

I. *Ueber die Elasticität fester Körper;  
von Wilhelm Weber.*

---

Es ist ein bekanntes Gesetz der Elasticität fester Körper, daß bei zunehmender Spannung ihre Länge zunimmt, bei abnehmender Spannung ihre Länge abnimmt. Man nimmt an, daß das Verhältniß dieser gleichzeitigen Spannungs- und Längenänderungen für jeden Körper (innerhalb der Gränzen vollkommener Elasticität und bei gleicher Temperatur) *constant* sei, und nennt das Gewicht, welches, diesem Verhältniß gemäß, die Länge des Körpers bei einem der Flächeneinheit gleichen Querschnitt verdoppeln würde, den *Elasticitäts-Modulus* oder *Elasticitäts-Coëfficienten*, der einen für jede Substanz (bei einer bestimmten Normaltemperatur) zu bestimmenden *constanten Werth* besitzt. Im XXXIV. Bande dieser Annalen sind, S. 247 bis 257, mehrere Versuche mitgetheilt worden, woraus es wahrscheinlich wird, daß jenes bisher allgemein angenommene Gesetz gewisser Beschränkungen bedürfe, zumal bei festen animalischen und vegetabilischen Substanzen, von denen besonders die Seide genauer untersucht wurde. Es sollen hier jene Versuche vollständiger mitgetheilt werden, um die Gesetzmäßigkeit dieser Abweichungen genauer zu prüfen. Aus der ersten hier anzuführenden Versuchsreihe wird man ersehen, daß bei einer allmäligen Zunahme der Spannung von 13,10 bis 29,83 Grammen eine Verkürzung von 5241,39 bis 5221,76 Millimetern eintrat, in offenbarem Widerspruch mit obigem Gesetze, wonach eine Verlängerung zu erwarten war; in der zweiten Versuchsreihe dagegen, bei einer allmäligen Abnahme der Spannung von 84,37 bis

71,29 Grm., eine Verlängerung von 5274,06 bis 5289,41 Millimetern eintrat, ebenfalls in offenbarem Widerspruch mit obigem Gesetze, wonach eine Verkürzung zu erwarten war.

Diese Abweichungen von jenem Gesetze sind so bedeutend, und geschehen selbst so gesetzmässig, daß sie nicht vernachlässigt werden dürfen, den Fall vielleicht ausgenommen, der selten vorkommen wird, wo nach jeder Spannungsänderung mehrere Tage verfließen, ehe man die Länge des Fadens betrachtet. Nur wenn nach jeder Spannungsänderung ein solcher Zeitraum verflossen wäre, würde der Faden in einen Zustand gekommen seyn, für welchen obiges Gesetz näherungsweise gültig wäre.

Was obiges Gesetz für die festen Körper ist, ist das Mariotte'sche Gesetz für die Luft. Es ist bekannt, daß auch dieses Gesetz keine allgemeine Gültigkeit besitzt, sondern einer ähnlichen Beschränkung bedarf. Auch bei der Luft kann der Fall vorkommen, daß ihr Volumen bei allmählig zunehmender Spannung merklich zunimmt, und bei allmählig abnehmender Spannung merklich abnimmt, wenn nämlich dort eine schnelle Abnahme, hier eine schnelle Zunahme der Spannung kurz vorausgegangen ist. Soll das Mariotte'sche Gesetz eine hinreichende Annäherung an die Wahrheit gewähren, so muß ebenfalls nach jeder Spannungsänderung einige Zeit verfließen, ehe man das Volumen der Luft betrachtet, nämlich ein solcher Zeitraum, welcher genügt, daß die Luft wieder die Temperatur der umgebenden Körper annimmt, die sie während der Spannungsänderung verloren hat. Nur findet der Unterschied statt, daß der Zeitraum, welcher hier verfließen muß, viel kleiner ist, als der bei obigen festen Körpern, woraus sich von selbst ergibt, daß die Temperatur, welche hier die Ursache der Abweichung vom Mariotte'schen Gesetze ist, dort nicht die Ursache seyn könne, die dort vielmehr tiefer in der Constitution jener festen Körper liegen müsse.

Was aber den Einfluß dieser Abweichungen betrifft, so ist er in beiden Fällen gleich wichtig, insbesondere für die Betrachtung der Schallschwingungen, wo die Spannungsänderungen und die räumlichen Aenderungen immer gleichzeitig in Betracht gezogen werden müssen, die Bedingung also, unter welcher obige Gesetze gelten, nicht erfüllt ist. Bei der Luft ist es gelungen, diesen Einfluß genau in Rechnung zu bringen, bei obigen festen Körpern bedarf es aber noch einer genaueren Untersuchung zu diesem Zwecke, wenn man auch im Allgemeinen übersehen kann, daß sich daraus wahrscheinlich erklären wird, warum die Größe der Schallschwingungen bei manchen festen Körpern sehr schnell, bei andern sehr langsam abnimmt unter sonst gleichen äußern Verhältnissen, wo man erwartet hätte, daß sie bei allen nur sehr langsam abnähme.

Es mögen hier zunächst die erwähnten Versuche ausführlich folgen, sodann versucht werden, dieselben unter Gesetze zu bringen, und die nothwendige Beschränkung des bisher allgemein angenommenen Elasticitätsgesetzes daraus abzuleiten.

Fig. 1 Taf. I stellt den zu diesen Versuchen gebrauchten Apparat dar. Das Gewicht  $P$  hängt an einem Faden, welcher in der Mitte des unteren Randes eines Spiegelrahmens befestigt ist; von den beiden Enden des oberen Randes gehen zwei andere parallele Fäden zur Decke, wo sie mit ihren oberen Enden befestigt sind. Sie stehen 150 Millimeter von einander ab und liegen in derselben Verticalebene mit dem Spiegel. Nahe unter dem Spiegel ist am ersten Faden der zu untersuchende vierfache Faden  $l$  von ungedrehter Seide angeknüpft, der mit dem andern Ende an der beweglichen Mutter einer Mikrometerschraube (wie zu Längentheilungsmaschinen gebraucht wird) befestigt ist. Die Richtung dieses Fadens sowohl wie der Schraube, durch die er gespannt wird, ist horizontal und normal gegen die Verticalebene

des Spiegels und der beiden ihn tragenden Fäden. Wird der Faden  $l$  durch die Schraube gespannt, so werden der Spiegel und die Fäden, an denen er hängt, die vorher vertical waren, geneigt, und diese Neigung wird durch die Verrückung des Spiegelbildes einer entfernten Skale, welches mit einem Fernrohr beobachtet wird, nach Skalentheilen gemessen. Der Werth dieser Skalentheile ergab sich aus dem nach der Richtung des Fadens  $l$  gemessenen Abstand des Spiegels von der Skale: dieser Abstand betrug 4961 Skalentheile. Das Gewicht  $P$  war mit Wasser umgeben, um zu verhindern, daß es in Pendelschwingung gerieth. Nach Abzug des Gewichtsverlusts im Wasser betrug sein Gewicht 1782 Grm. Fügt man noch hinzu, daß der Abstand des Punktes unter dem Spiegel, wo der Faden  $l$  angeknüpft war, von den Befestigungspunkten an der Decke 2089,5 Skalentheile entfernt war, so kann man aus der, nach Skalentheilen gemessenen, Verrückung des Skalenbildes sowohl die Ablenkung  $e$  als auch die Spannung des Fadens  $l$  berechnen. Die Ablenkung  $e$  findet man in Millimetern:

$$e = \frac{2089,5}{2.4961} \cdot n,$$

die Spannung  $T$  des Fadens  $l$  in Grammen:

$$T = \frac{1782}{2.4961} \cdot n,$$

wo  $n$  die Zahl der Skalentheile bezeichnet, wie die folgende Tafel sie giebt. In dem in der Tafel gegebenen Werthe von  $n$  ist das wahre Verhältniß der Skalentheile zu Millimetern schon berücksichtigt, so wie der Einfluß, den es hat, daß die Verrückung des Skalenbildes, statt nach Bogentheilen, nach Theilen der Tangente gemessen wird, und daß der Spiegel, indem er sich neigt, zugleich der Scale genähert wird.

Einen Tag vor dem Beginn der folgenden Versuche wurde der Seidenfaden  $l$  gespannt, und erst kurz vor dem Anfang durch eine Verschiebung der Schrau-

benmutter um 201,15 Millimeter plötzlich wieder *abgespannt*. Vor dieser Abspannung war die Ablenkung  $e$  gemessen, und

$$e = 555,87 \text{ Skalentheile} = 117,06 \text{ Millimeter}$$

$$e + l = 5457,88$$

gefunden worden. Nach der Abspannung blieb

$$e + l = 5256,73 \text{ Millimeter}$$

unverändert.

T a f e l I.

Zeit in Minuten.	Ablenkung $n$ .	Zeit in Minuten.	Ablenkung $n$ .
0,00	72,93	9,80	115,29
0,47	78,88	10,14	115,69
0,80	83,84	10,47	116,19
1,14	86,91	10,80	116,58
1,47	89,59	11,14	116,78
1,80	91,98	11,47	117,58
2,14	94,46	11,80	117,87
2,47	95,75	12,14	118,37
2,80	97,43	12,47	118,47
3,14	99,22	13,47	119,81
3,47	100,01	14,47	120,75
3,80	101,70	15,47	121,74
4,14	102,79	16,47	122,49
4,47	104,08	17,47	123,28
4,80	104,97	18,47	124,12
5,14	105,76	19,47	124,77
5,47	106,65	20,47	125,46
5,80	107,65	21,47	126,06
6,14	108,54	22,47	126,60
6,47	109,24	23,47	127,20
6,80	110,03	24,47	127,70
7,14	110,63	25,47	128,35
7,47	111,52	26,47	128,84
7,80	112,02	27,47	129,24
8,14	112,61	28,47	129,79
8,47	113,31	29,47	130,28
8,80	113,80	30,47	130,68
9,14	114,20	31,47	131,02
9,47	114,69	32,47	131,52

Zeit in Minuten.	Ablenkung $n$ .	Zeit in Minuten.	Ablenkung $n$ .
33,47	131,71	135,47	147,63
34,47	132,06	144,47	148,08
35,47	132,50	153,47	148,62
36,47	132,84	162,47	149,06
39,47	133,79	171,44	149,61
42,47	134,78	180,47	150,00
45,47	135,68	207,47	151,50
48,47	136,57	234,47	152,84
51,47	137,22	261,47	153,94
54,47	137,76	288,47	154,69
57,47	138,41	315,47	155,38
60,47	138,95	342,47	156,18
63,47	139,55	369,47	157,37
66,47	139,89	396,47	158,01
69,47	140,38	423,47	158,61
72,47	140,88	450,47	158,85
81,47	142,22	477,47	159,00
90,47	143,46	504,47	159,20
99,47	144,51	585,47	160,09
108,47	145,40	666,47	161,04
117,47	146,20	747,47	162,19
126,47	146,79	1233,47	166,08

Vor dem Beginn der folgenden Versuche war der Seidenfaden  $l$  lange Zeit abgespannt gewesen, und wurde erst kurz vor dem Anfang durch eine Verschiebung der Schraubenmutter um 116,27 Millimeter plötzlich wieder *angespannt*. Vor dieser Anspannung war die Ablenkung  $e$  gemessen und

$$e = 169,160 \text{ Skalentheile} = 35,72 \text{ Millimeter}$$

$$e + l = 5256,73$$

gefunden worden. Nach der Anspannung blieb

$$e + l = 5373,00 \text{ Millimeter}$$

unverändert.

T a f e l I I.

Zeit in Minuten.	Ablenkung n.	Zeit in Minuten.	Ablenkung n.
0,00	469,80	12,78	440,23
0,45	465,52	13,78	439,43
0,78	463,34	14,78	438,69
1,12	461,56	15,78	438,10
1,45	459,80	16,78	437,45
1,78	458,00	17,78	436,76
2,12	456,91	18,78	436,21
2,45	455,91	19,78	435,72
2,78	454,92	20,78	435,02
3,12	453,92	21,78	434,73
3,45	453,03	22,78	434,28
3,78	452,23	23,78	433,63
4,12	451,64	24,78	433,24
4,45	450,84	25,78	432,89
4,78	450,05	26,78	432,35
5,12	449,46	27,78	431,95
5,45	448,86	28,78	431,70
5,78	448,27	29,78	431,30
6,12	447,77	30,78	431,01
6,45	447,08	31,78	430,71
6,78	446,78	32,78	430,26
7,12	446,28	33,78	429,91
7,45	445,89	34,78	429,51
7,78	445,39	35,78	429,27
8,12	444,99	36,78	429,02
8,45	444,50	39,78	428,18
8,78	444,10	42,78	427,53
9,12	443,81	45,78	426,89
9,45	443,31	48,78	426,29
9,78	443,01	51,78	425,65
10,12	442,62	54,78	425,05
10,45	442,32	57,78	424,61
10,78	442,02	60,78	424,16
11,12	441,82	63,78	423,72
11,45	441,53	66,78	423,32
11,78	441,23	69,78	422,98
12,12	440,93	72,78	422,58
12,45	440,63	75,78	422,23

Zeit in Minuten.	Ablenkung <i>n</i> .	Zeit in Minuten.	Ablenkung <i>u</i> .
81,78	421,59	261,78	411,85
90,78	420,44	288,78	411,11
99,78	419,65	315,78	410,22
108,78	418,85	342,78	409,72
117,78	418,10	369,78	408,93
126,78	417,51	396,78	408,23
135,78	417,01	423,78	407,74
144,78	416,57	450,78	407,20
153,78	416,07	477,78	307,06
162,78	415,48	801,78	404,07
171,78	415,13	1287,78	409,14
180,78	414,84	1838,78	399,51
207,78	413,64	2168,79	396,93
234,78	412,40		

Im XXXIV. Bande, S. 251, sind die, bei ähnlichen dort mitgetheilten Versuchen beobachteten Abweichungen vom bekannten Elasticitätsgesetze fester Körper als *Nachwirkungen* der vorausgegangenen plötzlichen Spannungsänderung bezeichnet worden, in dem einen Falle als Nachwirkungen der Spannungsabnahme, in dem andern als Nachwirkungen der Spannungszunahme. Es wurde auch versucht, ein Gesetz für diese Nachwirkungen aufzustellen, wonach *der Rest der Verlängerung, oder Verkürzung, der von irgend einem Augenblicke an noch zu erwarten ist, dem von einem gewissen, aus den Versuchen jedesmal zu bestimmenden Augenblicke an zu rechnenden Zeitraume umgekehrt proportional sey*. Dieses einfache Gesetz genügte den damals vorliegenden Versuchen; die mit feineren Hilfsmitteln gemachten, in den obigen Tafeln zusammengestellten Versuche beweisen aber, daß dieses Gesetz nicht vollkommen paßt; denn wie man auch den Anfangspunkt des Zeitraums bestimmen möge, so kann man doch den hier mitgetheilten Beobachtungen nicht hinreichend genügen.

Es ist also eine Verbesserung des genannten Gesetzes nöthig. Um diese zu finden, sey es erlaubt, über



die *Ursache* der Erscheinung selbst folgende Betrachtung vorzuschicken.

Es darf als eine Thatsache angesehen werden, daß der Faden nach einer plötzlichen Aenderung seiner Spannung nicht sogleich wieder zu einem Zustande vollkommenen Gleichgewichts gelange. Auch abgesehen von den Schwingungen, die er alsdann macht, und wenn man sich bloß an die Mittellage hält, von der die Schwingungen diesseits und jenseits gleich weit abweichen, die man als die neue Gleichgewichtslage zu betrachten pflegt; so ergibt sich, daß auch diese Mittellage, die bei obigen Versuchen stets beobachtet wurde, als keine vollkommene Gleichgewichtslage anzusehen ist, daß sie vielmehr sich allmählig noch beträchtlich ändert. Sie kann höchstens in Beziehung auf jene Schwingungen als Gleichgewichtslage betrachtet werden. In der That nähert sich der Faden der vollkommenen Gleichgewichtslage nur mit der Zeit asymptotisch an, ohne wahrscheinlich sie je vollkommen zu erreichen. Was eigentlich zur Herstellung dieses vollkommenen Gleichgewichts nothwendig ist, entzieht sich unseren Sinnen und unserer Beobachtung, und scheint in einer für jede Spannung bestimmten Stellung der Elasticitätsachsen der kleinsten Theile gegen einander zu liegen, die von selbst nur äußerst langsam eintritt. Diefß vorausgesetzt soll dieser, der Beobachtung sich entziehende Unterschied in der Stellung der Elasticitätsachsen der kleinsten Theile in irgend einem Augenblicke von derjenigen, welche der vollkommenen Gleichgewichtslage entspricht, mit  $z$  bezeichnet, und als *Ursache der Nachwirkung* bezeichnet werden. Von diesem unbekannten  $z$  muß hiernach sowohl die Geschwindigkeit der Längenänderung, welche mit  $\frac{dx}{dt}$  bezeichnet werde, als auch der ganze Längenunterschied zwischen dem Faden in seiner (derselben Spannung entsprechenden) vollkommenen Gleichgewichtslage und in dem Au-

genblicke der Beobachtung abhängen, welcher mit  $x$  bezeichnet werde. Wenn hiernach nun  $x$  sowohl wie  $\frac{dx}{dt}$  Functionen der Unbekannten  $z$  sind, so ist auch  $\frac{dx}{dt}$  eine Function von  $x$ , d. i.:

$$\frac{dx}{dt} = fx \dots \dots \dots (1)$$

Es kommt nun also darauf an, eine solche Function  $fx$  aufzusuchen, welche den obigen Beobachtungen der Nachwirkungen genügt.

Setzt man z. B.:

$$fx = \frac{xx}{b} \dots \dots \dots (2)$$

und substituirt diesen Werth in der Gleichung (1), so erhält man durch Integration:

$$x = -\frac{.b}{t+C},$$

wo  $C$  die von der Integration herrührende Constante bezeichnet. Die Länge des Fadens kann dann für den Augenblick am Ende des Zeitraums  $t$  durch die Gleichung

$$l = a - \frac{b}{t+C} \dots \dots \dots (3)$$

bestimmt werden, d. i. nach dem oben Angeführten auch im XXXIV. Bande, S. 254, schon benutzten Gesetze. Der Werth von  $b$  ist darin für die Nachwirkung einer plötzlichen Anspannung positiv, für die Nachwirkung einer plötzlichen Abspannung negativ zu nehmen.

Da nun aber dieses Gesetz den feineren Versuchen nicht genügt, so muß eine andere Function von  $x$  gesucht werden, welche für  $fx$  in Gleichung (1) substituirt, mit der Erfahrung besser harmonirt als  $\frac{xx}{b}$ .

Statt des Quadrats von  $x$  möge daher versucht werden, ob irgend eine andere Potenz von  $x$ , die mit  $x^m$

bezeichnet werde, den Versuchen besser entspreche. Setzt man also :

$$fx = b x^m \dots \dots \dots (4)$$

und substituirt diesen Werth in Gleichung (1), so erhält man durch Integration :

$$x = ((1-m)b)^{\frac{1}{1-m}} \cdot (t + C)^{\frac{1}{1-m}},$$

wo  $C$  die von der Integration herrührende Constante bezeichnet. Die Länge des Fadens kann dann für jeden Augenblick am Ende einer beliebigen Zeit  $t$  durch die Gleichung

$$l = a \pm ((1-m)b)^{\frac{1}{1-m}} \cdot (t + C)^{\frac{1}{1-m}} \dots \dots (5)$$

ausgedrückt werden, wo das obere Zeichen für die Nachwirkung einer plötzlichen Anspannung, das untere für die Nachwirkung einer plötzlichen Abspannung gilt.

Dieses Gesetz auf die in Tafel I enthaltenen Versuche angewendet, genügt vollkommen, wenn man:

$$= 5213,21 \text{ Millimeter}$$

$$((1-m)b)^{\frac{1}{1-m}} = 29,05 \text{ Millimeter}$$

$$C = 1,1816 \text{ Minuten}$$

$$\frac{1}{1-m} = -0,17192$$

setzt, folglich:

$$l = 5213,21 + 29,05(t + 1,1816)^{-0,17192}$$

Die Werthe von  $n$ , Tafel I, sind die für verschiedene Werthe von  $t$  beobachteten Werthe der Ablenkung  $e$  in Skalentheilen, welche, in Millimeter verwandelt und zur Länge des Fadens gefügt, den unveränderlichen Werth

$$e + l = 5256,73 \text{ Millimeter}$$

geben. Zur Vergleichung mit den Angaben der Tafel erhält man hiernach die Gleichung:

$$n = 206,67 - 137,97(t + 1,1816)^{-0,17192}$$

Die Werthe von  $n$ , nach dieser Gleichung für die in der ersten Kolumne der Tafel I angeführten Werthe von

$t$  berechnet und von den beobachteten Werthen von  $n$  abgezogen, geben dann der Reihe nach folgende Differenzen:

+0,33	−0,24	+0,13	+0,14	+0,29	−0,42
−1,25	−0,14	−0,04	+0,06	+0,24	−0,08
−0,16	−0,19	+0,12	+0,15	+0,27	+0,27
−0,39	−0,11	−0,66	+0,20	+0,07	+0,42
−0,40	−0,19	−0,18	+0,18	+0,04	+0,21
−0,34	+0,05	−0,06	+0,12	+0,05	+0,08
+0,03	−0,07	+0,11	+0,23	+0,21	+0,06
−0,59	−0,05	+0,04	+0,04	+0,32	+0,59
−0,34	+0,09	+0,07	+0,23	+0,29	+0,62
−0,10	+0,03	+0,18	+0,12	+0,35	+0,66
−0,70	−0,09	+0,12	+0,12	+0,35	+0,40
−0,29	−0,10	+0,13	+0,17	+0,17	+0,08
−0,38	+0,01	+0,07	+0,30	+0,27	−0,15
−0,18	−0,06	+0,03	+0,37	0,00	−0,46
−0,30	−0,01	+0,07	+0,36	−0,02	−0,53
−0,42	−0,05	+0,03	+0,35	−0,21	−0,26
−0,40	−0,26	+0,16	+0,25	−0,25	−0,01

Diese Differenzen sind so klein und wechseln so oft das Vorzeichen, daß sie mit Recht als Beobachtungsfehler angesehen werden können.

Ist dießes Gesetz wahr, so muß es sich auch bei der zweiten Versuchsreihe bestätigen, und zwar müssen dabei diejenigen Constanten, welche von der Natur des Fadens abhängen, denselben Werth beibehalten, wie bei der ersten Versuchsreihe, weil der nämliche Faden in beiden Fällen gebraucht wurde. Nach der Differentialgleichung (4) sind  $b$  und  $m$  jene unveränderlichen Constanten, und es fragt sich daher, ob, ohne diesem einen andern Werth beizulegen, den Versuchen in der zweiten Reihe genügt werden könne. Setzt man:

$$a = 5297,9 \text{ Millimeter}$$

$$C = 4,7318 \text{ Minuten,}$$

wonach:

$$l = 5297,9 - 29,05(t + 4,7318)^{-0,17192},$$

oder  $e$  nach Skalentheilen, d. i.:

$$n = 357 + 137,97(t + 4,7318)^{-0,17192}$$

ist, so erhält man folgende Vergleichung mit der Erfahrung:

Zeit.	Beobachtet $n$ .	Berechnet $n$ .	Unterschied.
3,78	452,23	452,46	—0,23
10,78	452,02	442,85	—0,83
30,78	431,01	431,70	—0,69
60,78	424,16	424,22	—0,06
315,78	410,22	408,17	+2,05

die zur Bestätigung des aufgestellten Gesetzes vollkommen zu genügen scheint. Wollte man die Werthe der Constante genau nach den Regeln der Wahrscheinlichkeit bestimmen, so würde die nachgewiesene sehr gute Uebereinstimmung mit der Erfahrung noch erhöht werden können.

Stellt man die beiden obigen Versuchsreihen durch zwei Curven praktisch dar, wie es Fig. 2 Taf. I geschehen ist, so läßt sich ihre Uebereinstimmung, wonach das oben angeführte Gesetz, ohne Aenderung der Werthe  $b$  und  $m$ , beiden genügt, anschaulich machen. Man erkennt nämlich nicht allein im Allgemeinen eine grofse Aehnlichkeit zwischen beiden Curven, sondern man findet auch leicht in der oberen Curve einen Punkt  $B$ , von wo an diese Curve, mit der andern von Anfang an gerechnet, ganz identisch ist, wie man bestätigt findet, wenn man  $BC$  und  $DE$  genau vergleicht. Diefs heifst nun in Worten ausgesprochen: der Abstand  $z$  von der vollkommenen Gleichgewichtslage war beim Beginn der ersten Versuchsreihe gröfser als beim Beginn der zweiten; da aber  $z$  mit der Zeit abnimmt, so mußte ein Augenblick kommen, wo er letzterem gleich wurde. Dieser Augenblick trat nun im Punkte  $B$  ein, von wo an gerechnet der weitere, von den Curven dargestellte Ver-

lauf der Nachwirkung ganz gleich seyn soll, weil ihre Ursache  $z$  gleich war, was wirklich der Fall ist. Man wird bemerken, daß in Fig. 2 Taf. I die beiden Curven, ungeachtet sie auf entgegengesetzte Wirkungen sich beziehen (die erste auf Verkürzung, die andere auf Verlängerung des Fadens), zur besseren Vergleichung ähnliche Lage erhalten haben, d. h. daß die in der zweiten Curve dargestellte Verlängerung eben so wie die in der ersten Curve dargestellte Verkürzung positiven Ordinate entsprechen.

Diese eben betrachtete Nachwirkung läßt sich als eine *secundäre* Wirkung der vorausgegangenen Abspannung oder Anspannung des Fadens betrachten, und zum Unterschied könnte diejenige Verkürzung oder Verlängerung, die im Augenblicke  $t=0$  schon vorhanden war, als *primäre* Wirkung bezeichnet werden. Hiernach würde die primäre Wirkung der Abspannung, in der ersten Versuchsreihe, 99,43 Millimeter betragen haben; denn vor der Abspannung war die Länge des Fadens  $=5340,82$  Millimeter, nachher aber, für  $t=0$ , 5241,39 Millimeter. Die primäre Wirkung der Anspannung, in der zweiten Versuchsreihe, würde 53,05 Millimeter betragen haben; denn vor der Anspannung war die Länge des Fadens  $=5221,01$  Millimeter, nachher aber, für  $t=0$ , 5274,06 Millimeter. Zwischen diesen beiden Wirkungen giebt es aber keine bestimmte Gränze, sondern nur eine willkürliche; denn es ist ganz willkürlich, wenn man beide Wirkungen durch den Augenblick scheidet, wo nach vollendeter Abspannung oder Anspannung die Länge des Fadens zum ersten Male beobachtet wird. Wäre zum Beispiel die erste Beobachtung 1 Minute früher gemacht worden, was sehr gut geschehen konnte, so würde ein großer Theil der eben als primär bezeichneten Wirkung zur secundären gerechnet worden seyn. Im Grunde steht es uns frei, auf diese Weise die ganze sogenannte primäre Wirkung zur secundären zu ziehen, wozu nur nöthig

ist, den Anfangspunkt der Zeiträume  $t$  in der ersten Versuchsreihe um 0,792824 Minuten, in der zweiten fast um 4,114847 Minuten früher zu setzen, was mit so größerm Rechte geschehen kann, als wirklich zwischen dem Augenblick der vollendeten Abspannung oder Anspannung und der ersten Beobachtung etwas Zeit verfließen mußte, um mit Ruhe beobachten zu können, und außerdem die Abspannung und Anspannung selbst langsam geschah, und 6 bis 10 Minuten Zeit erforderte.

Hiernach wäre die ganze Längenänderung des Fadens gar keine *unmittelbare* Wirkung der plötzlich geänderten Spannung des Fadens, sondern nur eine mittelbare oder secundäre. Als primäre Wirkung der plötzlich geänderten Spannung bliebe bloß die unsichtbare Wirkung  $z$  im Innern des Körpers übrig, welche als die wahre Ursache der ganzen nachfolgenden Längenänderung zu betrachten wäre.

Zugleich ergäbe sich, daß ein so unmittelbarer Zusammenhang zwischen Spannungs- und Längenänderungen des Fadens, wie in den Elasticitätsgesetzen angenommen wird, gar nicht stattfindet: nicht einmal gleichzeitig treten sie ein. Auch kann die Spannungsänderung sehr geschwind geschehen, während die Längenänderung darauf langsam mit der Zeit einem Gränzwerthe sich nähert, den man für obige Versuchsreihe findet, wenn man den Unterschied des obigen Ausdrucks für  $t=0$  und  $t=\infty$  zu der oben als primär angeführten Wirkung hinzufügt. Der Gränzwert der Verkürzung nach der ersten Reihe ist hierauf  $=99,43 + 28,23 = 127,66$  Millim.; der Gränzwert der Verlängerung nach der zweiten Reihe  $=53,05 + 22,21 = 74,29$  Millimeter.

Spricht man noch von einem bestimmten Verhältniß der Spannung zur Verlängerung, so hat dieß nur einen bestimmten Sinn, wenn man den *Gränzwert* der Verlängerung versteht, und also nach jeder Spannungsänderung die Zeit abwartet, bis die Länge des Fadens die-

sen Gränzwert erreicht hat oder ihm sehr nahe gekommen ist. Diese Zeit scheint bei verschiedenen Körpern sehr verschieden zu seyn, während sie z. B. bei Seidenfäden ein oder mehrere Tage beträgt, ist sie bei Metalldrähten so klein, daß sie der Beobachtung fast entgeht, und vielleicht gar nicht, oder nur mit den feinsten Hilfsmitteln wird nachgewiesen werden können.

Zum Schlufs möge noch bemerkt werden, daß die Herleitung des oben gegebenen Ausdrucks für die Nachwirkung zunächst nur für den Fall gilt, wo die Spannung nach einer plötzlichen Aenderung während der beobachteten Nachwirkung unverändert bliebe. In den Versuchsreihen, auf welchen wir jenen Ausdruck angewendet haben, war dieß nicht der Fall, sondern die Spannung änderte sich auch nachher noch, zwar nicht plötzlich, aber doch langsam mit der eintretenden Nachwirkung. Diese Nachwirkung war also nicht bloß die Nachwirkung jener vorausgegangenen *plötzlichen* Spannungsänderung, sondern zum Theil auch der nachfolgenden *langsamen*. Es fragt sich daher, ob jener Ausdruck mit Recht auf obige Versuche angewendet worden sey. In der That kann diese Anwendung gerechtfertigt werden, wenn, wie bei obigen Versuchen der Fall war, die folgende langsame Spannungsänderung in jedem Augenblicke der Nachwirkung in diesem Augenblicke proportional ist. In der That war die Aenderung  $de$  der Ablenkung  $e$  im Augenblicke  $dt$  in obigen Versuchen ein Maafs der *Spannungsänderung* und der *Nachwirkung* im Augenblicke  $dt$ , die folglich einander proportional waren.

Bezeichnet nun  $dp = \frac{1}{9} \frac{8}{7} \frac{2}{7} . dn$  die dem Augenblicke  $dt$  entsprechende Spannungsänderung, so wird dieser Spannungsänderung eine Nachwirkung entsprechen, deren Gränzwert

$$dx' = k \cdot \frac{1}{9} \frac{8}{7} \frac{2}{7} . dn$$

ist, wo  $k$  den *Elasticitäts-Modulus* bezeichnet, d. i. das  
Ver-



Verhältniß der Spannungsänderung zum Gränzwert der nachfolgenden Längenänderung bezeichnet.

$dx'$  ist nun von der ganzen Aenderung  $dx$ , welche  $x$  im Augenblicke  $dt$  erleidet, derjenige Theil, welcher *keine Nachwirkung* der früheren Spannungsänderungen ist, und daher von  $dx$  abgezogen werden muß, um denjenigen Theil zu erhalten, welcher dem Gesetze der Nachwirkung im Augenblicke  $dt$  unterworfen ist. Wenn also  $dx'$  nicht Null ist, d. i. wenn die Spannung während der Nachwirkung nicht unverändert bleibt, wie in der Gleichung (4) vorausgesetzt wurde, so muß  $dx - dx'$  statt  $dx$  in jener Gleichung gesetzt werden, d. i.:

$$\frac{dx - dx'}{dt} = bx^m \dots \dots \dots (6)$$

Nun ist  $dx'$  mit  $dn$  proportional,  $dn$  aber mit der Spannungsänderung  $dp$ , welche letztere der Nachwirkung  $dx - dx'$  in dem Augenblicke  $dt$  proportional angenommen worden ist. Hieraus folgt die Proportionalität von  $dx'$  und  $dx$ , oder:

$$dx' = r dx,$$

wo  $r$  constant ist; folglich:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{b}{1-r} x^m,$$

welche Gleichung von der Gleichung (4) sich bloß durch einen andern Werth des constanten Coëfficienten des zweiten Gliedes unterscheidet. Die Integration führt daher ebenfalls zu der Gleichung (5), wenn man darin  $\frac{b}{1-r}$  statt  $b$  setzt, oder es ist:

$$b = a \pm \left( (1-m) \frac{b}{1-r} \right)^{\frac{1}{1-m}} \cdot (t+C)^{\frac{1}{1-m}} \quad (7)$$

wo das obere Vorzeichen für die Nachwirkung einer plötzlichen Anspannung, das untere für die Nachwirkung einer plötzlichen Abspannung gilt. Die Vergleichung mit obigen Versuchen ergibt dann den Werth von:

$$\left( (1-m) \frac{b}{1-r} \right)^{\frac{1}{1-m}} = 29,05 \text{ Millimeter}$$

und der Werth von  $r$  ist darin:

$$r = -\frac{1782}{9922} \cdot k,$$

wo  $k$  den *Elasticitäts-Modulus*, wie er oben bestimmt worden ist, bezeichnet. Die oben gegebenen Formeln für die Darstellung der in den beiden Tafeln enthaltenen Versuche erleiden hienach durch die Rücksicht auf die während der Versuche eingetretenen Spannungsänderung keine Aenderung, sondern bleiben für die erste Tafel:

$$n = 206,67 - 137,97 (t + 1,1816)^{-0,17192},$$

für die zweite Tafel:

$$n = 357,0 + 137,97 (t + 4,7318)^{-0,17192},$$

## II. *Untersuchungen über die Wirkungen der chemischen Strahlen des Sonnenlichts mittelst elektrischer Ströme;*

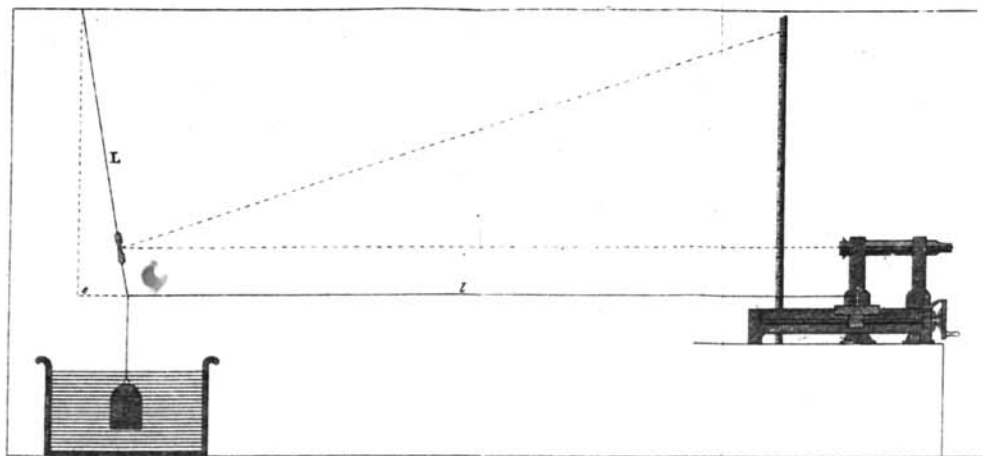
*von Edmund Becquerel.*

(Aus d. *Bibl. univers. Ser. III T. XXII p. 345.*)

### Erste Abhandlung.

**B**isher hat man die eigenthümlichen Strahlen eines Lichtbündels, welche auf die Körper zersetzend oder verbindend einwirken, nur bei einer kleinen Zahl von Körpern untersucht, z. B. bei Chlorsilber, Guajakharz und einigen Metalloxyden. Man weiß indess, daß die sogenannten chemischen Strahlen denselben physischen Gesetzen der Reflexion, Refraction und Polarisation unterworfen sind, wie die Lichtstrahlen, von denen sie einen Theil ausmachen. Diese chemischen Strahlen finden sich in

1.



2.

