

## II. Ueber die absoluten Phasenänderungen bei der Reflexion des Lichtes und über die Theorie der Reflexion; von W. Wernicke.

(Aus den Monatsberichten der Akademie vom Verf. mitgetheilt.)

Mit dem Worte „absolute Phasenänderung“ hat man zuweilen den Unterschied der beiden Phasenänderungen eines linear polarisirten Lichtstrahles bezeichnet, welcher unter demselben Einfallswinkel an zwei verschiedenen Substanzen reflectirt ist. In diesem Sinne aber ist passender der Ausdruck *relative Phasenänderung* zu verwenden, zumal eine Verwechslung desselben mit der, die elliptische Polarisation bedingenden, *Phasendifferenz* des senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisirten Lichtes nicht leicht möglich ist. Dem Begriff „absolut“ entsprechend, verstehe ich daher unter *absoluter Phasenänderung* eines reflectirten oder gebrochenen Strahles die Phasenänderung, welche der reflectirte oder gebrochene Strahl durch den Vorgang der Reflexion oder Brechung erleidet.

Die bisher versuchten Beobachtungsverfahren zur Ermittlung der relativen Phasenänderungen sind im Wesentlichen zweierlei Art. Das eine besteht darin, die durch einen passenden Interferenz-Apparat erzeugten Beugungsstreifen durch Einschalten des zu untersuchenden Körpers zu verschieben und aus der Verschiebung die Phasenänderung zu berechnen. Benutzt ist diese Methode in neuerer Zeit von Quincke<sup>1)</sup> und Potier<sup>2)</sup>; ihre Fehlerquellen schildert der Erstere ausführlich und treffend in den Worten: „Man benutzt meist, ohne es zu wollen, statt eines einzigen, mehrere Interferenz-Apparate hintereinander, wodurch sehr complicirte Erscheinungen auftreten.“ Auch finden sich in dem citirten Aufsätze von Quincke die vereinzelt älteren Versuche von Babinet,

1) Optische Experimental-Untersuchungen; Pogg. Ann. CXLI, S. 181.

2) *Comptes rendus* LXXIV, 1872 und Pogg. Ann. CXLVIII, S. 656.

de Sénarmont und Billet aufgeführt; diese haben den Mangel, daß entweder die Angabe des Einfallswinkels oder der Polarisationssebene fehlt. Ein besonderer Unterschied zwischen durchsichtigen und undurchsichtigen Körpern wird nicht gemacht, und für den Hauptfall, nämlich den Einfallswinkel Null, ist keine Beobachtung angestellt.

Die andere Methode ist die der Newton'schen Ringe. Man erzeugt dieselben durch eine Luft- oder Flüssigkeitsschicht zwischen einer convexen Glaslinse und einer ebenen Glas- oder Metallplatte, und bestimmt die Durchmesser der Ringe oder ihre Differenzen. Auch hier sind die Fehlerquellen sehr erheblich; die durch Schwankungen der Temperatur und des Druckes, mit dem beide Gläser aufeinandergepresst werden, bewirkten Gestaltsänderungen sind zwar in Bezug auf die Glas- und Metallmassen, welche die Interferenzschicht begrenzen, kleine Grössen, keineswegs aber in Bezug auf die Dimensionen dieser dünnen Schicht selbst. Es darf daher nicht Wunder nehmen, wenn die Resultate, welche verschiedene Beobachter, oder dieselben Beobachter zu verschiedenen Zeiten, mit jenem Verfahren erzielt haben, wenig übereinstimmen und Fehler enthalten, die beträchtlich grösser sind als die zu bestimmenden Grössen selbst. — *Ein Hauptmangel des Verfahrens besteht darin, daß man die beiden zu vergleichenden Interferenz-Erscheinungen, deren gegenseitige Verschiebungen die Phasenänderungen darstellen, nacheinander beobachten muss und nicht gleichzeitig nebeneinander vergleichen kann.*

Ich habe eine Methode erdacht und für durchsichtige und undurchsichtige Körper durchgeführt, welche von den erwähnten Fehlerquellen frei ist und, wie der Verlauf der Untersuchungen zeigen wird, die absolute Phasenänderung zu bestimmen gestattet.

#### 1.

##### Beobachtungs-Methode.

Die Methode, welche ich im Folgenden mittheile, liefert die beiden Interferenz-Erscheinungen, deren Verschie-

bungen gegeneinander die GröÙe der Phasenänderung bestimmen, dicht übereinander, durch eine scharfe Gränzlinie getrennt, so daß ein einziger Blick sofort den Gang und die GröÙe der Phasenänderungen erkennen läßt; sie zeigt namentlich sofort, ohne daß auch nur eine Messung nöthig wäre, ob eine relative Phasenänderung stattfindet oder nicht, und dies gleichzeitig für alle Farben des sichtbaren Spectrums. Die Grundzüge der Methode, welche so einfach ist, daß Fehlerquellen kaum möglich sind, sind folgende.

Dünne Blättchen durchsichtiger Körper zeigen, mit dem Spectroskop betrachtet, im reflectirten Lichte ein System dunkler Streifen, welche von der Interferenz der an den beiden Gränzen reflectirten Lichtstrahlen herrühren. Sind die Gränzflächen parallele Ebenen, so bilden die Streifen parallele Linien, deren Abstände in einfacher Weise von der Dicke und dem Brechungsindex des Blättchens abhängen. Bringt man eine Seite des Blättchens zur Hälfte mit einem andern Medium in Berührung, so erhält man im Spectroskop zwei Streifensysteme dicht übereinander; die Verschiebungen der Streifen des neuen Systems gegen die Streifen des ursprünglichen geben die relativen Phasenänderungen an, welche das Licht bei der Reflexion an der Gränze des Blättchens und Luft einerseits und an der Gränze des Blättchens und des mit demselben in Berührung gebrachten Körpers andererseits erlitten hat. Da die beiden Streifensysteme, durch eine haarfeine Linie getrennt, unmittelbar an einander stoßen, so lassen sich selbst geringe Aenderungen der Phase sofort erkennen, und zwar gleichzeitig für eben so viele Wellenlängen, als Streifen im Spectrum vorhanden sind.

Um die Uebersicht zu erleichtern und die Resultate nutzbar mit der Theorie vergleichen zu können, werde ich in der vorliegenden Abhandlung nur den einfachsten und wichtigsten Fall betrachten, nämlich die senkrechte Incidenz, bei welcher die Polarisationsene nicht ins Spiel kommt.

Die Beobachtungen bei senkrechter Incidenz werden in folgender Weise angestellt. Die dünne Lamelle setze ich dicht vor den verticalen Collimatorsplatt eines Spectrometers, so daß die reflectirenden Flächen senkrecht zur Collimatoraxe stehen. Die normale Reflexion wird mittelst folgender Einrichtung bewirkt. Das Licht der Lichtquelle tritt durch eine Seitenöffnung des Collimatorrohrs horizontal in dasselbe ein und trifft hier eine planparallele Glasplatte mit verticaler Axe, um welche die Platte soweit gedreht ist, daß sie mit der Collimatoraxe einen Winkel von ungefähr  $45^\circ$  bildet. Die Glasplatte reflectirt das auffallende Licht durch den Collimatorsplatt hindurch auf das dünne Blättchen; die an beiden Gränzen desselben senkrecht zurückgeworfenen Strahlen gelangen dann durch Spalt, Planplatte, Collimatorlinse zum Prisma und Beobachtungsfernrohr.

Zur Herstellung der dünnen Blättchen, welche den wesentlichsten Theil des Beobachtungs-Apparates ausmachen, dienten vorzugsweise vier verschiedene Substanzen: Jodsilber, Glas, Pyroxylin und elastische Harze. *Jodsilberschichten* auf Glas lassen sich bis zu einer Dicke von etwa 6 Wellenlängen des Lichtes in der Substanz in jeder beliebigen Größe und Vollkommenheit aus *polirten* Glassilberspiegeln herstellen. Die Medien, an deren Gränzen die Reflexion stattfindet, sind also auf beiden Seiten der Jodsilberschicht verschieden. — Um auch *dasselbe* Medium zu beiden Seiten des dünnen Blättchens prüfen zu können, habe ich zu demselben *Glas* gewählt, und wegen der Unlöslichkeit dieser Substanz in den meisten Flüssigkeiten mit dünnen Glaslamellen die zahlreichsten Versuche angestellt. — Pyroxylinhäutchen und dünne Lamellen elastischer Harze lassen sich mittelst einer einfachen Technik sehr vollkommen herstellen und mannigfachen Operationen, wie Versilbern usw., ohne Nachtheil unterwerfen. Sie sind bequemer als Glaslamellen zu handhaben und besitzen schon in einer Dicke von einer einzigen Wellenlänge eine große Festigkeit; ihr Brechungs-

index ist wenig größer als der des Glases und blieb hinreichend constant. Ich habe sie indeß zunächst nur zur Controle der mit Glaslamellen erhaltenen Resultate verwendet.

Im folgenden Abschnitt beschreibe ich zunächst die einfachsten an durchsichtigen Substanzen angestellten Beobachtungen.

## 2.

Reflexion an der Gränze durchsichtiger Körper.

Thomas Young<sup>1)</sup> hat zuerst darauf aufmerksam gemacht, daß beim Uebergange des Lichts aus einem Medium von kleinerem in ein anderes von größerem Brechungsvermögen das reflectirte Licht gegen das einfallende um eine halbe Wellenlänge verschoben erscheint, daß dagegen das reflectirte Licht im Einklange mit dem einfallenden schwingt, wenn das zweite Medium den kleineren Brechungsindex hat. Fresnel<sup>2)</sup> hat durch einen Versuch zu zeigen gesucht, daß die Reflexion von Glas in Luft den Gangunterschied um genau eine halbe Wellenlänge ändere. Durch Messungen von Newton'schen Ringen sind zuerst Quincke<sup>3)</sup>, später Glan<sup>4)</sup> zu demselben Schlusse gelangt.

In der neuesten Zeit haben indeß verschiedene Physiker aus ihren Versuchen schließen zu dürfen geglaubt, daß bei der Reflexion an der Gränze zweier *transparenter* Medien eine merkliche, von Null sowohl wie von  $180^\circ$  verschiedene Phasenänderung eintrete, welche von der Natur der Licht reflectirenden Körper abhängig sey. Am bestimmtesten drückt sich Hr. Potier aus. Derselbe giebt an<sup>5)</sup>, daß der der Phasenänderung entsprechende Gangunterschied bei der Reflexion an Glas, wenn man Schwe-

1) *On the theory of light and colours. Phil. Trans. of the Roy. Soc.* 1802.

2) *Oeuvres I*, 703.

3) *Pogg. Ann.* Bd. CXXI, S. 386.

4) *Pogg. Ann.* Bd. CLV, S. 1.

5) *Comptes rendus* LXXV, 1872, p. 617; *Pogg. Ann.* CXLVIII, 1873, S. 655 — 56.

felkohlentstoff und Luft vergleiche, für gelbes Licht  $\frac{1}{10}$  Wellenlänge bei senkrechter Incidenz betrage. Dieser Ansicht entsprechen auch andere Versuche, welche in neuerer Zeit über den Gegenstand veröffentlicht sind.

Mit Hülfe der im ersten Abschnitt beschriebenen Methode bin ich zunächst im Stande gewesen, die Frage nach der Existenz der Phasenänderung durch einfache Versuche zu prüfen. Dieselben sind theils mit flüssigen, theils mit festen durchsichtigen Substanzen angestellt. Von den fünf Gruppen von Versuchen, welche ich im Folgenden beschreibe, sind die drei ersten mit Benutzung von Jodsilberschichten, die beiden letzten mittelst Glaslamellen ausgeführt. Jodsilberschichten haben vor Glaslamellen den Vorzug, daß sie, wegen des großen Brechungsvermögens des Jodsilbers, in Berührung mit den meisten Flüssigkeiten hinreichend Licht reflectiren, um die Interferenz-Erscheinungen deutlich erkennen zu lassen. Bei Glaslamellen ist dies nur für wenige der Fall, weil die meisten Flüssigkeiten Brechungsindices haben, die denen des Glases sehr nahe liegen.

1. Die zu untersuchenden Flüssigkeiten befinden sich in einem kleinen prismatischen Glaskasten, welcher auf der mit der Jodsilberschicht bedeckten Seite der Glasplatte aufgekittet ist. Die prismatische Form ist nur deshalb gewählt, damit kein störendes Licht durch Reflexion an einer der Spaltebene parallelen Glasfläche in den Spectral-Apparat gelangt. Das aus dem Spalt desselben austretende Lichtbündel trifft zuerst die Luft-Glasseite der Glasplatte; um das an dieser Fläche reflectirte Licht, welches die Deutlichkeit der Interferenzstreifen vermindert, nicht in den Apparat gelangen zu lassen, habe ich zuweilen statt der planparallelen Glasplatte eine schwach prismatische als Träger der Jodsilberschicht benutzt.

Ist das auf der Jodsilberschicht aufgekittete Kästchen noch nicht mit der Flüssigkeit gefüllt, so finden nur die beiden Reflexionen an der Glas-Jodsilber- und der Jodsilber-Luft-Gränze statt, welche die Interferenzstreifen her-

vorbringen. Füllt man das Kästchen ganz mit einer Flüssigkeit, so entsteht die Interferenz-Erscheinung durch zwei Strahlenbündel, von denen das eine an der Glas-Jodsilber-, das andere an der Jodsilber-Flüssigkeitsseite reflectirt wird. Ist der Kasten nur zur Hälfte gefüllt, so hat man beide Interferenzspectra, durch eine scharfe Linie getrennt, gleichzeitig übereinander.

Bilden nun die dunkeln Streifen des einen Systems genau die Verlängerungen der Streifen des andern, so findet keine relative Phasenänderung bei der Reflexion von Jodsilber-Luft und Jodsilber-Flüssigkeit statt<sup>1)</sup>. Bei gut präparirten, aus hochpolirten Silberspiegeln hergestellten Jodsilberschichten, welche drei bis vier dunkle Streifen im Spectrum zeigen, deren Abstände etwa einen Grad betragen, läßt sich eine Differenz in der Lage der Streifen von zwei Minuten noch erkennen; diese Differenz entspricht einer Aenderung des Gangunterschiedes von etwa  $\frac{1}{30}$  Wellenlänge in der Substanz der dünnen Schicht.

Die Versuche erstreckten sich auf folgende Flüssigkeiten: *Wasser, Alkohol, Aether, Petroleum, Benzin, Olivenöl, Canadabalsam, Schwefelkohlenstoff*.

Bei keinem einzigen dieser Körper zeigte sich eine bemerkbare Differenz in der Lage der Interferenzstreifen. Wenn also eine Phasenänderung bei der Reflexion an Jodsilber und einer jener Flüssigkeiten im Vergleich zur Reflexion an Jodsilber-Luft stattfindet, so ist dieselbe jedenfalls kleiner als die, welche einem Gangunterschied von  $\frac{1}{30}$  Wellenlänge des Lichts in Jodsilber oder  $\frac{1}{70}$  Wellenlänge in Luft entspricht.

2. Die eben beschriebenen Versuche betreffen nur die Phasenänderungen, welche stattfinden können, wenn das

1) Im weißen Lichte ändert sich die Farbe einer dünnen Jodsilberschicht, wenn man sie mit einer Flüssigkeit in Berührung bringt. Aus diesem Umstande aber eine Phasenänderung zu folgern, wie dies Hr. Potier (Pogg. Ann. Bd. CXLVIII, S. 655) gethan hat, ist unrichtig, weil schon aus Fresnel's Reflexionsformeln nothwendig eine solche Aenderung der Mischfarbe hervorgeht, auch wenn keine Phasenverschiedenheit vorhanden ist.

aus einem optisch dichteren Medium, dem Jodsilber, kommende Licht an der Gränze eines optisch dünneren Mediums reflectirt wird. Zur Untersuchung des entgegengesetzten Falles, in welchem das erste Medium das weniger brechbare ist, habe ich folgende Anordnungen der Versuche getroffen.

Vor dem Spalt des Spectrometers ist ein parallelepipedisches, zum Theil mit einer der erwähnten Flüssigkeiten gefülltes, Glasgefäß aufgestellt. In die Flüssigkeit taucht vertical und normal zur Collimatoraxe die mit der Jodsilberschicht bedeckte Glasplatte, so daß erstere dem Spalt zugekehrt ist. Um das von der Vorderfläche des Glastroges reflectirte Licht abzulenken, kann man demselben eine kleine seitliche Drehung nach rechts oder links geben; die dunkeln, von der Reflexion an beiden Seiten der Jodsilberschicht herrührenden Interferenzstreifen erscheinen dann sehr deutlich. Daß diese geringe Drehung, welche, streng genommen, die Flüssigkeitsschicht vor dem Jodsilber zu einem Flüssigkeitsprisma mit verticaler Kante macht, keine merkliche Verschiebung des von der Reflexion an der Gränze von Flüssigkeit und Jodsilber herrührenden Streifensystems hervorbringt, davon überzeugt man sich am einfachsten dadurch, daß man die Drehung einmal nach rechts, das andere Mal nach links ausführt.

Um den capillaren Randwinkel, welcher die Schärfe der Gränzlinie der beiden Streifensysteme beeinträchtigt, auf ein Minimum zu reduciren, habe ich auch auf folgende Weise operirt: Eine Jodsilberschicht auf Glas bildet die innere Seite der hinteren Wand eines sehr dünnen Glastroges; der Abstand der vorderen Glaswand beträgt kaum  $\frac{1}{5}$  Millimeter, so daß die Füllung dadurch bewerkstelligt wird, daß man einen Tropfen der zu untersuchenden Flüssigkeit mittelst eines hohlen Glasfadens seitlich an die Oeffnung bringt; der capillare Raum füllt sich sofort und hält die Flüssigkeit fest. Die Glasplatte, auf welche das aus dem Spalt des Spectrometers kommende



Licht zuerst auffällt, um dann durch die Flüssigkeit zum Jodsilber zu gelangen, deckt nur die Hälfte der Jodsilberschicht und ist ebenfalls nur  $\frac{1}{2}$  Millimeter stark. Hierdurch erhält man in den meisten Fällen die Trennungslinie der beiden Streifensysteme hinreichend scharf.

Weder bei dem ersten, noch bei dem letzten Verfahren läßt sich die geringste gegenseitige Verschiebung der Interferenzstreifen beobachten.

3. Unter Umständen, welche der Beobachter nicht in der Gewalt hat, ist bei den vorigen Versuchen die Trennungslinie zuweilen nicht scharf. Dieser Uebelstand hat theils darin seinen Grund, daß die Gränzlinie von Luft und Flüssigkeit in Folge der Capillarität die Schneide eines Prismas mit variablem Winkel bildet, welches Licht abblendet, theils auch darin, daß die leichtflüchtigen Flüssigkeiten verdampfen und in der Nähe der Gränzlinie sich wieder zu Tröpfchen condensiren. Um diese Quellen von Ungenauigkeiten ganz zu vermeiden, glaubte ich die unter 1) und 2) erhaltenen Resultate noch durch ein anderes Verfahren prüfen zu müssen.

Die Jodsilberschichten wurden stellenweise mit einer  $\frac{1}{10}$  bis  $\frac{1}{5}$  Millimeter dicken Schicht von Canadabalsam bedeckt und auf diesen kleine rechteckige Stücke von englischem Deckglase gelegt, welche man leicht hinreichend planparallel findet. Da das Deckglas fast genau das Brechungsvermögen des Canada's hat, so ist die Wirkung dieselbe als ob die Balsamschicht von einer Ebene begrenzt und das Deckglas nicht vorhanden ist. Die Reflexion findet an den bedeckten Stellen an der Gränze von Canadabalsam und Jodsilber, an den nicht bedeckten an der Gränze von Luft und Jodsilber statt. Die Gränzlinie von Luft und Canada kann durch dies Verfahren haar-scharf erhalten werden.

Die spectroscopische Prüfung bei normaler Incidenz ergab zunächst die vollständige Gleichheit der Phasen des an Luft und des an Canadabalsam reflectirten Lichtes,

indem die Interferenzstreifen des einen Systems genau die Verlängerungen der Streifen des andern bildeten.

Die in der eben beschriebenen Weise vorbereiteten Platten wurden nun in den Glastrog vor dem Spalt des Spectrometers gesenkt und senkrecht zur Collimatoraxe festgestellt. Dann wurde der Trog ganz mit Wasser, alkalischer Lösung, Ammoniak oder Olivenöl gefüllt. (Nach längerer Zeit, nachdem die dünne Balsamschicht hinreichend fest geworden, lassen sich die Platten auch in Schwefelkohlenstoff bringen und untersuchen, ehe eine merkliche Lösung des Harzes eintritt.) Die Reflexion findet hier an den bedeckten Stellen der Platte, wie vorher, an der Gränze von Jodsilber und Canadabalsam, an den nicht bedeckten an der Gränze von Jodsilber und Flüssigkeit statt. Die Trennungslinie ist ebenso scharf wie vorher.

Bei keiner einzigen der geprüften Flüssigkeiten konnte ich eine Verrückung der beiden Streifensysteme gegen einander bemerken.

4. Eine dünne *Glaslamelle* mit parallelen<sup>1)</sup> Flächen wurde mittelst kleiner mit Schrauben versehener Pincetten vor dem Spalt des Collimators in normale Lage gebracht und  $\frac{1}{2}$  bis 1 Mm. dahinter eine geschwärzte Messingplatte vertical aufgestellt. Ist die Stellung der Lamelle richtig getroffen, so erhält man im Spectroskop bei normaler Beleuchtung das erwähnte System verticaler Interferenzstreifen. Nun bringe ich mittelst eines hohlen Glasfadens einen Tropfen Wasser oder eine andere Flüssigkeit, deren Brechungsvermögen das des Wassers nicht sehr übersteigt,

1) Auf den Flächen-Parallelismus prüfe ich die Blättchen durch einfache Beleuchtung mit einer Kochsalzflamme. Sind die Flächen vollkommen parallel, so sind keine Newton'schen Ringe oder Streifen sichtbar; sind sie annähernd parallel, so sind dieselben breit. Glaslamellen, welche im Natriumlicht dunkle Streifen von 1 bis 2 Millimeter Abstand zeigen, sind noch sehr gut brauchbar, weil bei unserer Methode unter Anwendung vom Lampenlicht nicht mehr als  $\frac{1}{16}$  Quadratmillimeter, und bei Anwendung von Sonnenlicht ein noch kleinerer Theil der Oberfläche benutzt wird.

so zwischen die geschwärzte Messingplatte und das Glasblättchen, daß der capillare Raum sich theilweise füllt. Die von der Reflexion an der Gränze zwischen Glas und Wasser herrührenden Interferenzstreifen haben beträchtlich geringere Intensität, aber eine Verschiebung gegen die von der Glas-Luft-Reflexion herrührenden ist nicht zu bemerken. — Eine große Auswahl von Flüssigkeiten, welche zu diesem Versuche brauchbar sind, hat man nicht, da die meisten einen zu großen Brechungsindex haben, um deutlich sichtbare Interferenzstreifen liefern zu können. Ich habe mich auf wässrige Lösungen von Gummi, Gelatine und einigen Salzen beschränkt; dieselben ließen, gleichwie Wasser, keine Spur einer Aenderung der Phase erkennen. — Für die Ausführung der letzteren Versuche ist insofern Vorsicht nöthig, als man mit der Beobachtung nicht zögern darf, nachdem der Flüssigkeitstropfen an die Glaslamelle gebracht ist. Nach einiger Zeit verflüchtigt sich das Lösungsmittel an der Gränzlinie, in Folge dessen erfolgt die zweite Reflexion an der Gränze der ausgeschiedenen festen Substanz und Luft und die Streifen erscheinen geknickt. Noch schneller tritt diese Erscheinung ein, wenn man den Flüssigkeitstropfen frei an die Lamelle bringt, ohne die geschwärzte Metallplatte als Hinterwand zu benutzen.

5. Um bei der Reflexion an sehr heterogenen Medien von starkem Brechungsvermögen die Phasen zu vergleichen, habe ich die folgenden Versuche angestellt.

Eine Glaslamelle wird auf einer Seite stark versilbert, so daß das Silber auf der Luftseite matt erscheint, darauf ein Theil der Silberschicht entfernt und der übrige durch Einhängen der Lamelle in ein Jod enthaltendes Gefäß in Iodsilber verwandelt. Nun bringe ich einen Tropfen flüssigen Phosphor<sup>1)</sup> so auf die Lamelle, daß er sowohl das Glas als das Jodsilber in der Nähe der Gränzlinie bedeckt.

1) Erhalten durch Auflösen von 20 Thl. Phosphor in 1 Thl. Schwefelkohlenstoff und Zerstören des letzteren durch Erhitzen mit Natronlösung.

Der Tropfen haftet an beiden Substanzen sehr fest und bleibt eine Zeit lang durchsichtig. Das Licht wird hier auf der vorderen Seite der Lamelle in Luft an Glas, auf der hinteren in Glas theils an Phosphor, theils an Jodsilber reflectirt. Die an der Gränze von Jodsilber und Phosphor reflectirte Lichtmenge ist wegen der Rauheit der Oberfläche des ersteren und wegen des großen und nahezu gleichen Brechungsvermögens beider Körper verschwindend klein. Die beiden Interferenzsysteme coincidiren für kleine Einfallswinkel.

Der vorige Versuch kann auch auf den Fall ausgedehnt werden, wo die Reflexion auf jeder Seite der Glaslamelle an einem optisch dichteren Medium stattfindet. Hierzu belege ich entweder eine von beiden, oder beide Seiten der Lamelle in der angegebenen Weise gleichweit mit einer starken Jodsilberschicht und stelle sie dann im Innern eines vor dem Spalt aufgestellten Glastroges senkrecht zur Collimatoraxe auf. Nun fülle ich das Glasgefäß mit Schwefelkohlenstoff oder besser, einer gesättigten Lösung von Phosphor in Schwefelkohlenstoff. Die Streifensysteme erscheinen sehr intensiv, wenn das von der Vorderfläche des Glasgefäßes reflectirte Licht ein wenig abgelenkt wird.

Die von der Reflexion am Phosphor herrührenden dunklen Streifen bilden die Verlängerungen der von der Reflexion am Jodsilber herrührenden; ein merklicher Phasenunterschied der an beiden Substanzen reflectirten Strahlen ist also nicht vorhanden.

### Schlüsse.

Aus allen Versuchen, welche ich unter 1) bis 5) beschrieben habe, folgt:

*Die relative Phasenänderung, welche das Licht bei normaler Reflexion erleidet, ist Null, wenn das erstere Medium das größere Brechungsvermögen hat, und entspricht einem Gangunterschiede von einer halben Wellenlänge, wenn das*

*zweite Medium das stärker brechende ist, für alle transparenten Medien und alle Farben des Spectrums.*

Ist die relative Phasenänderung Null für alle durchsichtigen Körper, so ist die absolute nothwendig eine Constante. Wenn also eine merkliche absolute Phasenänderung bei der normalen Reflexion existirte, so müßte sie für die verschiedenartigsten durchsichtigen Körper denselben Werth haben. Aus Fresnel's Versuch mit den drei Spiegeln <sup>1)</sup> und aus Lloyd's <sup>2)</sup> Beobachtungen über den Gangunterschied von streifend reflectirten und directen Strahlen geht aber hervor, daß die absolute Phasenänderung bei der Reflexion in Luft an Glas  $180^\circ$  beträgt. Wir müssen daher schließen, daß *eine merkliche absolute Phasenänderung, welche von Null, oder wenn wir das relative Brechungsverhältniß der beiden angränzenden Medien nicht berücksichtigen — von Null oder  $180^\circ$  verschieden ist, bei der normalen Reflexion an der Gränze transparenter Medien nicht stattfindet.*

### 3.

Reflexion an Körpern mit electiver Absorption.

Untersuchungen über die absoluten Phasenänderungen sind für diese Gruppe von Körpern, welche dadurch ausgezeichnet sind, daß sie für manche Farben die optischen Eigenschaften der durchsichtigen Medien, für andere die der Metalle haben, bis jetzt nicht veröffentlicht. Durch die Arbeiten von Stokes wissen wir, daß sie das Licht schon für kleinere Einfallswinkel elliptisch polarisiren und in der neuesten Zeit haben sie durch die Entdeckung der anomalen Dispersion ein erhöhtes Interesse gewonnen.

Die Beobachtungsmethode, welche ich in den vorigen Capiteln auseinandergesetzt und für transparente Medien durchgeführt habe, ist für die Untersuchung undurchsichtiger ebenso leicht und in experimenteller Beziehung noch bequemer anwendbar. An der Gränze nämlich eines durch-

1) A. a. O.

2) Pogg. Ann. Bd. XLV, S. 45.

sichtigen und eines metallisch undurchsichtigen Körpers wird selbst dann noch beträchtlich Licht reflectirt, wenn die Brechungsindices beider gleich sind. Dieser Umstand erleichtert die Beobachtungen sehr; Glaslamellen, welche für durchsichtige Körper in vielen Fällen unbrauchbar sind, sind hier ebenso gut wie Jodsilber zu benutzen.

Ich habe bis jetzt die Messungen durchgeführt für Fuchsin, Triphenyl-, Diphenyl-, Monophenyl-Rosanilin, Anilingrau, Anilinviolett. Diese Farbstoffe wurden in wasserfreiem Alkohol gelöst und die concentrirte Lösung auf dünne *Glaslamellen* so aufgetragen, daß die nur für die äußersten rothen Strahlen durchsichtige Schicht mit der Luft eine geradlinige Begränzung bildete. Die Blättchen untersuchte ich stets erst nach einigen Tagen, innerhalb welcher Zeit die Verdampfung des Lösungsmittels hinreichend erfolgt. — Mit der Glasseite dem Spalt zugekehrt, wurden sie senkrecht zur Collimatoraxe des Spectrometers so aufgestellt, daß das Bild der horizontalen Gränzlinie des Farbstoffes mit der Luft im Schnittpunkte der Fäden des Fadenkreuzes scharf erschien. Die Reflexion an der vorderen Seite der Lamelle findet überall an der Gränze von Luft und Glas, an der hinteren Seite dagegen auf der einen Hälfte an der Gränze von Glas und Luft, auf der andern an der Gränze von Glas und Farbstoff statt. Durch die Interferenz der an der vorderen und der an der hinteren Seite der Glaslamelle reflectirten Strahlenbündel entstehen zwei Interferenzspectra. Wie ich im vorigen Capitel gezeigt habe, ist die Phasenänderung bei der Reflexion an der Gränze zweier transparenter Medien unmerklich; die Unterschiede in der Lage der dunklen Streifen beider Interferenzspectra rühren also einzig und allein von der absoluten Phasenänderung bei der Reflexion an dem undurchsichtigen Körper her. Man überschaut mit einem Blicke zugleich die absoluten Phasenänderungen für die verschiedenen Farben.

Die folgenden Versuche beziehen sich auf *Fuchsin*. Ich habe diesen Namen jetzt noch beibehalten, weil ihn

alle Physiker anwenden, welche mit diesem Körper experimentirt und ihre Versuche veröffentlicht haben. Es ist indeß nothwendig, genauere Bezeichnungen einzuführen, weil die unter dem Namen Fuchsin benutzten Präparate verschiedene chemische Zusammensetzung und optische Eigenschaften haben. Der von mir zu den früheren (Monatsbericht 19. Nov. 1874), wie zu allen folgenden Versuchen benutzte Körper war fast reines *salzsaures Rosanilin*; derselbe erwies sich bei der Analyse frei von Essigsäure, Schwefelsäure und Oxalsäure und enthielt nur Spuren von Arsen. Die Lösungen im Wasser, Alkohol oder Aether zeigten nur *einen* Absorptionsstreifen, nicht deren zwei, wie Hr. Kundt an seinem Präparate beobachtete; eine zur Hälfte gesättigte alkoholische Lösung zeigte schon stärkere anomale Dispersion als sie Kundt für concentrirte angiebt.

1. Fig. 1 stellt die beiden Streifensysteme dar, welche die Phasenänderungen bei normaler Reflexion an Glas-Fuchsin für 18 Wellenlängen des sichtbaren Spectrums liefern.

Die Brechungsindices des Fuchsin sind, wie ich in einer früheren Abhandlung gezeigt habe, für die Wellenlängen der sichtbaren Strahlen größer als die des Glases, mit Ausnahme der zwischen 485 und 410 Milliontel Mm. liegenden. Fände daher keine dem metallisch undurchsichtigen Körper eigenthümliche Phasenänderung statt, so müßten die beiden Streifensysteme für die blauen und violetten Farben zwischen 485 Milliontel Mm. coïncidiren, für alle übrigen aber um eine halbe Wellenlänge gegenseitig verschoben seyn.

Ein bloßer Blick auf die Erscheinung zeigt, wie ganz anders in Wirklichkeit die Phasenänderung für die verschiedenen Farben sich gestaltet. Für die rothen Strahlen entspricht die Aenderung der Phase fast genau einer halben Wellenlänge, mit wachsender Schwingungszahl findet eine stetige Abnahme bis zum Violett, etwa der Mitte zwischen *G* und *H*, statt. Hier erreicht die Phasenände-

## Absolute Phasenänderungen bei der Reflexion.

Fig. 1.

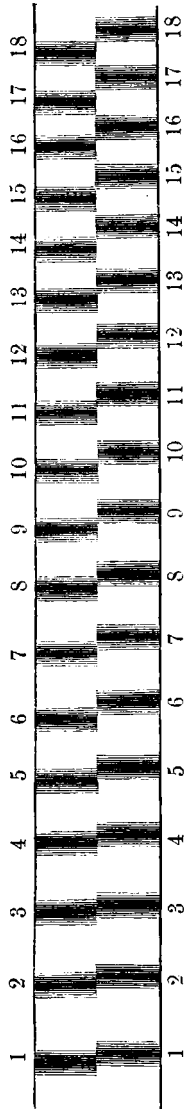
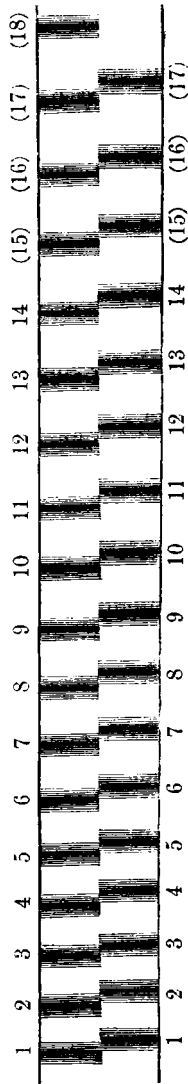
*Luft — Glas.**Glas — Fuchsin.*

Fig. 2.

*Luft — Glas.**Glas — Silber.*

Bemerkung. Der Versuch zeigt die Streifen, besonders im weniger brechbaren Ende des Spectrums, schmaler und schärfer als der vorstehende Abdruck.



rung ein Minimum und nimmt bis zum Ultraviolett allmählig wenig zu.

Die Darstellung der Phasenänderung durch Zahlen geschieht am übersichtlichsten dadurch, daß man den Bruchtheil der Wellenlänge angiebt, um welchen der reflectirte Strahl gegen den einfallenden verschoben erscheint. Bezeichnet  $m$  die Ordnungszahl eines dunklen Interferenzstreifens,  $l$  seine Wellenlänge in der Substanz der dünnen Lamelle, so ist  $\frac{1}{2}ml$  die Dicke der letzteren, wenn Luft zu beiden Seiten sich befindet, hingegen  $\frac{1}{2}(ml' + \delta)$ , wenn die Reflexion auf einer Seite am Fuchsin stattfindet. Hierin ist  $\delta$  der der Phasenänderung entsprechende Gangunterschied, und  $l'$  die Wellenlänge des Streifens von der Ordnungszahl  $m$  im Interferenzspectrum Glas - Fuchsin. Da die Dicke der Lamelle in beiden Fällen dieselbe ist, so hat man

$$\delta = m(l - l') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Für  $\delta = l$  geht diese Formel über in  $l = m(l - l_1)$ , worin  $l_1$  die zum Streifen von der Ordnung  $m + 1$  gehörige Wellenlänge bedeutet, folglich ist

$$\frac{\delta}{l} = \frac{l - l'}{l - l_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Sind die Brechungsindices der dünnen Lamelle für zwei einander folgende Streifen sehr wenig verschieden, wie es bei den Glasblättchen der Fall ist, so kann man ohne merklichen Fehler

$$\frac{\delta}{l} = \frac{\lambda - \lambda'}{\lambda - \lambda_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

setzen, wenn die  $\lambda$  die entsprechenden Wellenlängen in Luft bedeuten.

Die zu den Winkelablesungen am getheilten Kreise des Spectrometers gehörigen Wellenlängen habe ich von Minute zu Minute ein für alle Mal durch Messungen einer größeren Anzahl Fraunhofer'scher Linien mit bekannter Wellenlänge und Interpolation bestimmt.

Die zweite Columne der folgenden Tabelle giebt die Werthe der  $\lambda$  für die von der Reflexion an Glas und Luft

herrührenden Interferenzstreifen, die dritte die Werthe der  $\lambda$  für die Reflexion an Luft und Fuchsin in Milliontel Millimetern an, die vierte die nach der Formel (3) berechneten, die Phasenänderung darstellenden, Größen  $\frac{\delta}{l}$ . Die Nummern der ersten Reihe beziehen sich auf die in der Figur gezeichneten Streifen; die Zahlen der letzten Columnne geben die Werthe für  $\frac{\delta}{l}$  für durchsichtige Körper, welche dieselben Brechungsindices wie das Fuchsin haben. *Die Differenzen der Zahlen der beiden letzten Columnnen stellen also die Wirkung der Absorption auf die Phasenänderung unmittelbar dar.*

Tabelle I.

Glas - Luft	$\lambda$	$\lambda'$	$\frac{\delta}{l}$	$\left(\frac{\delta}{l}\right)$
1	637,5	628,7	0,48	0,5
2	619,9	611,2	0,46	0,5
3	602,1	594,4	0,45	0,5
4	585,5	579,9	0,42	0,5
5	572,2	566,8	0,37	0,5
6	556,8	551,6	0,35	0,5
7	541,7	537,2	0,30	0,5
8	526,3	521,8	0,33	0,5
9	512,6	509,3	0,28	0,5
10	500,2	496,7	0,30	0,5
11	487,5	485,2	0,23	0,5
12	478,2	476,2	0,20	0
13	468,4	466,8	0,16	0
14	458,5	457,0	0,15	0
15	448,6	447,5	0,11	0
16	439,4	438,7	0,08	0
17	430,5	429,6	0,10	0
18	421,9	—	—	—

Einen ähnlichen Gang der Phasenänderung für die verschiedenen Farben zeigten die andern Farbstoffe.

2. Ebenso leicht, und vielleicht noch genauer als an der Gränze von Glas und Fuchsin, läßt sich die Phasenänderung an der Gränze von Jodsilber studiren. Die Abstände der Interferenzstreifen sind nämlich wegen der

geringeren Dicke der Jodsilberschichten weit beträchtlicher. Die Haftbarkeit der Farbstoffe auf Jodsilber ist zwar geringer als auf Glas, aber ein Fehler läßt sich durch das Loslösen des Farbstoffes nicht leicht begehen, weil die Farbe sich dann sofort ändert. So lange z. B. eine Fuchsinsschicht fest am Jodsilber haftet, erscheint sie, durch das Jodsilber gesehen, dunkel stahlblau; sobald die innige Berührung beider Körper aufhört, wird die Farbe sofort grün.

Zur Berechnung der absoluten Phasenänderungen bei der normalen Reflexion an der Gränze von Jodsilber und Fuchsin ist die Anwendung der Formel (3) nicht mehr zulässig, weil sowohl die Dispersion des Lichtes im Jodsilber als auch die Abstände der Interferenzstreifen zu beträchtlich sind. Bezeichnen  $n$  und  $n'$  die zu den Wellenlängen  $\lambda$  und  $\lambda'$  in Luft gehörigen Brechungsindices des Jodsilbers, so geht wegen der Beziehungen

$$l = \frac{\lambda}{n}, \quad l' = \frac{\lambda'}{n'}$$

die allgemeine Formel (1) über in

$$\frac{\delta}{l} = m \left( 1 - \frac{\lambda' n}{\lambda n'} \right) . . . . . (4).$$

Die Brechungsindices der Jodsilberschichten, deren Kenntniß auch für andere Untersuchungen unumgänglich nothwendig ist, habe ich durch eine besondere Methode, deren Mittheilung hier zu weit vom Thema abführen würde, für eine große Zahl von Wellenlängen des sichtbaren Spectrums bestimmt.

In den folgenden vier Tabellen enthalten die 5 ersten Columnen die Werthe der Größen  $m$ ,  $\lambda$ ,  $\lambda'$ ,  $n$ ,  $n'$  für vier verschiedene Jodsilber - Fuchsin - Platten, die letzten die mittelst der Formel (4) berechneten Werthe der der Phasenänderung entsprechenden Gangunterschiede  $\frac{\delta}{l}$ .

Tabelle II.

$m$	$\lambda$	$\lambda'$	$n$	$n'$	$\frac{\delta}{l}$
5	579	545,5	2,187	2,215	0,353
6	500	490,5	2,270	2,270	0,154
7	451	449	2,423	2,423	0,069

Tabelle III.

$m$	$\lambda$	$\lambda'$	$n$	$n'$	$\frac{\delta}{l}$
3	557	506,7	2,205	2,258	0,335
4	450	446	2,416	2,443	0,072

Tabelle IV.

$m$	$\lambda$	$\lambda'$	$n$	$n'$	$\frac{\delta}{l}$
3	546	497	2,214	2,275	0,326
4	448	444	2,429	2,460	0,075

Tabelle V.

$m$	$\lambda$	$\lambda'$	$n$	$n'$	$\frac{\delta}{l}$
3	629	559	2,159	2,201	0,388
4	499	473	2,268	2,320	0,170
5	445	439	2,452	2,512	0,075

Aehnlich ist der Verlauf der Phasenänderungen bei den andern, Eingangs erwähnten, Farbstoffen. Während bei der normalen Reflexion an der Gränze zweier durchsichtiger Mittel keine Phasenänderung nachgewiesen werden konnte, welche sich merklich von Null oder 180° unter-

*scheidet, beobachten wir bei jenen Körpern alle möglichen Phasenänderungen, welche zwischen 0 und 180° liegen.*

### Schlüsse.

Durch Zusammenfassung aller Beobachtungen lassen sich für die absoluten Phasenänderungen bei der normalen Reflexion an metallisch undurchsichtigen Körpern die folgenden Gesetze ableiten.

1. *Die Absorption bewirkt eine Phasenverzögerung für alle Strahlen, deren Brechungsindices im absorbirenden Körper größer sind als im angränzenden Medium.*

2. *Die Absorption bewirkt eine Phasenbeschleunigung für alle Strahlen, deren Brechungsindices im absorbirenden Körper kleiner sind als im angränzenden Medium.*

3. *Die Absorption macht den plötzlichen Uebergang von der Phasenänderung Null zur Phasenänderung 180°, die wir bei durchsichtigen Medien beobachten, je nachdem ihr Brechungsverhältniß kleiner oder größer als Eins ist, zu einem stetigen.*

Der letzte Satz dürfte auch für die in der Natur vorkommenden sogenannten durchsichtigen Substanzen richtig seyn, weil dieselben ja weiter nichts, als Medien mit schwachen Absorptionsconstanten sind. Ich glaube sicher, daß z. B. Schwefelkohlenstoff, dessen Brechungsindices zwischen 1,61 und 1,70 liegen, in Berührung mit einem Flintglase von den entsprechenden Brechungsindices 1,63 bis 1,68, einen ähnlichen allmählichen Uebergang der Phasenänderung darbieten würde. Allein die Intensität des reflectirten Lichtes ist so gering, daß eine Beobachtung der Erscheinung aus diesem Grunde nicht möglich ist. Es zeigt dies Beispiel aber wieder, wie sehr die allgemeinen Gesetze der Lichtbewegung von der Erforschung der Eigenschaften der undurchsichtigen Körper abhängen, und nicht der durchsichtigen, welche uns häufig nur Gränzfälle von zweifelhafter Bedeutung liefern.

## 4.

## Reflexion an der Gränze von Metallen.

Für die Bestimmung der Phasenänderungen bei der Reflexion an Metallen habe ich eine einfache und directe Methode befolgt; mittelst derselben läßt sich die Phasenänderung bei jedem Metall und jeder Metalllegirung mit Leichtigkeit ermitteln, wenn man die entsprechende Phasenänderung bei der Reflexion von *Silber* kennt. Ich zeige daher zunächst, wie ich jene Constanten für dies Metall bestimmt habe.

Ausgesuchte und geprüfte (vgl. die Anmerkung im zweiten Abschnitt) Glaslamellen werden zur Hälfte mit einer durchsichtigen Silberschicht belegt, so daß das Silber eine scharfe Gränzlinie bildet. Die Reflexion findet hier bei der einen Hälfte der dünnen Lamelle auf Vorder- und Hinterseite an den Gränzflächen von Glas und Luft; bei der anderen Hälfte das erste Mal an Luft-Glas, das zweite Mal an Glas-Silber statt. Die beiden, durch die prismatische Zerlegung des reflectirten Lichtes sichtbar gemachten Interferenzsysteme sind im Gesichtsfelde durch eine haarscharfe Gränzlinie geschieden, wenn das Fernrohr des Spectrometers auf den Spalt eingestellt ist. Die Beobachtungen und Messungen werden genau, wie in den vorigen Capiteln beschrieben, angestellt. Die passend befestigte Lamelle wird dicht vor dem Spalt so aufgestellt, daß ihre reflectirenden Flächen senkrecht zur Collimatoraxe stehen und die Trennungslinie scharf im Schnittpunkte der Fäden des Andreaskreuzes erscheint.

Würde keine, dem Metall eigenthümliche, Phasenänderung bei der Reflexion eintreten, so müßten die dunkeln Minimalstreifen des einen Systems genau in die Verlängerungen der Lichtmaxima des anderen, also ungefähr in die Mitte zwischen zwei dunkle Streifen des anderen fallen, wie es der Fall ist, wenn man einen durchsichtigen Körper von größerem Brechungsvermögen als dem des Glases, z. B. einen Tropfen flüssigen Phosphor,

anstatt des Silbers, mit der Rückseite der Glaslamelle in Berührung bringt.

Die Fig. 2, welche ich nach den in Tab. VI enthaltenen Messungen construirt habe, giebt ein Bild der Gesammterscheinung. Die von der Metallreflexion herrührenden dunkelen Interferenzstreifen liegen den dunkelen Streifen des anderen Systems viel näher als einer Phasenänderung von  $180^\circ$  entspricht. Ohne zu messen, schätzt man die gegenseitigen Verschiebungen etwa auf den vierten Theil des Abstandes zweier aufeinanderfolgender Streifen, und zwar sind diese Verschiebungen, ganz im Gegensatze zu den bei den Farbstoffen beobachteten, für alle Farben des sichtbaren Spectrums nahezu gleich.

Um die Richtung der Verschiebungen zu bestimmen, habe ich nacheinander Glasblättchen angewendet, welche mit dünnen Silberschichten von verschiedener Dicke belegt waren. Läßt man das Silber von der Dicke Null an bis zur Undurchsichtigkeit wachsen, so rücken sämmtliche, von der Metallreflexion herrührenden Streifen nach dem violetten Ende des Spectrums hin. Würde statt des Silbers ein transparentes Medium von größerem Brechungsvermögen als dem des Glases die Lamelle begränzen, so würde die Verschiebung dieselbe Richtung haben, schließlich aber, bei hinreichender Dicke der Schicht, nicht eine viertel, sondern etwa eine halbe Streifenbreite betragen.

Die folgende Tabelle VI, welche ganz so wie Tabelle I im vorigen Abschnitt eingerichtet ist, giebt die Resultate einer Reihe von Messungen an. Die Nummern der ersten Columnne beziehen sich auf die in Fig. 2 gezeichneten Streifen; die zweite, mit  $\lambda$  überschriebene, Columnne giebt die Wellenlängen der entsprechenden Streifen der Glas-Silber-Reflexion an. Die Zahlen unter  $\frac{\delta}{l}$  stellen die den Phasenänderungen entsprechenden Gangunterschiede dar, und die Ziffern der letzten Reihe die entsprechenden Gangunterschiede für einen durchsichtigen Körper von größerem Brechungsvermögen als dem des Glases; die Diffe-

renzen der beiden letzten Columnen drücken also die Wirkung der Absorption auf die Phasenänderung aus.

Tabelle VI.

	$\lambda$	$\lambda'$	$\frac{\delta}{l}$	$\left(\frac{\delta}{l}\right)$
1	671,4	665,5	0,27	0,5
2	649,5	644,5	0,24	0,5
3	628,3	623,9	0,22	0,5
4	607,9	604,0	0,23	0,5
5	591,2	586,9	0,26	0,5
6	574,6	570,1	0,26	0,5
7	557,3	552,5	0,27	0,5
8	540,2	535,3	0,27	0,5
9	522,8	518,3	0,27	0,5
10	507,9	504,2	0,28	0,5
11	494,3	490,7	0,29	0,5
12	482,0	479,0	0,24	0,5
13	470,2	468,1	0,27	0,5
14	458,0	—	—	—

Die Vergleichung der Zahlen der beiden letzten Columnen ergibt in Verbindung mit den vorigen Beobachtungen das Resultat: *Die Absorption des Lichtes im Silber bewirkt eine Phasenverzögerung von nahezu 90° für alle Farben des sichtbaren Spectrums, wenn das Licht von Silber im Glase unter dem Einfallswinkel 0° reflectirt wird.*

Die anderen Metalle, für welche ich die Phasenänderungen nach der Eingangs angedeuteten Methode bestimmt habe, verhalten sich sehr ähnlich wie das Silber. *Die Phasenänderung bei normaler Incidenz ist stets eine Phasenverzögerung, und zeigt für kein Metall und keine Farbe eine starke Abweichung von der entsprechenden des Silbers.* Die Mittheilung der Zahlenresultate unterlasse ich hier, weil dieselben vor der Hand nicht gestatten, weitere Schlüsse



für die Theorie aus ihnen zu ziehen. Ueberdies sind die Zahlen für die Phasenänderungen, welche ich bisher mitgetheilt habe, für die Vergleichung der Beobachtungen mit der Theorie ausreichend.

## 5.

Theorie und Vergleichung mit den Beobachtungen.

Vollständige Formeln zur Berechnung der Intensität und Phasenänderung des an den Metallen reflectirten Lichtes sind von Cauchy <sup>1)</sup> und von F. Neumann <sup>2)</sup> gegeben worden. Letzterer hat weder die Herleitung noch die Principien derselben veröffentlicht; ein näheres Eingehen auf die Vergleichung dieser Theorie mit meinen Beobachtungen dürfte hier kaum angemessen seyn; ich bemerke nur, daß letztere durch die Neumann'schen Formeln nicht genügend dargestellt werden.

Cauchy hat die Principien seiner Theorie zwar veröffentlicht, er hat aber von diesen Principien bei der Aufstellung seiner bekannten Formeln für die Metallreflexion nur das Princip der Continuität der Bewegung angewendet, dagegen den Einfluß der longitudinalen Schwingungen oder allgemeiner, die Bewegungen an der Gränzschicht, welche den Uebergang aus dem einen Medium in das andere vermitteln, ganz vernachlässigt. Specialisirt man daher seine Formeln dadurch, daß man die Absorptionsconstante verschwinden läßt, so erhält man nicht einmal die Ausdrücke, welche er selbst für durchsichtige Medien aufgestellt hat. Die Zulässigkeit der Vernachlässigung der longitudinalen Schwingungen bei den opaken Medien versuchte er durch die Annahme zu begründen, daß die aus ihnen hervorgehende Ellipticität des reflectirten Lichtes ebenso wie bei den transparenten Medien nur eine kleine Größe sey, welche gegen die durch die Absorption bewirkte verschwinde. Diese Annahme ist jedoch nicht richtig; denn aus meinen Messungen der Absorptionscon-

1) *Compt. rend.* XXV, p. 86; *Pogg. Ann.* LXXIV, S. 543.

2) Mitgetheilt von Wild: *N. Denkschr. der schweiz. Ges.* XV, 29.

stanten des Lichts für Silber folgt für die Gröfse  $p$  <sup>1)</sup>, welche die von den longitudinalen Schwingungen herrührende Ellipticität ausdrückt, ein Werth zwischen  $\frac{1}{3}$  und  $\frac{1}{2}$ , während bekanntlich der Werth derselben Gröfse für Glas kaum  $\frac{1}{100}$  erreicht.

Die gänzliche Vernachlässigung der longitudinalen Bewegungen ist der Grund, warum die Cauchy'schen Formeln der Metallreflexion in Bezug auf die Brechungsindices der Metalle, wie ich in einem früheren Aufsätze gezeigt habe, so sehr der Erfahrung widersprechen. Eine Vergleichung der Cauchy'schen Formeln mit den Beobachtungen erscheint daher aus dem doppelten Grunde nutzlos, weil jene Formeln weder eine strenge Folge der Theorie sind, noch auch den Beobachtungen über die Brechungsindices im mindesten genügen.

Ganz anders gestaltet sich das Resultat, wenn man die den Cauchy'schen Principien ohne jede Vernachlässigung entspringenden Formeln für Intensität und Phase des reflectirten Lichtes mit den Beobachtungen vergleicht. Diese Theorie liefert ganz im Gegensatze zu den bekannten von Cauchy und Eisenlohr gegebenen Näherungsformeln, große Brechungsindices für die Metalle; sie unterliegt auch nicht den Einwürfen, welche Hr. Strutt <sup>2)</sup> gegen die letzteren erhoben hat.

Die Endresultate lassen sich ohne jedwede Benutzung imaginärer Ausdrücke ableiten; für Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene durch alleinige Anwendung der Continuitätsbedingungen von Cauchy auf die Gleichungen, welche die Gesetze der Wellenbewegung und der Absorption darstellen. Diese, fast unmittelbar aus der Erfahrung geschöpften Gleichungen sind für die einfallende, reflectirte und gebrochene Welle, wenn  $x=0$  die Trennungsebene eines durchsichtigen und eines undurchsichtigen isotropen Mittels ist,

1) S. Eisenlohr, Pogg. Bd. CIV, S. 355.

2) *Phil. Mag.* May 1872, p. 321—338.

$$\sigma_1 = A_1 \cos(ax + by + ct) \quad . \quad . \quad . \quad (1),$$

$$\sigma_2 = A_2 \cos(-ax + by + ct + \delta) \quad . \quad . \quad (2),$$

$$\sigma = Ae^{\beta_1 x} \cos(\alpha_1 x + by + ct + d) \quad . \quad (3).$$

Die Buchstaben  $\sigma$  bedeuten die Ausweichungen der schwingenden Theilchen, die  $A$  die Amplituden,  $\delta$  und  $d$  die Phasen der reflectirten und gebrochenen Welle; ferner ist, wie die Anschauung ergibt,

$$a = \frac{2\pi}{\lambda} \cos i, \quad b = \frac{2\pi}{\lambda} \sin i, \quad c = \frac{2\pi}{\tau},$$

$$\alpha_1 = \frac{2\pi}{\lambda'} \cos r, \quad \beta = \frac{\gamma_1}{\cos r},$$

wenn man mit  $i$  den Einfallswinkel, mit  $r$  den Brechungswinkel,  $\lambda$  die Wellenlänge im durchsichtigen,  $\lambda'$  die im undurchsichtigen Medium,  $\tau$  die Schwingungsdauer und  $2m\gamma_1$  den physikalischen Extinctionscoefficienten bezeichnet. Wird noch zur Abkürzung

$$\alpha_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \alpha, \quad \beta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \beta, \quad \gamma_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \gamma \quad . \quad . \quad (4)$$

gesetzt, so ist wegen der Beziehung

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\sin i}{\sin r} = \nu$$

$$\alpha^2 = \nu^2 - \sin^2 i \quad . \quad . \quad . \quad (5),$$

$$\beta^2 = \frac{\nu^2 \gamma^2}{\nu^2 - \sin^2 i} \quad . \quad . \quad . \quad (6).$$

$\nu$  ist der Brechungsindex; die Gröfse  $\gamma$  nenne ich, weil sie überall in gleicher Linie mit  $\nu$  rangirt, den *Extinctionsindex*. Der in den Rechnungen unbequem zu handhabende physikalische Extinctionscoefficient ist also  $= \frac{4\pi m}{\lambda} \gamma$ , wenn  $m = \log e = 0,43429$ .

Die Gleichungen (1) bis (3) sind als particuläre Integrale von partiellen Differentialgleichungen zu betrachten, welche die Beziehungen der im Innern des lichtfortpflanzenden Körpers thätigen Kräfte zu einander darstellen.

Differentialgleichungen für die Lichtbewegung in absorbirenden Medien sind von O'Brien <sup>1)</sup>, Strutt <sup>2)</sup>,

1) *Transactions of the Cambridge Phil. Soc.* VII, p. 421; VIII, p. 27.

2) *Phil. Mag.* 1872, p. 321.

O. E. Meyer<sup>1)</sup>, Helmholtz<sup>2)</sup> mittels Principien der Dynamik aufgestellt werden. — O'Brien fügte zur analytischen Darstellung der Absorption den gewöhnlichen, für vollkommen durchsichtige Medien geltenden, Elasticitätsgleichungen eine Summe von Gliedern

$$\sum_n h_n \frac{d^n \sigma}{dt^n}$$

hinzu, welche einen Reibungswiderstand, ähnlich demjenigen, welchen ein schwingendes Pendel in der Luft erleidet, darstellt. Die Strutt'sche Differentialgleichung ist ein besonderer Fall der O'Brien'schen; die von O. E. Meyer ist zu speciell, um die anomale Dispersion zu erklären. Helmholtz' Gleichungen gestatten, bis auf einen einzigen noch zweifelhaften Punkt, die Erscheinungen der anomalen Dispersion vollständig abzuleiten.

Ich habe nun gefunden, daß sämtliche bis jetzt aufgestellten Differentialgleichungen, die Helmholtz'schen nach Hinzufügung der den andern beiden Coordinaten entsprechenden Glieder, *dieselbe* Abhängigkeit des Brechungsindex und Extinctionscoëfficienten vom Einfallswinkel erfordern. Man erhält *dieselbe* Abhängigkeit auch dann noch, wenn man die Bewegungsgleichungen durch Hinzufügen einer Summe

$$\sum_{\mu} k_{\mu} \frac{\partial^{\mu}}{\partial t^{\mu}} A_2 \varrho$$

verallgemeinert, welche eine Reibung der schwingenden Theilchen nach Art der inneren Reibung der Flüssigkeiten darstellt. Die Differentialgleichungen für die Lichtbewegung in opaken Medien, nehmen alsdann die Form an:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + \sum_n h_n \frac{\partial^n \xi}{\partial t^n} &= (L + M) \frac{\partial v}{\partial x} + M A_2 \xi + \sum_{\mu} k_{\mu} \frac{\partial^{\mu}}{\partial t^{\mu}} A_2 \xi \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + \sum_n h_n \frac{\partial^n \eta}{\partial t^n} &= (L + M) \frac{\partial v}{\partial y} + M A_2 \eta + \sum_{\mu} k_{\mu} \frac{\partial^{\mu}}{\partial t^{\mu}} A_2 \eta \\ \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} + \sum_n h_n \frac{\partial^n \zeta}{\partial t^n} &= (L + M) \frac{\partial v}{\partial z} + M A_2 \zeta + \sum_{\mu} k_{\mu} \frac{\partial^{\mu}}{\partial t^{\mu}} A_2 \zeta \end{aligned} \right\} (7),$$

1) Pogg. Ann. Bd. 145, S. 80.

2) Monatsbericht d. K. Akad. zu Berlin; 29. Oct. 1874.

worin  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  die Componenten der Verschiebungen nach drei rechtwinkligen Coordinatenachsen,  $L$  und  $M$  die beiden Elasticitätscoefficienten,  $A_2\sigma = \frac{\partial^2\sigma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\sigma}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\sigma}{\partial z^2}$  und die cubische Ausdehnung  $v = \frac{\partial\xi}{\partial x} + \frac{\partial\eta}{\partial y} + \frac{\partial\zeta}{\partial z}$ .

Setzt man in den Gleichungen (7) für  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  je ein particuläres Integral (3) ein, so erhält man zur Bestimmung der Constanten  $\alpha_1$  und  $\beta_1$  oder der durch die Gleichungen (4) bis (6) mit ihnen verbundenen Brechungs- und Extinctionsindices  $\nu$  und  $\gamma$  die Beziehungen:

$$\left. \begin{aligned} \nu^2(\nu^2 - \gamma^2 - \sin^2 i) &= (\nu^2 - \sin^2 i)F \\ \nu\gamma &= E \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

in denen  $F$  und  $E$  Functionen der Schwingungsdauer, aber unabhängig vom Einfallswinkel sind. Die Gleichungen (8) liefern die, im Allgemeinen anomale, Dispersion. Für  $i = 0$  gehen sie über in

$$\left. \begin{aligned} n_2 - g_2 &= F, \\ ng &= E \end{aligned} \right\} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (9),$$

wenn man mit  $n$  und  $g$  den Brechungs-, resp. Extinctionsindex für normale Incidenz bezeichnet. Mit (9) verbunden ergeben die Gleichungen (8)

$$\left. \begin{aligned} 2\nu^2 &= n^2 - g^2 + \sin^2 i + \sqrt{(n^2 - g^2 - \sin^2 i) + 4n^2 g^2}, \\ \nu\gamma &= ng \end{aligned} \right\} \quad (10).$$

Diese beiden Gleichungen (10) stellen die Abhängigkeit der Brechung und Absorption vom Einfallswinkel dar. Es sind dieselben, welche Cauchy angedeutet und Hr. Ketteler<sup>1)</sup> aus den Cauchy'schen Andeutungen eruiert hat. *Ableiten* kann man sie nur mit Hülfe der Differentialgleichungen (7); andere, nicht in diesen enthaltene lineare Differentialgleichungen mit partiellen Differentialen liefern eine andere Abhängigkeit.

Wie ich bereits in einem früheren Aufsätze bemerkt habe, ist die Aenderung der Brechung mit zunehmender

1) Verhandl. des naturh. Vereins der Rheinl. XXXII, 4, II, S. 70, Separat - Abdruck.

Incidenz außerordentlich gering. Beim Silber hat für blaues Licht von bestimmter Brechbarkeit der Extinctionsindex  $g$  den Werth 2,6, für violette ist er kleiner, für gelbes und rothes größer, doch kleiner als 3,9; die Brechungsindices  $n$  erreichen und übersteigen den Werth 5. Berechnet man aus den Formeln (10) die Werthe von  $\nu$  für verschiedene Incidenzen, so findet man Zahlen, welche sich selbst für große Einfallswinkel nicht merklich von  $g$  und  $n$  unterscheiden. Dasselbe gilt für die größeren Werthe der Brechungsindices der Farbstoffe, bei denen die Werthe für  $n$ , aber dafür auch die für  $g$  geringer sind als beim Silber. Am meisten könnte man hoffen, für die kleinsten Werthe der Brechungsindices der Farbstoffe die Abhängigkeit dieser Größen vom Einfallswinkel durch den Versuch nachweisen zu können. Den kleinsten Brechungsindex des festen Fuchsins bestimmte ich zu 1,224; der dazugehörige Werth von  $g^2$  ist ungefähr 0,073; die Formeln (10) liefern für den Einfallswinkel  $60^\circ$  für den Brechungsindex  $\nu$  den Werth 1,248. Selbst für diesen günstigen Fall erreicht, wie man sieht (Monatsber. 19. Nov. 1874), die Differenz der Zahlen 1,248 und 1,224 noch nicht die Beobachtungsfehler einer Beobachtungsreihe.

Wenden wir Cauchy's Princip der Continuität auf die Integrale (3) der Differentialgleichungen (7) an, so erhalten wir, wenn das Licht *in der Einfallsebene polarisirt ist*, für die Intensität  $I^2$  und die Phasenänderung  $\delta$  des unter dem Einfallswinkel  $i$  reflectirten Lichtes

$$I^2 = \frac{(\alpha - \cos i)^2 + \beta^2}{(\alpha + \cos i)^2 + \beta^2} \quad . \quad . \quad . \quad (11),$$

$$\text{tang } \delta = - \frac{2\beta \cos i}{\alpha^2 + \beta^2 - \cos^2 i} \quad . \quad . \quad (12).$$

Für normale Incidenz gehen diese Formeln über in

$$I_0^2 = \frac{(n-1)^2 + g^2}{(n+1)^2 + g^2} \quad . \quad . \quad . \quad (13),$$

$$\text{tang } \delta = - \frac{2g}{n^2 + g^2 - 1} \quad . \quad . \quad . \quad (14).$$

Die Formeln (13) und (14) sind nur der Form nach iden-

tisch mit den Näherungsformeln Cauchy's, die von letzteren gelieferten Werthe sind wesentlich verschieden, weil  $n$  und  $g$  in ihnen ganz andere numerische Werthe haben.

Für senkrecht zur Einfallsebene polarisirtes Licht sind den Integralen (3), welche die transversalen Schwingungen darstellen, die analogen für die longitudinalen hinzuzufügen. Die Hinzunahme der letzteren scheint geboten, wenn man den Differentialgleichungen (7) auf die allgemeinste Weise genügen will. Von Seiten der Erfahrung liefs sich bis jetzt ihr Vorhandenseyn weder nachweisen noch mit Erfolg bestreiten. — Wendet man auf alle vorkommenden Schwingungen das Princip der Continuität an, so kann man die Schlufsresultate ohne jede Benutzung imaginärer Ausdrücke, leichter aber durch das von Eisenlohr zur Ableitung der Cauchy'schen Näherungsformeln (Pogg. Ann. Bd. 104) benutzte Verfahren aufstellen. Die nach beiden Rechnungsweisen erhaltenen Ausdrücke sind identisch. In gleicher Weise erhält man direct für das Verhältnifs  $\frac{J^2}{I^2}$  der Intensitäten des senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Lichtes zu dem in der Einfallsebene polarisirten den Ausdruck

$$\frac{J^2}{I^2} = \frac{P^2 + Q^2}{R^2 + S^2} \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

und für die Differenz  $\mathcal{A}$  der Phasenänderung  $\delta_1$  des senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Lichtes *minus* der Phasenänderung  $\delta$  des in der Einfallsebene polarisirten

$$\text{tang } \mathcal{A} = \frac{QR - PS}{PQ - QS} \quad . \quad . \quad . \quad (16),$$

worin

$$\left. \begin{aligned} P &= \alpha - \sin i \operatorname{tg} i + p \beta \operatorname{tg} i, \\ Q &= (\alpha + \cos i) p \operatorname{tg} i - \beta, \\ R &= \alpha + \sin i \operatorname{tg} i - p \beta \operatorname{tg} i, \\ S &= (\alpha - \cos i) p \operatorname{tg} i + \beta \end{aligned} \right\} \quad (17).$$

$p$  bedeutet eine Gröfse, welche die aus der Annahme der Longitudinal-Schwingungen hervorgehende Ellipticität darstellt; sie kann durch den Versuch auf verschiedene Weise bestimmt werden.

Für den Haupteinfallswinkel  $\theta$  wird  $\tan A = \infty$ , der Nenner in (16) also Null, und demgemäß

$$\frac{\alpha - \sin \theta \tan \theta + p \beta \tan \theta}{p \tan \theta (\alpha + \cos \theta) - \beta} = \frac{p \tan \theta (\alpha - \cos \theta) + \beta}{\alpha + \sin \theta \tan \theta - p \beta \tan \theta}. \quad (18).$$

Setzt man auch in (15)  $i = \theta$  und berücksichtigt (18), so erhält man für das Hauptamplitudenverhältniß  $\frac{J}{I}$ , dessen numerischer, durch die Beobachtung bestimmter Werth  $c$  sey, die Gleichung

$$\frac{p (\sin \theta + \alpha \tan \theta) - \beta}{\alpha + \sin \theta \tan \theta - p \beta \tan \theta} = c. \quad (19).$$

Aus (18) und (19) folgen für  $p$  die beiden Ausdrücke

$$p = \frac{c\alpha + c \sin \theta \tan \theta + \beta}{\alpha \tan \theta + \sin \theta + c\beta \tan \theta}. \quad (20),$$

$$p = \frac{\alpha - \sin \theta \tan \theta - c\beta}{c\alpha \tan \theta - \beta \tan \theta - c \sin \theta}. \quad (21).$$

Durch jeden derselben kann die GröÙe  $p$  berechnet werden, wenn der Einfallswinkel  $\theta$ , das Hauptamplitudenverhältniß  $c$  und außerdem Extinctions- und Brechungsindex bekannt sind. Die Extinctionsindices des Silbers habe ich, wie ich in einer besonderen Abhandlung zeigen werde, für alle Farben durch Versuche bestimmt; für die Brechungsindices läßt sich ohne Schwierigkeit nur beweisen, daß sie größer als 3 sind. Eliminirt man daher aus den letzten beiden Gleichungen die den Brechungsindex enthaltende GröÙe  $\alpha$ , so erhält man für  $p$  den Ausdruck

$$p = \frac{1}{2} \cdot \frac{D_1 - D_2}{D}. \quad (22),$$

in welchem

$$D_1 = 1 + c^2 + 4c\beta \cos \theta$$

$$D_2 = \sqrt{(1 + c^2)^2 (1 - 4\beta^2 \cos^2 \theta) + 16c^2 \cos^2 \theta (\beta^2 - \sin^2 \theta)}$$

$$D = c \sin 2\theta + \beta (1 + c^2) \sin \theta.$$

Hierin hat die Wurzel den positiven Werth und

$$\beta = + \frac{v\gamma}{\sqrt{v^2 - \sin^2 \theta}}$$



fällt seinem numerischen Werthe nach, wie aus den Gleichungen (10) hervorgeht, mit dem Extinctionsindex  $g$  fast zusammen.

Für willkürliche Werthe von  $c$  und  $\beta$  kann  $p$  imaginär werden, für die beobachteten bleibt  $p$  immer  $< \frac{1}{2}$ ; für Silber erreicht es den größten Werth, etwas größer als  $\frac{1}{3}$ .

Die Vereinigung der beiden Ausdrücke (20) und (21) ergibt für  $\alpha$  die Gleichung

$$\alpha = A + \sqrt{A^2 - B} \quad . \quad . \quad . \quad (23),$$

worin die Wurzel positiv und

$$A = -\frac{1+c^2}{1-c^2} \cdot \frac{\sin \theta}{\operatorname{tg} 2\theta} \quad . \quad . \quad . \quad (24),$$

$$B = \beta^2 - \sin^2 \theta \quad . \quad . \quad . \quad (25).$$

So lange der Haupteinfallswinkel  $\theta > 45^\circ$ , ist  $\operatorname{tg} 2\theta$  negativ, die Gröſſe  $A$  also positiv,  $B$  ist nur für stark absorbirende Substanzen positiv, für schwach opake Medien negativ.

Für  $c=0$ ,  $\beta=0$ , also für vollkommen transparente Medien, ergeben die letzten Gleichungen  $\alpha = \sin \theta \operatorname{tg} \theta$ , oder da  $\nu^2 = \alpha^2 + \sin^2 \theta$ , für den Brechungsindex  $\nu$  selbst  $\nu = \operatorname{tg} \theta$ , d. h. das Brewster'sche Gesetz.

Die Formeln (23) bis (25) lehren den Brechungsindex kennen, wenn Haupteinfallswinkel, Hauptamplitudenverhältniß und Extinctionsindex bekannt sind; sie liefern für die Metalle große Brechungsindices.

Für die Linie  $F$  fand ich beim Silber

$$\theta = 68^\circ 45', \quad c = 0,85, \quad \beta = 2,7.$$

Aus den Gleichungen (23) bis (25) findet man

$$A = 6,68, \quad B = 6,42, \quad \alpha = 12,84.$$

Der Werth des Brechungsindex  $n$  weicht nicht merklich von  $\alpha$  ab; die Theorie liefert also sehr große Brechungsindices. Man erkennt ferner leicht, daß dieser Theorie zufolge die Brechungsindices des Silbers mit der Schwin-

gungsdauer des Lichtes wachsen, weil jede der drei Größen  $\theta$ ,  $c$ ,  $\beta$  mit der Schwingungsdauer zunimmt. Auch diese Folgerung stimmt mit den Beobachtungen überein. So leicht es auch ist, durch den Versuch zu beweisen, daß die Brechungsindices des Silbers größer als 3 seyn müssen, so schwierig dürfte es seyn, den experimentellen Nachweis zu liefern, daß sie kleiner als die berechnete Zahl 12,84 sind. Aus den Abweichungen der beobachteten Werthe der Brechungsindices von den berechneten wird man daher die Ungenauigkeit der Theorie kaum herleiten können.

Vergleichen wir jetzt die Ergebnisse der Rechnung mit unseren Beobachtungen der Phasenänderungen bei normaler Incidenz. Ich habe die Vergleichung zunächst für das Fuchsin durchgeführt und gefunden, daß die berechneten Werthe der Phasenänderung von den beobachteten Abweichungen zeigen, welche im Allgemeinen um so größer sind, je stärker die Absorption und je stärker die Brechung ist. Doch sind diese Abweichungen nicht groß genug, um mit einiger Sicherheit die Theorie als unrichtig bezeichnen zu können. Anders jedoch gestaltet sich das Resultat der Vergleichung bei den Metallen selbst. Die Formel (14), in welcher  $n$  und  $g$  den Brechungs- und Extinctionsindex für den Einfallswinkel Null darstellen, liefert für die Phasenänderung des reflectirten Lichtes jedweder Farbe kleine Werthe, während die Beobachtungen des vorigen Abschnitts sehr große Werthe ergeben. Betrachten wir das letzterwähnte Beispiel, in welchem der Extinctionsindex 2,7 und der aus diesem, dem beobachteten Haupteinfallswinkel und dem Hauptazimuth berechnete Brechungsindex 12,84 ist. Da bei den Beobachtungen der Phasenänderung die Reflexion im Glase stattfindet, dessen Brechungsindex 1,48 ist, so haben wir in der Formel (14) für  $n$  die Zahl  $\frac{12,48}{1,48}$  und  $g = \frac{2,7}{1,48}$  zu setzen; dieselbe giebt alsdann für die Tangente der Phasenänderung noch nicht  $\frac{1}{20}$ , während den Beobachtungen

zufolge  $\tan \delta$  nahezu unendlich ist. Derselbe Widerspruch zwischen den berechneten und beobachteten Werthen der Phasenänderung bei der Reflexion am Silber findet für die anderen Farben statt.

Am Ende des vorigen Abschnitts habe ich bereits erwähnt, daß auch die anderen Metalle, bei normaler Reflexion eine Phasenänderung zeigen, welche einem Gangunterschiede von nahezu einer Viertel-Wellenlänge entspricht. Wir sind nun zwar nicht im Stande, in gleicher Weise wie beim Silber die Absorption und Brechung durch den Versuch zu ermitteln, dürfen aber aus mehrfachen Gründen schließen, daß von den Größen  $n$  und  $g$  eine jede beträchtlich größer als 1 ist. Soll aber, wie die Beobachtungen über die Phasenänderungen dies verlangen, der Nenner der Formel (14) verschwinden, so muß  $n^2 + g^2 = 1$  werden, was für  $n$  und  $g$  ganz unannehmbare Werthe verlangt. — Wir sehen also, daß die Ergebnisse der gegenwärtigen Theorie den Versuchen auch nicht einmal annähernd entsprechen. Daß jene Ergebnisse einen Rechenfehler enthalten, glaube ich deswegen nicht, weil ich sie nach verschiedenen Rechnungsweisen identisch bekommen habe. Ich ziehe daher aus meinen Versuchen zunächst den Schluß, daß die Fundamente der Theorie einer wesentlichen Aenderung bedürfen.

Berlin, den 2. October 1875.