

III. *Beitrag zur Lehre von der Erhaltung der lebendigen Kraft; von E. Segnitz.*

Die Behauptung, daß die Summe der sogenannten lebendigen Kräfte in dem Universum eine constante Gröfse sey, ist in dieser Allgemeinheit, wie es scheint, zuerst von Leibnitz¹⁾ ausgesprochen worden. Lagrange bezeichnet zwar²⁾ Huyghens als denjenigen, welcher von dem die Erhaltung der lebendigen Kräfte betreffenden Satze den ersten Gebrauch gemacht habe; Letzterer aber hatte das fragliche Theorem offenbar in einem viel beschränkteren Sinne aufgefaßt, als es von dem deutschen Philosophen geschehen ist. Johann Bernoulli, welcher ebenfalls mitunter als Entdecker des obigen Gesetzes bezeichnet wird, machte selbst keinen Anspruch darauf. In einem seiner Briefe an Leibnitz³⁾ sagt er ausdrücklich: »*Assumo novum tuum principium de conservatione ejusdem quantitatis virium ex quo deinde principium Huyenianum tanquam contactarium deducitur.*« Nachdem der Gegenstand durch Dr. Mayer in Heilbronn vor nicht ganz zwanzig Jahren von Neuem angeregt worden ist, hat derselbe die Aufmerksamkeit der bedeutendsten Physiker und Mathematiker auf sich gezogen, zu manchen überraschenden Entdeckungen geführt, und der Naturforschung ein neues vielversprechendes Feld eröffnet.

Auf dem ersten Anblick scheint es, als werde »die Erhaltung der Kraft« gegenwärtig allgemein als ein Naturgesetz anerkannt; bei näherem Eingehen auf die Sache zeigt sich jedoch, daß die Uebereinstimmung hierin nur eine scheinbare, keinesfalls vollständige ist, und das angebliche Naturgesetz noch in sehr verschiedener Weise gedeutet wird.

1) *G. G. Leibnitii et Joh. Bernoullii commercium philos. et mathematicum. Lausannae et Genevae 1745, Epist. XXVI, T. I p. 157*, sowie a. m. a. Stellen.

2) *Mécanique analytique*, 3. édit. T. I p. 225.

3) *L. c.* p. 153.

Durch den jedenfalls unpassenden Namen, welchen frühere Mathematiker dem Product aus Masse und Quadrat der Geschwindigkeit beizulegen für gut fanden, hat man sich hin und wieder zu der, durch keinerlei Thatsachen gerechtfertigten Ansicht verleiten lassen, es bestehe zwischen den sogenannten lebendigen Kräften und den Kräften im eigentlichen Sinne des Wortes ein derartiger Zusammenhang, daß jeder Veränderung der ersteren eine solche der letzteren entspreche, wodurch die Constanz der Kräftesumme in der Welt erhalten werde, und umgekehrt. So hat Faraday geradezu ausgesprochen, daß nach seiner Ueberzeugung die durch Ab- und Zunahme der Entfernung bedingten Modificationen der Schwerkraft von Erscheinungen begleitet seyn müssen, welche, wenn sie uns jetzt auch noch unbekannt sind, doch später entdeckt, dazu dienen werden, jene Doctrin zu bestätigen¹⁾.

Ich sehe diese Meinung als hinreichend widerlegt an, und will mich daher nicht länger dabei aufhalten, vielmehr in dem Folgenden lediglich die Frage in's Auge fassen, inwieweit sich die Constanz der Summe lebendiger Kräfte in der Natur aus den Prinzipien der rationellen Mechanik herleiten oder doch mit denselben vereinigen läßt, indem ich voraussetze, daß man der reinen Bewegungslehre bei dieser offenbar zu ihrem Gebiete gehörigen Frage auch ein Wort mitzusprechen gestattet, und ihr nicht etwa vom Standpunkt der Metaphysik Stillschweigen aufzulegen gemeint ist.

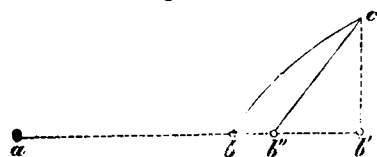
Die Erhaltung der lebendigen Kraft kann — von der kurz vorher erwähnten Auffassung abgesehen — in einem doppelten Sinne gedeutet werden, nämlich einmal dahin, daß man die Constanz der betreffenden Summe für jeden Augenblick behauptet, also jede auch nur vorübergehende Aenderung ausschließt; und zweitens dahin, daß man diese Summe nur periodisch dieselbe GröÙe erreichen läßt, oder auch — von ihrer thatsächlichen GröÙe ganz absehend —

1) Man sehe in Betreff dieser Aeulserungen des berühmten Physikers: *Phil. Mag. V. XIII p. 166*, sowie die Entgegnung von Macquorn Rankine in derselben Zeitschrift *V. XVII p. 250 und 347*.

sich auf die Behauptung beschränkt, daß, wenn sich in der Welt einmal genau die gleiche Aenderung aller Körper und Körpertheile wiederholt haben sollte, in diesem Falle auch genau wieder dieselbe Summe von lebendigen Kräften vorhanden seyn würde.

Hirn scheint von der erstern Ansicht ausgegangen zu seyn, als er seine bekannten Versuche über das mechanische Aequivalent der Wärme anstellte; er hat sich aber dabei überzeugt, daß ein gegebenes Maafs mechanischer Arbeit nicht dieselbe Wärmemenge zu erzeugen, wie sonst, im Stande ist, wenn die mechanische Arbeit gleichzeitig bleibende Formänderungen fester Körper bewirkt. Diefs zeigte sich bei dem Bohren verschiedener Metallstücke, als auch bei den Reibungsversuchen, sobald aus Mangel an Schmiere eine sichtliche Abnutzung der Oberflächen eintrat¹⁾.

Es läßt sich leicht darthun, daß es zur Hervorbringung einer solchen Wirkung nicht der wirklichen Trennung eines festen Körpers bedarf, sondern daß die Ueberschreitung der Elasticitätsgränzen bei unvollkommen elastischen Körpern schon genügt, um eine Verminderung der lebendigen Kraft zu Wege zu bringen.



Es seyen a , b (in der nebenstehenden Figur) zwei Molecüle eines solchen Körpers im Zustande des Gleichgewichts. Wird nun durch eine äußere, in der Richtung ab wirkende Kraft eine Ausdehnung desselben hervorgebracht, so wird das Molecül b in Bezug auf a den relativen Weg bb' zurücklegen und in jedem Punkte desselben ein gewisser, aus den inneren Kräften hervorgehender Widerstand zu überwinden seyn. Diese Widerstände denken wir uns als Ordinaten auf die Abscissenlinie bb' aufgetragen und erhalten so eine Curve bc , welche bei einem vollkommen elastischen Körper in

1) *Recherches sur l'équivalent mécanique de la chaleur, présentées à la Société de physique de Berlin par G. A. Hirn, ingénieur civil. Colmar et Paris 1828.*

eine Grade übergehen würde, den thatsächlichen Eigenschaften der physischen Körper entsprechend aber ihre concave Seiten der Abscissenlinie zukehrt. Nachdem die äussere Kraft aufgehört hat zu wirken, nimmt das Molecül b' eine rückgängige Bewegung an, gelangt aber nicht ganz zu seinem ursprünglichen Ort b , sondern kommt in der neuen Gleichgewichtslage b'' zur Ruhe. Die auf das betrachtete Molecül wirkenden Kräfte werden dabei von den vorhin erwähnten Widerständen verschieden, und zwar kleiner als diese ausfallen. Ist die von Gerstner aufgestellte Behauptung richtig, dafs sich ein unvollkommen elastischer Körper innerhalb der Gränzen der Ausdehnung, welche er früher einmal erfahren hat, nahezu wie ein vollkommen elastischer verhält — unter dieser Voraussetzung, sage ich, wird die der rückgängigen Bewegung entsprechende Curve cb'' nicht merklich von einer geraden Linie verschieden seyn. Die bei dem beschriebenen Vorgang stattfindende Vermehrung der lebendigen Kraft wird durch das Dreieck $b'cb''$, die Verminderung derselben durch die Fläche bcb' ausgedrückt, und wir erhalten somit schliesslich eine der Fläche bcb'' proportionale Verminderung der lebendigen Kraft.

Das Dogma von der absoluten Unveränderlichkeit der lebendigen Kraft im Universum findet weder in den Prinzipien der Bewegungslehre, noch in der Erfahrung eine Stütze, und ist daher nicht wohl haltbar.

Leider wird der hierher gehörige, in aller Strenge zu beweisende Lehrsatz der rationellen Mechanik auch in den Lehrbüchern der letztern nicht immer präcis genug ausgesprochen, um jedes Mißverständnis zu beseitigen. So sagt Duhamel'): »Lorsque l'expression $\Sigma (Xdx + Ydy + Zdz)$ est la différentielle exacte d'une fonction φ de $x, y, z, x', y', z', \dots$ considérées comme variables indépendantes, on pourra intégrer les deux membres de l'équation précédente entre deux époques quelconques et l'on aura:

$$(2) \quad \frac{1}{2} \Sigma mv^2 - \frac{1}{2} \Sigma mv_0^2 = \varphi(x, y, z, x', \dots) \\ - \varphi(x_0, y_0, z_0, x'_0, \dots).$$

1) Cours de Mécanique, 2. édit. T. II p. 120.

„... Si les forces X, Y, Z sont nulles, le second membre de l'équation (2) est nul, et la somme des forces vives est constante. C'est en cela que consiste le principe de la conservation des forces vives.“

Letztere Behauptung würde entschieden falsch seyn, wenn man unter X, Y, Z lediglich die Componenten der äufsern Kräfte verstehen wollte, indem auch die *innern* Kräfte eine von Null verschiedene Arbeit zu verrichten im Stande sind. Obiger Ausspruch ist aber ein völlig überflüssiger, wenn damit die Erhaltung der lebendigen Kraft in Bezug auf ein System behauptet werden soll, auf welches weder äufserer noch innerer Kräfte wirken; denn unter dieser Voraussetzung wird dem Gesetz der Trägheit zufolge jedes Atom eine geradlinige Bewegung von gleichförmiger Geschwindigkeit zeigen, mithin nicht nur die Summe der sogenannten lebendigen Kräfte, sondern, wie sich ganz von selbst versteht, auch jede beliebige andere Function der Massen und Geschwindigkeiten eine constante Gröfse seyn.

Alles, was sich in Bezug auf den vorliegenden Gegenstand als vollkommen feststehend aus den Prinzipien der Mechanik herleiten läfst, ist aber in folgendem Satze enthalten, nämlich:

Wenn auf ein beliebiges System von materiellen Punkten nur solche Kräfte wirken, welche entweder von äufseren festen Punkten oder von den beweglichen Theilen des Systemes selbst ausgehen und *lediglich Functionen der gegenseitigen Abstände sind*, so ist auch die Summe der dem System in jedem Augenblick zukommenden lebendigen Kräfte eine solche Function, und mithin für jede periodisch wiederkehrende gleiche Anordnung aller Theile *constant*.

Dehnen wir nun das betrachtete System auf das *Weltall* aus, so fallen die *äufsern* Kräfte gänzlich hinweg, und wir haben es nur mit *innern* Kräften zu thun, von welchen das dem obigen Satze, sowie der gesammten Mechanik zu Grunde liegende Axiom von der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung allerdings erfahrungsmäfsig gilt; dagegen ist weder die periodisch wiederkehrende Anordnung aller Theile

des Universums, noch von allen in der Natur vorkommenden mechanischen Kräften erwiesen, daß sie lediglich Functionen des gegenseitigen Abstandes der Körper und Körpertheile sind, welche solche Kräfte gegen einander äußern. Die hyperbolischen Bahnen mancher Kometen scheinen vielmehr der ersten dieser beiden unerwiesenen Annahmen geradezu zu widersprechen; dasselbe gilt von vielen Erscheinungen des Magnetismus und der Electricität in Bezug auf die zweite Hypothese. Zwei Stücke weichen Eisens üben in der Nachbarschaft eines kräftigen permanenten oder Elektro-Magneten augenscheinlich ganz andre Wirkungen auf einander aus, als wenn der Magnet nicht da ist. Diese Wirkungen sind also nicht allein von dem gegenseitigen Abstand abhängig, sondern können auch durch die Gegenwart eines dritten Körpers wesentlich modificirt werden.

Die Beweisführung des Satzes, daß sich dieselbe Anordnung aller Theile des Universums von Zeit zu Zeit wiederhole, können wir getrost denen zuschreiben, welche eine solche Behauptung aufstellen. Andreerseits läßt sich nicht leugnen, daß nach vielfältigen Beobachtungen, welche in neuerer Zeit von Physikern angestellt worden sind, der Satz von der Erhaltung der lebendigen Kraft allerdings noch über die Gränzen des strengen Beweises hinaus, welchen die Wissenschaft der Mechanik bisher zu liefern im Stande gewesen ist, Geltung zu haben scheint. Vermuthlich hat sich derselbe in sehr vielen Fällen auch hinsichtlich solcher Kräfte, bei welchen die erwähnte Bedingung augenscheinlich nicht erfüllt ist, demungeachtet zutreffend gezeigt. Man hat geglaubt auf solche Weise einem Naturgesetz höherer Ordnung auf die Spur gekommen zu seyn, welches man jedoch trotz aller Bemühungen noch nicht einmal mit der wünschenswerthen Präcision zu formuliren, geschweige denn streng zu beweisen vermocht hat. Dasselbe hat die Natur der Kräfte und die zwischen denselben stattfindenden Beziehungen zum Gegenstande, während sich die rationelle Mechanik mit der Frage nach der Natur dieser Kräfte nicht weiter zu befassen, sondern dieselben als gegeben voraus-

zusetzen pflegt. Man spricht von der *Correlation* oder *Wechselwirkung der Naturkräfte*, ist jedoch bisher kaum im Stande gewesen, ein andres maßgebendes Prinzip dafür aufzustellen, als den angeblichen metaphysischen Grundsatz, daß die Wirkung der Ursache gleich seyn müsse oder — die Unmöglichkeit des *Perpetuum mobile*. Der erstere Satz müßte jedenfalls dahin berichtigt werden, daß wir sagen: Die Wirkungen *verhalten sich* wie die Ursachen; denn Ursache und Wirkung können, streng genommen, als ungleichartige Größen einander nicht ohne Weiteres gleich gesetzt werden.

Helmholtz sucht den ersten Anstoß zu den betreffenden Entdeckungen in den frühern Bestrebungen ein sogenanntes *Perpetuum mobile* herzustellen. Von jener Periode der Verwirrungen zur Jetztzeit übergehend sagt er ¹⁾: »Man fragte nicht mehr: wie kann ich die bekannten und unbekanntenen Beziehungen zwischen Naturkräften benutzen, um ein *Perpetuum mobile* zu construiren? sondern man fragte: Wenn ein *Perpetuum mobile* unmöglich seyn soll, welche Beziehungen müssen dann zwischen den Naturkräften bestehen? Mit dieser Umkehr der Frage war alles gewonnen.«

Ich muß gestehen, die Benutzung der Unmöglichkeit, jenes berüchtigte Problem zu lösen, als eines an sich einleuchtenden Axiomes, scheint mir einigermaßen bedenklich, obgleich Leibnitz, Carnot und Andere zu ähnlichen Zwecken davon Gebrauch gemacht haben. Bekanntlich hat die Pariser Akademie bereits im Jahre 1775 beschlossen und erklärt, keiner auf diesen Gegenstand bezüglichen Denkschrift mehr irgend eine Beachtung zu schenken; demungeachtet erhält dieselbe noch jedes Jahr dergleichen Zuschriften, nur in England sind noch in dem gegenwärtigen Jahrhundert 84 Patente auf Erfindungen genommen worden, welche, wenn sie auch nicht durchgängig so bezeichnet wurden, im Wesentlichen doch auf das *Perpetuum mobile* hinauslaufen ¹⁾. Es geht daraus hervor, daß

1) *Perpetuum mobile or search for self-motive power during the 17th, 18th and 19th century; by Henry Dirks, C. E. London 1861, p. 496.*

die Unmöglichkeit desselben eben nicht allen Köpfen einleuchten will.

Die Bedeutung der angeregten Frage ist nicht zu verkennen; ebensowenig läßt sich in Abrede stellen, daß die damit im engsten Zusammenhang stehende weitere Frage: Wie müssen die in der Natur vorhandenen Kräfte beschaffen seyn, wenn die Erhaltung der Kraft, in dem zuletzt erwähnten bedingungsweisen Sinne verstanden, gesichert seyn soll? — es läßt sich, sage ich, nicht in Abrede stellen, daß diese Frage ganz eigentlich dem Gebiet der Mechanik anheimfällt. Die Unzerstörbarkeit und Unveränderlichkeit der Atome einmal zugestanden, können sämtliche Erscheinungen der Körperwelt in letzter Analyse nur auf Bewegung beruhen; Mufsschenbroek ¹⁾ sagt daher mit vollem Recht: »*Nulla corporibus inducitur mutatio, cujus causa non fuerit motus.*«

Betrachten wir jetzt von diesem Standpunkte aus ein System von materiellen Punkten, deren Massen m_1, m_2, m_3, \dots seyen und auf welches keine äußere Kräfte wirken, bezeichnen wir dabei durch v_1, v_2, v_3, \dots die augenblicklichen Geschwindigkeiten derselben materiellen Punkte, und durch R eine Function der gegenseitigen Abstände r, r', r'', \dots , welche außerdem keine veränderlichen Größen enthält, so ist der analytische Ausdruck des fraglichen Satzes, in dem mehrfach erläuterten Sinne aufgefaßt,

$$\sum m v^2 = 2R \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (I)$$

woraus sich durch Differentiiren weiter ergibt:

$$\sum m v dv = \frac{dR}{dr} dr + \frac{dR}{dr'} dr' + \frac{dR}{dr''} dr'' + \dots \quad (II)$$

Setzen wir andererseits die gegenseitigen Einwirkungen je zweier materieller Punkte auf einander beziehentlich gleich $\varphi, \varphi', \varphi'', \dots$, wobei den gegenseitigen Abstand vergrößernde, also abstofsende Kräfte als positive, anziehende Kräfte dagegen als negative Größen in Rechnung zu bringen sind, so ist bekanntlich:

$$\sum m v dv = \varphi dr + \varphi' dr' + \varphi'' dr'' + \dots \quad (III)$$

1) *Introductio ad philosophiam naturalem. T. I p. 5.*

Ziehen wir nun von dieser Gleichung vorhergehende ab, und dividiren den Rest durch das Element der Zeit t , so erhalten wir:

$$\left(\varphi - \frac{dR}{dr}\right) \frac{dr}{dt} + \left(\varphi' - \frac{dR}{dr'}\right) \frac{dr'}{dt} + \left(\varphi'' - \frac{dR}{dr''}\right) \frac{dr''}{dt} + \dots = 0 \quad (\text{IV})$$

Dies ist die Bedingung, welche nothwendig erfüllt seyn muß, wenn bei periodisch wiederkehrender gleicher Anordnung eines solchen Systemes die Summe seiner lebendigen Kräfte auch stets wieder denselben Werth annehmen soll.

Dieser Bedingung geschieht immer Genüge, sobald jene Function der Größen $\varphi, \varphi', \varphi'', \dots$ lediglich eine Function des Abstandes zwischen denjenigen beiden Molecülen ist, deren gegenseitige Einwirkung dadurch bezeichnet werden soll, indem dann jeder der Ausdrücke auf der rechten Seite der Gleichung

$$R = \int \varphi dr + \int \varphi' dr' + \int \varphi'' dr'' + \dots \quad (\text{V})$$

für sich integrel ist, und

$$\frac{dR}{dr} = \varphi, \quad \frac{dR}{dr'} = \varphi', \quad \frac{dR}{dr''} = \varphi'' \quad \dots \quad (\text{VI})$$

wird. Es entsteht daher zunächst die Frage, ob die vorhin angedeuteten Ausnahmen nicht vielleicht nur scheinbare sind? ob sich das Gesetz, nach welchem sich die von zwei Körpern auf einander ausgeübten Wirkungen nur mit ihrem gegebenen Abstände ändern, und von der Nachbarschaft jedes dritten Körpers völlig unabhängig sind — ob sich dieses Gesetz, welches bei den bekannten Naturkräften jedenfalls die Regel bildet, nicht als ein ohne alle Ausnahme gültiges herausstellen würde, wenn wir im Stande wären, die Wirkungen, welche die *kleinsten Körpertheile* auf einander äußern, überall vollständig zu ermitteln. Die Vorschrift, die möglichst einfachsten Hypothesen zur Erklärung der Naturerscheinungen zu wählen, spricht offenbar im Allgemeinen für eine solche Annahme; bei weiterer Ausführung dieses Gedankens aber würde man, glaube ich, auf

große Schwierigkeiten stoßen. Man würde dann, wie es scheint, zu der weiteren Hypothese gezwungen seyn, daß zwei Molecüle, welche verschiedenen Körpern *A* und *B* angehören, eigentlich unendlich größere anziehende oder abstoßende Kräfte auf einander ausüben, als wir auf Grund der beobachteten Gesamtwirkung bisher angenommen haben, daß aber jede solche Einzelwirkung durch die eines benachbarten (ponderabeln oder imponderabeln) Molecüles nahezu aufgehoben, und nur der verhältnißmäßig sehr kleine Unterschied je zweier Kräfte wahrgenommen werde. Unter dieser Voraussetzung allein liefse es sich ohne Beeinträchtigung des obigen Gesetzes erklären, wie aus einer unmerklichen Aenderung in der Anordnung der Molecüle, welche die Körper *A* und *B* bilden, eine wesentlich veränderte Gesamtwirkung beider Körper auf einander hervorgehen könne.

Lassen wir aber, zur Vermeidung einer solchen, etwas künstlich aussehenden Hypothese die fragliche Beschränkung der Functionen φ , φ' , φ'' , ... auf je einen der Abstände r , r' , r'' , ... ganz fallen, so handelt es sich weiter darum, ob wir die dadurch bezeichneten Kräfte von den relativen Geschwindigkeiten unabhängig machen wollen oder nicht. Für beide Hypothesen lassen sich Autoritäten anführen. Redtenbacher legt den in seinem »*Dynamiden-System*« niedergelegten Untersuchungen ¹⁾ ausdrücklich den Satz zu Grunde, daß die Wechselwirkung der Atome im bewegten Zustande so groß ist, als im ruhenden. Fechner dagegen spricht ²⁾ die Meinung aus, daß mit Kräften, welche lediglich von den Distanzen abhängig angenommen werden, nicht auszukommen sey, wenn man von den elektrischen und magnetischen Erscheinungen genügende Erklärungen geben wolle, und hält die Einführung der Bewegungszustände, d. h. der relativen Geschwindigkeiten der kleinsten Theile für unvermeidlich.

1) A. a. O. S. 16.

2) Ueber die physikalische und philosophische Atomenlehre. Leipzig 1855, S. 205 u. f.

In dem Falle, das wir die Meinung Fechner's theilen, bleibt die Gleichung (IV) die einzige zu erfüllende Bedingung; schliessen wir uns dagegen der ersteren Ansicht an, und betrachten somit die bewegenden Kräfte $\varphi, \varphi', \varphi'', \dots$ als unabhängig von den relativen Geschwindigkeiten $\frac{dr}{dt}, \frac{dr'}{dt}, \frac{dr''}{dt}, \dots$, so gelangen wir wiederum zu den Gleichungen (VI), jedoch mit dem Unterschiede, das jene Kräfte jetzt nicht mehr Functionen je eines der Abstände r, r', r'', \dots sondern von mehreren derselben zugleich abhängig seyn sollen.

Wollte man ferner die lebendige Kraft eines Systems, auf welches keine äufserer Kräfte wirken, als eine absolut constante, d. h. von der augenblicklichen Aenderung seiner Theile unabhängige Gröfse ansehen, so würden die Differentialcoefficienten $\frac{dR}{dr}, \frac{dR}{dr'}, \frac{dR}{dr''}, \dots$ verschwinden und mithin auch

$$\varphi \frac{dr}{dt} + \varphi' \frac{dr'}{dt} + \varphi'' \frac{dr''}{dt} + \dots = 0$$

werden. Es liegt auf der Hand, das dies mit Kräften, welche von den relativen Geschwindigkeiten unabhängig seyn sollen, nicht vereinbar ist.

Was endlich die weiter oben erwähnte Begründung des Dogma's von der Erhaltung der lebendigen Kraft und die Unmöglichkeit des *Perpetuum mobile* anbelangt, so ist dieselbe schon insofern unzulässig, als ein solches in gewissem Sinne allerdings möglich ist, wenn wir nämlich die Benutzung *äufserer veränderlicher* Kräfte gestatten. Mit Hülfe von *inneren* Kräften allein ein *Perpetuum mobile* herzustellen würde aber auch dann unmöglich seyn, wenn in der Natur statt der Gleichung (VI) die Ungleichung

$$\left(\varphi - \frac{dR}{dr}\right) \frac{dr}{dt} + \left(\varphi' - \frac{dR}{dr'}\right) \frac{dr'}{dt} + \left(\varphi'' - \frac{dR}{dr''}\right) \frac{dr''}{dt} + \dots < 0$$

stattfände, während sich aus letzterer die Erhaltung der lebendigen Kraft *nicht* herleiten läfst; denn es ist dann, in dem wir

$$\left(\varphi - \frac{dR}{dr}\right) \frac{dr}{dt} + \left(\varphi' - \frac{dR}{dr'}\right) \frac{dr'}{dt} + \dots + F = 0$$

setzen, F eine jedenfalls positive Gröfse, und

$$\begin{aligned} \int (\varphi dr + \varphi' dr' + \dots) &= \frac{1}{2} \Sigma mv^2 \pm C \\ &= R - \int F dt, \end{aligned}$$

also die lebendige Kraft:

$$\Sigma mv^2 = 2R \mp 2C - 2 \int F dt,$$

d. i., abgesehen von den periodischen Aenderungen, eine im Verlauf der Zeit *abnehmende* Gröfse.

Auf vorstehende Sätze und Betrachtungen basirte Untersuchungen über die Natur der Kräfte sind mir bisher noch nicht zu Gesicht gekommen; trotz ihres hohen Interesses beabsichtige ich auch nicht, hier dergleichen zu liefern, da sie nur dann von Werth seyn können, wenn sie recht viele, wo möglich alle bekannte Naturkräfte umfassen. Es lag mir vor der Hand lediglich daran, mir selbst die Consequenzen vor Augen zu führen, welche die von der Mehrzahl der heutigen Physiker adoptirte Verallgemeinerung jenes in den Lehrbüchern der Mechanik schon längst bewiesenen, aber in einem viel beschränkteren Sinne aufgefaßten Lehrsatzes von der Erhaltung der lebendigen Kraft nach sich zieht. Obgleich die von mir aufgefundenen und vorstehend mitgetheilten Resultate ziemlich nahe liegen, dürfte der Umstand, dafs sie demungeachtet nicht selten übersehen worden zu seyn scheinen, und dafs sie eine Tagesfrage betreffen, ihre Veröffentlichung einigermassen rechtfertigen.