

10. *Fine Bemerkung zur Lehre von der Resonanz;
von Paul Johannesson.*

Hr. Prof. C. Stumpf¹⁾ hat durch seine Versuche die Entscheidung gebracht, dass innerhalb gewisser Grenzen ein Resonator vom Eigenton n nur durch eine Tonquelle von gleicher Höhe, nicht aber durch einen seiner Untertöne in Mitschwingung versetzt wird.²⁾ Er findet dieses Ergebniss in Widerspruch mit der Theorie, wonach es für das Mitschwingen keinen Unterschied mache, ob der Resonator bei jeder einzelnen, oder nur bei jeder 2., 3. etc. Schwingung von seiten des Ton-erregers seinen Anstoss erhält.³⁾ Als ich im Winter 1891/92 mit verwandten Versuchen mich beschäftigte, fiel mir gleichfalls auf, dass die von Rayleigh⁴⁾ mitgetheilte und meines Wissens noch unbestrittene allgemeine Theorie der Resonanz den Erscheinungen nicht durchgängig entspricht, wenn sie auch die erwähnte Folgerung nicht zulässt. Besonders nahm ich an dem Unendlichwerden der Amplitude eines ungedämpft schwingenden, durch seinen Eigenton angeregten Resonators Anstoss. Durch eine nur geringfügige, indessen nicht unwichtige Aenderung passte die Lehre den Thatsachen sich besser an. Die Arbeit des Hrn. Prof. Stumpf veranlasst mich zur Mittheilung meines Vorschlages.

Dass eine Theorie, welche die Schwingungen eines Resonators durch Anstösse geschehen lässt, den Stumpf'schen Beobachtungen widerspricht, ist selbstverständlich; die Schwingungen müssten sogar eintreten, wenn die Anstösse unperiodisch, ja völlig regellos — bald beschleunigend, bald verzögernd — erfolgten, solange nur die beschleunigenden überwiegen; doch meine ich, dass dann nicht mehr von Resonanz die Rede sein kann. Ebenso wenig wie mit dem

1) C. Stumpf, Wied. Ann. 57. p. 660—681. 1896.

2) l. c. p. 665.

3) l. c. p. 661.

4) Rayleigh, Theorie des Schalles, deutsch v. Neesen, 1879. 3. Cap.

Pendeln einer passend angestossenen Kirchenglocke (Galilei) darf man die Resonanzen mit den erzwungenen Schwingungen einer electromagnetischen Stimmgabel vergleichen; denn auch diese erfährt nur durch den Extrastrom und also stossweise eine Energiezufuhr. Sieht man von hinkenden Vergleichen ab, so sind akustische Resonanzen eben einzig diejenigen Schwingungen eines elastischen Körpers, welche durch die schwingende Bewegung eines umgebenden Schalleiters hervorgerufen werden. In der That hat man auch die mathematische Theorie der Resonanz nicht auf die Vorstellung unstetiger Stösse begründen können, sondern auf diejenige von schwingungserregenden Kräften, deren Grösse sich ändern soll, wie die Beschleunigung bei einer Pendelbewegung. Indessen auch derartig wirkende, einfache Kräfte sind völlig unbetheiligt bei den Mitschwingungen, in welche die Corti'schen Fasern durch das Labyrinthwasser oder eine Stimmgabel durch die Luft versetzt werden. Vielmehr führt die genaue Erklärung der Resonanz auf die höchst verwickelten Bedingungen, unter denen sich ein Körper in einer elastischen Flüssigkeit bewegt, ein Bewegungsvorgang, dessen hinreichende, allgemeine Beschreibung die Mathematiker bisher vergebens beschäftigt hat. In dem die Resonanz betreffenden Falle jedoch führt die Annahme folgender Vereinfachungen zum Ziel.

Wir setzen voraus, dass gegenüber den in Betracht kommenden Amplituden des geradlinig schwingenden, punktförmigen Resonators die Wellenlängen der umgebenden Flüssigkeit ausserordentlich gross sind; dann werden die der Schwingungsbahn benachbarten Flüssigkeitstheilchen keinen merklichen Gangunterschied und also stets untereinander die gleiche Geschwindigkeit besitzen. Die innere Reibung des Resonators werde als eine Beschleunigung angesehen, die seiner Geschwindigkeit proportional und entgegen gerichtet ist, die äussere Reibung als eine Beschleunigung, welche der relativen Geschwindigkeit zwischen Flüssigkeit und Resonator proportional ist und in der Richtung der Flüssigkeitsbewegung liegt. Dann lautet die Bewegungsgleichung des Resonators

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = -n^2 u - \kappa \frac{du}{dt} + \rho \left(-Ep \sin pt - \frac{du}{dt} \right),$$

worin u die Entfernung des Resonators aus der Ruhelage zur

Zeit t , n und p bez. die Schwingungszahlen des ungedämpften Resonators und der primären Tonquelle in 2π Sekunden, E die Amplitude der dem Resonator benachbarten Flüssigkeitstheilehen, κ und ϱ bez. die Constanten der inneren und äusseren Reibung bezeichnen. Durch Ordnung entsteht daraus die Gleichung

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + (\kappa + \varrho) \frac{du}{dt} + n^2 u = -\varrho E p \sin pt,$$

deren allgemeine Lösung

$$u = a \cos(pt - \varepsilon) + A e^{-\frac{1}{2}(\kappa + \varrho)t} \cos\left(\sqrt{n^2 - \frac{1}{4}(\kappa + \varrho)^2} t - \alpha\right)^1)$$

ist. Darin ist

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{p^2 - n^2}{(\kappa + \varrho)p} \quad \text{und} \quad a = \frac{\varrho \cos \varepsilon}{\kappa + \varrho} E;$$

ist ferner zu Anfang der Resonator in Ruhe und in der Ruhelage, so wird

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{p \operatorname{tg} \varepsilon + \frac{1}{2}(\kappa + \varrho)}{\sqrt{n^2 - \frac{1}{4}(\kappa + \varrho)^2}} \quad \text{und} \quad A = -\frac{\cos \varepsilon}{\cos \alpha} a.$$

Ist t einigermassen gross, so verschwindet das zweite Glied der Summe für u , und der Resonator schwingt in der Periode des primären Tons. Dabei ist zu beachten, dass entgegen der herrschenden Theorie a *stets kleiner als* E ist und nur in dem Falle gleich E wird, wenn zwischen dem Eigenton des Resonators und den Schwingungen der Umgebung das Unisono besteht und die innere Dämpfung des Resonators verschwindend klein ist.

Solange das zweite Glied noch nicht verschwunden ist, besitzt der Resonator neben der erzwungenen Periode noch die seines zweifach gedämpften Eigentones. Bei angenäherter Gleichheit beider Perioden entstehen Schwebungen, die bei electromagnetischen Stimmgabeln nach Rayleigh²⁾ „sehr gut bemerkbar“, mir indessen noch nicht vorgekommen sind. Auch dürften für diesen Fall von Schwebungen die Gründe andere sein, als sie in obiger Gleichung liegen, da ja die Perioden der gedämpften Gabel und der magnetischen Anstösse nicht nur angenähert, sondern vollkommen gleich sind. Hingegen sind

1) Vgl. Rayleigh, l. c. p. 59.

2) Rayleigh, l. c. p. 60.

die Schwebungen, die Hr. Prof. Stumpf¹⁾ an einer verstimmten Gabel 600 beobachtete, als er sie durch den dritten Theilton einer Gabel 200 in Mitschwingung versetzte, von der erwähnten Art gewesen. Mir sind sie bei folgendem Versuch begegnet. Zwei vorzügliche, minutenlang schwingende, dem Berliner Institut für theoretische Physik gehörende Gabeln 522 und 526 waren dicht nebeneinander mit ihren Stielen an Schläuchen aufgehängt und durch eine Umhüllung gegen das Zimmer tondicht abgeschlossen. Wurde nun die eine Gabel angeschlagen, während der Befestigungsschlauch der anderen durch eine mehrere Meter lange Leitung sich bis zum Ohr des Beobachters fortsetzte, so vernahm man Schwebungen, die immer undeutlicher wurden und schliesslich aufhörten.

Entfernt sich p von n , so werden bei kleiner innerer und äusserer Dämpfung a und A sehr schnell unmerklich, sodass das Mitklingen eines Resonators, der unter dem Einfluss eines seiner Untertöne steht, auch theoretisch nicht gefolgert werden kann.

1) Stumpf, l. c. p. 670 f.
