Zu den Grundformeln der analytischen Geometrie.

Von

O. Stolz in Innsbruck.

Die Note des Herrn v. Lilienthal zur Hesse'schen Normalform der Gleichung einer Ebene im 42. Bande dieser Zeitschrift S. 497 veranlasst mich zu nachstehender Bemerkung.

Die von ihm gegebene Regel zur Unterscheidung der beiden Seiten einer durch einen Punkt getheilten Geraden habe auch ich, wenigstens für die Geraden einer Ebene, bereits erwähnt. Ich definire nämlich in meinen Vorlesungen über allgemeine Arithmetik II, S. 37 die positive Richtung einer nicht zur Ordinatenaxe parallelen Geraden durch den Uebergang vom Punkte $M(\xi, \eta)$ zu $M'(\xi', \eta')$ wenn $\xi' - \xi > 0$ ist.

Ich halte es jedoch nicht für zweckmässig, ein für alle Male diese oder eine ähnliche Festsetzung zu treffen, da eine solche unter Umständen unbequem werden könnte. Wenn wir z. B. die positive Richtung einer jeden Geraden in der xy-Ebene nach v. Lilienthal von der negativen Seite der Abscissenaxe auf die positive treten lassen, so haben wir damit die Polarcoordinaten so bestimmt, dass die Anomalie φ zwischen 0 und 180^0 bleibt, der Radiusvector $r = OM$ jedoch negativ ist für die Punkte aller Halbstrahlen durch O, die auf der negativen Seite der x-Axe liegen. Diese Annahme über r dürfte schwerlich überall Eingang finden, erscheint es doch zunächst natürlicher, auf jedem Halbstrahl durch O positive Werthe von r zuzulassen, d. h. über die positive Richtung in der Geraden durch O nichts festzusetzen. Damit soll aber nicht gesagt sein, dass die Festlegung dieser Richtungen für besondere Untersuchungen nicht practisch sein könne.

Hinsichtlich der Grundformeln der analytischen Geometrie scheint mir jedoch die möglichste, mit ihrer Eindeutigkeit verträgliche Allgemeinheit am Platze zu sein. Sie besteht darin, die Richtung der darin vorkommenden Geraden nicht weiter zu beschränken, als dass, wenn in einer Ebene der positive Drehungssinn gegeben ist, die positive Normale für diese Ebene, sowie die positive Richtung in derjenigen

Geraden dieser Ebene, welche auf einer in ihr liegenden Richtung senkrecht steht, auf bestimmte Weise angenommen werden. In dieser Art habe ich einige Formeln der analytischen Geometrie des Raumes in den Monatsheften für Math. u. Phys. I. B., S. 433 dargestellt. Ich schreibe die Gleichung einer Ebene, deren positive Normale mit n bezeichnet wird, in der Gestalt:

$$x \cos \widehat{xn} + y \cos \widehat{yn} + z \cos \widehat{zn} - OR = 0$$

an, worin OR, das Perpendikel vom Anfangspunkte O auf die Ebene, sein Zeichen gemäss der Richtung n bekommt.

Schliesslich sei noch bemerkt, dass schon Gauss in Art. 54, 137 der Theoria motus corp. coel. (1809) empfiehlt, die geometrischen Grössen so zu definiren, dass nicht für jeden der etwa möglichen Fälle eine eigene Figur zu betrachten ist und dies soweit, als er es dort für nöthig hält, durchführt.

Innsbruck, im Juli 1893.