

**4. Über die
Wiedervereinigung der Ionen in Luft;¹⁾
von T. Retschinsky.**

Die vorliegende Arbeit behandelt drei Aufgaben über ionisierte Gase.

I. Bestimmung des Koeffizienten der Wiedervereinigung der Ionen bei Zimmertemperatur, für den Fall, daß die Ionen Molionen sind, und die Wirkung des elektrischen Feldes zu vernachlässigen ist. Es wurden zwei Methoden benutzt: die erste (E. Riecke) erfordert zur Bestimmung des Koeffizienten α die Messung des Sättigungsstromes und eines nahezu gesättigten Stromes; die zweite (J. Stark) erfordert die Messung des Sättigungsstromes und eines anderen Stromes, der so klein ist, daß die Ionisation von ihm nicht beeinflußt wird.

II. Untersuchung des Einflusses der Adsorption neben der Wiedervereinigung; dieser Einfluß ergibt sich aus der scheinbaren Abhängigkeit des Koeffizienten α von dem Elektrodenabstand.

III. Die Abhängigkeit des Koeffizienten α vom Druck.

I. Theorie der Beobachtungsmethoden.

§ 1. Grundgleichungen.

Die Vorgänge in ionisierten Gasen zwischen zwei unendlichen planparallelen Platten lassen sich nach E. Riecke²⁾ mit Hilfe der folgenden Differentialgleichungen beschreiben:

1) Auszug aus der Göttinger Dissertation.

2) E. Riecke, Ann. d. Phys. 12. p. 52. 1903; Göttinger Nachr. math.-phys. Kl. p. 1. 1903.

$$(I) \quad \begin{cases} \frac{\partial \bar{N}^+}{\partial t} = -\nu U \frac{\partial (\bar{N}^+ F)}{\partial x} + \bar{k}^+ \frac{\partial^2 \bar{N}^+}{\partial x^2} + q - \alpha \bar{N}^+ \bar{N}, \\ \frac{\partial \bar{N}^-}{\partial t} = \nu V \frac{\partial (\bar{N}^- F)}{\partial x} + \bar{k}^- \frac{\partial^2 \bar{N}^-}{\partial x^2} + q - \alpha \bar{N}^+ \bar{N}, \end{cases}$$

$$(II) \quad \begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x} = 4\pi\epsilon(\bar{N}^+ - \bar{N}^-), \\ \epsilon\nu(U\bar{N}^+ + V\bar{N}^-)F - \epsilon \frac{\partial}{\partial x}(\bar{k}^+ \bar{N}^+ - \bar{k}^- \bar{N}^-) = c. \end{cases}$$

Die Buchstaben haben folgende Bedeutungen:

- ϵ das Elementarquantum,
- c die galvanische Strömung,
- \bar{N}^+ die Dichte der positiven Ionen,
- \bar{N}^- „ „ „ negativen „ ,
- q Ionisierungsstärke,
- α Koeffizient der Wiedervereinigung (Molisierungskoeffizient),
- \bar{k}^+ Diffusionskoeffizient der positiven Ionen,
- \bar{k}^- „ „ „ negativen „ ,
- U Beweglichkeit (spezifische Geschwindigkeit) der positiven Ionen,
- V „ „ „ „ negativen „ ,
- ν Lichtgeschwindigkeit,
- F Feldstärke,
- l Elektrodenabstand.

Die Größen \bar{N}^+ , \bar{N}^- , q und F sind als Funktionen der Zeit (t) und des Raumes (x) zu betrachten.

Alle Größen sind in elektrostatischem Maße gemessen.

§ 2. Methoden von Langevin und McClung.

Die Gleichungen (I) bis (II) lassen sich nicht im allgemeinsten Falle integrieren. Um ihre experimentelle Prüfung zu ermöglichen, ist man gezwungen, sie durch spezielle Annahmen über die Beschaffenheit der vorkommenden Größen und durch zweckmäßige Versuchsanordnung zu vereinfachen.

P. Langevin¹⁾ nimmt an, daß die Diffusionskoeffizienten $\overset{+}{k}$ und \bar{k} Null sind. Als Ionisator benutzt er Röntgenstrahlen und zwar bei kleiner Unterbrechungszahl in der Sekunde, so daß alle Ionen, die durch einen Ionisierungsstoß erzeugt worden sind, vor Beginn des nächsten Stoßes durch das elektrische Feld gegen die Elektroden weggetrieben sind. In diesem Falle ist die Ionisierungsstärke q Null zu setzen. Die Schätzung der Veränderlichkeit der Feldstärke ergibt, daß sie als konstant betrachtet werden darf. Durch diese Spezialisierung lassen sich die Gleichungen (I) in folgende Form bringen:

$$(III) \quad \begin{cases} \frac{\partial \overset{+}{N}}{\partial t} + \nu U F \frac{\partial \overset{+}{N}}{\partial x} = -\alpha \overset{+}{N} \bar{N}, \\ \frac{\partial \bar{N}}{\partial t} - \nu V F \frac{\partial \bar{N}}{\partial x} = -\alpha \overset{+}{N} \bar{N}. \end{cases}$$

Die Integration zwischen geeigneten Grenzen führt zu der Formel:

$$\frac{h Q}{\sigma} = \log \left(1 + \frac{h Q_0}{\sigma} \right),$$

wo

$$4 \pi \sigma = F, \quad h = \frac{\alpha}{4 \pi \nu (U + V)}$$

gesetzt ist. Q ist diejenige Elektrizitätsmenge, die unter der Wirkung des Feldes F an den Elektroden gesammelt wird; wenn F ins Unendliche wächst, konvergiert Q nach Q_0 .

Aus den Messungen von Q und F lassen sich h und α berechnen.

Mc Clung²⁾ setzt ebenfalls $\overset{+}{k} = \bar{k} = 0$; außerdem noch $\overset{+}{N} = \bar{N} = N$; als Ionisator dient ebenfalls Röntgenstrahlung; er ionisiert erst das Gas so lange, bis im stromlosen Zustand die Ionisation stationär geworden ist, dann stellt er die Röntgenstrahlung ab und legt in einer ersten Versuchsreihe gleichzeitig die Elektrodenspannung an, um so N_0 , die stationäre Ionenzahl, zu erhalten. In einer zweiten Versuchsreihe legt er zu einer gemessenen Zeit t nach Unterbrechung der

1) P. Langevin, Thèses de l'université de Paris 1902.

2) Mc Clung, Phil. Mag. 3. p. 283. 1902.

Röntgenstrahlung die Elektrodenspannung an, um die zur Zeit t noch vorhandene Ionenzahl zu ermitteln. Die Elektroden-
spannung ist in beiden Versuchsreihen so groß gewählt, daß
im Sättigungsstrom sämtliche momentan vorhandene Ionen an
die Elektroden geführt werden; ist die durch ihn an die eine
Elektrode geführte Elektrizitätsmenge E_0 bez. E , so ist

$$N_0 = \frac{E_0}{e} \quad \text{bez.} \quad N = \frac{E}{e}.$$

McClung benutzt also bei dieser Methode den Vorgang der
Wiedervereinigung für sich allein. Bei dieser Methode sind
 q und F in den obigen Gleichungen gleich Null zu setzen.

Die Gleichungen (I) reduzieren sich also auf die Differen-
tialgleichung der Wiedervereinigung:

$$(IV) \quad \frac{\partial N}{\partial t} = -\alpha N^2.$$

Diese Gleichung (IV) läßt sich integrieren; man findet:

$$(V) \quad \frac{1}{N} - \frac{1}{N_0} = \alpha t,$$

wo $N = N_0$ ist zur Zeit $t = 0$.

Aus N_0 , N und t wird α berechnet.

Eine zweite zur Berechnung von α von McClung be-
nutzte Formel lautet:

$$(VI) \quad \alpha = K \frac{Q}{N_0^2},$$

wo K eine Konstante des Apparates ist; N_0 hat dieselbe Be-
deutung wie in der Formel (V); Q ist die Zahl der Ionen,
die in einer Sekunde im Apparate entstehen; Q wird aus dem
stationären Sättigungsstrom ermittelt (vgl. § 3).

Von den früheren experimentellen Arbeiten über den
Koeffizienten der Wiedervereinigung sind zu erwähnen: J. J.
Thomson und E. Rutherford¹⁾, E. Rutherford²⁾ und
S. Townsend.³⁾

1) J. J. Thomson u. E. Rutherford, *Phil. Mag.* **42**. p. 392. 1896.

2) E. Rutherford, *Phil. Mag.* **44**. p. 422. 1897.

3) S. Townsend, *Phil. Trans.* (5) **193**. p. 129. 1900.

§ 3. Methode des nahezu gesättigten Stromes von Riecke.

Eine Gasschicht sei zwischen zwei planparallele Platten eingeschlossen; sie werde in konstanter Stärke q ionisiert; eine Spannungsdifferenz zwischen den Elektroden unterhalte einen stationären Strom im Gas. Für diesen Fall hat E. Riecke die Berechnung der in Betracht kommenden Größen in folgender Weise durchgeführt.

Da der Vorgang stationär ist, müssen alle in den Gleichungen (I) bis (II) vorkommenden Größen von der Zeit unabhängig sein; somit

$$\frac{\partial \bar{N}}{\partial t} = \frac{\partial \bar{N}}{\partial t} = 0,$$

und wir bekommen:¹⁾

$$(VII) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dF}{dx} = 4\pi\varepsilon(\bar{N} - \bar{N}), \\ \nu\varepsilon(U\bar{N} + V\bar{N})F - \varepsilon\frac{d}{dx}(k\bar{N} - \bar{k}\bar{N}) = c, \\ q = \nu U \frac{d(\bar{N}F)}{dx} - k \frac{d^2\bar{N}}{dx^2} + \alpha\bar{N}\bar{N}, \\ q = -\nu V \frac{d(\bar{N}F)}{dx} - \bar{k} \frac{d^2\bar{N}}{dx^2} + \alpha\bar{N}\bar{N}. \end{array} \right.$$

Setzen wir voraus, daß die Ionen im elektrischen Felde so schnell verschoben werden, daß der Ionenverlust durch Wiedervereinigung und Diffusion vernachlässigt werden kann, so lassen sich die Gleichungen (VII) integrieren ($k = \bar{k} = \alpha = 0$) und wir bekommen für den speziellen Fall des Sättigungsstromes die folgenden Gleichungen:

$$(VIII) \quad \left\{ \begin{array}{l} F^2 = F_0^2 - \frac{8\pi c}{\nu V} x + \frac{4\pi\varepsilon(U+V)}{\nu U V} q x^2, \\ \bar{N}F = \frac{q}{\nu U} x, \\ \bar{N}F = \frac{c}{\varepsilon\nu V} - \frac{q}{\nu V} x, \\ c = \varepsilon q l, \end{array} \right.$$

1) E. Riecke, Göttinger Nachr. math.-phys. Kl. p. 336. 1903.

wo F_0 die Feldstärke für $x = 0$ ist; q ist bei der Integration als eine Konstante betrachtet.

Setzen wir in die mit h^+ , h^- und α multiplizierten Glieder der Gleichungen (VII) die Werte für N^+ und N^- aus den Gleichungen (VIII) ein, so bekommen wir die erste Näherung, die Gleichungen für den nahezu gesättigten Strom, welche ebenfalls sich integrieren lassen. Mit Benutzung der numerischen Werte ergibt sich:

$$(IX) \quad \left\{ \begin{aligned} F^2 &= F_0^2 - 0,226 \cdot 10^{-10} q l x + 0,268 \cdot 10^{-10} q x^2 \\ &\quad + 36,3 \cdot 10^{-24} \frac{q^2}{F_0^2} (l-x)^2 x^2 + 0,67 \cdot 10^{-16} \frac{q x}{F_0} \end{aligned} \right.$$

Sind F_0 , q und l so gewählt, daß die Feldstärke F durch F_0 ersetzt werden kann, so bekommt man schließlich in zweiter Annäherung folgenden Ausdruck für α :

$$(X) \quad \alpha = 5,52 \cdot 10^{-4} \frac{(C-c) F_0^2}{c^2 l} \left(1 - 0,20 \frac{C-c}{c} \right),$$

wo C den Sättigungsstrom bedeutet

$$(U = 1,26 \cdot 10^{-8}, \quad V = 1,74 \cdot 10^{-8}).$$

Dieser Ausdruck ist bei Berechnung des α aus den auf Grund der Beobachtungen konstruierten Volt-Ampère-Kurven benutzt.

§ 4. Methode der kleinen Stromstärke von Stark.

Die in § 3 angedeutete Rieckesche Methode erleichtert die Behandlung der allgemeinen Gleichungen dadurch, daß man von vornherein auf nahezu gesättigte Ströme sich beschränkt, d. h. auf hohe Spannungen; die in diesem Paragraphen zu behandelnde Methode, welche dem Verfasser von Hrn. J. Stark mitgeteilt wurde, schlägt einen entgegengesetzten Weg ein; sie behandelt die Gleichungen (VII) für kleine Spannungen; die Diffusion ist zunächst vernachlässigt.

Durch Integration der Gleichungen (VII) im Falle¹⁾

1) G. Mie gelangt zu übereinstimmenden Resultaten auch im allgemeinen Falle; der angewandten Versuchsanordnung entsprechen die

$h^+ = \bar{h} = 0$, $U = V$ hat J. J. Thomson¹⁾ den Ausdruck für das Verhältnis F_e/F_m gewonnen, wo F_m die Feldstärke in der Mitte zwischen den Elektroden, F_e die Feldstärke an den Elektroden ist.

Der Ausdruck lautet:

$$(XI) \quad \frac{F_e}{F_m} = \beta^{\frac{1}{2} - \frac{1}{\beta}} = 2,81^{\frac{1}{9}} = 2,23, \text{ wo } \beta = \frac{8 \pi \epsilon \nu U}{\alpha} = 2,81.$$

Die Feldstärke ist in der Mitte konstant, die Veränderlichkeit ist auf einen kleinen Bereich von der Länge λ neben der Elektrode beschränkt; den Einfluß der Veränderlichkeit kann man aus dem Ausdruck¹⁾ schätzen, der die untere Grenze für λ gibt:

$$(XII) \quad \frac{\lambda}{l} = \frac{c}{2C},$$

wo c wie früher den beobachteten Strom, C den Sättigungsstrom darstellt.

Ist c klein gegen C , so können wir

$$\frac{\int_0^x F dx}{x} = \frac{V}{x} = F = \text{Konst.}$$

setzen; daraus folgt:

$$\frac{dF}{dx} = 4 \pi \epsilon (\bar{N}^+ - \bar{N}) = 0,$$

$$\bar{N}^+ = \bar{N}.$$

Unter dieser Voraussetzung mögen die Gleichungen (VII) direkt behandelt werden. Sie lauten anders geschrieben:

$$(m) \quad \bar{N}^+ \epsilon = \frac{1}{(U+V)} \left\{ \frac{c}{F \nu} + \frac{V dF}{4 \pi dx} \right\},$$

Thomson'schen Gleichungen besser, da die Spannung bei jeder Messung kommutiert und nur Doppelausschlag beobachtet wurde. G. Mie, Ann. d. Phys. 13. p. 858. 1904.

1) J. J. Thomson, Phil. Mag. 47. p. 257. 1899.

$$(n) \quad \bar{N} \varepsilon = \frac{1}{(U+V)} \left\{ \frac{c}{F \nu} - \frac{U dF}{4 \pi dx} \right\},$$

$$(p) \quad \begin{cases} \nu \frac{d(U \bar{N}^+ F)}{dx} = q - \alpha \bar{N}^+ \bar{N}, \\ -\nu \frac{d(V \bar{N}^- F)}{dx} = q - \alpha \bar{N}^+ \bar{N}. \end{cases}$$

Da $dF/dx = 0$ ist, folgt aus (m) und (n):

$$\bar{N}^+ = \bar{N}^- = N = \frac{c}{\varepsilon \nu F (U+V)}$$

und

$$(XIII) \quad \varepsilon \nu N (U+V) F = c.$$

Aus (p) folgt:

$$(r) \quad \frac{1}{2} (U-V) \frac{dNF}{dx} = q - \alpha N^2.$$

N ist in demselben Umfange konstant wie F , da also

$$\frac{dNF}{dx} = 0$$

ist, so folgt aus (r):

$$(XIV) \quad q = \alpha N^2.$$

Aus (XIII) und (XIV) ergibt sich¹⁾:

$$(XV) \quad \begin{cases} C = \varepsilon \alpha \int_0^l N^2 dx + c = \varepsilon \alpha \int_0^l \frac{c^2}{\varepsilon^2 (U+V)^2 \nu^2 F^2} dx + c \\ \quad \quad \quad = \varepsilon \alpha \frac{c^2 l}{\varepsilon^2 (U+V)^2 \nu^2 F^2} + c \end{cases}$$

und

$$(XVI) \quad \frac{\alpha}{\varepsilon} = \frac{(C-c)(U+V)^2 \nu^2 F^2}{c^2 l}.$$

Die Formel (XVI) wird unten bei Berechnung der Abhängigkeit α vom Drucke benutzt; ihr besonderer Wert liegt darin, daß die gemachten Voraussetzungen sich leicht experimentell prüfen lassen; außerdem gibt sie die Möglichkeit, den Einfluß der Diffusion, die vom Drucke abhängt, zu schätzen.

1) J. Stark, Die Elektrizität in Gasen p. 42.

II. Versuchsanordnung.

§ 5. Apparat.

Den im folgenden beschriebenen experimentellen Untersuchungen über den Koeffizienten der Wiedervereinigung (Molisierungskoeffizienten) wurde die Rieckesche Methode des nahezu gesättigten Stromes und die Methode der kleinen Stromstärke zugrunde gelegt; die benutzte Versuchsanordnung möge im folgenden beschrieben werden.

Der in Fig. 1 dargestellte Apparat besteht aus einer gut geschliffenen kreisförmigen Messingplatte AA von 3 mm Dicke und 30 cm Durchmesser und einer ihr gegenüberliegenden von

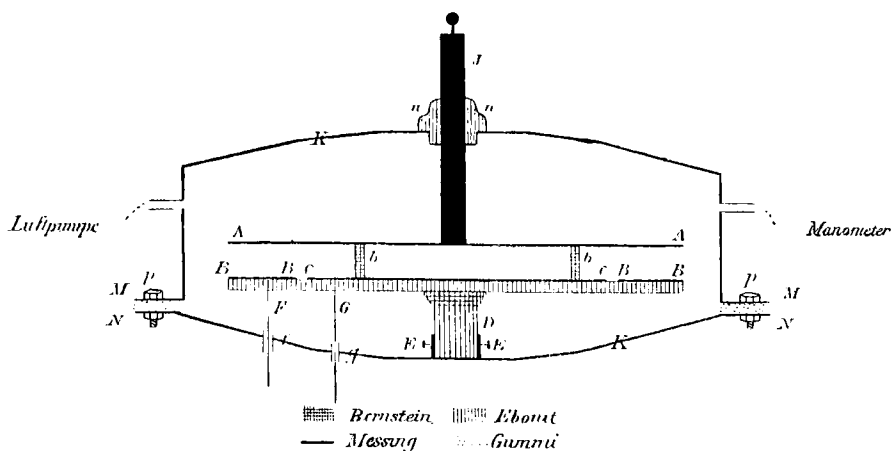


Fig. 1.

derselben Dicke und Form CC , die 20 cm Durchmesser hat; der Schutzring BB von 4,7 cm liegt in der Ebene von CC im Abstände $BC = 3$ mm. Der Schutzring und die CC -Platte liegen fest auf der kreisförmigen Ebonitplatte von 1 cm Dicke und 30 cm Durchmesser, die mit Hilfe eines Ebonitzylinders D und Schrauben E befestigt werden kann. Die Ableitungsdrähte F und G gestatten den Schutzring mit der Erde, die Scheibe CC mit dem Galvanometer zu verbinden; in f und g sind die Drähte mit Bernstein isoliert. Die Platte AA wird mit Hilfe eines 1 cm dicken Messingstiftes J , der in Ebonitfassung nn verschiebbar ist, mit einer Batterie verbunden. Um die Platten

parallel zu erhalten, sind drei Bernsteinzylinder *b* von 5 mm Durchmesser auf die Platte *CC* gestellt und die Platte *AA* mit diesen Zylindern in Berührung gebracht. Die Höhen der benutzten Zylinder waren 3, 5, 8, 10 und 13 mm. Das äußere Gehäuse besteht aus dem gewölbten Messingkessel *K* von der Dicke 3–5 mm. Vom oberen Teile des Kessels ragt der Rand *MM* hervor, vom unteren *NN*; zwischen *MM* und *NN* befindet sich ein Gummiring, der mit Hilfe von 16 Schrauben *P* zwischen *MM* und *NN* zusammengepreßt werden kann.

Um den Apparat luftdicht zu bekommen, wurde der Gummiring mit Olivenwachs bedeckt; die Schrauben gepreßt und an den Stellen *n*, *f*, *g* mit Siegellack gegen das heiße Metall verkittet. Mit einer Handluftpumpe konnte bis auf 20 mm Druck evakuiert werden.

Die Ionisation wurde dadurch erzeugt, daß auf die Platte *CC* und den Schutzring eine dünne gleichmäßige Schicht von Radiumchlorid gelegt wurde.

§ 6. Schaltung und Genauigkeit.

Die Schaltung war folgende: die Elektrode *AA* konnte mit Hilfe einer Batterie und eines Kommutators entweder positiv oder negativ geladen werden; die Elektrode *CC* wurde durch das Galvanometer zur Erde abgeleitet; der Schutzring wurde ebenfalls mit der Erde verbunden.

Zur Messung der Ströme wurde ein Edelmannsches Galvanometer benutzt von der Empfindlichkeit etwa $7 \cdot 10^{-10}$ Amp. pro Skalenteil bei 1 m Abstand des Fernrohres. Die Empfindlichkeit wurde mit Hilfe einer Nebenschaltung in dem aus Akkumulator und Rheostaten bestehenden Stromkreise bestimmt.

Als Stromquelle wurden vier Akkumulatorenkasten benutzt, die zusammen etwa 600 Volt lieferten. Um kleine Spannungen zu bekommen, wurde die Nebenschaltung in einem aus Akkumulator und Rheostaten bestehenden Stromkreise benutzt.

Es wurde immer Doppelausschlag beobachtet, und zwar in zweierlei Weise: Bei den Messungen der Kurven, die in Fig. 2 und Tab. 1 dargestellt sind, war der Ausschlag rechts 5 Min. nach der Einschaltung der Spannung, links 5 Min. nach der Umschaltung beobachtet; bei Strömen, deren Stärke nicht

unter 10^{-8} Amp. liegt, war der Beobachtungsfehler kleiner als $\frac{1}{2}$ Proz. Bei anderen Messungen wurden Schwingungsausschläge beobachtet; der Fehler betrug dann weniger als 1 Proz.

Da immer die Hälfte des Doppelausschlages als Stromstärke genommen ist, so stellen die sämtlichen Tabellen und Kurven das arithmetische Mittel aus den beiden Strömen dar, die bei positiver Spannung und dann bei gleicher negativer beobachtet wurden.

Der Fehler, der aus der Nichtproportionalität zwischen dem Strome und dem Ausschlage entsteht, ist in Rechnung gezogen, da das Galvanometer während jeder Messungsreihe von neuem geeicht wurde.

Im folgenden ist beispielshalber ein Auszug aus dem Beobachtungsprotokoll wiedergegeben.

26. Februar. Temperatur $8,5^{\circ}$ C. Druck 752 mm. $l = 10$ mm.

Empfindlichkeit des Galvanometers

33 Min. nach 11 Uhr	1027,25	37 Ohm ¹⁾
	550,25	
	<hr/> 477,0	
47 Min. nach 11 Uhr	1027,15	37 Ohm
	550,25	
	<hr/> 476,90	

Strom im Kondensator

12 Uhr	1043,5	320 Elemente ²⁾ der Akkumulatorenatterie
	535,4	
	<hr/> 508,1	

Empfindlichkeit des Galvanometers

14 Min. nach 12 Uhr	1027,35	37 Ohm
	550,5	
	<hr/> 476,85	

1) Entspricht der Stromstärke $i = \frac{2,042 \cdot 37}{10^4 \cdot 10^5}$ Amp., wo 2,042 die Spannung des Akkumulators, 10^4 Ohm der Widerstand der Hauptschaltung, $\frac{2,042 \cdot 37}{10^4}$ Volt die Endspannung der Nebenschaltung, 10^5 Ohm der Widerstand der Nebenschaltung ist.

2) Elektrodenspannung von 320 Akkumulatorenzellen = 573,36 Volt.

Kondensatorströme

29 Min. nach 12 Uhr	1043,25	240 Elemente
	<u>536,1</u>	
	507,15	
45 Min. nach 12 Uhr	1042,55	160 Elemente
	<u>536,80</u>	
	505,75	
3 Min. nach 1 Uhr	1039,35	80 Elemente ¹⁾
	<u>540,15</u>	
	499,20	

Empfindlichkeit des Galvanometers

19 Min. nach 1 Uhr	1027,85	37 Ohm
	<u>550,5</u>	
	477,35	

Kondensatorströme

34 Min. nach 1 Uhr	1029	40 Elemente
	<u>550,5</u>	
	478,5	
48 Min. nach 1 Uhr	994,85	20 Elemente
	<u>580,5</u>	
	414,35	

Empfindlichkeit des Galvanometers

2 Min. nach 2 Uhr	982,20	30 Ohm
	<u>594,65</u>	
	387,55	

Kondensatorstrom

17 Min. nach 2 Uhr	926,75	10 Elemente
	<u>639,85</u>	
	286,90	

Empfindlichkeit des Galvanometers

31 Min. nach 2 Uhr	916	20 Ohm
	<u>657,25</u>	
	258,75	

Kondensatorstrom

46 Min. nach 2 Uhr	865	5 Elemente
	<u>698,35</u>	
	166,65	

1) 80 Zellen = 151,18 Volt.

Empfindlichkeit des Galvanometers

59 Min. nach 2 Uhr	848,5	10 Ohm
	719,5	
	129,0	

Kondensatorstrom

17 Min. nach 3 Uhr	803,65	2,042 Volt
	762,85	
	40,80	

Im folgenden möge auch die Berechnung von α/ε an einem den vorstehenden Beobachtungen entnommenen Beispiele anschaulich gemacht werden. Es ist

$$l = 1,0 \text{ cm}, \quad F_0 = 151 \text{ Volt.}$$

Ein Teilstrich der Skala entspricht

$$\frac{2,04 \cdot 37 \cdot 10^{-9}}{477} = 1,58 \cdot 10^{-10} \text{ Amp.,}$$

Sättigungsstrom

$$C = 1,58 \cdot 508 \cdot 10^{-10} = 803 \cdot 10^{-10} \text{ Amp.}$$

Strom bei 151 Volt Elektrodenspannung

$$c = 1,58 \cdot 499 \cdot 10^{-10} = 789 \cdot 10^{-10} \text{ Amp.}$$

$$C - c = 14 \cdot 10^{-10}, \quad \frac{C - c}{c} = 177 \cdot 10^{-4}, \quad 0,20 \frac{C - c}{c} = 0,004.$$

$$\frac{C - c}{c^2} = 224 \cdot 10^3, \quad F_0^2 = 151^2 = 228 \cdot 10^2,$$

Elektrodenquerschnitt

$$Q = 200 \text{ qcm. } ^1)$$

$$\frac{\alpha}{\varepsilon} = \frac{5,52 \cdot 10^{-4} \cdot 224 \cdot 10^3 \cdot 228 \cdot 10^2 \cdot (1 - 0,004) 2 \cdot 10^2}{300^2 \cdot 3 \cdot 10^9 \cdot 4,69 \cdot 10^{-10}} = 4434.$$

1) Der Elektrodenquerschnitt Q ist aus folgenden Zahlen berechnet: die metallische Oberfläche betrug 313 qcm. Sie war in der Mitte mit einer gleichförmigen Schicht des Radiumpräparates in der Weise bedeckt, daß ein etwa 1,5 cm breiter Ring am Rande von Radium frei war. Bei dieser Bedeckung waren die Ströme der Tab. 1 gemessen. Für den Sättigungsstrom ergab sich die Zahl 803. Bei einer zweiten Beobachtungsreihe war die ganze Elektrodenoberfläche mit Radium bedeckt; dann ergab sich für den Sättigungsstrom die Zahl 1244. Aus dem Verhältnisse der Sättigungsströme kann rückwärts die bei der ersten Beobachtungsreihe wirksame Elektrodenfläche berechnet werden. Sie ist gleich

$$\frac{313 \cdot 803}{1244} = 202.$$

Bei der Berechnung ist $Q = 200 \text{ qcm}$ angenommen.

III. Die Beobachtungsdaten und ihre Verwertung zur Berechnung von α/ε bei normalem Drucke.

§ 7. $[V, i]$ -Kurven in atmosphärischer Luft; der Sättigungsstrom als Funktion des Elektrodenabstandes.

Es wurde zuerst die Abhängigkeit der Stromstärke von der Elektrodenspannung und dem Elektrodenabstand für feuchte Luft untersucht; die Beobachtungen dauerten drei Wochen; die Druckschwankungen betrugen 745—754 mm, die Temperaturschwankungen 7—13°; es ergaben sich folgende Kurven und Tabellen (vgl. Fig. 2, Tab. 1).

Tabelle 1.

Abhängigkeit des Stromes von der Spannung.

Spannung in Volt ↓	Strom in Ampère $\times 10^{-8}$				
Elektroden- abstand in cm →	0,3	0,5	0,8	1,0	1,3
573,36	3,407	4,921	6,851	8,028	9,444
414,54	3,379		6,842	8,013	9,416
294,25	3,371	4,921	6,820	7,991	9,350
151,18	3,361	4,906	6,804	7,887	9,096
77,52	3,345	4,867	6,680	7,560	8,305
39,70	3,323	4,741	6,175	6,547	6,982
19,12	3,214	4,407	4,929	4,527	3,712
9,9	2,994	3,640		2,633	2,072
4,0	2,306				0,904
2,042	1,527			0,645	0,484
2,042				0,6391	0,484
1,021				0,3293	0,248
0,816	0,7142	0,5073			
0,408	0,3792	0,2583	0,1664	0,1332	0,0969
0,204	0,1921	0,1298	0,0832	0,0617	
573,36	3,356	4,945	6,944	8,1865	

Die Ströme, die unter der Linie stehen, sind an anderen Tagen gemessen wie die darüber stehenden.

Aus Tab. 1 folgt, daß der Sättigungsstrom langsamer wächst als der Elektrodenabstand. Die Ionisierungsstärke kann also keine Konstante sein, sondern muß als eine Funktion des Abstandes von der Oberfläche der mit Radium bestreuten Elektrode betrachtet werden.

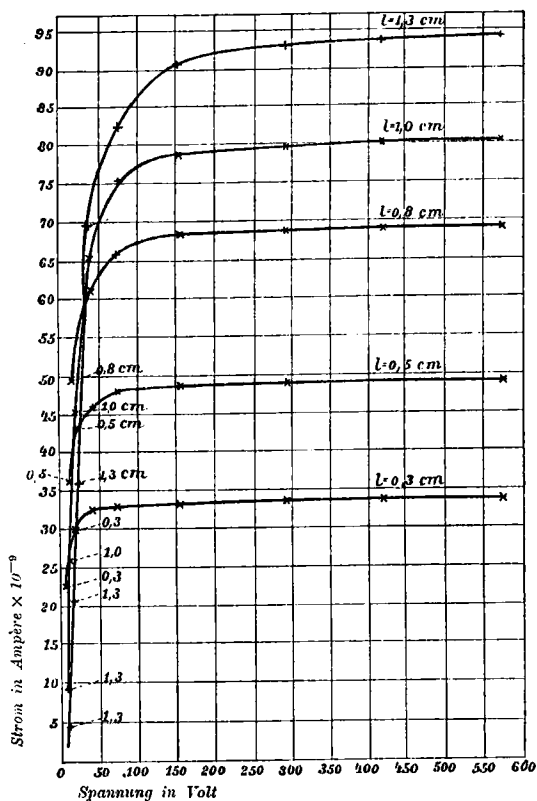


Fig. 2.

Man kann setzen¹⁾:

$$200 q \varepsilon = 200 q_0 \varepsilon e^{-a x},$$

dann wird der Sättigungsstrom

$$(d) \quad C = 200 \varepsilon \int_0^l q \, dx = \frac{q_0}{a} (1 - e^{-a l}) = 13,4 (1 - e^{-0,917 l}) \cdot 10^{-8}$$

1) Elektrodenquerschnitt $Q = 200 \text{ qcm}$.

und

$$200 q \varepsilon = 12,29 e^{-0,917} \cdot 10^{-8},$$

die Konstanten q_0 und α sind aus den Sättigungsströmen für $l = 0,5$ cm und $l = 1,0$ cm berechnet; für andere Elektrodenabstände ergeben sich aus der Formel (d) die folgenden Werte:

Tabelle 2.

Sättigungsstrom in Ampère $\times 10^{-10}$.

Elektrodenabstand	1,3	1,0	0,8	0,5	0,3
Beobachtet . . .	944	803*	685	492*	341
		814	694	494	337
Berechnet . . .	931		695		321

Die Abweichungen sind ziemlich groß; die Aufnahme der sämtlichen Kurven der Tab. 1 erstreckte sich über einen Zeitraum von drei Wochen; als die Sättigungsströme für sich allein innerhalb einer Stunde gemessen wurden, ergaben sich besser übereinstimmende Zahlen.

Tabelle 3.

Sättigungsstrom im willkürlichen Maße in seiner Abhängigkeit vom Elektrodenabstand nach der Formel $C = \frac{q_0}{\alpha} (1 - e^{-\alpha l})$ berechnet.

Elektrodenabstand	1,3	1,0	0,8	0,5	0,3
Beobachtet . . .	593	506*	438	309*	199
Berechnet . . .	589		436		202

§ 8. Abhängigkeit des Koeffizienten der Wiedervereinigung α von der Verteilung der Ionen im Gase.

Betrachtet man die Ionisierungsstärke q als eine Konstante, so gelten für den Sättigungsstrom die Gleichungen (VIII), § 3 I.

$$^+NF = \frac{q}{\nu U} x,$$

$$^-NF = \frac{q l}{\nu V} - \frac{q}{\nu V} x,$$

daraus folgt

$$\int_0^l \bar{N}^+ \bar{N} F^2 dx = \frac{q^2 l^3}{6 \nu^2 U V},$$

$$C - c = \alpha \varepsilon \int_0^l \bar{N}^+ \bar{N} dx.$$

Man bekommt hiernach in erster Annäherung folgenden Ausdruck für α/ε :

$$(X') \quad \frac{\alpha}{\varepsilon} = \frac{6(C-c) \nu^2 U V F_0^2}{c^2 C}.$$

Setzt man den Beobachtungen entsprechend

$$q = q_0 e^{-ax}, \quad c = \varepsilon \int_0^l q dx = \frac{\varepsilon q_0}{a} (1 - e^{-al}),$$

so bekommt man nach Riecke die folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dx} &= 4\pi\varepsilon(\bar{N}^+ - \bar{N}), \\ \nu\varepsilon(U\bar{N}^+ + V\bar{N})F &= c, \\ q &= \nu U \frac{d(\bar{N}^+ F)}{dx} = -\nu V \frac{d(\bar{N} F)}{dx}, \\ \bar{N}^+ - \bar{N} &= \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{dF}{dx}, \\ U\bar{N}^+ + V\bar{N} &= \frac{c}{\nu\varepsilon F}, \\ \bar{N}^+ &= \frac{e}{\nu\varepsilon(U+V)F} + \frac{V}{4\pi\varepsilon(U+V)} \frac{dF}{dx}, \\ \bar{N} &= \frac{c}{\nu\varepsilon(U+V)F} - \frac{U}{4\pi\varepsilon(U+V)} \frac{dF}{dx}, \\ \frac{d}{dx} \left[\frac{c}{\nu\varepsilon(U+V)} + \frac{V}{4\pi\varepsilon(U+V)} F \frac{dF}{dx} \right] &= \frac{q}{\nu U}, \\ \frac{dF^2}{dx} &= \frac{8\pi\varepsilon(U+V)}{\nu U V} \int q dx = \frac{8\pi\varepsilon(U+V)}{\nu U V} \frac{q_0}{a} (1 - e^{-ax}) + c_1, \\ F^2 &= F_0 + c_1 x - \frac{8\pi\varepsilon(U+V)}{\nu U V} \frac{q_0}{a^2} (1 - e^{-ax}). \\ (\bar{N}^+ F)_0 &= \frac{c}{\nu\varepsilon(U+V)} + \frac{V}{8\pi\varepsilon(U+V)} c_1 - \frac{q_0}{a\nu U} = 0, \\ c_1 &= \frac{8\pi\varepsilon(U+V)q_0}{a\nu U V} - \frac{8\pi\varepsilon(1 - e^{-al})q_0}{a\nu V}. \end{aligned}$$

Mit Benutzung der numerischen Werte ergibt sich:

$$F^2 = F_0^2 + 0,23 x - 0,095 (1 - e^{-a l}) x - 0,25 (1 - e^{-a x}).$$

Für die Differenzen $F_0^2 - F_m^2$, wo F_m die Feldstärke in der Mitte zwischen den Elektroden bedeutet, ergeben sich folgende Werte:

Tabelle 4.

Elektrodenabstand	1,3	1,0	0,8	0,5	0,3
$F_0^2 - F_m^2$. . .	0,012	0,005	0,005	0,0025	0,0005

Die absoluten Werte von F_0 im elektrostatischen Maße schwanken zwischen 1 und 0,033. Bei größeren Spannungen sind also die Differenzen $F_0^2 - F_m^2$ klein gegen die Werte F_0^2 selber, eine Bemerkung, die zu einer wesentlichen Vereinfachung der Rechnung führt. Aus den oben angegebenen Formeln folgt:

$$\bar{N}^+ F = \frac{q_0}{a \nu U} (1 - e^{-a x}),$$

$$\bar{N}^- F = \frac{q_0}{a \nu V} (e^{-a x} - e^{-a l}).$$

$$(t) \quad \int_0^l \bar{N}^+ \bar{N}^- F^2 dx = \frac{q_0^2}{2 a^3 \nu^2 U V} [1 - e^{-2 a l} - 2 a l e^{-a l}].$$

$$C - c = a \varepsilon \int_0^l \bar{N}^+ \bar{N}^- dx.$$

Setzt man in die Formel (t) F_0 statt F , was bei größeren Spannungen erlaubt ist, so bekommt man schließlich in erster Annäherung folgenden Ausdruck für α/ε :

$$(X'') \quad \begin{cases} \frac{\alpha}{\varepsilon} = \frac{2 (C - c) \nu^2 U V F_0^2 a^3}{\varepsilon^2 q_0^2 (1 - e^{-2 a l} - 2 a l e^{-a l})} \\ = \left[\frac{6 (C - c) \nu^2 U V F_0^2}{c^2 l} \right] \left[\frac{a l (1 - 2 e^{-a l} + e^{-2 a l})}{3 (1 - e^{-2 a l} - 2 a l e^{-a l})} \right]. \end{cases}$$

Die Formel (X'') unterscheidet sich von der Formel (X') durch den Korrekturfaktor Δ_s ,

$$\Delta_s = \frac{a l (1 - e^{-a l})^2}{3 (1 - e^{-2 a l} - 2 a l e^{-a l})},$$

der nur von dem Absorptionskoeffizienten α und dem Elektrodenabstand l abhängt. Setzt man den Beobachtungen entsprechend $\alpha = 0,917$, so bekommt man für Δ_e folgende Tabelle.

Tabelle 5.

Elektrodenabstand	1,3	1,0	0,8	0,5	0,3
Δ_e	1,04	1,02	1,06	1,02	1,04

Für die Methode der kleinen Ströme berechnet man (nach J. Stark) den Korrektionsfaktor Δ_{kl} in folgender Weise:

$$q = q_0 e^{-\alpha x} = \alpha N^2.$$

Für den beobachteten schwachen Strom gilt:

$$c = \varepsilon \nu N (U + V) \frac{dV}{dx},$$

wo dV/dx die Potentialgefälle bedeuten.

Für den Sättigungsstrom:

$$C = c + \varepsilon \int_0^l q dx = \frac{\varepsilon q_0}{\alpha} (1 - e^{-\alpha l}) + c,$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{c}{\varepsilon \nu (U + V)} \int_0^l \frac{dx}{N} = \frac{c}{\varepsilon \nu (U + V)} \int_0^l \frac{\alpha^{1/2}}{q_0^{1/2} e^{-\frac{\alpha x}{2}}} dx \\ &= \frac{2c \alpha^{1/2}}{\varepsilon \nu (U + V) q_0^{1/2} \alpha} \left(e^{\frac{\alpha l}{2}} - 1 \right), \end{aligned}$$

$$(XVI) \left\{ \begin{aligned} \frac{\alpha}{\varepsilon} &= \frac{\varepsilon \nu^2 (U + V)^2 q_0 \alpha^2 V^2}{4 c^2 \left(e^{\frac{\alpha l}{2}} - 1 \right)^2} \\ &= \frac{(C - c) \nu^2 (U + V)^2 V^2}{c^2 l^3} \left[\frac{\alpha^3 l^3}{4 \left(e^{\frac{\alpha l}{2}} - 1 \right)^2 (1 - e^{-\alpha l})} \right]. \end{aligned} \right.$$

$$\Delta_{kl} = \frac{\alpha^3 l^3}{4 \left(e^{\frac{\alpha l}{2}} - 1 \right)^2 (1 - e^{-\alpha l})}.$$

Die Tab. 6 gibt die Werte Δ_{kl} für verschiedene Elektrodenabstände wieder.

Tabelle 6.

Elektrodenabstand	1,3	1,0	0,8	0,5	0,3
Δ_{kl}	0,927	0,952	0,988	0,978	0,955

Aus den Tabb. 5 und 6 folgt, daß der Koeffizient der Wiedervereinigung α in erster Annäherung als von der Verteilung der Ionen im Gase unabhängig zu betrachten ist. Für den Fall, daß während des Verschiebungsstromes keine neuen Ionen erzeugt werden, hat Langevin¹⁾ diesen Satz auf analytischem Wege aus den Grundgleichungen abgeleitet.

§ 9. Berechnung von α/ε nach der Rieckeschen Methode.

Die Werte, die in Tab. 1 angegeben sind, wurden zur Berechnung von α/ε nach der Rieckeschen Formel (X) benutzt; es ergaben sich Tabb. 7, 8, 9 und 10.

Tabelle 7.

$$Q = 200 \text{ qcm. } l = 1,3 \text{ cm. } C = 945 \cdot 10^{-10} \text{ Amp.}$$

V Volt	c Ampère	$\frac{C-c}{c^2}$	$\frac{(C-c)V^2}{c^2}$	$0,2 \frac{C-c}{c}$	$\frac{\alpha}{\varepsilon}$
294	$935 \cdot 10^{-10}$	$114 \cdot 10^3$	$985 \cdot 10^7$	0,002	3901
151	$910 \cdot 10^{-10}$	$423 \cdot 10^3$	$964 \cdot 10^7$	0,008	3789
77,5	$831 \cdot 10^{-10}$	$165 \cdot 10^4$	$992 \cdot 10^7$	0,027	3821
39,7	$698 \cdot 10^{-10}$	$507 \cdot 10^4$	$801 \cdot 10^7$	0,071	2946

Tabelle 8.

$$l = 1,0 \text{ cm. } C = 803 \cdot 10^{-10} \text{ Amp.}$$

V Volt	c Ampère	$\frac{C-c}{c^2}$	$\frac{(C-c)V^2}{c^2}$	$0,2 \frac{C-c}{c}$	$\frac{\alpha}{\varepsilon}$
294	$799 \cdot 10^{-10}$	$627 \cdot 10^3$	$542 \cdot 10^7$	0,001	4718
151	$789 \cdot 10^{-10}$	$224 \cdot 10^3$	$511 \cdot 10^7$	0,004	4438
77,5	$756 \cdot 10^{-10}$	$823 \cdot 10^3$	$495 \cdot 10^7$	0,012	4264
39,7	$655 \cdot 10^{-10}$	$345 \cdot 10^4$	$545 \cdot 10^7$	0,045	4534
19,1	$453 \cdot 10^{-10}$	$171 \cdot 10^5$	$624 \cdot 10^7$	0,105	4595
9,9	$263 \cdot 10^{-10}$	$779 \cdot 10^5$	$763 \cdot 10^7$	0,410	3924

1) P. Langevin, Thèses présentées à la faculté des sciences de l'université de Paris 1902. p. 115.

Tabelle 9.

$$l = 0,8 \text{ cm. } C = 685 \cdot 10^{-10} \text{ Amp.}$$

V Volt	c Ampère	$\frac{C-c}{c^2}$	$\frac{(C-c)V^2}{c^2}$	$0,2 \frac{C-c}{c}$	$\frac{\alpha}{\varepsilon}$
151	$680 \cdot 10^{-10}$	$108 \cdot 10^3$	$246 \cdot 10^7$	0,001	4182
77,5	$668 \cdot 10^{-10}$	$381 \cdot 10^3$	$229 \cdot 10^7$	0,005	3876
39,7	$617,5 \cdot 10^{-10}$	$176 \cdot 10^4$	$278 \cdot 10^7$	0,022	4624
19,1	$493 \cdot 10^{-10}$	$789 \cdot 10^4$	$288 \cdot 10^7$	0,078	4522

Tabelle 10.

$$l = 0,5 \text{ cm. } C = 492 \cdot 10^{-10} \text{ Amp.}$$

V Volt	c Ampère	$\frac{C-c}{c^2}$	$\frac{(C-c)V^2}{c^2}$	$0,2 \frac{C-c}{c}$	$\frac{\alpha}{\varepsilon}$
77,5	$487 \cdot 10^{-10}$	$211 \cdot 10^3$	$127 \cdot 10^7$	0,002	8864
39,7	$474 \cdot 10^{-10}$	$802 \cdot 10^3$	$127 \cdot 10^7$	0,008	8795
19,1	$441 \cdot 10^{-10}$	$263 \cdot 10^4$	$96,0 \cdot 10^7$	0,023	6547
9,9	$364 \cdot 10^{-10}$	$967 \cdot 10^4$	$94,8 \cdot 10^7$	0,070	6017

Die in diesen vier Tabellen enthaltenen Zahlen sind von ungleichem Gewichte; die Fehler der berechneten Werte werden einmal um so größer sein, je kleiner das Verhältnis $\frac{C-c}{c}$, andererseits um so größer, je größer das Korrektionsglied $0,2 \frac{C-c}{c}$. Es mögen daher alle Werte von $\frac{\alpha}{\varepsilon}$ ausgeschlossen werden, bei denen $\frac{C-c}{c} < 0,01$, andererseits alle diejenigen, bei denen $0,2 \frac{C-c}{c} > 0,10$. Von den Werten der letzten Tabelle bleiben dann nur $\alpha/\varepsilon = 8795, 6547, 6017$ übrig. Diese Werte sind um so viel größer als die der übrigen Tabellen, daß sie durch einen störenden Umstand beeinflusst sein müssen. In erster Linie kann hier an die Wirkung der Adsorption gedacht werden. Bestätigt wird diese Vermutung durch die Ergebnisse der bei einem Elektrodenabstand von 0,3 cm angestellten Versuche; hier wuchsen die für α/ε berechneten Werte bis auf $\alpha/\varepsilon = 9660, 52600, 59200, 40000$. Schließt man die Werte der Tab. 10 aus, so ergibt sich die folgende Zusammenstellung.

Tabelle 11.

Elektrodenabstand	1,3	1,0	0,8
Werte von $\frac{\alpha}{\varepsilon}$ {	3790	4440	3880
	3820	4260	4620
	2900	4530	4520
Mittel	3550	4410	4340

Als Mittel aus diesen drei Werten ergibt sich

$$\frac{\alpha}{\varepsilon} = 4090.$$

Die Annahme bei der Ableitung der Formel (X) war, daß die Feldstärke im Innern des Gases als konstant betrachtet werden kann; die Abweichungen von dieser Annahme lassen sich mit Hilfe der Formel (IX) schätzen; es sei F_m die Feldstärke in der Mitte zwischen den Elektroden, $q_m = C/\varepsilon l Q$ die mittlere Ionisierungsstärke, wo Q den Elektrodenquerschnitt darstellt; dann wird aus der Formel (IX), wenn wir uns auf die ersten drei Glieder beschränken:

$$F_m^2 = F_0^2 - 0,046 q_m l^2 \cdot 10^{-10} = F_0^2 - 0,046 \frac{Cl}{\varepsilon Q} \cdot 10^{-10}.$$

Für die Werte der Tab. 1 bekommen wir:

Tabelle 12.

Elektrodenabstand	1,3	1,0	0,8	0,5	0,3
$F_0^2 - F_m^2$. . .	0,0181	0,0118	0,0081	0,0036	0,0015

Die absoluten Werte von F_0 im elektrostatischen Maße schwanken zwischen 1 und 0,033. Bei größeren Spannungen sind also die Differenzen $F_0^2 - F_m^2$ klein gegen die Werte von F_0^2 selber. Bei kleineren Spannungen kann der Fehler von Bedeutung sein.

§ 10. Berechnung von α/ε nach der Methode der kleinen Stromstärke.

Die Tab. 13 gibt die Werte für α/ε , aus Formel (XVI)

$$\frac{\alpha}{\varepsilon} = \frac{(U + V)^2 \nu^2 F^2 l^2}{l^8} \cdot \frac{C - c}{c^2}$$

bei Benutzung der Zahlen der Tab. 1 berechnet. Für c sind diejenigen Ströme genommen, die bei der Spannung 0,408 Volt beobachtet wurden.

Tabelle 13.

Elektrodenabstand l	1,3	1,0	0,8	0,5	0,3
$K(C-c) \cdot 10^8$. . .	93,47	80,03	67,78	46,87	29,77
l^2	2,2	1	0,512	0,125	0,027
$c^2 \cdot 10^8$	0,00941	0,0177	0,0276	0,0666	0,144
α	4515	4521	4796	5630	7657
ε					

$$Q = 200 \text{ qcm}, \quad (U + V)^2 \nu^2 = 81 \cdot 10^4,$$

$$F^2 l^2 = \left(\frac{0,408}{300} \right)^2 = 185 \cdot 10^{-8}, \quad (U + V)^2 \nu^2 F_0^2 l^2 = 1,5,$$

$$K = \frac{(U + V)^2 \nu^2 F_0^2 l^2 Q}{30} = 10.$$

$\frac{C \cdot 10^{-6}}{Q}$ bez. $\frac{c \cdot 10^{-8}}{Q}$ sind Stromdichten in Ampère,

$\frac{C \cdot 30}{Q}$ bez. $\frac{c \cdot 30}{Q}$ sind Stromdichten in elektrostatischem Maße,

$$\frac{\frac{C \cdot 30}{Q} - \frac{c \cdot 30}{Q}}{\frac{c^2 \cdot 30^2}{Q^2}} = \frac{C - c}{c^2} \cdot \frac{Q}{30}.$$

IV. Abhängigkeit des Koeffizienten α/ε vom Drucke.

§ 11. $[i, p]$ -Kurven bei verschiedenen Elektrodenspannungen.

Die Abhängigkeit des Koeffizienten der Wiedervereinigung α vom Drucke wurde nach der Methode der kleinen Stromstärken untersucht.

Es werden zuerst Kurven aufgenommen, welche die Abhängigkeit des Stromes vom Drucke¹⁾ bei verschiedenen Spannungen angeben; die Figg. 3 u. 4 stellen solche Kurven²⁾ für den Elektrodenabstand 1 cm dar.

1) Der Druck in Millimeter Quecksilber wurde mit Hilfe eines Kathetometers gemessen.

2) Bei diesen Versuchen war Elektrodenquerschnitt $Q = 313 \text{ qcm}$.

Der Sättigungsstrom stellt nahezu eine Gerade dar; q wächst also dem Drucke proportional; für kleine Spannungen ist dagegen ein Maximum vorhanden in dem Bereiche, wo der Strom dem gesättigten Zustande sich nähert.

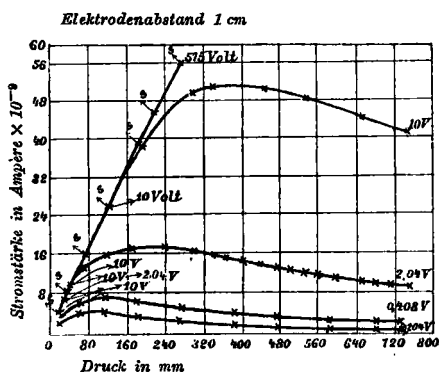


Fig. 3.

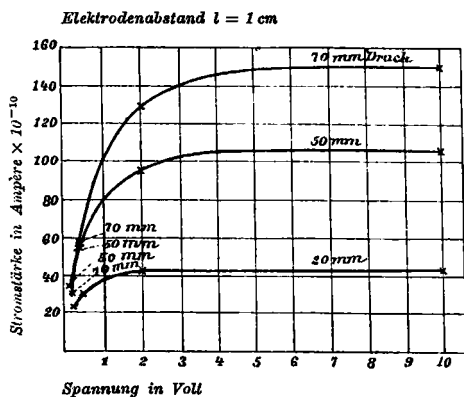


Fig. 4.

Setzen wir in den Formeln (XIII) und (XIV)

$$q = mp, \quad v(U + V) = \frac{n}{p},$$

wo p der Druck, m und n Proportionalitätsfaktoren sind, so ergibt sich aus der Gleichung

$$\frac{\alpha}{s} = \frac{v^2(U + V)^2 C F_0^2}{c^2 l}$$

eine Kurve dritter Ordnung:

$$p c^2 = \frac{\epsilon^2 n^2 m F_0^2}{\alpha} = \text{Konst.}$$

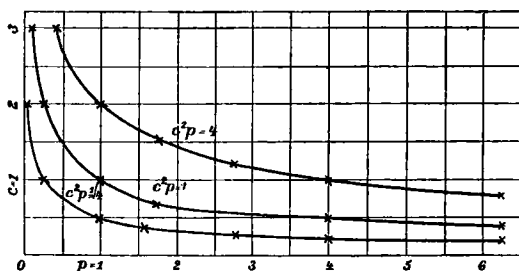


Fig. 3'. Theoretische Kurve $c^2 p = \text{Konst.}$

Der Zusammenhang zwischen c und p wird daher durch eine Kurve dritten Grades dargestellt.

In der Fig. 5 ist die Kurve für $l = 0,3$ cm den Beobachtungen entsprechend angegeben.

Aus der Kurve (Fig. 5, Tab. 14'), die den Sättigungsstrom für 0,3 cm darstellt (Feldstärke etwa 1700 Volt pro Zentimeter), ist ersichtlich, daß bei 63 mm Druck der Strom aufhört, rein unselbständig¹⁾ zu sein und die Ionisierung durch Stoß eintritt; die Kurve steigt rapid und bei Evakuierung unter 20 mm stellt sich ein Glimmstrom und unter Umständen ein Lichtbogen zwischen der Elektrode und dem Schutzring her.

Tabelle 14'.

Spannung 575 Volt.
Elektrodenabst. 0,3 cm.

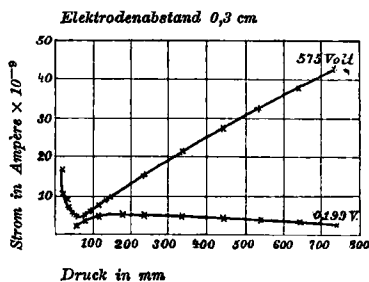


Fig. 5.

Druck in mm	Strom in Amp. 10^{-9}
95,7	0,613
62,8	0,418
38,3	0,393
36,7	0,403
34,6	0,414
28,3	0,600
23,7	0,914
21,4	1,053
20,0	1,034

1) J. Stark, Die Elektrizität in Gasen p. 118 u. 119; Ann. d. Phys. 4. p. 402. 1901.

Tabelle 14.
Abhängigkeit der Ströme vom Drucke bei verschiedenen Spannungen. Stromstärke in Ampère $\times 10^{-9}$.

Druck in mm ↓		Elektrodenabstand in Zentimeter											
		0,3			0,5			1,0			1,3		
Spannung in Volt →	600	0,1986	0,0993	600	0,398	0,199	600	9,9	2,04	0,408	0,204	600	0,60
		600	0,310	0,155	6,480	0,397	0,201	11,87	4,332	1,007	0,215	12,48	0,460
700	4,098	0,310	0,155	6,480	0,397	0,201	11,87	4,332	1,007	0,215	0,108	12,48	0,232
650	3,843	0,324	0,162	6,075	0,421	0,213	11,28	4,486	1,072	0,230	0,115	11,94	0,251
600	3,576	0,339	0,170	5,673	0,448	0,226	10,60	4,654	1,143	0,249	0,124	11,346	0,271
550	3,312	0,356	0,180	5,274	0,473	0,240	9,91	4,818	1,214	0,269	0,135	10,665	0,295
500	3,033	0,371	0,189	4,853	0,500	0,254	9,20	4,936	1,292	0,288	0,147	9,912	0,319
450	2,752	0,386	0,197	4,424	0,529	0,269	8,48	5,050	1,375	0,314	0,160	9,140	0,350
400	2,466	0,403	0,208	3,956	0,559	0,283	7,72	5,081	1,457	0,344	0,172	8,360	0,380
350	2,180	0,422	0,220	3,474	0,591	0,305	6,92	5,107	1,544	0,380	0,190	7,490	0,420
300	1,880	0,436	0,229	2,990	0,623	0,328	6,08	4,995	1,635	0,420	0,211	6,590	0,467
250	1,576	0,449	0,234	2,510	0,654	0,352	5,19	4,505	1,690	0,462	0,234	5,640	0,522
200	1,262	0,454	0,241	2,025	0,685	0,376	4,27	3,986	1,706	0,512	0,262	4,660	0,580
150	0,944	0,432	0,236	1,521	0,661	0,384	3,230	3,170	1,674	0,559	0,300	3,567	0,633
100	0,635	0,364	0,207	1,012	0,632	0,390	2,175	2,140	1,492	0,595	0,342	2,445	0,684
50	0,405	0,210	0,131	0,510	0,390	0,273	1,090	1,040	0,980	0,570	0,375	1,250	0,635

Die Tab. 14 gibt die Werte der Ströme für $l = 0,3, 0,5, 1,0$ und $1,3$ cm wieder (graphisch interpoliert).

§ 12. Der Koeffizient α als Funktion des Druckes.

Die Werte aus der Tab. 14 sind in die Formel (XVI) eingesetzt; die so gewonnenen Werte für α/ε sind in Fig. 6 und Tab. 15 angegeben.¹⁾

Tabelle 15.
Abhängigkeit α/ε vom Druck.

Druck in mm ↓	Elektrodenabstand in cm			
	1,3	1,0	0,5	0,3
700	4004	4347	5199	6464
650	3797	4220	5002	6417
600	3625	3988	4854	6321
550	3400	3735	4740	6168
500	3271	3545	4690	6157
450	3055	3397	4658	6276
400	2977	3376	4707	6292
350	2787	3218	4559	6381
300	2693	3091	4510	6755
250	2598	3025	4559	
200	2606	3081	4789	

Die auch hier wieder hervortretende Abhängigkeit von α/ε vom Elektrodenabstand läßt sich in folgender Weise erklären.

Die elektrischen Ladungen, die der Sättigungsstrom wegführt, verschwinden in dreifacher Weise: durch Wiedervereinigung $\left(\alpha \int_0^l N^2 dx\right)$, durch den kleinen Strom (c) und durch die Adsorption an den Elektroden (D). Für einen sehr schwachen Strom (c) gelten die Gleichungen:

$$C = \alpha \varepsilon \int_0^l N^2 dx + c + D,$$

$$c = \varepsilon N(U + V) F.$$

Aus der Formel (XVI) wird jetzt:

$$(XVI'') \quad \frac{\alpha}{\varepsilon} = \frac{(C - c - D)(U + V)^2 \nu^2 F^2}{c^2 l}.$$

1) Die Werte für $(U + V)p$ sind aus „Die Elektrizität in Gasen“ von J. Stark p. 261.

Eine einfache Rechnung zeigt folgendes: Wenn wir in die Formel (XVII'') für D folgende Werte setzen:

$D = 45$	elektrostatische Einheiten	bei	$l = 0,3$	cm
43,2	"	"	"	$l = 0,5$ "
28,2	"	"	"	$l = 1,0$ "

so ergibt sich bei 700 mm Druck für alle Elektrodenabstände (0,3, 0,5, 1,0, 1,3) derselbe Wert $\alpha/\varepsilon = 4000$. Für den Fall $l = 1,0$ cm werden danach in einer Sekunde $C = 11,87 \cdot 10^{-8}$ Amp. oder 356 elektrostatische Einheiten in 313 ccm entstehen und 28,2 Einheiten von den Elektroden adsorbiert.

Daraus, daß die Kurven für 0,3 und 0,5 cm sich voneinander sehr bedeutend unterscheiden und die für 1,0 und 1,3 cm ziemlich nahe liegen, scheint zu folgen, daß bei der Vergrößerung des Elektrodenabstandes die durch Adsorption beeinflussten Kurven schnell nach den von diesem Einfluß freien konvergieren, und daß die Kurve für $l = 1,3$ cm die Abhängigkeit des Koeffizienten α/ε vom Druck nahezu wiedergibt. Man kann versuchen, zu den unbeeinflussten Kurven auf dem Wege einer graphischen Extrapolation zu kommen; man muß zu diesem Zwecke die Kurven konstruieren, die bei konstantem Drucke die zusammengehörenden Werte des Elektrodenabstandes und der Werte α/ε darstellen. Diese Kurven sind in Fig. 7 gezeichnet. Ihre Verlängerung gibt dann die Werte von α/ε für unendlich großen Elektrodenabstand.

§ 13. Die Resultate der Beobachtungen und ihre Vergleichung mit denen früherer Versuche.

Die Figg. 6 und 7 geben die Abhängigkeit des Koeffizienten α/ε vom Druck und Elektrodenabstand wieder.

Aus der Kurve für 1,3 cm (Fig. 6), die die Abhängigkeit α/ε vom Druck darstellt, ergibt sich, daß α/ε für 760 mm Druck gleich 4320 ist und bei der Erniedrigung des Druckes auf 100 mm um 380 (etwa um 10 Proz.) im Bereiche 700 bis 375 mm, und um 200 im Bereiche 375 bis 250 mm sinkt. Da bei Vergrößerung des Elektrodenabstandes der absolute Wert für α/ε sinkt und das Gefälle ($d\alpha/dp$) wächst, so ist anzunehmen, daß der wirkliche Wert für 760 mm etwas unter 4320 (die graphische Extrapolation gibt 4200) ist, und das Gefälle ($d\alpha/dp$) bei der Erniedrigung des Druckes etwas über 380; das wider-

spricht nicht den Resultaten von Langevin, wie aus der Tab. 16 ersichtlich ist.

Tabelle 16.

Beobachter	$\frac{\alpha}{s}$ für 760 mm	Gefälle $\frac{1}{s} \frac{d\alpha}{dp}$ auf 100 mm zwischen 760 bis 375	Gefälle $\frac{1}{s} \frac{d\alpha}{dp}$ auf 100 mm zwischen 375 bis 250
Langevin	3200	462	375
Retschinsky	<div> <div>beobachtet für $l = 1,3$ cm</div> <div>}</div> </div>	380	200
	<div> <div>extrapoliert für l = groß</div> <div>}</div> </div>	414	—

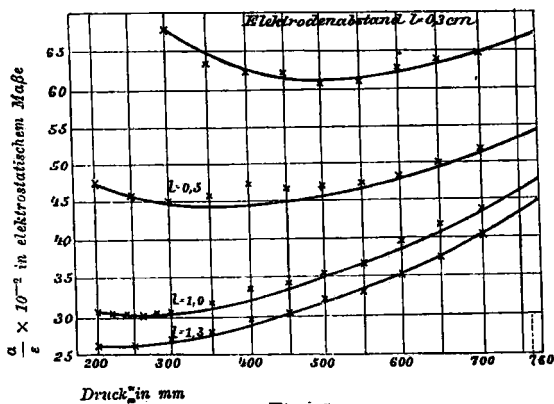


Fig. 6.

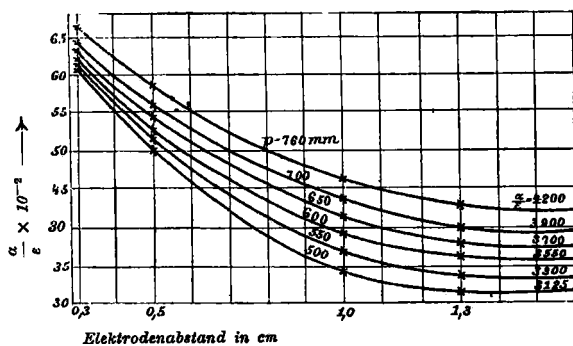


Fig. 7.

McClung¹⁾ hat für α/ε den Wert (aus der Formel (VI) berechnet) 3384 bekommen, der mit dem Druck sich nicht änderte. Der Apparat von McClung besteht aus elf parallelen Elektroden, deren äußerste im Abstände von 20 cm sich befinden; bei solcher Anordnung ist wahrscheinlich, daß die Adsorption auf seine Messungen einen merklichen Einfluß übte; es ist also N_0^2 zu klein genommen und α zu groß; da der bei Erniedrigung des Druckes durch Adsorption bedingte Fehler wächst, so kann es kommen, daß die Abnahme des Wertes von α/ε mit dem Drucke durch das Wachsen des Fehlers kompensiert wird; der Fehler hat, wie aus der Formel (VI) folgt, den dazu erforderlichen Sinn.

Walker²⁾ hat nach den experimentell ermittelten Werten von McClung α/ε nach Formeln berechnet, die sich als Spezialisierung der Formel (V) darstellen. Zwar erweisen die Zahlen, nach drei verschiedenen Formeln ausgerechnet, keine Übereinstimmung miteinander, doch zeigen die Werte jeder Formel für sich genommen deutlich, daß α/ε bei Erniedrigung des Druckes abnimmt. McClung³⁾ selbst mißt den von Walker berechneten Werten keine Bedeutung bei, da seine Versuchsanordnung nicht geeignet war, absolute Werte zu erhalten; die Messungen waren nur dafür bestimmt, die Gültigkeit der Gleichung (V) zu prüfen. Dazu brauchte er nur relative Werte.

Resultate.

I. Der Koeffizient der Wiedervereinigung (Molisierungskoeffizient) kann nach der Rieckeschen Methode des nahezu gesättigten Stromes und nach der Methode der kleinen Stromstärke bestimmt werden. Nach der Rieckeschen Methode ergibt sich in Luft von atmosphärischem Druck (745—754) der Mittelwert $\alpha/\varepsilon = 4090$; nach der Methode der kleinen Ströme von Stark $\alpha/\varepsilon = 4200$ (Druck 760 mm).

II. Bei kleinem Elektrodenabstand darf neben der Wiedervereinigung der Ionen ihre Adsorption an den Elektrodenoberflächen nicht vernachlässigt werden.

1) McClung, Phil. Mag. 3. p. 283. 1902.

2) G. W. Walker, Phil. Mag. 44. p. 206. 1904.

3) McClung, Phil. Mag. 44. p. 211. 1904.

III. Der Koeffizient α/ϵ nimmt ab mit sinkendem Druck in dem Bereiche 760 bis 200 mm im Mittel um 300 auf 100 mm.

Ich erfülle eine Pflicht, wenn ich zum Schlusse Hrn. Prof. Riecke meinen herzlichen Dank für die Anregung und Förderung ausspreche, die er mir stets hat zuteil werden lassen; auch Hrn. Dr. J. Stark bin ich zu Dankbarkeit verpflichtet für Anregung und Unterstützung während meiner Arbeit.

(Eingegangen 6. Juni 1905.)
