

über die Torsionsschwingungen wurden von Kupffer in den »*Mémoires de l'Académie Impériale de St. Pétersbourg*, 6^{re} série, tomes V et VI 1853, 1857 veröffentlicht.

St. Petersburg $\frac{\text{den } 26^{\text{ten}} \text{ Januar}}{\text{den } 7^{\text{ten}} \text{ Februar}}$ 1867.

**V. Zur Erklärung der Versuche von B. Stewart
und P. G. Tait über die Erwärmung rotirender
Scheiben im Vacuum;
von Oskar Emil Meyer.**

Bereits in einer früheren Abhandlung¹⁾ habe ich Versuche über die Erwärmung einer im luftverdünnten Raume rotirenden Scheibe, welche die Hrn. Stewart und Tait im Juni 1865 der kgl. Gesellschaft in London vorgelegt haben²⁾, kurz besprochen und die Vermuthung geäußert, daß die Erschütterungen, welche der rotirenden Scheibe von dem treibenden Uhrwerk mitgetheilt werden, die hauptsächlichste Ursache der beobachteten Erwärmung seyen. Ich komme auf diesen Gegenstand nochmals zurück, weil die beiden Herren eine neue Abhandlung³⁾ über die Sache publicirt haben, in welcher nachgewiesen wird, daß die Ursache der Erwärmung weder im Erdmagnetismus, noch in Zuleitung oder Zustrahlung von Wärme, weder in tönenden Schwingungen, noch auch in der umgebenden Luft zu suchen ist. Ich glaube, wie ich bereits ausgesprochen habe, der Grund liegt in den Erschütterungen durch das Räderwerk.

Ich würde diese Frage nicht für werth halten, die Leser dieser Annalen mit derselben zu behelligen, wenn nicht durch die genannte Erklärung die Versuche es möglich machten,

1) Pogg. Ann. Bd. 127, S. 380.

2) *Proc. of the roy. soc.* Vol. 14, p. 339; *Phil. mag.* Vol. 30, p. 314.

3) *Proc.* Vol. 15, p. 290; *Phil. mag.* Vol. 33, p. 224.

den Coëfficienten der Wärme-Ausstrahlung der Scheibe in absolutem Maasse zu berechnen. Man findet auf diese Weise eine Zahl, welche mit einer Formel, die mir Hr. Geheimrath Prof. Dr. Neumann in Königsberg in freundlichster Güte mitgetheilt hat, in vollständiger Uebereinstimmung ist. Dieselbe stützt sich auf die Beobachtungen von Dulong und Petit über das Gesetz der Abkühlung¹⁾ und auf Beobachtungen, die er selbst ausgeführt hat. Die Uebereinstimmung der auf so verschiedenen Wegen gewonnenen Resultate gewährt die Ueberzeugung, dafs sowohl die Erklärung der Beobachtungen Stewart's und Tait's richtig ist, als auch dafs der erhaltene Werth der Wärmestrahlung in absolutem Maasse unzweifelhaft genau ist.

Die Erschütterungen, in denen ich den Grund der Erwärmung erblicke, werden der Scheibe vom Räderwerk mitgetheilt; sie sind die Folge geringer Unregelmäßigkeiten im Laufe der Axen und Räder, und sie haben wiederum die Wirkung, dafs die rotirende Scheibe und ihre Axe innerhalb des ihr gelassenen Spielraums fortwährend hin und her geschleudert wird.

Ein solches Schlottern kann der Beobachtung nicht entgehen; denn der Radius der Scheibe beträgt $6\frac{1}{2}$ Zoll = 165 Millimeter; bewegt sich also die jedenfalls viel kürzere Axe in ihren Lagern nur um Hundertstel von Millimetern, so mufs ein Schwanken des Randes und bei rascher Rotation eine scheinbare Zunahme der Dicke der Scheibe schon deutlich zu erkennen seyn.

Stewart und Tait haben allerdings diese Erscheinung sehr wohl bemerkt, sie beobachteten ein Heben und ein Senken der meistens benutzten Aluminium-Scheibe von $\frac{1}{30}$ Zoll Dicke um 0,015 Zoll oder 0,38 Millimeter an beiden Seiten des Randes. Sie erklären diefs, wie es scheint, durch die Annahme, dafs Scheibe und Axe nicht genau senkrecht gegen einander befestigt waren. Ich halte es für nicht minder wahrscheinlich, dafs ein Wackeln der Axe die Ursache war.

1) *Ann. Chim. Phys.* T. 7, 1817.

Ist aber diese Annahme richtig, so ist eine nothwendige Folgerung, dafs die Schwankungen um so stärker sich zeigen mufsten, je leichter die Scheibe war. In der That bemerkten Stewart und Tait, dafs, während jene Scheibe von $\frac{1}{20}$ Zoll Stärke um 0,015 Zoll schwankte, eine halb so dicke von $\frac{1}{40}$ Zoll Stärke um etwa 0,02 Zoll sich auf und ab bewegte. ¹⁾

Ferner folgt aus dieser Annahme, dafs die lebendige Kraft, welche der Scheibe vom Räderwerke mitgetheilt wurde, bei beiden Scheiben dieselbe seyn mufste. Die aus diesen gleichen lebendigen Kräften entstehenden Wärmemengen mufsten also auch gleich ausfallen; d. h. es mufste die von halber Dicke doppelt so heifs werden, wie die von doppelter Stärke. Das aber haben Stewart und Tait exact beobachtet. ²⁾

Nach dieser Bestätigung der Hypothese scheint es der Mühe werth zu seyn, die Gröfse der lebendigen Kraft zu berechnen, welche durch die Erschütterungen und Stöße in Wärme verwandelt wird.

Bei dieser Berechnung handelt es sich sowohl um die Anzahl der Stöße, als auch um die Stärke jedes einzelnen.

Da das Räderwerk mit constanter Geschwindigkeit läuft, so treten die Stöße regelmäfsig periodisch auf. Die Axe der Scheibe kommt dadurch in ein regelmäfsiges Rollen innerhalb des Raumes, den ihre Enden in ihren Lagern haben. Die Axe durchläuft eine Art von Kegelfläche. Nach jeder Umdrehung kommt sie in dieselbe Lage, wenigstens in nahezu dieselbe Lage, nach jeder halben Umdrehung in die gegenüberliegende. Sie wird also während jeder ganzen Umdrehung einmal hinüber-, einmal herübergeschleudert, oder sie erhält während jeder Umdrehung zwei Stöße, die ihre Lage und Richtung ändern.

Bei jedem Stofse auf die Axe geht ein Theil der vorhandenen lebendigen Kraft verloren; denn es ändert sich bei jedem Stofse die Lage der Rotationsaxe; es bleibt also

1) Artikel 20 (2).

2) Versuch XIII und XX, Artikel 18.

von der vorhandenen lebendigen Kraft nur der Theil übrig, welcher einer Rotation um die neue Axe entspricht; alle übrige lebendige Kraft geht für die Rotation verloren und wird zur Erwärmung der Scheibe verwandt.

Hieraus ist der in jeder Sekunde eintretende Verlust an lebendiger Kraft und Gewinn an Wärme leicht zu berechnen. Bezeichne ich die Winkelgeschwindigkeit der Scheibe durch ψ , so ist die lebendige Kraft der Theilchen in der Entfernung r von der Axe für die Masseneinheit

$$\frac{1}{2} r^2 \psi^2.$$

In dieser Entfernung aber liegt eine unendlich schmale Zone von der Breite dr und der Dicke der Scheibe δ , welche die Masse

$$2\pi r \delta A dr$$

enthält, wenn A die Dichtigkeit der aus Aluminium bestehenden Scheibe bedeutet. Diese Zone besitzt demnach die lebendige Kraft

$$\pi \delta A \psi^2 r^3 dr$$

und die ganze Scheibe das Integral dieses Ausdrucks

$$\frac{\pi}{4} \delta A \psi^2 R^4,$$

wo R den Radius der Scheibe bedeutet, oder

$$\frac{1}{4} M R^2 \psi^2$$

durch Einführung der Masse der Scheibe

$$M = \pi R^2 \delta A.$$

Wird nun durch einen der erwähnten Stöße die Axe der Scheibe um den Winkel φ abgelenkt, so wird dadurch die bleibende lebendige Kraft

$$\frac{1}{4} M R^2 \psi^2 \cos^2 \varphi$$

und die für die Rotation verlorene und in Wärme verwandelte

$$\frac{1}{4} M R^2 \psi^2 \sin^2 \varphi.$$

Dieser Verlust an lebendiger Kraft und Gewinn an Wärme tritt während jeder Umdrehung zweimal ein, also in der Zeiteinheit $\frac{2}{T}$ mal, wenn T die Zeit einer Umdrehung

der Scheibe bedeutet. Demnach ist die in der Einheit der Zeit erzeugte Wärme äquivalent der lebendigen Kraft

$$\frac{1}{2T} M R^2 \psi^2 \sin^2 \varphi$$

oder, da

$$w = \frac{2\pi}{T}$$

ist, so ist dieselbe

$$\frac{2\pi^2}{T^2} M R^2 \sin^2 \varphi.$$

Hierin hat $R \sin \varphi$ eine einfache Bedeutung, es ist nämlich nichts andres als die Gröfse der abwechselnden Hebung und Senkung des Scheibenrandes k , deren Werth 0,015 englische Zoll oder 0,38 Millimeter betrug. Durch Einführung dieser Gröfse läfst sich der Verlust an lebendiger Kraft auch

$$\frac{2\pi^2}{T^2} M k^2$$

schreiben.

Diese lebendige Kraft der Bewegung wird in Wärme umgesetzt, zunächst zur Erhöhung der Temperatur der Scheibe verwandt, dann aber durch Strahlung an die Umgebung abgegeben. Da nach einiger Zeit die Rotationsgeschwindigkeit sowohl, als auch der Ueberschufs der Temperatur der Scheibe über die der Umgebung constant wurden und blieben, so mußte die in einer Sekunde durch Strahlung verlorene Wärme der in gleicher Zeit in Wärme umgesetzten lebendigen Kraft äquivalent seyn. Die erstere läfst sich nach dem Newton'schen Gesetze der Abkühlung, das wegen des geringen Betrages der Erwärmung unbedenklich als gültig angesehen werden darf, leicht angeben. Beträgt der constant bleibende Ueberschufs der Temperatur der Scheibe t Grade, so ist die in einer Secunde von beiden Flächen der Scheibe ausgestrahlte Wärmemenge

$$2\pi h R^2 t,$$

wenn die Constante h die Wärme bezeichnet, welche bei 1^o Erwärmung von der Flächeneinheit ausgestrahlt wird. Die dieser Wärme äquivalente mechanische Arbeit erhalte ich durch Multiplication mit Qg , wo unter g die beschleunigte

nigende Kraft der Schwere, unter Q aber die Höhe verstanden wird, bis zu welcher die Masseneinheit durch die Wärmeeinheit gehoben werden kann. Das Arbeitsäquivalent jener Wärme ist also

$$2\pi h R^2 t Q g.$$

Diese geleistete Arbeit ist gleich der aufgewendeten lebendigen Kraft, also es ist

$$h R^2 t Q g = \frac{\pi}{T^3} M k^2.$$

Das erste, was bei dem Anblick dieser Gleichung auffällt, ist ein Umstand, welcher scheinbar mit der Beobachtung in Widerspruch ist. Stewart und Tait haben nämlich beobachtet, daß die Erwärmung der Scheibe ihrer Dicke umgekehrt proportional ist. Man könnte aus obiger Gleichung zu folgern versucht seyn, daß die Erwärmung t der Masse M , also auch der Dicke der Scheibe proportional steige. Man muß indess bedenken, daß die Schwankungen k um so bedeutender werden, je geringer die Dicke der Scheibe ist. Die Schwankung k ist somit der Dicke umgekehrt proportional,¹⁾ und es ergibt sich, daß auch die Erwärmung t der Scheibe im umgekehrten Verhältniß ihrer Dicke zunehmen muß.

Alle in der Formel vorkommenden Größen sind aus den Messungen von Stewart und Tait bekannt oder aus denselben leicht zu berechnen, bis auf die Constante h , welche die Wärmestrahlung der Scheibe bestimmt. Ueber deren absoluten Werth sind noch keine directen Angaben publicirt; um so interessanter erscheint es, aus den in Rede stehenden Beobachtungen ihren Werth herzuleiten.

Setze ich nun in die obige Formel die numerischen Werthe

$$k = 0,015 \text{ Zoll} = 0^{\text{mm}},38$$

$$M = 10 \text{ Unzen} = 310^{\text{grm}}$$

$$R = 6,5 \text{ Zoll} = 165^{\text{mm}}$$

$$T = \frac{30''}{2500} = 0'',012$$

$$Q = 423^{\text{m}},5$$

1) Diefs bestätigen freilich die obigen Zahlen nicht genau, sie sind aber auch nichts als ungefähre Schätzungen.

und für g und π die allgemein bekannten Werthe ein und nehme endlich für die Erwärmung den Mittelwerth

$$t = 0^{\circ},84 \text{ F.} = 0^{\circ},45 \text{ C.}$$

an, welcher für die durch Kienrufs geschwärzte Scheibe gilt, so ergibt sich die Wärmestrahlung

$$h = 0,0017.$$

Diese Zahl enthält keine willkürliche Wärme-Einheit, sondern sie bezieht sich lediglich auf sogenannte absolute Einheiten, nämlich auf das Millimeter und die Zeitsekunde, sowie auf die Dichtigkeit des Wassers als Einheit der specifischen Gewichte. Sie gilt wie ϑ für eine durch Kienrufs geschwärzte Oberfläche in einem luftverdünnten Raume, in welchem eine Spannung von nur 0,3 Zoll oder 7,6 Millim. Quecksilber herrschte.

Man erhält eine anschauliche Vorstellung von der Bedeutung des gefundenen Zahlenwerths, wenn man aus demselben den Schluss zieht, daß eine berufte Fläche von 1 Quadratmeter Gröfse, welche um 1° C. über die umgebende verdünnte Luft erwärmt worden ist, in einer Secunde eine Wärmemenge verliert, welche ein Kilogramm um 0,72 Meter zu haben vermöchte.

Der gefundene Werth der Wärmestrahlung h befindet sich in auffallender Uebereinstimmung mit einem Resultate, das ich durch die gütige Hilfe des Hrn. Geheimrath Neumann in Königsberg aus den Beobachtungen von Dulong und Petit herleiten konnte. Ich spreche demselben auch hier öffentlich meinen Dank aus.

Jene beiden Forscher haben die Ergebnisse ihrer Beobachtungen über die Abkühlung eines erwärmten Körpers im luftverdünnten Raume zu dem Gesetze zusammengefaßt, daß die in der Zeiteinheit von der Flächeneinheit abgegebene Wärmemenge durch die Formel

$$ma^2(a' - 1) + np^2t^b$$

ausgedrückt werden kann. In dieser Formel bezeichnet ϑ die Temperatur der Umgebung, t den Ueberschufs der Temperatur des erwärmten Körpers, p den Druck der umge-

benden Luft; die anderen Zeichen bedeuten constante Größen.

Aus der angegebenen Formel erhält man den Werth des Wärmestrahlungs-Coëfficienten h durch Division durch den als sehr klein angenommenen Werth von t . Es ist also

$$h = ma^2 \frac{a' - 1}{t} + np' t^{b-1}.$$

Nach Dulong und Petit's Bestimmung ist hierin für Centesimalgrade

$$a = 1,0077$$

$$b = 1,233$$

$$c = 0,45.$$

Hrn. Prof. Neumann verdanke ich die Angabe, daß für eine berufste Fläche

$$m = 3,6$$

und der von der Natur der Fläche unabhängige Coëfficient n , falls p in Atmosphären ausgedrückt ist, für atmosphärische Luft

$$n = 0,0168$$

zu setzen ist. Erstere Zahl ist aus eigener Beobachtung, letztere aus gelegentlichen Angaben von Dulong und Petit hergeleitet worden. Beide Zahlen beziehen sich auf pariser Linien und Minuten als Einheiten.

Durch Benutzung dieser Werthe findet man, indem man nach Stewart und Tait's Beobachtung

$$p = 0,010 \text{ Atm.}$$

$$t = 0,45 \text{ C.}$$

und $\vartheta = \text{etwa } 20^\circ \text{ C.}$ setzt, aus obiger Formel den Werth

$$h = 0,0013,$$

bezogen wiederum auf Millimeter und Zeitsekunden.

Die Uebereinstimmung des oben aus Stewart's und Tait's Beobachtung hergeleiteten Werths 0,0017 mit diesem direct gefundenen ist weit größer, als sie bei der vielfachen Unsicherheit der Schätzungen zu erwarten war.

Noch eine andere recht schöne Uebereinstimmung findet sich. Für eine Metallfläche ist nach Hr. Prof. Neumann's Mittheilung

$$m = \text{etwa } 0,5$$

zu setzen, also über siebenmal kleiner, als für eine Rußfläche. Daraus folgt für die Strahlungsconstante h einer Metallfläche der Werth

$$h = 0,00023;$$

es ergibt sich also, daß der Strahlungscoefficient für Metalle etwa 5 bis 6mal kleiner ist, als der für eine berufste Fläche geltende. Stewart und Tait beobachteten, daß die Aluminiumscheibe mit reiner Metalloberfläche etwa 4mal weniger Wärme ausstrahlte, als die berufste Scheibe.

Breslau den 11. September 1868.

VI. *Studium der chemischen Reactionen mittels der von der Säule entlehnten Wärme;*

von *Hrn. P. A. Favre.*

(*Compt. rend. T. LXIII, p. 369.*)

Wenn man die chemischen Vereinigungen und Scheidungen mittelst der gewöhnlichen Methoden studirt, so kann man wohl nachweisen, daß die Körper sich unter Erzeugung der bekannten Phänomene verbinden und trennen; allein im Allgemeinen vermag keins dieser Phänomene die in ihrer Molecular-Constitution eingetretenen Modificationen aufzudecken, Modificationen, die man doch *a priori* annehmen muß, um die Wirkung der Wärme, des Lichts und der Elektricität als bedingende Ursachen der Verbindungen, z. B. der Bildung des Wassers, der Chlorwasserstoffsäure, usw. zu erklären.

Dem ist aber nicht mehr so, wenn man die Methode anwendet, welche ich kennen lehren will, und welche darin besteht, daß man von der Säule die zur Zersetzung der Körper erforderliche Wärme entnimmt, indem sie mittelst des Calorimeters den Theil der Modificationen bewirkt, welche die Bestandtheile dieser Körper beim Eintritt in eine Verbindung oder Austritt aus derselben erleiden.