

**IV. Ueber Nachwirkungsänderungen
des Widerstandes hartgezogener Drähte;
von Paul Cohn.**

(Hierzu Taf. I Fig. 1 u. 2.)

Dass die electriche Leitungsfähigkeit hartgezogener oder gepresster Drähte nicht nur durch Ausglühen, sondern auch schon durch mässige Erwärmung eine bleibende Aenderung erfährt, ist zuerst von Matthiessen und v. Bose¹⁾ gefunden worden. Bemerkenswerth ist bei den von ihnen gemachten Angaben, dass diese Aenderungen, obgleich nur an reinen Metallen beobachtet wurde, bei Drähten desselben Metalles häufig sehr verschieden waren. Dieselbe Erscheinung fand Bergmann²⁾ bei Metallplatten, und zwar sowohl an Stücken von gewalztem Metallblech, als auch an galvanisch niedergeschlagenen Platten. Durch mikroskopische Untersuchung stellte Kalischer³⁾ fest, dass durch Erwärmen Drähte der meisten Metalle krystallinische Structur erhielten; durch diese Structuränderungen wären daher die Aenderungen des Widerstandes wenigstens theilweise zu erklären.

Widerstandsänderungen an hartgezogenen Drähten finden, wie in neuerer Zeit mehrfach beobachtet worden ist, freilich in geringerem Grade, auch bei gewöhnlicher Temperatur statt und sind selbst, wenn schon eine längere Zeit nach dem Ziehen verflossen ist, bei grossen Zeitintervallen noch merklich. Ebenso erfolgen auch bei einem schon längere Zeit lagernden Draht, nachdem derselbe in eine Spirale aufgewickelt worden ist, kleine Widerstandsänderungen. Diese Thatsachen, die ich durch eigene Beobachtungen bestätigt fand, deuten darauf hin, dass die in Rede stehenden Aenderungen als eine Nachwirkungserscheinung aufzufassen sind, deren Eintreten eine Folge der Gestalts- und Structuränderungen ist, welche der Draht durch

1) Matthiessen u. v. Bose, Pogg. Ann. 115. p. 353. 1862.

2) Bergmann, Wied. Ann. 36. p. 783. 1888.

3) Kalischer, Karl's Rep. f. Experimentalphys. 18. p. 292. 1882.

das Ziehen und durch etwaige andere mechanische Einwirkungen erfährt. Wie die elastischen Nachwirkungen werden auch diese Widerstandsänderungen durch Temperaturerhöhung beschleunigt.

Um mit dieser Auffassung die Beobachtungen von Kallischer zu vereinigen, müsste man entweder annehmen, dass auch schon bei gewöhnlicher Temperatur eine, wenn auch nur schwache, Umwandlung in den krystallinen Zustand vor sich geht, die sich bisher der directen Beobachtung entzogen hat, dass also die Nachwirkung des Ziehens in einer solchen Structuränderung besteht, und dass diese die Ursache der Widerstandsänderung ist; oder es wäre bei hohen Temperaturen ein Zusammenwirken zweier Ursachen anzunehmen, nämlich ausser jenen Structuränderungen noch eine mehr directe Nachwirkung der vorangegangenen mechanischen Einwirkungen, welche letztere Ursache bei Zimmertemperatur allein wirksam ist. Dass man wenigstens in gewissen Fällen zwei verschiedenartige Ursachen anzunehmen habe, folgern Feussner und Lindeck¹⁾ aus ihren Beobachtungen an Metalllegierungen.

Welche specielle Vorstellung von den Ursachen der betrachteten Widerstandsänderungen man sich aber auch bilden mag, jedenfalls wird durch die genannten Ergebnisse der Gedanke an eine Verwandtschaft mit den sonst beobachteten Erscheinungen elastischer Nachwirkung überaus nahe gelegt. Dadurch erscheint *eine Untersuchung des zeitlichen Verlaufes dieser Widerstandsänderungen*, über den meines Wissens bisher noch keine Beobachtungen vorliegen, geboten. *Die Ermittlung desselben für einige Metalle bei verschiedenen Temperaturen ist der Zweck der von mir angestellten Beobachtungen.* Die Anregung zu der Arbeit verdanke ich meinem verehrten Lehrer Hrn. Prof. Volkmann. Derselbe hat mich auch im Verlauf meiner Arbeit mehrfach durch seinen Rath unterstützt, wofür ich ihm auch an dieser Stelle meinen ergebensten Dank abstatte.

1) Feussner u. Lindeck, Zeitschr. f. Instrumentenkunde. 9. Jahrg. 1889. p. 323.

§ 1. Die Beobachtungsmethode.

Mein Beobachtungsverfahren bestand darin, dass ich nach erfolgter Widerstandsbestimmung bei der Zimmertemperatur ϑ_0 den Draht eine gewisse Zeit hindurch auf eine bestimmte höhere Temperatur ϑ brachte und dann nach eingetretener Abkühlung von neuem den Widerstand des Drahtes bei der früheren Temperatur ϑ_0 bestimmte. Dann erfolgte eine neue Erhitzung auf die Temperatur ϑ mit sich anschliessender Widerstandsbestimmung bei ϑ_0 u. s. f.¹⁾ Um es mit einer genau angebbaren Erhitzungszeit und -temperatur zu thun zu haben, geschah das Erhitzen und Abkühlen stets durch schnelles Eintauchen in Flüssigkeitsbäder von den Temperaturen ϑ und ϑ_0 . Es zeigten sich hierbei die Widerstandsänderungen nur abhängig von der gesammten verflossenen Erhitzungszeit, unabhängig von der Anzahl und Grösse der einzelnen Erhitzungsintervalle. Somit konnte ich für eine bestimmte Erhitzungstemperatur die Abhängigkeit der Widerstandsänderungen von der Erhitzungszeit nach dem obigen Verfahren durch Beobachtungen an einem Draht feststellen. Da die Aenderungen in gleichen Zeiten schnell an Grösse abnehmen, nahm ich anfangs kleine, dann mehr und mehr wachsende Erhitzungszeiträume.

Meine definitiven Beobachtungen sind an Platin und Silber angestellt. Die Silberdrähte wurden einer als rein gekauften Sorte entnommen; eine Analyse, die Herr Prof. Lossen in

1) An sich wäre es wünschenswerth, an Stelle der durch die Erhitzung veranlassten bleibenden Aenderungen des Widerstandes bei der Zimmertemperatur die bleibenden Aenderungen bei der Erhitzungstemperatur selbst zu beobachten. In diesen tritt die Erscheinung einfacher, in jenen nur mittelbar zu Tage. Sicher ist die Gesamtgrösse beider Aenderungen eine verschiedene, da, wie ich beobachtete, die Widerstandsänderungen auch von Aenderungen des Temperaturcoefficienten begleitet waren. Der Ausführung dieses modificirten Beobachtungsverfahrens stehen aber sehr bedeutende Hindernisse entgegen. Einmal dürfte es bei hohen Temperaturen sehr schwer sein, die für eine genaue Widerstandsmessung erforderliche Temperaturconstanz zu erzielen — schon bei mässiger Genauigkeit der Messung, deren Fehler kleiner als $\frac{1}{10000}$ des Widerstandes sein soll, dürfen die Temperaturschwankungen $0,03^\circ$ nicht übersteigen. Zweitens sind bei hohen Temperaturen anfangs so schnelle Widerstandsänderungen zu erwarten, dass sich eine genaue Messung kaum anstellen liesse.

dem hiesigen chemischen Laboratorium ausführen zu lassen die Güte hatte, ergab 0,4 Proc. fremder Bestandtheile. Die benutzte Platinsorte enthielt nach einer nur qualitativen Analyse andere Platinmetalle, vornehmlich Iridium. Da die auf Quecksilber bezogene Leitungsfähigkeit des Platins nur 4,4 war, ist eine beträchtliche Verunreinigung durch diese Metalle sehr wahrscheinlich.

Anfänglich untersuchte ich namentlich Kupfer, doch störte hier das Angreifen seitens des Leinöls im Erhitzungsbade, welches nach Matthiessen und von Bose überhaupt bei den meisten Metallen eintritt. Das von ihnen angewandte Mittel, die Drähte zu firnissen, verlangsamt den Wärmeausgleich zwischen Draht und Flüssigkeitsbad und versagt ausserdem bei hohen Temperaturen. Man wird daher solche angreifbaren Metalle bei einer entsprechenden Untersuchung etwa mit einem dünnen Goldüberzug zu versehen haben. Auch bei Silber wäre ein Angreifen denkbar. Da ich indess an diesem Metall nie eine Widerstandszunahme erhielt, so kann der Einfluss des Angreifens, wenn überhaupt vorhanden, jedenfalls nur äusserst gering gewesen sein. Ueberhaupt war es ein günstiger Umstand, dass bei den von mir untersuchten Metallen die Aenderungen in einer Widerstandsabnahme bestehen, während alle störenden Einflüsse, wie Lockerung der Löthstellen, Angreifen der Metalloberfläche durch Berührung mit Quecksilber sich durch Zunahme des Widerstandes bemerkbar machen.

An zwei Drähten desselben Metalls erhielt ich bei gleicher Erhitzungstemperatur erst dann übereinstimmende Resultate, als ich auf genau gleiche Herstellung derselben achtete. Auch hieraus erkennt man den wesentlichen Einfluss der vorangegangenen mechanischen Einwirkungen. Für die definitiven Beobachtungen wurde daher, um die bei den verschiedenen Temperaturen erhaltenen Resultate miteinander vergleichen zu können, der ganze erforderliche Drahtvorrath eines Metalles zusammen, und zwar nach dem folgenden Verfahren hergestellt. Vor dem Ziehen wurde der Draht in eine Spirale gewickelt und in einer Glasröhre mehrere Minuten lang ausgeglüht. Dann wurde das eine Ende der Spirale durch das Zieheisen gesteckt und an einen Draht angelöthet, dessen anderes Ende an einer Walze befestigt war. Die Walze wurde nun vermit-

telst eines Räderwerks durch eine nach dem Tacte einer Uhr mit der Hand gedrehte Kurbel in langsame, gleichmässige Umdrehung versetzt und dadurch der Draht mit gleichmässiger Geschwindigkeit durch das Zieheisen gezogen und dann auf die Walze aufgewickelt. Die Zuggeschwindigkeit betrug 3 mm in der Secunde. Der Platindraht wurde so durch 6, der Silberdraht durch 4 Ziehlöcher gezogen, beide bis auf das 2- bis $2\frac{1}{2}$ -fache der ursprünglichen Länge. Später wurde dann jeder Draht einzeln an der Drehbank in eine Spirale von ca. 1 cm Durchmesser aufgewickelt. In der That zeigten nun wenigstens bei Platin mehrere so erhaltene Drähte bei derselben Temperatur fast völlig gleiche Widerstandsänderungen, während bei Silber stets kleine Verschiedenheiten zurückblieben. Zum Vergleich habe ich auch einige Beobachtungen an Drähten derselben Metallsorten angestellt, die — ohne die obige Vorrichtung, also nicht gleichmässig — mit einer mittleren Geschwindigkeit von ca. 5 cm in der Secunde gezogen waren. Für die Beobachtungen an Platin hatten die Drähte eine Länge von ca. 34 cm, einen Durchmesser von 0,30 mm, einen Widerstand von circa 1,1 S.-E., bei den Silberdrähten war die Länge ca. 81 cm, der Durchmesser 0,27 mm, der Widerstand ca. 0,25 S.-E.

Die Widerstandsbestimmungen, die nach jeder Erhitzung ausgeführt wurden, erfolgten nach der Wheatstone'schen Brückenmethode. Der Strom verzweigt sich einerseits in einen Walzenrheostat, andererseits in eine aus dem Untersuchungsdraht und einem Vergleichsdraht desselben Metalls bestehende Leitung. Merkliche bleibende Widerstandsänderungen des letzteren im Laufe der Untersuchung wurden dadurch vermieden, dass derselbe vor Beginn der Beobachtungsreihe eine Zeit lang auf 180° gebracht wurde. Bei dieser Anordnung kam bei Temperaturänderung für die Aenderung des Widerstandsverhältnisses nur die Differenz der Temperaturcoefficienten beider Drähte, die infolge ihrer verschiedenartigen Zustände vorhanden sein kann, zur Geltung. In der That konnte ich bei grösseren Aenderungen der Temperatur vom Abend bis zum folgenden Morgen Aenderungen des Widerstandsverhältnisses beobachten. Die daraus bestimmte Differenz der Temperaturcoefficienten wurde zur Correction der Resultate benutzt.

Die erforderliche Temperaturgleichheit beider Drähte wurde

dadurch hergestellt, dass beide in ein cylindrisches, mit Petroleum gefülltes Glasgefäss von 35 cm Höhe und 24 cm Durchmesser ca. 6 cm tief hineintauchten; ein Wassermotor versetzte zwei in demselben übereinander befindliche Scheiben, die in der Mitte eine kreisförmige Oeffnung hatten, in auf- und abgehende Bewegung. Damit sich die Temperatur dieses Petroleumbades wenigstens innerhalb kürzerer Zeiträume nicht zu sehr ändere, stand das Glasgefäss in einer Kiste, die Zwischenräume waren mit Sägespähnen ausgefüllt; das Gefäss war, soweit es möglich, mit einem Deckel bedeckt, auf den gleichfalls Sägespähne geschüttet waren. Aus meinen Widerstandsmessungen ist zu schliessen, dass schon fünf Minuten nach Ingangsetzen der Rührvorrichtung die Temperaturen beider Drähte sich nicht um mehr als $\frac{1}{400}^{\circ}$, wahrscheinlich sogar um nicht mehr als $\frac{1}{1000}^{\circ}$ unterschieden.

Der von Hartmann und Braun in Frankfurt a. M. gelieferte Rheostat enthält auf einer Marmorwalze 70 Windungen von Neusilberdraht mit einem Widerstand von ungefähr 7 S.-E. Derselbe unterscheidet sich von der Kohlrausch'schen Construction wesentlich dadurch, dass die Verbindungen zwischen dem Neusilberdraht und der äusseren Leitung statt durch Bürsten durch Quecksilbercontacte hergestellt werden.

Da ich stets möglichst gleiche Drahtlängen wählte, Untersuchungs- und Vergleichsdraht also nur wenig verschiedene Widerstände hatten, genügte es, die beiden mittleren Windungen des Rheostaten zu calibriren, und zwar wurde jede Windung in zehn Theile von gleichem Widerstand getheilt, deren ungefähre Länge also $= \frac{1}{10}$ Windung oder 10 Trommeltheilen war. Die angewendete Methode bestand in fortgesetztem Theilen einer Drahtlänge in zwei Theile von gleichem Widerstand nach der Methode von Strouhal und Barus. Die durch die Calibrirung erhaltenen Correctionen wichen für zwei um zehn Trommeltheile von einander abstehende Stellen meist nur um einige Hundertstel eines Trommeltheils von einander ab; nur bei einem Intervall betrug die Differenz der Correctionen an den beiden Enden $\frac{11}{100}$ Trommeltheil. Im allgemeinen wird also die durch Interpolation gewonnene Correction für eine mittlere Rheostatenstellung bis auf $\frac{1}{100}$ Trommeltheil genau sein. Uebrigens werden bei zwei nur um Bruchtheile eines

Trommeltheils verschiedenen Widerständen die etwaigen Fehler der Correction fast genau die gleichen, also auf den Betrag der Widerstandsdifferenz ohne Einfluss sein, sodass gerade die Genauigkeit der Messung kleiner Widerstandsänderungen von etwaigen Fehlern der Correction ganz unabhängig wird.

Zu dieser für jede Stelle des Rheostaten festen Correction tritt noch eine veränderliche hinzu, die in ungleicher Erwärmung verschiedener Stellen des Rheostaten ihren Grund hat; dieselbe machte sich auch noch bemerkbar, als ich die Walze mit einem Blechmantel umgab und den ganzen Rheostaten in eine mit einer Glasscheibe überdeckte Kiste setzte. Ich eliminirte diese Unregelmässigkeit, indem ich mittelst eines Commutators den Untersuchungsdraht einmal mit dem einen, das andere mal mit dem anderen Ende des Rheostaten in Verbindung setzte. Waren nun die beiden so beobachteten Rheostatenstellungen, die eine von dem einen, die andere von dem anderen Ende des Rheostaten gerechnet, nach Anbringung der festen Correction noch verschieden, so wurde aus ihnen das Mittel genommen. Zur Controlle machte ich stets drei Beobachtungen, indem ich zum Schluss noch einmal bei der ersten Commutatorstellung beobachtete.

Jede solche Einzelbeobachtung zerfiel wieder in drei Theile, indem ich nicht am Rheostaten die Einstellung aufsuchte, bei der das Galvanometer keinen Ausschlag gab, sondern auf die beiden dieser Stelle benachbarten Theilstriche — und zwar auf den dieser Stelle näheren zweimal — einstellte und aus den beobachteten Ausschlägen jene Stelle berechnete. Während ich bei directer Einstellung auf Stromlosigkeit höchstens bis auf $\frac{1}{20}$ Trommeltheil genau hätte ablesen können, liess sich die Einstellung auf einen Theilstrich viel genauer ausführen, die Abweichungen im Ausschlag bei zwei aufeinander folgenden Einstellungen auf denselben Theilstrich entsprachen durchschnittlich einem Einstellungsfehler von $\frac{1}{100}$ bis $\frac{2}{100}$ Trommeltheil. Ebenso wichen auch die beiden bei derselben Commutatorstellung endgültig berechneten Einstellungen, die keinen Ausschlag geben, nur ausnahmsweise um mehr als $\frac{2}{100}$ Trommeltheil von einander ab. Da nun in der Mitte des Rheostaten eine Verschiebung um 1 Trommeltheil einer Widerstandsänderung um

$\frac{4}{7000}$ entspricht, wird der definitiv berechneten Widerstandsänderung während eines Erhitzungsintervalls eine durchschnittliche Genauigkeit von $\frac{1}{100\,000}$ des ursprünglichen Widerstandes zukommen.

Ein empfindliches Galvanometer gestattete mit sehr schwachem Strom zu arbeiten, bei Platin mit $\frac{1}{100}$ Amp., bei Silber mit $\frac{1}{30}$ Amp., und so Erwärmung der Drähte durch den Strom zu vermeiden. Ich hatte es so eingerichtet, dass ich bei Fortrücken am Rheostaten um 1 Trommeltheil durch Commutiren des Stroms unter Beobachtung des ersten Ausschlages einen Gesamtausschlag von ca. 15 Scalentheilen erhielt, während ich noch $\frac{1}{10}$ Scalentheil schätzen konnte.

Sämmtliche Zuleitungsdrähte innerhalb der Verzweigung mit Ausnahme der zum Galvanometer führenden hatten eine Dicke von $3\frac{1}{2}$ mm und waren von Kupfer. Insbesondere waren auch die Untersuchungsdrähte an solche Kupferdrähte von 17 cm Länge angelöthet. Die freien Enden der letzteren waren amalgamirt und tauchten ebenso wie die amalgamirten Enden der übrigen Zuleitungsdrähte in die mit Quecksilber gefüllten, 1 cm tiefen Löcher eines Brettchens von Hartgummi, welches sich über dem Petroleumgefässe befand.

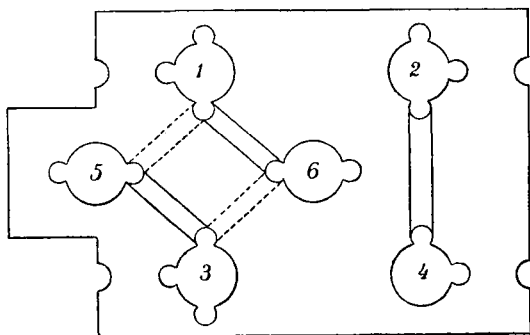


Fig. 1.

Fig. 1 zeigt dasselbe in $\frac{3}{4}$ natürlicher Grösse. An jedes der sechs grösseren Löcher setzen sich seitlich kleinere an, die gerade ein Drahtende aufnehmen können. In 1 und 2 tauchen die den Vergleichsdraht, in 3 und 4 die den Untersuchungsdraht tragenden Kupferdrähte mit ihren freien Enden; sie biegen dann rechts und links von dem Brettchen vertical nach

unten um und tauchen mit ihren die Drahtspirale haltenden Enden ca. 6 cm tief in das Petroleum. Zu 1 und 3 führen die Zuleitungsdrähte vom Element, an diesen Stellen verzweigt sich also der Strom; von 5 und 6 führen Drähte zum Rheostaten, von 2 ein Draht zum Galvanometer. Bei diesen, sowie bei den Zuleitungsdrähten vom Element sind nur die in das Quecksilber tauchenden Enden $3\frac{1}{2}$ mm dick. Die Löcher 1, 3, 5, 6 bilden genau ein Quadrat. Zwei Kupferdrähte, die durch ein Querstäbchen von Hartgummi fest verbunden sind, setzen entweder 1 mit 6 und 3 mit 5 oder bei Drehung um 90° 1 mit 5 und 3 mit 6 in Verbindung; durch diesen Commutator wird also die p. 77 erwähnte Vertauschung bewirkt. 2 und 4 sind dauernd durch einen Kupferdraht in leitender Verbindung.

Man vergleicht also den Widerstand des Zweiges $\overline{342}$ mit dem des Zweiges $\overline{12}$. Sind nun x_1 und x_2 die Widerstände des Untersuchungsdrahtes vor der Erhitzung und nach Verlauf einer gewissen Erhitzungszeit, so ist die gesuchte während dieser Zeit erfolgte Aenderung der Widerstandseinheit:

$$\frac{x_1 - x_2}{x_1} = 1 - \frac{x_2}{x_1}.$$

Statt x_2/x_1 finde ich aber durch Division der beobachteten Widerstandsverhältnisse $(x_2 + \epsilon)/(x_1 + \epsilon)$, wo ϵ die gegen x_1 und x_2 kleine Summe der Widerstände zweier Kupferdrähte, des Verbindungsdrahtes $\overline{24}$ und der dazwischenliegenden Quecksilbercontacte bedeutet. Die Beobachtungen geben mir also den Werth von:

$$1 - \frac{x_2 + \epsilon}{x_1 + \epsilon} = \frac{x_1 - x_2}{x_1} \left(1 - \frac{\epsilon}{x_1} \right).$$

Der Fehler, den ich mache, wenn ich diesen Werth an Stelle von $(x_1 - x_2)/x_1$ setze, ist der Aenderung $(x_1 - x_2)/x_1$ selbst proportional und das ϵ/x_1 fache derselben. Bei den Beobachtungen an Platin war $\epsilon/x_1 = 1/550$, bei Silber $= 1/125$. Alle Aenderungen erscheinen also um diesen Betrag verkleinert. Da aber die genaue Kenntniss der absoluten Grösse der Aenderungen von geringerem Interesse ist, die an verschiedenen Drähten erhaltenen Resultate überdies Unterschiede von derselben Grösse zeigten und das Verhältniss der Aenderungen

in zwei verschiedenen Zeitintervallen von diesem Fehler unabhängig ist, so habe ich eine diesbezügliche Correction nicht angebracht.

Dadurch, dass man jedes Drahtende in ein besonderes es gerade aufnehmendes Loch, das sich an ein grösseres mit Quecksilber gefülltes ansetzte, tauchen liess, erhielt man sehr gute, unveränderlichen Widerstand bietende Contacte. Wurde z. B. zwischen zwei Widerstandsmessungen der Untersuchungsdraht herausgenommen und wieder eingesetzt, so wichen die erhaltenen Widerstandswerthe um weniger als $\frac{1}{100000}$ von einander ab. Nur wurde bei längerem Erhitzen auf 180° von Zeit zu Zeit neues Amalgamiren der Enden der den Untersuchungsdraht haltenden Kupferdrähte nöthig. Dadurch, dass dieses nicht rechtzeitig geschah, sind einige Unregelmässigkeiten der an Silber bei 180° erhaltenen Resultate zu erklären.

Für das Erhitzungsbad diente als Flüssigkeit Leinöl, welches ebenfalls durch eine auf- und abgehende Scheibe umgerührt wurde. Durch eine electricische Thermostatenvorrichtung wurde die Temperatur regulirt. Die Schwankungen betrugen in der Regel $\frac{2}{10}^{\circ}$ bis $\frac{3}{10}^{\circ}$, die mittlere Temperatur blieb meist constant. Durch eine bequeme Vorrichtung zum Eintauchen wurde erreicht, dass die vom Herausnehmen des Drahtes aus dem Erhitzungsgefäss bis zum Eintauchen in ein daneben stehendes kaltes Petroleumbad verfliessende Zeit nur etwa $\frac{1}{2}$ Secunde betrug, also ein kleiner Zeitraum selbst im Verhältniss zu der kürzesten Erhitzungsdauer von 1 Min. Bei denjenigen Drähten, an denen die bei Zimmertemperatur erfolgenden Widerstandsänderungen beobachtet wurden, sah ich von Herstellung constanter Temperatur ab.

Um während des Verlaufs der Beobachtungen die Drähte vor Verbiegungen zu schützen und ein Lockern an den Löthstellen zu hindern, war eine sorgfältige Befestigung derselben nöthig, die andererseits einem schnellen Wärmeausgleich zwischen dem Draht und der umgebenden Flüssigkeit nicht hinderlich sein durfte. Zu dem Zwecke erwies sich nach manchen nicht zum Ziele führenden Versuchen folgendes Verfahren als geeignet. Die Drahtspirale, welche einen Durchmesser von ca. 1 cm hatte, wurde auf ein ca. 3 mm dickes Holzstäbchen

von 8 cm Länge geschoben (siehe Figur 2, welche die Drahtspirale mit den Kupferdrähten, an denen sie befestigt ist, in $\frac{2}{5}$ natürlicher Grösse darstellt) und nun um das Stäbchen ein Faden so herumgeschlungen, dass jede Windung an einer Stelle fest an dem Stäbchen anlag. Das Stäbchen wurde dann an den unteren Enden der zum Halten der Spirale dienenden Kupferdrähte senkrecht zu denselben befestigt. Die letzteren hatten unten ausserdem rechtwinklig umgebogene einander zugekehrte Ansätze von dünnerem Eisendraht von 1 cm Länge. Diese wurden mit Zwirn bewickelt und dann an dieselben die beiden Enden der Spirale so mit Zwirn fest angebunden, dass ihre äussersten Enden

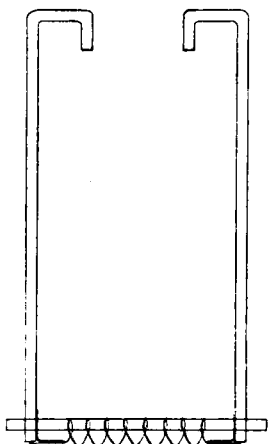


Fig. 2.

frei blieben und sich unmittelbar unter den Endflächen der Kupferdrähte befanden; an diese wurden sie schliesslich angelöthet. Um beim Löthen eine Erwärmung der ganzen Spirale zu vermeiden, wurde während des Löthens der Draht etwa $\frac{1}{2}$ cm von der Löthstelle entfernt von einem feinen Wasserstrahl getroffen, ausserdem die ganze Spirale mit einem nassen Lappen umhüllt. Diese für die Platindrähte genügende Befestigung musste für die Silberdrähte noch etwas modificirt werden. Da ich nämlich wegen der grösseren Leitungsfähigkeit des Silbers längere Drähte nehmen musste und so die Windungen näher aneinander lagen, hinderte das an ihnen und am Holz haftende Petroleum beim Eintauchen in das heisse Bad die sofortige Annahme der Erhitzungstemperatur seitens des Drahtes; dies zeigte sich darin, dass zwei Erhitzungen von je 1 Min. Dauer zusammen eine geringere Widerstandsänderung hervorbrachten, als eine nicht unterbrochene Erhitzung von 2 Min.; ferner war bei der grösseren Weichheit des Materials die Befestigung an einem Stäbchen nicht genügend. Ich ersetzte daher das Holzstäbchen durch zwei weniger poröse Knochenstäbchen, ferner nahm ich zum Anbinden an dieselben statt Zwirn, der auch Petroleum aufzog, feine Haare. Ausserdem suchte ich vor dem jedes-

maligen Eintauchen durch Fliesspapier möglichst das anhaftende Petroleum zu entfernen.

§ 2. Die Beobachtungsergebnisse.

Die gewählten Erhitzungstemperaturen waren 60° , 100° , 140° und 180° . Die gesammte Erhitzungsdauer betrug in der Regel etwa einen Tag, nur in einzelnen Fällen wurde die Erhitzung auf zwei oder mehr Tage ausgedehnt. Ausserdem beobachtete ich auch die Widerstandsänderungen bei Zimmertemperatur (ca. 15°). Bei Beurtheilung der Bedeutung und des Werthes der erhaltenen Resultate ist Folgendes in Rücksicht zu ziehen. Da der ganze erforderliche Drahtvorrath eines Metalls auf einmal gezogen wurde, verfloss vom Zeitpunkt des Ziehens bis zum Beginn der Beobachtung meistens eine längere, für die einzelnen Drähte verschiedene Zeit, während welcher nach dem in der Einleitung Gesagten der Widerstand des Drahtes sich änderte. Es ist also der Zustand der Drähte vor dem ersten Erhitzen von dem unmittelbar nach dem Ziehen bestehenden verschieden und auch für die verschiedenen Drähte nicht der gleiche. Der Unterschied zwischen den einzelnen Drähten wird übrigens nicht sehr erheblich sein, da schon einige Tage nach dem Ziehen die Aenderungen bei Zimmertemperatur nur noch sehr langsam fortschreiten. Die Folge davon, dass schon vor dem Erhitzen ein Theil der Widerstandsänderungen abgelaufen ist, muss sein, dass beim Erhitzen namentlich die in den ersten Minuten erfolgenden Aenderungen kleiner ausfallen, als es bei einem unmittelbar nach dem Ziehen erhitzten Draht der Fall sein würde. Am meisten störend wird sich dieser Einfluss bei den kleinen Aenderungen geltend machen, die bei niedriger Erhitzungstemperatur eintreten, weniger bei den stärkeren Erhitzungen. Hinsichtlich der Widerstandsänderungen bei Zimmertemperatur ist zu bemerken, dass deren Beobachtung möglichst bald nach dem Ziehen begonnen wurde. Es war also der Anfangszustand der betreffenden Drähte dem unmittelbar nach dem Ziehen bestehenden ziemlich nahe; dadurch werden freilich diese Aenderungen zum Vergleich mit den übrigen wenig geeignet.

In den nun folgenden, die Resultate meiner Beobachtungen

enthaltenden Tabellen bedeutet ϑ die Erhitzungstemperatur; die erste Verticalreihe enthält die gesammten verflossenen Erhitzungszeiten t in Minuten, die zweite die zugehörigen Widerstände w , bezogen auf den vor dem ersten Erhitzen beobachteten Widerstand als Einheit. Für die Widerstandsänderungen bei Zimmertemperatur ist die Zeit von dem Zeitpunkt des Ziehens an gerechnet, der erste gemessene Widerstand als Einheit genommen.

Platindraht,

langsam gezogen (3 mm in 1 Sec.).

 $\vartheta = 15^{\circ}$.

t	w	t	w	t	w
45 ^m	1	2977 ^m	0,999 665		1
56	0,999 975	5788	0,999 63	1 ^m	1
68	0,999 95	8783	0,999 595	3	0,999 995
95	0,999 915	31807	0,999 53	10	0,999 98
140	0,999 875	33657	0,999 52	30	0,999 945
230	0,999 825	36507	0,999 53	100	0,999 87
400	0,999 78	52243	0,999 52	357	0,999 785
615	0,999 75	71147	0,999 525	920	0,999 68
1437	0,999 69			1440	0,999 625

 $\vartheta = 100^{\circ}$.

t	w
	1
1 ^m	0,999 93
2	0,999 885
4 $\frac{1}{2}$	0,999 81
10	0,999 715
20	0,999 625
40	0,999 525
80	0,999 41
180	0,999 23
400	0,999 015
910	0,998 735
1440	0,998 545

 $\vartheta = 140^{\circ}$.

t	w	t	w
	1	32 ^m	0,998 58
1 ^m	0,999 585	50	0,998 375
2	0,999 455	80	0,998 10
3	0,999 38	130	0,997 81
5	0,999 255	210	0,997 475
8	0,999 125	400	0,996 99
13	0,998 955	750	0,996 48
20	0,998 785	1180	0,996 10

 $\vartheta = 180^{\circ}$.

t	w	t	w	t	w
	1	20 ^m	0,996 63	392 ^m	0,993 475
1 ^m	0,998 76	30	0,996 205	540	0,993 165
2	0,998 43	45	0,995 785	795	0,992 815
3	0,998 205	70	0,995 305	1140	0,992 525
4	0,998 005	110	0,994 81	1690	0,992 185
6	0,997 715	170	0,994 335	2420	0,991 945
9	0,997 38	270	0,993 86	3080	0,991 78
13	0,997 05				

Platindraht,
schnell gezogen (ca. 5 cm in 1 Sec.).

$\vartheta = 15^\circ$		$\vartheta = 180^\circ$	
t	w	t	w
35 ^m	1	1 ^m	1
48	0,999 965	2	0,998 665
70	0,999 90	3	0,998 295
93	0,999 87	4	0,998 03
140	0,999 81	6	0,997 825
220	0,999 745	9	0,997 49
582	0,999 645	13	0,997 115
1513	0,999 575	20	0,996 745
4326	0,999 52	30	0,996 28
7372	0,999 49	45	0,995 825
30379	0,999 43	70	0,995 35
32238	0,999 415	110	0,994 80
35080	0,999 42	170	0,994 28
49350	0,999 395	270	0,993 76
69514	0,999 375	460	0,993 235
		810	0,992 67
		1350	0,992 155
			0,991 74

Silberdraht,
langsam gezogen (3 mm in 1 Sec.)

$\vartheta = 15^\circ$		$\vartheta = 60^\circ$		$\vartheta = 100^\circ$	
t	w	t	w	t	w
64 ^m	1	1 ^m	1	1 ^m	1
83 $\frac{1}{2}$	0,999 97	3	0,999 97	3	0,999 76
120	0,999 915	10	0,999 965	8	0,999 57
178 $\frac{1}{2}$	0,999 86	25	0,999 875	20	0,999 38
571 $\frac{1}{2}$	0,999 70	70 $\frac{1}{2}$	0,999 79	45	0,999 195
1572	0,999 56	190	0,999 65	105	0,998 965
		370	0,999 45	231	0,998 525
		586	0,999 33	330	0,997 815
		950	0,999 24	451	0,997 405
		1561	0,999 12	732	0,997 01
			0,998 97	1047	0,996 31
				1667	0,995 80
					0,995 175
		$\vartheta = 140^\circ$ ¹⁾			
t	w	t	w	t	w
1 ^m	1	17 ^m	0,996 095	270 ^m	0,989 82
2	0,998 915	28	0,995 13	450	0,988 89
3 $\frac{1}{2}$	0,998 605	45	0,994 11	670	0,988 325
6	0,997 655	70	0,993 07	1035	0,987 80
10	0,996 945	110	0,991 945	1565	0,987 55
		170	0,990 845		

1) An diesen Draht kam gegen Ende der Beobachtung wahrscheinlich Quecksilber heran. Die beobachteten Aenderungen in den letzten Intervallen sind daher kleiner als diejenigen, welche ohne Störung erfolgt wären.

$\vartheta = 180^{\circ}$.					
t	w	t	w	t	w
	1	30 ^m	0,988 135	1514 ^m	0,979 59
1 ^m	0,997 505	45	0,986 90	2110	0,979 01
2	0,996 275	70	0,985 70	2752	0,978 52
3	0,995 33	110	0,984 585	3446	0,978 055
4	0,994 56	180	0,983 565	4040	0,977 765
6	0,993 33	292	0,982 66	4670	0,977 505
7	0,992 855	510	0,981 63	5310	0,977 30
10	0,991 71	910	0,980 51	5950	0,977 125
14	0,990 615	1150	0,980 10	6520	0,976 93
20	0,989 42				

Silberdraht,

schnell gezogen (ca. 5 cm in 1 Sec.).

$\vartheta = 15^{\circ}$.		$\vartheta = 180^{\circ}$, I.		$\vartheta = 180^{\circ}$, II.	
t	w	t	w	t	w
44 ^m	1		1	1 ^m	0,991 745
56	0,999 955	1 ^m	0,993 685	2	0,989 115
85	0,999 875	2	0,991 81	3	0,987 63
140	0,999 79	3	0,990 555	4	0,986 60
201	0,999 745	4 ^m + 2 ^s	0,989 55	6	0,985 305
571	0,999 52	5 ^m	0,988 865	9	0,984 10
1412	0,999 335	7	0,987 80	13½	0,983 085
3080	0,999 185	10	0,986 755		0,983 165 ¹⁾
5960	0,999 07	14	0,985 91	20	0,982 23
8610	0,998 98	20	0,985 07	30	0,981 405
10560	0,998 895	30	0,984 215	45	0,980 665
		45	0,983 41	69 ^m + 55 ^s	0,979 87
		70	0,982 55	115 ^m	0,979 03
		110	0,981 73	185	0,978 265
		175	0,980 91	300	0,977 385
		280	0,980 08	480	0,976 525
		450	0,979 175	730	0,975 745
		680	0,978 225	1110	0,974 91
		1060	0,977 04	1666	0,974 05
				2343	0,973 315

Leichter als durch diese Tabellen gewinnt man durch graphische Darstellung einen Einblick in den zeitlichen Verlauf der Widerstandsänderungen bei den verschiedenen Temperaturen. Als Abscissen sind auf Grund einer Bemerkung von Hrn. Wiechert²⁾ nicht die Werthe der verflossenen Erhitzungszeiten t selbst, sondern die Werthe von $\log t$ aufgetragen, als Ordinaten

1) Beim Herausnehmen aus dem Petroleumbad wurde der Draht etwas verbogen und daher die Widerstandsmessung sofort wiederholt.

2) Wiechert, Ueber elastische Nachwirkung, Inauguraldiss. Königsberg 1889. p. 64.

die zugehörigen Widerstandswerthe. Jede Curve verläuft dann zwischen zwei der Abscissenaxe parallelen Asymptoten, deren Ordinaten den Anfangs- und Endwerth des Widerstandes darstellen, und muss daher mindestens einen, jedenfalls eine ungerade Anzahl von Wendepunkten haben. Als Zeiteinheit wählte ich 1 Min. Es ist bei dieser Darstellung zu beachten, dass gleichen Zeitquotienten gleiche Abscissendifferenzen entsprechen. Die so entstehenden Curven sind auf Tafel I für Platin, auf Tafel II für Silber gezeichnet. Da für den Anfangswerth $t = 0 \log t = -\infty$ und $w = 1$ ist, hat man sich die Curven nach links bis ins Unendliche fortgesetzt zu denken, wo sie sämmtlich die Horizontallinie $w = 1$ zur Asymptote haben.

§ 3. Discussion der Resultate.

Zunächst sollen die zu den *langsam gezogenen Platindrähten* gehörigen Curven als die einfacheren einer näheren Betrachtung unterworfen werden. Am vollständigsten lässt sich der Verlauf der 180° -Curve überblicken. Bei derselben findet sich ein Wendepunkt ungefähr bei $\log t = 2$, also $t = 100^m$, von ihm aus verläuft die Curve nach beiden Seiten ziemlich symmetrisch, sie wird — von ganz kleinen Abweichungen abgesehen — beiderseits dauernd flacher. Das Vorhandensein noch weiterer Wendepunkte ist somit nicht gerade wahrscheinlich. Bei 140° fällt der Wendepunkt ungefähr an das Ende des Beobachtungsbereichs, bei 100° und 60° wird er nicht erreicht. Man erkennt also, dass bei verschiedenen Temperaturen verschiedene Theile der jedesmaligen Curve in den Beobachtungsbereich fallen. Unter Berücksichtigung dieses Umstandes bemerkt man, dass die zu den verschiedenen Erhitzungstemperaturen gehörigen Curven grosse Aehnlichkeit der Gestalt zeigen; allen gemeinsam ist, dass sich die Neigung gegen die Abscissenaxe nur langsam ändert. Congruent sind die Curven jedoch nicht; die Wendetangente ist bei 140° merklich schwächer geneigt, der Wendepunkt höher gelegen als bei 180° . Ich versuchte daher, ob ich eine Curve dadurch einer anderen congruent machen könnte, dass ich alle ihre Ordinatendifferenzen $1 - w$, d. h. also alle Widerstandsänderungen mit einem passenden

Factor multiplicirte. Dann müsste durch eine darauffolgende Verschiebung parallel der Abscissenaxe die — wie ich mich kurz ausdrücken will — multiplicirte Curve mit der anderen zur Deckung gebracht werden können. Für eine derartige Ueberführung der 140°-Curve in die 180°-Curve bestimmt sich der Factor, mit dem die erstere, d. h. die Ordinatendifferenzen derselben, zu multipliciren sind, aus den Neigungen der Wendetangenten. Sind α_1 und α_2 die Winkel, welche die Wendetangenten beider Curven mit der Abscissenaxe bilden, so ist jener Factor $\text{tg } \alpha_2 / \text{tg } \alpha_1$, denn durch Multiplication der 140°-Curve mit demselben erhält ihre Wendetangente dieselbe Neigung α_2 wie die 180°-Curve. Die Winkel α_1 und α_2 werden nun recht genau gegeben durch die Neigungen der Curven in dem Erhitzungsintervall 750^m bis 1180^m, beziehungsweise 70^m bis 110^m. Man findet so:

$$\frac{\text{tg } \alpha_2}{\text{tg } \alpha_1} = 1,30.$$

Verschiebt man die mit diesem Factor multiplicirte 140°-Curve parallel der Abscissenaxe nach links um 1,079, sodass ihr letzter Punkt auf die 180°-Curve fällt, so erhält man die gestrichelte Curve in Tafel I. Dieselbe fällt sehr nahe mit der beobachteten 180°-Curve zusammen, die Abweichungen sind nicht bedeutend. Vollständige Uebereinstimmung wird man übrigens gar nicht erwarten können, da infolge der bei Zimmertemperatur schon vorangegangenen Aenderungen der Zustand der beiden Drähte unmittelbar vor dem Erhitzen nicht genau der gleiche war, man also eigentlich die Anfangswerthe des Widerstandes nicht beide gleich 1, sondern etwas von einander verschieden anzunehmen hätte. Bei den niederen Temperaturen wirkt, wie schon besprochen, überhaupt der Umstand, dass schon bei Zimmertemperatur Widerstandsänderungen erfolgt sind, in stärkerem Grade störend ein. Da überdies bei den zugehörigen Curven der Wendepunkt nicht erreicht wird, wäre man bei der Bestimmung des Factors, mit dem eine Curve zu multipliciren ist, um sie mit einer anderen möglichst zur Deckung zu bringen, auf Ausprobiren angewiesen, und ich habe daher für dieselben von einer derartigen Bestimmung abgesehen. Näherungsweise wird auch hier sicher eine Uebereinstimmung stattfinden.

Es genügt also näherungsweise die Multiplication aller Widerstandsänderungen bei einer bestimmten Temperatur mit einem Factor und die Division der zugehörigen Erhitzungszeiten durch eine zweite Constante (entsprechend der Aenderung von $\log t$ um eine subtractive Constante), um den Verlauf der Widerstandsänderungen bei einer anderen Temperatur zu erhalten. Oder:

Wird für irgend zwei Erhitzungstemperaturen ϑ_1 und ϑ_2 die Abhängigkeit des Widerstandes von der Erhitzungszeit t dargestellt durch:

$$w_{\vartheta_1} = w_{t=0} + f_1(t) \quad \text{und} \quad w_{\vartheta_2} = w_{t=0} + f_2(t),$$

so gilt angenähert:

$$f_2(t) = c_{21} f_1\left(\frac{t}{k_{21}}\right).$$

Dabei sind c_{21} und k_{21} zwei von den Temperaturen ϑ_1 und ϑ_2 abhängige Constanten, $w_{t=0}$ bedeutet den Anfangswiderstand, ist also hier = 1 zu setzen.

Für $\vartheta_1 = 140^\circ$ und $\vartheta_2 = 180^\circ$ wird:

$$c_{21} = 1,3, \quad \log k_{21} = 1,079, \quad \text{also} \quad k_{21} = 12,0.$$

Die Gesamtänderungen bei 140° und 180° verhalten sich also wie 1 : 1,3. Bei 140° erfordert die Aenderung Δw eine zwölfmal so lange Zeit, als bei 180° die im Verhältniss der Gesamtänderungen vergrößerte Aenderung $1,3 \cdot \Delta w$. Allgemein gilt:

Die Widerstandsänderungen vollziehen sich um so schneller, je höher die Erhitzungstemperatur ist.

Mit steigender Temperatur nimmt die Grösse der Gesamtänderung zu.

Ich wende mich nun zu der Betrachtung der Silbercurven, die zu den langsam gezogenen Drähten gehören. Die Silbercurve für 180° ist von minder einfacher Gestalt als die Platincurve. Nach Ueberschreitung des Wendepunkts anfangs flacher werdend, läuft sie dann, von Beobachtungsfehlern abgesehen,¹⁾ eine Strecke fast geradlinig weiter und wird sogar etwas steiler. Eine wesentliche Stütze für die eben wegen jener Beobachtungsfehler vielleicht noch nicht genügend gesichert erscheinende

1) Siehe darüber p. 80.

Annahme, dass hier in der That ein zweiter Wendepunkt vorhanden ist, gewähren die Curven, die zu den schneller gezogenen Drähten gehören. Man ist berechtigt, dieselben als Beweismittel für die in Rede stehende Annahme heranzuziehen, da sie im ganzen vollkommen gleichartig mit der Curve des langsam gezogenen Drahtes verlaufen. Bei ihnen ist nun das nochmalige Steilerwerden mit Sicherheit zu erkennen. Somit glaube ich auch für den langsam gezogenen Draht die Existenz eines zweiten Wendepunktes für erwiesen halten zu dürfen. Natürlich muss dann noch mindestens ein weiterer Wendepunkt vorhanden sein, den ich aber nicht erreicht habe. Ebenso wenig habe ich bei den niederen Temperaturen einen zweiten Wendepunkt erreicht. Der erste Wendepunkt wird noch bei 140° und 100° überschritten. Auch hier haben die verschiedenen Curven unverkennbar eine ähnliche Gestalt. Dem widerspricht nur scheinbar das starke Umbiegen der 140° -Curve am Ende, da dasselbe, wie schon erwähnt, durch Angreifen des Drahtes durch Quecksilber zu erklären ist. Von den Platincurven unterscheiden sich die Silbercurven dadurch, dass die Neigung der Curven sich zu beiden Seiten des Wendepunkts rascher als bei Platin ändert. Im übrigen treffen die oben für Platin angestellten Erwägungen auch hier zu. Ich habe daher auch bei Silber den Versuch gemacht, die Curve einer Temperatur dadurch in die einer anderen überzuführen, dass ich ihre Ordinatendifferenzen $1 - w$ mit einem passenden Factor multiplicirte. Da hier auch bei der 100° -Curve der Wendepunkt erreicht wird, konnte ich auch diese in die 140° -Curve überzuführen suchen. Der zugehörige Factor bestimmte sich aus den Neigungen der Wendetangenten zu 1,76, ebenso für die Ueberführung der 140° -Curve in die 180° -Curve zu 1,34. Die multiplicirte 100° -Curve wurde parallel der Abscissenaxe um 1,100, die multiplicirte 140° -Curve um 0,713 verschoben. Die so erhaltenen Curven sind auf Fig. II wieder gestrichelt eingetragen. Die Abweichungen von der beobachteten 140° , resp. 180° -Curve sind grösser als bei Platin.¹⁾ Es war das

1) Hinsichtlich der Abweichungen der multiplicirten 140° -Curve ist wieder das Angreifen des betreffenden Drahtes durch Quecksilber zu berücksichtigen.

von vornherein zu erwarten. Wie schon früher erwähnt, war es mir nämlich bei Silber nicht gelungen, Drähte herzustellen, deren Widerstandsänderungen bei gleicher Temperatur einen genügend gleichen Verlauf hatten. Man wird also auch von den drei Drähten, an denen die Aenderungen bei 100° , 140° und 180° beobachtet sind, annehmen müssen, dass sie bei gleicher Erhitzungstemperatur nicht vollkommen gleiche Widerstandsänderungen erfahren hätten. Dann müssen aber auch zwischen den auf die obige Art durch Rechnung abgeleiteten und den beobachteten Curven Abweichungen bestehen. Trotz des Vorhandenseins solcher Abweichungen *wird man also auch für Silber die oben für Platin aufgestellten Sätze wenigstens für recht gute Annäherungen an die Wirklichkeit ansehen können.*

Es wird hier für $\vartheta_1 = 100^{\circ}$ und $\vartheta_2 = 140^{\circ}$:

$$c_{21} = 1,76, \quad \log k_{21} = 1,100, \quad k_{21} = 12,6,$$

für $\vartheta_1 = 140^{\circ}$ und $\vartheta_2 = 180^{\circ}$:

$$c_{21} = 1,34, \quad \log k_{21} = 0,713, \quad k_{21} = 5,16.$$

Die Constante c_{21} hat für den Uebergang von 140° zu 180° bei beiden Metallen nahezu denselben Werth, während k_{21} für Silber erheblich kleiner ist als für Platin.

Ein Vergleich der Curven, die sich auf die schnell gezogenen Drähte beziehen, mit denjenigen, die zu den langsam gezogenen Drähten gehören, gibt einige Aufschlüsse über den Einfluss verschiedener Geschwindigkeit beim Ziehen. Ich beschränke mich auf den Vergleich der 180° -Curven. Beiden Metallen gemeinsam ist, dass *bei Aenderung der Zuggeschwindigkeit die Curvenform ungeändert bleibt.* Im übrigen verhalten sich aber Platin und Silber in dieser Beziehung sehr verschieden. *Bei Platin äussert sich die grössere Zuggeschwindigkeit ausschliesslich in einer Vergrösserung der gesammten Widerstandsänderung um etwa $\frac{1}{10}$, bei Silber namentlich in einer starken Beschleunigung der Aenderungen.* Aenderungen von gleicher Grösse erforderten bei dem einen der schneller gezogenen Silberdrähte $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{5}$, bei dem anderen sogar nur $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{15}$ von der bei dem langsam gezogenen Drahte erforderlichen Zeit. Die daneben noch vorhandene Verschiedenheit in der Grösse der Gesamtänderung ist unbedeutend.

§ 4. Vergleich mit der Theorie der elastischen Nachwirkung von Wiechert.

Ganz gleiche Beziehungen wie die nach dem vorigen Paragraphen zwischen den Widerstandsänderungen bei verschiedenen Temperaturen bestehenden gelten nach der von Hrn. Wiechert gegebenen Theorie¹⁾ für die elastische Nachwirkung bei verschiedenen Temperaturen. Es beweist dies, dass der Grundgedanke der in der Einleitung gegebenen Auffassung in der That ein berechtigter ist. Im Hinblick auf diese in Bezug auf die allgemeinen Gesetze vorhandene Uebereinstimmung drängt sich die Frage auf, ob die specielle Function:

$$h(t) = \frac{b}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\alpha t} - \left(b \lg \frac{\alpha}{a}\right)^2 \frac{d\alpha}{\alpha},$$

welche nach der Wiechert'schen Theorie den zeitlichen Verlauf elastischer Nachwirkungen bestimmt, auch den Verlauf der hier untersuchten Widerstandsänderungen darzustellen geeignet ist. Man wird indessen zu beachten haben, dass man es hier doch nicht mit einer reinen Nachwirkungserscheinung zu thun hat, sondern dass durch mancherlei Einflüsse secundärer Natur die Erscheinung einen zusammengesetzten Charakter erhält.²⁾ Das wird aber auf den zeitlichen Verlauf der Erscheinung modificirend einwirken.

Immerhin habe ich es versuchsweise für Platin unternommen, die Constanten der Function $h(t)$ so zu bestimmen, dass durch dieselbe die Widerstandsänderungen bei 180° möglichst genau dargestellt werden. Die Rechnung wird dadurch complicirt, dass die Constante b einen wesentlich grösseren Werth hat, als bei den bisher vorliegenden Beobachtungen, so dass man nicht die in der citirten Arbeit angegebenen Näherungsformeln benutzen kann. Ueber die angewendete Rechnungsmethode wird Hr. Wiechert selbst demnächst eine Mittheilung erscheinen lassen. Als günstigste Werthe der Constanten fand ich:

1) Wiechert, Ueber elastische Nachwirkung, § 5.

2) Vgl. Anm. p. 73 u. p. 82.

$$b = 0,32 \sqrt{\log e} = 0,211,$$

$$a = \frac{0,00305}{\log e} = 0,00702 = \frac{1}{143}.$$

Als Gesamtänderung des Widerstandes ist 0,00975 seines Anfangswerthes angenommen. Die folgende Tabelle gibt die auf Grund dieser numerischen Werthe berechneten Werthe von w (w_r), die den nebenstehenden Werthen von $\log t$, resp. t entsprechen, sowie die zu denselben Werthen von t aus den beobachteten durch Interpolation abgeleiteten (w_b).

$\log t$	t	w_r	w_b
$-\infty$	0 ^m	1	1
0,016	1,04	0,998 896	0,998 745
0,641	4,38	0,997 976	0,997 945
1,266	18,45	0,996 701	0,996 71
1,891	77,8	0,995 186	0,995 185
2,516	328	0,993 654	0,993 66
3,141	1384	0,992 335	0,992 355
3,766	5834	0,991 371	
$+\infty$	∞	0,990 250	

Die zugehörigen Punkte bei graphischer Darstellung sind auf Fig. I durch Kreuzchen markirt. Nur am Anfang der Curve zeigen sich Abweichungen zwischen Beobachtung und Rechnung, im übrigen ist die Uebereinstimmung eine sehr gute. Für jene Theorie ist diese Uebereinstimmung um so bedeutsamer, als dieselbe bisher nur für kleine Werthe der Constanten b mit der Beobachtung hatte verglichen werden können, wobei auch schon durch eine Näherungsformel den Beobachtungen entsprochen werden konnte. Hier ist zum ersten male die allgemeine Formel auf ihre Uebereinstimmung mit der Beobachtung geprüft worden. Mit Rücksicht auf die vorangeschickten Bemerkungen fällt das Ergebniss dieser Prüfung durchaus zu Gunsten dieser Theorie aus.

Im allgemeinsten Fall wird nach der genannten Theorie der Verlauf der elastischen Nachwirkung erst durch eine Summe von Functionen $h(t)$ dargestellt, doch genügte zur Erklärung der bisher vorliegenden Beobachtungen stets ein Glied dieser Summe. Zur Erklärung meiner Beobachtungen an Silber reicht dagegen eine solche Function nicht aus; entsprechend dem zweimaligen Steiler- und Flacherwerden der 180°-Curve braucht man mindestens die Summe zweier Functionen $h(t)$, die sich

namentlich durch verschiedene Werthe der Constante a unterscheiden werden. *Man hat also bei Silber mindestens zwei verschiedenartige Parametergruppen der in Annahme V jener Arbeit¹⁾ besprochenen Art zu unterscheiden*; die Beibehaltung der allgemeinen Formeln als der eigentlich richtigen erweist sich durch meine Beobachtungen in der That als nothwendig. Dieses für jene Theorie wichtige Ergebniss macht für Silber einen genaueren Vergleich der Theorie mit meinen Beobachtungen überaus mühsam, sodass ich von demselben Abstand genommen habe. Nur sei bemerkt, dass für diejenige der beiden anzunehmenden Functionen $h(t)$, welche den ersten Theil der Curve hauptsächlich bestimmt, die Constante b einen noch erheblich grösseren Werth hat als bei Platin.

Es ist auffällig, dass eine complicirte Curvenform sich bei dem doch ziemlich reinen²⁾ Silber findet, während der wahrscheinlich grössere Mengen fremder Metalle enthaltende Platindraht eine einfache Curvenform gibt. Man würde übrigens für Platin meine Beobachtungen in ihrer ganzen Ausdehnung genau durch eine Function $h(t) + C$ darstellen können. Man hätte also eine zu $h(t)$ hinzutretende Function $h_1(t)$ so annehmen, dass der zugehörige Wendepunkt schon erheblich vor 1^m liegt, sodass sie schon für $t = 1^m$ ihren Endwerth C nahezu erreicht; C wäre etwa $= 0,0005$ anzunehmen. Für die Constanten der Function $h(t)$ wären dann die oben angegebenen Werthe etwas abzuändern; b wäre etwa $= 0,24$ anzunehmen.

§ 5. Resultate einiger sich anschliessender Beobachtungen.

Bei verschiedenen Temperaturen erreicht der Widerstand verschiedene Endwerthe. Es fragt sich nun, ob der zu einer bestimmten Temperatur gehörige Endwerth unter allen Umständen derselbe ist oder ob er sich etwa ändert, wenn bereits eine Erhitzung auf eine andere Temperatur vorangegangen ist. War die erste Erhitzungstemperatur niedriger als die zweite, so ist zu erwarten, dass diese erste Erhitzung auf den Endwerth, der

1) Wiechert, l. c. p. 38.

2) Vgl. p. 74.

bei der zweiten erreicht wird, ohne Einfluss ist.¹⁾ Diese Annahme fand durch darauf bezügliche Untersuchungen ihre Bestätigung, soweit man aus dem Verlauf der Curven auf ihre Asymptoten schliessen darf.

Weiter stellte ich Beobachtungen an über das Verhalten eines Drahtes, dessen zweite Erhitzungstemperatur niedriger war als die erste, es wurde dabei die erste Erhitzung möglichst weit ausgedehnt, sodass man annehmen konnte, den zu der zweiten Erhitzungstemperatur gehörigen Endwerth überschritten zu haben. Zunächst sei bemerkt, dass ich bei Zimmertemperatur nach einer vorangegangenen Erhitzung keine Aenderungen beobachten konnte. Nur bei einem 4 Min. geglühten und dann plötzlich abgekühlten Platindraht nahm der Widerstand am ersten Tage um $\frac{4}{100000}$ zu. Dieser Draht wurde dann weiter auf 180° gebracht. Ferner wurde der 6520^m auf 180° erhitzte Silberdraht auf 140° erhitzt; ebenso der bereits 3080^m auf 180° erhitzte Platindraht, nachdem er zunächst noch weiter ca. 7400^m , ohne dass genaue Temperaturconstanz hergestellt wurde, auf 180° gehalten worden war, wobei sein Widerstand noch bis 0,99101 abnahm. An diesen Drähten erhielt ich die folgenden Resultate:

Platindraht, 4^m geglüht,

$\vartheta = 180^\circ$.

t	w
	1,000 04
1^m	1,000 06
3	1,000 125 ²⁾
6	1,000 13
11	1,000 135
20	1,000 13
40	1,000 125
80	1,000 075
161	1,000 10
410	1,000 155
610	1,000 205
970	1,000 33
1480	1,000 38

Platindraht, ca. 11480^m auf 180° gewesen.

$\vartheta = 140^\circ$.

t	w
	0,991 01
1^m	0,991 015
10	0,991 01
45	0,991 015
131	0,991 02
290	0,991 02
557	0,991 02
1287	0,991 03
2521	0,991 05
4920	0,991 065

1) Denkbar wäre ein Einfluss der ersten Erhitzung, wenn man dieselbe so lange ausgedehnt hätte, dass man dem zu derselben gehörigen Endwerthe sehr nahe wäre. Dies war aber bei meinen Beobachtungen nie der Fall, da dazu ausserordentlich grosse Zeiträume erforderlich gewesen wären.

2) Einem Anstossen des Drahtes an dieser Stelle ist wohl das vorübergehende Abnehmen des Widerstandes zuzuschreiben.

Silberdraht, 6520^m auf 180° gewesen.

$$\vartheta = 140^{\circ}.$$

t	w	t	w
	0,976 93	90 ^m	0,977 03
1 ^m	0,976 935	240	0,977 05
3	0,976 945	550	0,977 085
10	0,976 96	1220	0,977 09
30	0,976 99		

Aus diesen Resultaten, nach denen übereinstimmend eine wenn auch nur geringe Zunahme des Widerstandes erfolgt, geht hervor, dass der *Widerstand eines Drahtes, der nach vorheriger Ueberschreitung des zu einer bestimmten Temperatur gehörigen Endwerthes auf diese Temperatur gebracht wird, sich im entgegengesetzten Sinne als bisher ändert, sodass er jenem Endwerth wieder näher kommt.* Allerdings ist bei der Kleinheit der beobachteten Aenderungen nicht wahrscheinlich, dass dieser Endwerth wirklich erreicht wird. *Danach scheint der zu einer bestimmten Temperatur gehörige Endwerth des Widerstandes kein unveränderlicher, sondern davon abhängig zu sein, ob und welchen Temperaturen der Draht schon früher ausgesetzt war.*

Der Umstand, dass, wie meine Beobachtungen zeigen, eine Umkehrung des Sinnes der Widerstandsänderungen erfolgen kann, gestattet einen Schluss in Bezug auf die den Widerstandsänderungen zu Grunde liegenden Ursachen. Die von Kalischer zur Erklärung herangezogenen Structuränderungen bestehen, wie man nach den Beobachtungen desselben¹⁾ anzunehmen hat, sobald mechanische Einwirkungen ausgeschlossen sind, stets in einer Annäherung an den krystallinischen Zustand. Der Theil der Widerstandsänderungen, der infolge dieser Structuränderungen stattfindet, muss daher stets in demselben Sinne erfolgen. *Nach meinen Beobachtungen reichen daher die Structuränderungen allein nicht zur Erklärung der Widerstandsänderungen aus, sondern es ist das Hinzutreten noch einer anderen Ursache anzunehmen.*

Wie schon p. 75 erwähnt, änderte sich durch die Erhitzung auch der Temperaturcoefficient, und zwar nahm derselbe zu. Der ungefähre Betrag dieser Zunahme war bei Platin nach siebenstündigem Erhitzen auf 180° 0,0₄1, bei Silber nach mehrtägiger Erhitzung auf 180° nahezu 0,0₃1.

1) Kalischer, l. c.

Zum Schluss will ich noch einige Resultate früherer Beobachtungen an anderen Metallen und Drahtsorten kurz angeben, bei denen ich noch nicht die spätere Genauigkeit erreicht hatte. Verschiedene Kupfersorten¹⁾ gaben bei sehr verschiedener Grösse der Gesamtänderung ganz gleichartige Curven; dieselben verliefen zu beiden Seiten des Wendepunktes längere Strecken hindurch fast geradlinig, ihnen gehört daher bei Darstellung durch die Function $h(t)$ ein sehr kleiner Werth der Constante b zu. Die im Laufe eines Tages bei 180° vor sich gehende Widerstandsänderung betrug bei einer Sorte 7 Proc., bei einer als rein gekauften nur $\frac{1}{2}$ Proc. Gold gab Curven von ähnlicher Gestalt wie Platin. Bei einer Silbersorte, die von der zu den Hauptbeobachtungen benutzten verschieden war, betrug die gesammte Widerstandsänderung bei 180° etwa 5 Proc. Die zugehörige Curve hatte nur einen Wendepunkt; bei einem der Drähte hatte schon bei Erhitzung von $\frac{1}{2}$ Min. Dauer nahezu die Hälfte der Gesamtänderung stattgefunden, nach 10 Min. war man schon dem Endwerthe sehr nahe. Bei 130° war die Gesamtänderung nicht wesentlich kleiner, der Factor k_{21} ($\vartheta_1 = 130^\circ$, $\vartheta_2 = 180^\circ$) war etwa = 80. *An allen diesen Metallen bestand die Aenderung in einer Abnahme des Widerstandes.*

Königsberg i. Pr., Math.-Phys. Laborat., im Juni 1890.

1) Infolge des Angreifens des Kupfers durch das Leinöl sind die beobachteten Aenderungen kleiner als die ohne Störung erfolgenden.

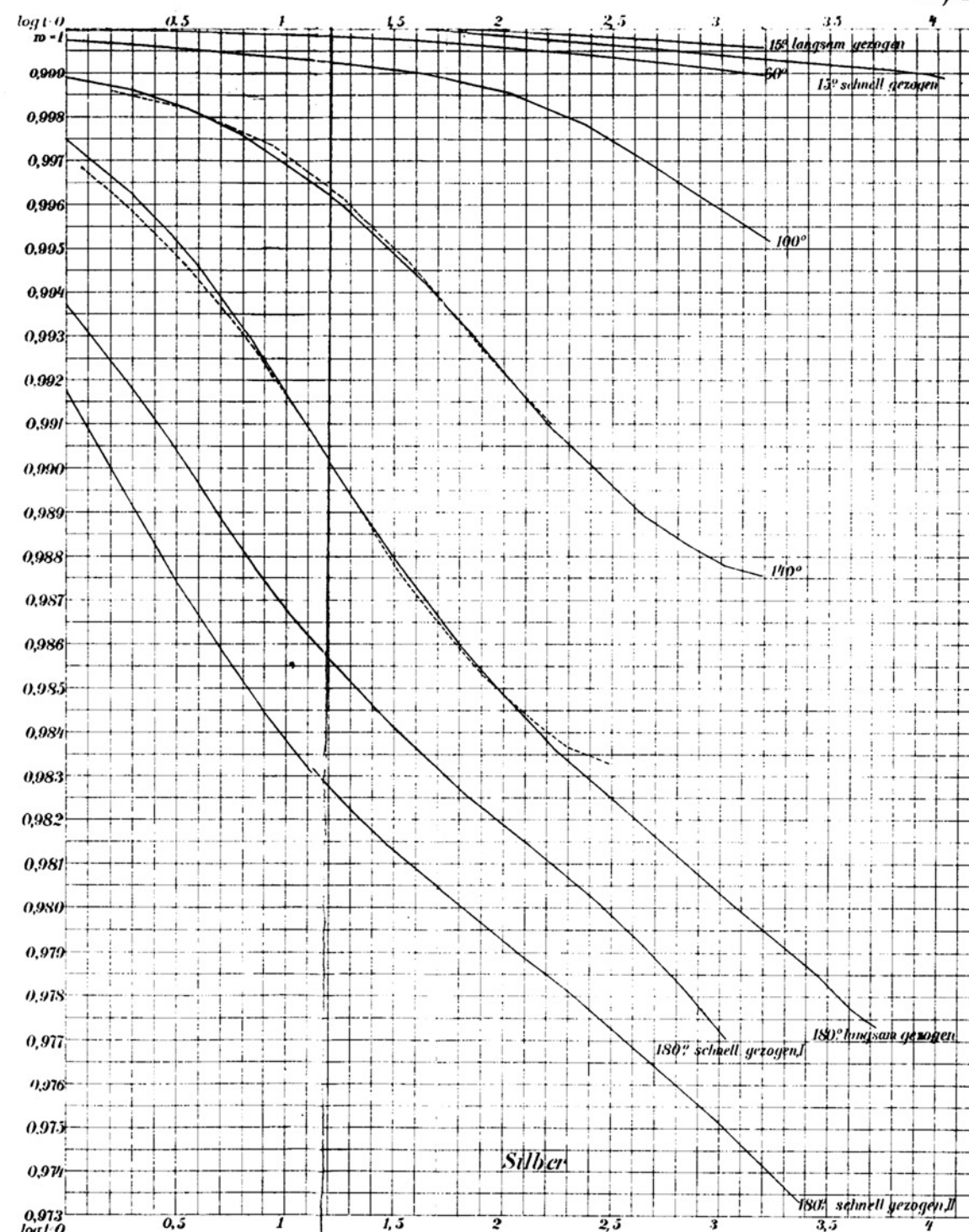
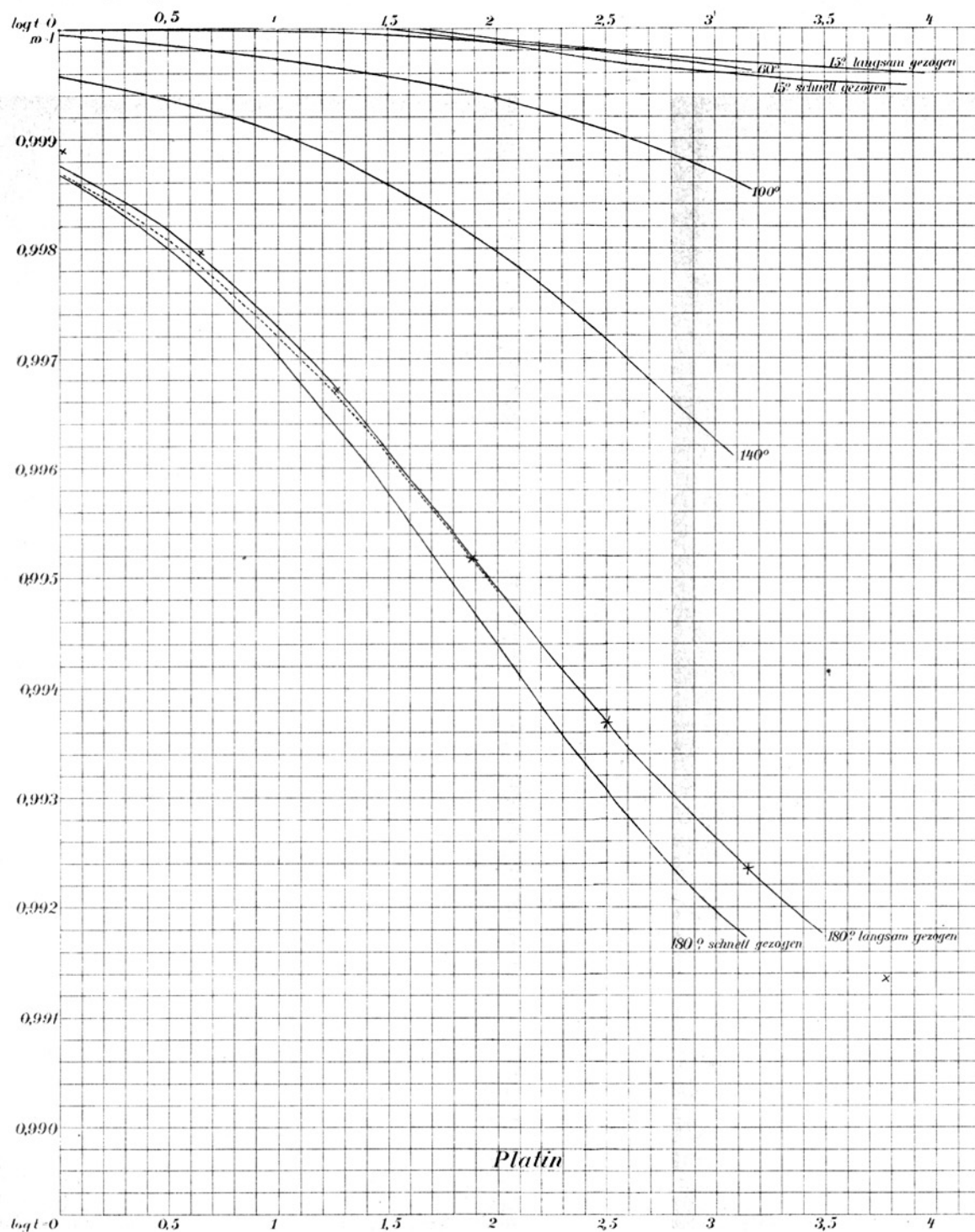


Fig. 1. 1/12 nat. Gröfse

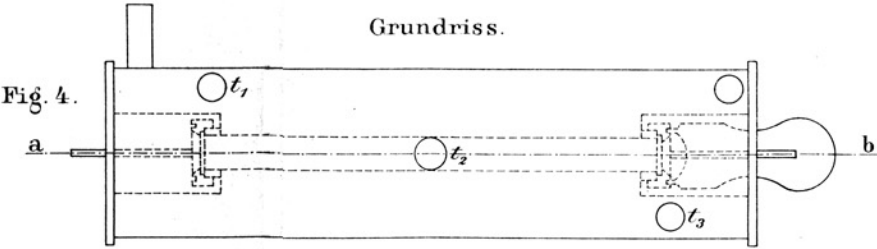
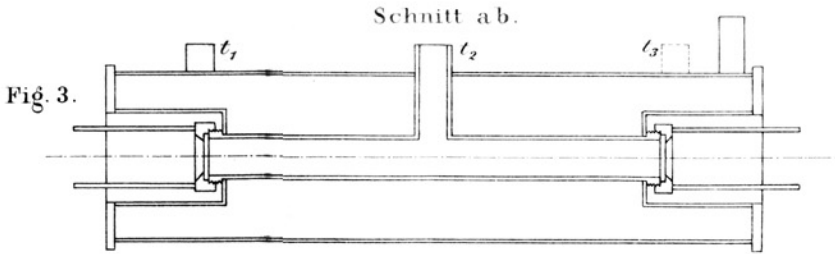
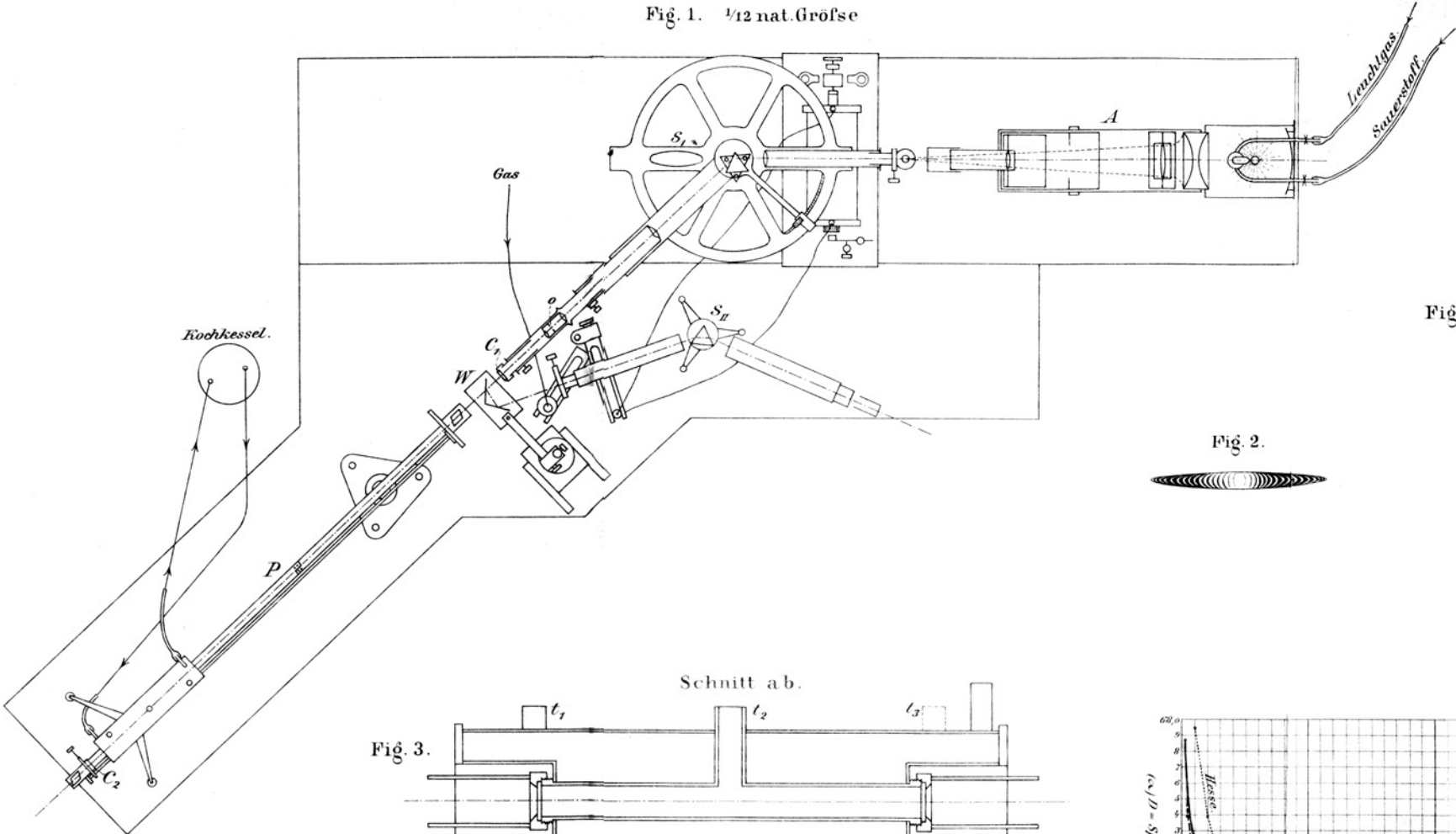


Fig. 6.

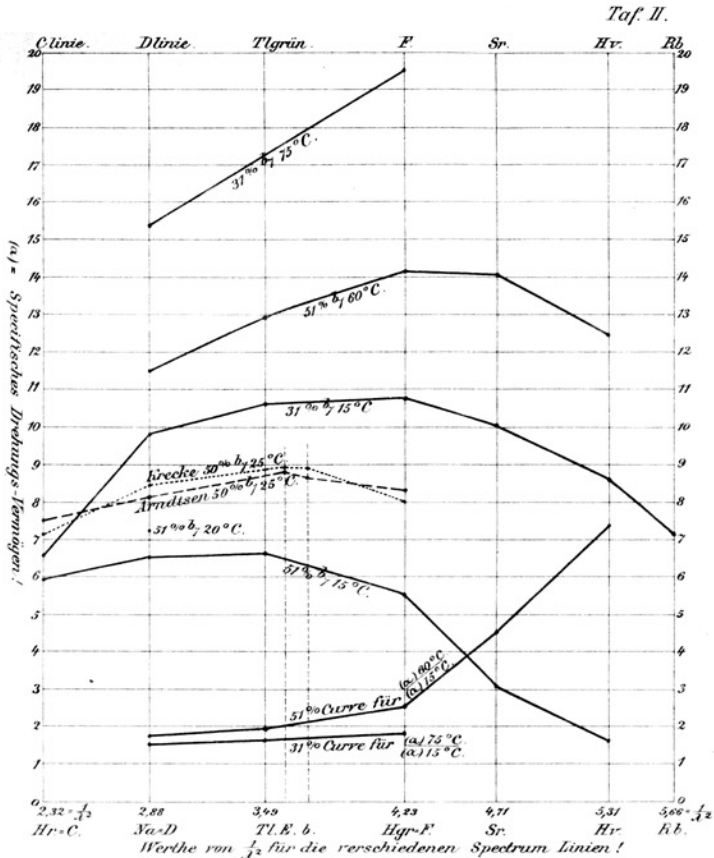


Fig. 5.

