her. Da die Oeffnung der Spule gegen ihre Länge nicht immer vernachlässigt werden darf, werden von dem Centrum entfernt gelegene Theilchen des Magnets nach dem Faraday-Thomson'schen¹⁾ Princip der Mitte der Spule sich zu nähern streben.

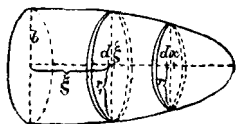
Die durch diese Kraft bedingte Verkürzung des Stabes genau zu berechnen, ist sehr verwickelt, aber man kann einen angenäherten Ausdruck dafür finden, welcher zum Zweck der Correction genügend genau sein wird.

Da diese Correction nur bei intensiven Feldern anzu- bringen ist, nehmen wir an, dass der Unterschied der Magnetisirung im Centrum und am Ende des Magnets sehr gering sei. Die Elongation δa der Hauptaxe wird dann durch folgende Gleichung²⁾ gegeben:

$$E \delta a = 2 \mathfrak{S}_m \{ a \mathfrak{S}_m + 2 \pi n i (\sqrt{\varrho^2 + (a - l)^2} - \sqrt{\varrho^2 + (a + l)^2}) \}$$

1) Sir Wm. Thomson, Rep. of Pap. on Electr. and Mag. p. 499.

2) Diese Gleichung ist in folgender Weise hergeleitet: Die Kraft, mit welcher ein magnetisches Theilchen vom Volumen v nach dem Centrum hingezogen wird, ist $v \mathfrak{S} (\partial \mathfrak{S} / \partial x)$, wo x in der Richtung der Spulenaxe angenommen ist. Fällt die Hauptaxe des Ovoids mit der Spulenaxe zusammen, so wird eine Elementarscheibe $\pi r^2 dx$ (vgl. beistehende Figur) senkrecht zur Axe mit der Kraft $\pi r^2 dx \mathfrak{S} (\partial \mathfrak{S} / \partial x)$ nach dem Centrum gezogen. Der Druck auf die Fläche πr_1^2 beträgt durchschnittlich



$$\frac{1}{\pi r_1^2} \int_{\xi}^a \pi r^2 \mathfrak{S} \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x} dx$$

zur Flächeneinheit; die dadurch erfolgende Verkürzung der Elementarstrecke $d\xi$ wird

$$= \frac{d\xi}{E \pi r_1^2} \int_{\xi}^a \pi r^2 \mathfrak{S} \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x} dx.$$

Die genannte Verkürzung der Hauptaxe

$$\delta a = \frac{\mathfrak{S}_m}{E} \int_{-a}^a \frac{d\xi}{1 - \frac{\xi^2}{a^2}} \int_{\xi}^a \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x} dx,$$

worin für \mathfrak{H}_m die mittlere Intensität und für \mathfrak{H}_a die mittlere Magnetisirung zu setzen ist.

Unter derselben Voraussetzung lautet die Formel für einen Draht von der Länge $2a$:

$$E \delta a = 2 \mathfrak{H}_m \{ \mathfrak{H}_a a + 2 \pi n i (\sqrt{\varrho^2 + (a-l)^2} - \sqrt{\varrho^2 + (a+l)^2}) \}.$$

Bei der benutzten Spule war $\mathfrak{H}_o = 1,06 \mathfrak{H}_a$; setzen wir $\mathfrak{H}_m = 1500$, $E = 1,8 \cdot 10^{12}$, so würde

$$\frac{\delta a}{2a} < 03,0 \cdot 10^{-7} \text{ pro Amp.}$$

Diese Correction ist daher nur bei intensiven Feldern merklich.

Bidwell¹⁾ hat bei seinen bekannten Versuchen diese Correction vernachlässigt; die einzusetzende Verkürzungs-correctio für seinen 10 cm langen Draht beträgt pro Amp.

wo

$$\mathfrak{H} = 2 \pi n i \frac{\partial}{\partial x} [\sqrt{\varrho^2 + (x+l)^2} - \sqrt{\varrho^2 + (x-l)^2}] = 2 \pi n i \frac{\partial h}{\partial x},$$

wenn

$$h = \sqrt{\varrho^2 + (x+l)^2} - \sqrt{\varrho^2 + (x-l)^2}$$

gesetzt wird.

Nach der Integration in Bezug auf x , findet man

$$\delta a = \frac{2 \pi n i}{E} \int_{-a}^a \frac{d\xi}{1 - \frac{\xi^2}{a^2}} \left[- \left(1 - \frac{\xi^2}{a^2} \right) \frac{\partial h}{\partial \xi} + \int_{\xi}^a \frac{2x}{a^2} \frac{\partial h}{\partial x} dx \right].$$

Die untere Grenze $\xi < a < l$; ferner ist $\partial h / \partial x$ eine beständig mit wachsendem x abnehmende Function; wenn also die Variation der magnetischen Intensität nicht gross ist, kann man von vornherein statt

$$2 \pi n i \int_{\xi}^a x \frac{\partial h}{\partial x} dx$$

einfach

$$\mathfrak{H}_m \int_{\xi}^a x dx$$

schreiben, wo $\mathfrak{H}_o > \mathfrak{H}_m > \mathfrak{H}_a$. Daraus ergibt sich die gegebene Formel.

1) l. c. Da die Oeffnungen seiner Spule mir unbekannt waren, habe ich diese aus der gegebenen Grösse seiner Figur geschätzt, indem die Länge der Spule mir bekannt war.

$0,2 \cdot 10^{-7}$ der ganzen Länge, für den 7,5 cm langen Draht $0,06 \cdot 10^{-7}$, und die dadurch hervortretende Verkürzung in dem intensiven Felde, welches er benutzte, sogar $0,8 \cdot 10^{-7}$, was vermuthlich den Verlauf seiner Curve wenig abändern würde.

Es konnte die Frage entstehen, ob nicht durch die cyklische Magnetisirung hervorgerufene Temperaturerhöhung eine Aenderung der Länge verursacht habe; in Eisen beträgt aber diese Erhöhung höchstens $0,0004^{\circ}$ C. pro Cyklus und die dadurch eintretende Längenänderung ist nur $5 \cdot 10^{-8}$, was sicher vernachlässigt werden darf. Trotzdem habe ich beobachtet, dass nach einer grossen Anzahl von rasch wiederkehrenden Cyklen der Magnet sich erwärmt und erst nach einigen Minuten in den stationären Zustand zurückkehrt.

Die Hauptresultate.

Statt die beobachteten Zahlen anzugeben, werde ich sie durch drei Systeme von Curven veranschaulichen. Die Curven $[\mathfrak{H}, e]$ (punktirte Linien) stellen die Längenänderung e als Ordinate und die äussere magnetische Intensität \mathfrak{H} als Abscisse dar (die im Innern der Ovoide herrschende Intensität beträgt nur $\mathfrak{H} - 0,043 \mathfrak{H}$); die Curven $[\mathfrak{H}, e]$ (dünn ausgezogene Linien), e als Function der Magnetisirung \mathfrak{H} ; die Curven $[\mathfrak{H}^2, e]$ (starke Linien), e als Function des Quadrates der Magnetisirung \mathfrak{H} .

1. *Eisen*: Von den bei verschiedenen Cyklen beobachteten Längenänderungen beschreibe ich, um Complicationen und Wiederholungen zu vermeiden, nur die einem Cyklus bei $5,8^{\circ}$ C. zwischen $\mathfrak{H} = 390$ und $\mathfrak{H} = -387$ entsprechenden; die Hauptresultate sind bei den verschiedenen Cyklen nicht merklich verschieden.

Die Curve $[\mathfrak{H}, e]$ (Fig. 7) zeigt die Aenderung in zehnmilliontel der Axenlänge als Einheit. Allmählich nimmt die Verlängerung mit aufsteigender magnetisirender Intensität zu, bis sie einen Wendepunkt erreicht; dann wächst die Längenänderung nur noch sehr langsam bis zu Maximum. Von dort nimmt sie wieder ab, und zwar erreicht die Axe ihre ursprüngliche Länge wieder bei $\mathfrak{H} = 305$; dann fängt sie an, sich noch weiter zusammenzuziehen. Für abnehmende Felder verläuft die Curve zuerst unter der früheren bis $\mathfrak{H} = 120$; die Verlängerung setzt sich noch weiter fort und erreicht ihr

Maximum in einem relativ schwachen Felde. Bei der Feldintensität Null gewinnt die Axe noch nicht ihre frühere Länge zurück; bei der Umkehrung des magnetisirenden Stromes findet man ein Maximum, von welchem an die Veränderung wiederum einen ähnlichen Verlauf wie vorher zeigt. Die Natur der Curve ist nicht verschieden von derjenigen, welche ich früher bei einem Drahte beobachtet habe.

Die demselben Cyklus angehörende Curve $[\mathfrak{Z}, e]$ zeigt wie die Curve $[\mathfrak{H}, e]$ eine besondere Art Hysteresis und steht fast symmetrisch in Bezug zur Linie der Magnetisirung Null. Es ist zu bemerken, dass die minimale Verlängerung während des Cyklus erst bei $\mathfrak{Z} = 0$ zum Vorschein kommt und die Magnetisirung bei maximaler Verlängerung derjenigen in der Nähe der maximalen Krümmung der Magnetisierungscurve entspricht.

2. *Nickel*: Dieses Metall zeigt starke Verkürzung, die mit aufsteigender magnetischer Intensität einem Grenzwerte sich asymptotisch nähert. Die Cykluscurve (Fig. 8) $[\mathfrak{H}, e]$ und $[\mathfrak{Z}, e]$ stehen symmetrisch in Bezug zur Linie $\mathfrak{H} = 0$ und $\mathfrak{Z} = 0$ resp. Eine bemerkenswerthe Eigenschaft findet man an der Curve \mathfrak{Z}, e ; die Hysteresis, die sich sehr deutlich bei der Curve $[\mathfrak{H}, e]$ sehen lässt, ist fast vollständig verschwunden, und die Curve weist eine der Parabel ähnliche Form auf.

3. *Kobalt*: Kobalt verkürzt sich wie Nickel; von der maximalen Contraction fängt es jedoch im Gegensatz zu diesem Metall an sich wieder beständig der früheren Länge zu nähern. Die beiden Metalle Eisen und Kobalt verhalten sich in entgegengesetzter Weise, sodass die Curven $[\mathfrak{H}, e]$ und $[\mathfrak{J}, e]$ (Fig. 3) für Kobalt die den Spiegelbildern derselben Curven für Eisen entsprechenden analogen Eigenschaften aufweisen. Die maximale Contraction tritt aber bei viel intensiverem Felde auf. Ich möchte hier bemerken, dass die Magnetisirung während des Cyklus eine gewisse häufig beobachtete Einseitigkeit zeigte.

Die Cykluscurven zeigen, dass nach einmaliger Magnetisirung eine Verkürzung oder Verlängerung im Sinne der früheren Aenderung zurückbleibt, obwohl die Magnetisirung scheinbar verschwunden ist. Würde dieses Zurückbleiben durch Mängel des messenden Apparates hervorgebracht, so müsste sich von einem Cyklus zum anderen die Gestalt der

erhaltenen Curven verändern, was in der Wirklichkeit nicht der Fall ist — die Curven bleiben bei wiederholten Cyklen fast dieselben. Die Längenänderung ist auf eine Aenderung im molecularen Zustande zurückzuführen. Die beobachtete Erscheinung würde daher bewiesen, dass der moleculare Zustand nach einmaliger Magnetisirung anders geworden ist, obgleich das Magnetometer die Magnetisirung Null zeigt. Dass dieses Zurückbleiben durch langsam folgende Kreisläufe des wechselseitig einwirkenden und allmählich verschwindenden magnetisirenden Stromes erlischt, führt uns dazu, zu behaupten, dass wir den früheren molecularen Zustand nicht erreichen können, bloss durch die Anwendung des entgegengesetzten fliessenden Stromes, sondern nur durch den eben erwähnten Entmagnetisirungsprocess. Dieses Zurückbleiben muss von der Form des Magnets beeinflusst sein, weil bei Drähten, die ich in der früheren Arbeit angewandt habe, diese Erscheinung in stärkerem Grade eingetreten ist.

Die Curven $[\mathfrak{S}^2, e]$: Die Curve $[\mathfrak{S}, e]$ hat für alle drei Metalle einige gemeinsame Eigenschaften. Während eines magnetischen Cyklus ist die Curve symmetrisch zu beiden Seiten der Linie $\mathfrak{S} = 0$, und die minimale Verlängerung oder Verkürzung tritt bei $\mathfrak{S} = 0$ ein. Daraus kann man schliessen, dass die Längenänderung eine gerade Function der Magnetisirung ist. Ferner beträgt die Kraft, welche die — durch senkrecht zur Magnetisirung gedachte Flächen getrennter — Hälften aufeinander ausüben, $2\pi \mathfrak{S}^2$ pro Flächeneinheit; endlich muss die von dem Maxwell'schen Ausdruck des Zwanges herrührende Längenänderung proportional dem Quadrate der Induction sein. Unter Berücksichtigung dieser Umstände wurde es zweckmässig gefunden, auch die Curven $[\mathfrak{S}^2, e]$ zu construiren.

Bei Eisen (Fig. 7) und Kobalt (Fig. 9) hat diese Curve eine, einer Hyperbel ähnliche, Gestalt; zuerst läuft die Curve in gerader Linie, dann zeigt sie starke Krümmung, endlich wird der Verlauf wieder gerade. In Nickel (Fig. 2) sieht man nur schwache Krümmung bei starker Magnetisirung.

Die Curven $[\mathfrak{S}^2, e]$ für drei Metalle zeigen, dass die *Längenänderung fast in linearer Beziehung mit dem Quadrate der Magnetisirung steht*; und zwar ist das Joule'sche Gesetz für Eisen auch für Nickel und Kobalt bei schwacher Magnetisirung giltig.

Cantone hat die Beziehung gefunden, dass die Verlängerung dem Quadrate der äusseren magnetisirenden Intensität proportional sei. Dass es so sein müsse, erklärt sich leicht; infolge des grossen Entmagnetisirungsfactors seines Magnets muss die Magnetisirung noch bei einem ziemlich starken äusseren Felde fast eine lineare Beziehung mit der Magnetisirung aufweisen; daraus ist das besprochene Gesetz von vornherein zu schliessen.

Berlin, Physik. Institut der Universität, Juli 1894.
