

Differential- und Integralrechnung zur Verfügung, die, von Deutschen verfasst, ganz auf dem gegenwärtigen Standpunkte der Wissenschaft stehen und je nach dem Leserkreise, für den sie geschrieben sind, die wissenschaftliche Strenge oder das didaktische Moment mehr in den Vordergrund treten lassen.

**Organisation des Unterrichtes im Rechnen und in der Arithmetik.** Vom Director Seeger. Beilage zum Osterprogramm (1897) des Realgymnasiums zu Güstrow. 45 S. gr. 8°. Druck der Ratsbuchdruckerei in Güstrow.

Der vorliegende Programmaufsatz enthält zunächst ein Verzeichnis der an der Lehranstalt für den Unterricht im Rechnen und in der Arithmetik eingeführten Hilfs- und Lehrbücher, und die Angabe der in den verschiedenen Classen demselben wöchentlichen zugewiesenen Lehrstunden, sowie eine ausführliche Darlegung der einzelnen Lehrpensä. Sodann macht der Verfasser Bemerkungen über das Verfahren und den Inhalt des Unterrichtes und unternimmt schließlich nicht ohne Geschick den Versuch, zwei gegen das arithmetische Lehrziel der Prima dieser Anstalt (Elemente der algebraischen Analysis. Elemente der Infinitesimalrechnung. Nächstliegende Anwendungen der Infinitesimalrechnung) erhobene Einwände zu entkräften. Diese Bedenken lauten: „1. Die Differential- und Integralrechnung geht über das Begriffs- und Vorstellungsvermögen der Jugend hinaus und die Schule misskennt ihre Aufgabe, wenn sie sich nicht auf die Elementarmathematik beschränkt. 2. Die norddeutschen Schulen haben sich so eng wie möglich an das preussische Unterrichtssystem anzuschließen; dem preussischen Realgymnasium aber ist eine Einführung der Schüler in die höhere Analysis ausdrücklich untersagt.“

**Rechentabellen für Multiplication und Division** von J. Riem, Mathematiker der Basler Lebensversicherungs-Gesellschaft zu Basel, mit einem Vorworte von Prof. Dr. H. Kinkelin in Basel. Erste Stereotyp-Ausgabe. 10 einfache und 89 Doppelseiten Druck und Verlag der Schweizer Verlags-Druckerei, Basel, 1897.

Die vorliegenden recht praktisch eingerichteten und sehr deutlich gedruckten Tabellen, welche die Multiplication in Addition, die Division in Subtraction verwandeln, gestatten unmittelbar das Aufschlagen von Producten ein- bis zweistelliger Zahlen mit fünfstelligen und mittelbar ohne Umwenden des Blattes mit mehr als fünfstelligen; bei einmaligem Umwenden kann man die Producte drei- bis vierstelliger Zahlen mit fünf- und mehrstelligen leicht finden. Den auf 89 Doppelseiten — für jeden Multiplikator von 11 bis 99 je eine — enthaltenen Tabellen gehen ein Vorwort, Erläuterungen über die Einrichtung und den Gebrauch der Tafeln und eine „Tafel der Jahrestheilszinsen zu Eins vom Hundert für jeden seit Anfang des Kalenderjahres verflossenen Tag (das Jahr zu 365 bez. 360 Tage gerechnet) in deutscher und französischer Sprache voraus. Das Werk ist allen, welche viele Multiplicationen und Divisionen zu vollführen haben, bestens zu empfehlen.

**Abels Theorem and the allied Theory including the Theorie of the Thetafunctions.** By H. F. Baker, Cambridge, University Press, 1897. XIX + 684, p., 8°.

Als erfreuliches Zeugnis für die Ausbreitung des Interesses an der Theorie der Abel'schen Functionen in englischen und amerikanischen Kreisen begrüßen wir das vorliegende ausführliche Werk. Es ist in der Absicht geschrieben, eine geeignete Grundlage für das eingehende Studium der Theorie der Abel'schen Functionen zu liefern und wir besitzen auch in der deutschen Literatur kein vollständigeres Buch, als das vorliegende. Wenn trotzdem in diesem Gebiete Näherstehender noch bestimmte Fragen und Gebiete hier vermisst, so ist das natürlich kein Tadel. Als solche Gebiete wären zu bezeichnen: Der ganze Kreis von Fragen, welcher die Heranziehung der Galois'schen Theorie erfordert, die Untersuchungen der Thetawerte für verschwindende Argumente und ihre Ausdrücke durch die Moduln des algebraischen Gebildes, ferner die mit beiden eng zusammenhängende Theorie der Differentialgleichungen, welchen die Perioden der Abel'schen Integrale als Functionen der Moduln genügen, endlich die Heranziehung der Invariantentheorie, wenn auch aus der Behandlung zu erkennen ist, dass speciell der letztere Gesichtspunkt Herrn Backer nicht fremd ist.

Auch eine ausführlichere Behandlung im Falle  $p=3$ , für welchen wenigstens die Hauptfragen erledigt sind, könnte man wünschen. Aber alles dies würde für einen zweiten Band in gleicher Stärke hinreichen und viele Fragen der ersterwähnten Gebiete noch der Vervollständigung und einheitlichen Behandlung bedürfen. Endlich noch einige Kleinigkeiten vorab: Der Ausdruck „ein sich aufhebender Verzweigungspunkt“ ist wohl ein Missverständnis und steht auch nicht so bei Riemann, sondern es sind natürlich zwei sich aufhebende Verzweigungspunkte. Die auch anderswo (Königsberger, Stahl) wiederkehrende Vorstellung, dass in solchen Punkten die beiden Blätter der Fläche sich berühren, ist eine überflüssige Complication, die Riemann gleichfalls nicht hat. Bei Riemann ist — wie heute — gefordert, alle Reihenentwicklungen so lange fortzusetzen, bis alle Zweige getrennt sind, und darnach über die Verzweigung zu entscheiden. Ferner ist wohl des öfteren im Buche davon die Rede, dass die Riemann'schen Thetafunctionen nicht die allgemeinsten sind, es hätte dabei doch erwähnt werden können, dass Schottky für  $p=4$  die nöthige Relation zwischen den Thetanullwerten explicite angegeben hat.

An Vorkenntnissen über allgemeine Functionentheorie und algebraische Functionen wird etwa soviel vorausgesetzt, als die Bücher von Forsyth und Harkness & Morley enthalten.

Das erste Capitel ist einer kurzen Recapitulation der Vorkenntnisse unter Riemann'schen Gesichtspunkten gewidmet. Im zweiten Capitel werden der Aufbau der algebraischen und Integralfunctionen aus dem Integral zweiter Gattung und die Normierungen gegeben. Im dritten Capitel finden wir den Weierstrass'schen Lückensatz, den Riemann-Roch'schen Satz, die sogenannten Weierstrass'schen Stellen. Das vierte Capitel entwickelt im Wesentlichen die Herstellung der fundamentalen Functionen bei gegebener algebraischer Gleichung nach der Methode von Dedekind-Weber und Kronecker-Hensel. Das fünfte Capitel ist der hyperelliptischen Gleichung und der Weierstrass'schen Normalform gewidmet, im sechsten endlich ist die Theorie der algebraischen Functionen im Anschluss an die Curventheorie entwickelt. Die ersten sechs Capitel geben also eine Übersicht über die bisher eingeschlagenen Wege, um die grundlegenden Probleme der Theorie der algebraischen Functionen zu erledigen.

Mit dem nächsten Capitel beginnt gewissermaßen ein neuer Abschnitt, indem jetzt die transcendenten Elemente der Theorie mehr in den Vordergrund treten.

Es werden hier zunächst ein von Weierstrass benütztes besonderes Integral zweiter Gattung, sowie dessen Primfunction hergeleitet, sodann zur Herstellung der algebraischen Functionen und der Periodenrelationen in Weierstrass'scher und Riemann'scher Form verwendet. Das Mittag-Leffler'sche Theorem wird mit Appell und Günther auf das algebraische Gebilde übertragen und die Vertauschung von Parameter und Argument angegeben. Hier könnten homogene Variable, Invariantentheorie, sowie Klein's canonische Flächen wohl mehr zur Geltung kommen. Im achten Capitel wird das Abel'sche Theorem auf Grund des in Weierstrass'scher Weise geschriebenen Residuensatzes entwickelt, und zwar zunächst als Differentialtheorem, ferner Abels eigener Beweis gegeben und die Umkehrung des Abel'schen Theorems bewiesen. Hier verdient, bemerkt zu werden, dass der Gedanke, den Cauchy'schen Residuensatz für das Abel'sche Theorem zu verwerthen von Riemann herrührt (ges. W. I. Aufl. pag. 133, II. Aufl. pag. 140) — allerdings nur für die erste Gattung. Man erhält es aber ohne jede Schwierigkeit auf demselben Wege für jedes Abel'sche Integral in fertiger Form. Das nächste Capitel orientiert über das Jacobi'sche Umkehrproblem und gibt den Weierstrass'schen Beweis für die Existenz der Umkehrfunctionen, sowie Andeutungen über den Weg, welcher von hier aus über die Integrale dritter Gattung zu den Thetafunctionen führt. Diese selbst werden im Anschluss an die Methoden Riemanns im 10. Capitel untersucht, so dass ihr Verschwinden, ihr Zusammenhang mit den algebraischen Functionen, sowie die mit ihrem identischen Verschwinden verbundenen Besonderheiten des algebraischen Gebildes behandelt werden. Ihre ersten und zweiten sog. logarithmischen Differentialquotienten werden eingehender behandelt. Das elfte Capitel ist einer eingehenderen Durchführung des hyperelliptischen Falles gewidmet.

Im zwölften Capitel tritt ein neuer Gesichtspunkt auf, welcher hier den Zweck hat, den Zusammenhang unserer Theorie mit der Theorie der automorphen Functionen zu vermitteln. Es schließt der Hauptsache nach an Schottky (Crelle 83, 101) an.

Das dreizehnte und vierzehnte Capitel handeln von den am algebraischen Gebilde unverzweigten Functionen, welche sich beim Überschreiten der Querschnitte um Factoren ändern, speciell das erstgenannte von den gewöhnlich sogenannten Wurzelfunctionen und ihrer Verwendung für das Umkehrproblem, das letztere über die allgemeinen multiplicativen Functionen.

Die nächsten drei Capitel handeln ausführlich von der formalen Theorie der Thetafunctionen und der Theorie der Charakteristiken.

Das achtzehnte Capitel gibt die lineare Transformation der Thetafunctionen sowie deren Beziehung zur Zerschneidung der Riemann'schen Fläche. Hier vermisst man den wichtigen Gesichtspunkt der Monodromie der Verzweigungspunkte.

Das neunzehnte Capitel behandelt die Grundzüge der Theorie der allgemeinen Jacobi'schen Functionen, das zwanzigste die formale Theorie der Transformation der Thetas.

Im einundzwanzigsten Capitel finden wir einen Abriss der complexen Multiplication der Thetafunktionen, sowie die Correspondenztheorie im Anschluss an Hurwitz, im zweiundzwanzigsten Einiges über Ausartung Abel'scher Integrale in solche niedrigerer Geschlechter.

Zwei Anhänge über Raumcurven und Matrices, Namenregister, Sachregister und eine Übersicht über die Bezeichnungen schließen das Buch.

Zu diesem reichen Inhalt tritt noch eine sorgfältige, ins einzelne gehende Behandlung und, was bei einem so allgemeinen abstracten Gebiet als ganz besonderer Vorzug zu rühmen ist, dass durch die in kleinem Druck eingereihten Beispiele oft sehr specieller Natur beständig die Verbindung der allgemeinen Gesichtspunkte mit den concreten Problemen aufrecht erhalten wird, so dass der Studierende einerseits jeden Augenblick in der Lage ist, selbst zu controlieren, wieweit er der Theorie mächtig ist, andererseits durch Behandlung des Specialfalls oft erst zum tieferen Verständnis der Bedeutung der Theorie geführt wird, was beim rein dogmatischen Vortrag selten erzielt werden kann. Dieser echt englische Vorzug der Buches ist hier umso höher anzuschlagen, als er uns das erstmal in einer umfassenden Darstellung der Abel'schen Functionen entgegentritt.

Druck und Ausstattung zeigen die bekannten Vorzüge der Cambridge University Press. Wirtinger.

**Multiplications-Tabellen** auch für Divisionen anwendbar. Bearbeitet nach einer neuen Anordnung von Carl Adolf Müller VII + 100 Doppelseiten 8<sup>o</sup> Braunsche Hofbuchhandlung, Karlsruhe, 1897. Preis geb. 3 M.

Das recht practisch eingerichtete, handliche Buch enthält eine Zusammenstellung von 100.000 fehlerfreien Producte in Tabellenform, die sämtlich, wie sie gedruckt dastehen, stets unverändert gelesen und benützt werden können, während in anderen analogen Werken sehr oft die gedruckten Tausender um eine Einheit erhöht werden müssen. Das Buch wird Allen, welche vielfach größere numerische Rechnungen auszuführen haben, gute Dienste leisten.

**Geschichte und Theorie des photographischen Teleobjectivs**, von M. von Rohr. 41 S. 8<sup>o</sup>. Weimar, 1897.

Wie der Verfasser selbst hervorhebt, hat sich in der neueren Zeit das Interesse der photographischen Welt sehr den Teleobjectiven zugewandt. Dies liegt zumtheile vielleicht darin, dass sich die Verwendbarkeit dieser Objective nicht nur für gewisse Aufgaben der Landschaftsphotographie bewährt hat, sondern dass dieselben sogar für das Portraitfach eine erhöhte Bedeutung finden.

Der Verfasser, welcher die Anregung zu seiner Schrift in erster Linie durch die Gebrauchsanleitung für Teleobjective von P. Rudolf erhielt, stellt zuerst eine historische Betrachtung über dieses Thema voraus und geht dann zur theoretischen Entwicklung der bei den Teleobjectiven herrschenden Beziehungen über. Von diesen sind die Betrachtungen über die perspectivische Wirkung und den Einfluss der Blenden auf dieselbe von besonderem Interesse.

Jedenfalls wird jeder, der sich für diesen Gegenstand interessiert, die Schrift Rohr's mit Freude begrüßen, vorausgesetzt jedoch, dass er mit einigen