

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N^o 2740-41.

Les petites planetes entre Mars et Jupiter.

(Une recherche statistique.)

Le phénomène extraordinaire de plusieurs planètes se mouvant autour du soleil avec des distances moyennes semblables devait nécessairement tenter les astronomes de proposer des hypothèses sur l'origine de ces planètes. C'est bien connu que Olbers le premier proposa l'hypothèse, qu'elles sont le résultat de l'éclatement d'une seule planète, hypothèse, dont les recherches de d'Arrest et de M. Newcomb ont prouvé la faiblesse.

Cette hypothèse étant ainsi insoutenable, on a généralement adopté une autre, suivant laquelle les petites planètes se sont formées par des condensations simultanées sur plusieurs points de l'anneau, dont elles sont résultées suivant l'hypothèse nébuleuse.

Tant pour l'examen de ces hypothèses que pour l'éclaircissement de l'arrangement géométrique que présentent les orbites de ces petites planètes on a entrepris de nombreuses recherches statistiques de l'anneau que forment les petites planètes. Ainsi d'Arrest trouva qu'il y avait une relation entre l'excentricité et l'inclinaison d'une telle manière, que les grandes excentricités généralement se combinaient avec de grandes inclinaisons (Ueber das System der kleinen Planeten). Aussi d'Arrest remarqua que les noeuds et les périhélie semblaient avoir une tendance de s'accumuler dans certaines directions, chose qui est plus tard confirmée par M. Newcomb, qui a démontré que c'est l'effet des perturbations (On the variations and mutual relations of the orbits of the asteroids). En outre il faut dire que M. Kirkwood le premier a trouvé que les petites planètes arrangées suivant leurs distances moyennes se groupent ainsi, qu'il y a des intervalles relativement vides correspondants à telles distances moyennes, dont les périodes de révolution sont dans des rapports simples à celles des grosses planètes.

Comme les recherches statistiques citées ne traitent que des éléments isolés ou des relations entre les orbites et, comme il semblait d'importance, de pouvoir décider si les petites planètes exercent quelques perturbations perceptibles, l'Académie royale danoise des sciences et des lettres proposa en 1883 sa médaille d'or pour une examination statistique des orbites des petites planètes considérées comme parties d'un anneau autour du soleil.

C'est d'une mémoire présentée à ce concours, et pour laquelle le prix m'a été décerné que je me propose de faire l'extrait suivant.

D'abord j'ai déterminé les points d'intersection entre les orbites planétaires et six plans par le centre du soleil perpendiculaires sur l'écliptique et tellement situés, qu'ils

coupent l'orbite de la terre dans six points, dont les longitudes sont

pour plan I	30°
II	90
III	150
IV	210
V	270
VI	330

J'ai donné à chaque point d'intersection un poids proportionnel à la masse de la planète et au temps dans lequel la planète doit parcourir un disque infiniment mince posé à la place du plan en question. Ces points étant donnés j'en ai déterminé le centre de gravité. En outre pour pouvoir juger de la dispersion des points d'intersection, j'ai considéré leurs déviations du centre de gravité comme des erreurs accidentelles et j'en ai calculé l'ellipse des erreurs et les sommes des produits et des puissances du 3^{me} degré des déviations.

Pour la détermination des masses des petites planètes il faut faire usage de leur éclat en supposant la même albedo et la même densité pour toutes les planètes considérées, hypothèse assez hasardée mais la seule admissible, quand on ne veut pas attribuer à toutes les petites planètes les mêmes masses, ce qui me semble inadmissible.

Outre cette détermination du caractère des sections particulières de l'anneau il m'a paru désirable de chercher une formule d'interpolation qui, les six centres de gravité connus, donne le centre de gravité pour un plan quelconque. On y parvient en considérant les centres de gravité comme points d'intersection entre les plans et l'orbite d'une planète fictive, dont la masse serait distribuée sur l'orbite proportionnellement au temps, dans lequel les parties séparées seraient parcourues.

Il faut encore mentionner l'incertitude, qui dans le cas des petites planètes provient de la différence dans les chances d'être découvertes; par exemple il est probable qu'on connaît un nombre relativement plus grand de celles dont les inclinaisons sont petites.

Quoique une statistique des éléments soit hors des limites de l'ouvrage présent, je veux pourtant discuter brièvement les inclinaisons des orbites, parce que les auteurs, tant qu'ils me sont connus, qui ont traité cette question, n'ont pas bien réussi dans ce point. Si les plans des orbites étaient distribués également sans aucune disposition de s'accumuler autour d'un plan quelconque ou de passer par un même point, leurs pôles seraient distribués également sur toute la sphère céleste. Or, quand on divise la sphère

en zones, le rapport entre les pôles qui se trouvent dans une zone et son aire déterminera la fréquence relative des orbites qui ont l'inclinaison correspondante. J'ai déterminé ainsi pour des zones de 2° de largeur le nombre des pôles qui tombent sur une aire de $\frac{2\pi}{1000}$, le rayon de la sphère étant 1, et j'ai trouvé:

Inclin.	Nombre proport.	Inclin.	Nombre proport.
$0^\circ - 2^\circ$	2.17	$18^\circ - 20^\circ$	0.04
2 — 4	1.94	20 — 22	0.02
4 — 6	1.16	22 — 24	0.03
6 — 8	0.76	24 — 26	0.01
8 — 10	0.45	26 — 28	0.01
10 — 12	0.33	28 — 30	0.00
12 — 14	0.13	30 — 32	0.00
14 — 16	0.11	32 — 34	0.00
16 — 18	0.02	34 — 36	0.01

d'où il est très évident que les petites inclinaisons sont prépondérantes.

Une construction graphique des points d'intersection fait voir, que ces points ne sont pas du tout groupés selon la distribution des distances moyennes.

Les éléments dont je me suis servi sont pris de «Berl. astr. Jahrbuch» pour les ans 1882-84 en choisissant ordinairement l'orbite, dont l'osculution était plus approchée de 1880.0. Toutes les orbites sont réduites à l'équinoxe moy. 1880.0.

J'ai omis les planètes, qui n'ont été observées qu'en une opposition ainsi que celles, qui après avoir été observées en deux oppositions ont été perdues plus tard.

$$\begin{aligned} x &= r \cos(\omega + v) \cos(L - \Omega) + r \sin(\omega + v) \sin(L - \Omega) \cos i = r \cos B \\ y &= -r \cos(\omega + v) \sin(L - \Omega) + r \sin(\omega + v) \cos(L - \Omega) \cos i = 0 \\ z &= r \sin(\omega + v) \sin i = r \sin B \end{aligned}$$

En différentiant y on obtient

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= r \sin N \frac{dv}{dt}, \text{ et comme } r^2 \frac{dv}{dt} = k \sqrt{a \cos \varphi}, \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{k \sqrt{a \cos \varphi} \sin N}{r} \end{aligned}$$

La masse m de la planète étant supposée comme répandue sur toute l'orbite, on prendra $T = \frac{2\pi a^{3/2}}{k}$ pour unité, et on trouvera alors:

$$\frac{dt}{T} = \frac{mr dy}{2\pi a^2 \cos \varphi \sin N}$$

Ce sont (99), (131), (132), (145), (149), (155), (156), (157), (163), (167), (175), (177), (183), (188), (193), (195), (197) (206), (208), (210) et (217).

La dernière dont je me suis servi est (219).

Points d'intersection entre les orbites et les plans.

Pour la détermination des coordonnées rectilignes héliocentriques des points d'intersection je cherche d'abord le rayon vecteur r et la latitude hélioc. B , la longitude du plan étant L . Dans le triangle sphérique ΩPQ , où Ω et P sont les positions hélioc. respectivement du noeud et du point d'intersection d'une orbite, Q le point où une perpendiculaire de P rencontre l'écliptique, on a $QP = B$, $\Omega P = \omega + v$, $P\Omega Q = i$, en outre je fais $\Omega PQ = N$; alors on trouve:

$$\begin{aligned} \sin N \cos(\omega + v) &= \cos i \cos(L - \Omega) \\ \sin N \sin(\omega + v) &= \sin(L - \Omega) \\ \sin N \sin B &= \sin i \sin(L - \Omega) \\ \sin N \cos B &= \cos i \end{aligned}$$

ayant trouvé $\omega + v$ et B par ces formules on a

$$r = \frac{a \cos^2 \varphi}{1 + \sin \varphi \cos v}$$

Les coordonnées rectilignes des points d'intersection deviennent,

les x étant dirigés vers un point de longitude L , latitude 0°
 » y » » » » » » $L + 90^\circ$ » 0
 » z » » » » » » » » 90

or on peut prendre pour l'élément de masse au point d'intersection

$$\mu = \frac{mr}{a^2 \cos \varphi \sin N} = \frac{mx}{a^2 \cos \varphi \cos i}$$

J'ai déterminé m par la formule

$$\log m = 3 \log a + 3 \log(a - 1) + 0.6(9 - m_0),$$

m_0 étant la grandeur de la planète en opposition.

J'ai ainsi obtenu les nombres suivants.

Plan I.

Nr.	μ	x	z	Nr.	μ	x	z	Nr.	μ	x	z
1	403.0	2.832	-0.412	6	28.0	1.888	-0.472	11	11.8	2.351	-0.189
2	181.7	2.373	-0.996	7	27.6	1.838	+0.135	12	6.8	2.198	+0.142
3	40.1	2.005	-0.294	8	8.2	1.847	-0.188	13	10.3	2.555	-0.178
4	475.3	2.494	-0.299	9	15.9	2.149	-0.132	14	11.8	2.911	-0.391
5	7.8	2.601	-0.225	10	53.7	3.442	+0.222	15	44.6	2.104	+0.435

Nr.	μ	x	z
16	23.0	2.523	-0.117
17	4.6	2.629	-0.251
18	6.1	1.786	-0.276
19	5.0	2.055	+0.001
20	11.6	2.250	-0.002
21	3.5	2.205	-0.092
22	18.1	2.615	-0.381
23	3.7	2.527	-0.277
24	8.3	3.251	-0.004
25	2.0	2.211	+0.064
26	4.4	2.859	-0.050
27	9.5	2.085	-0.052
28	4.6	2.711	-0.406
29	2.1	2.351	+0.138
30	3.6	2.063	+0.075
31	6.1	2.714	-0.036
32	3.2	2.790	+0.050
33	0.8	2.062	+0.025
34	1.1	2.806	-0.115
35	1.1	3.811	+0.308
36	0.5	1.907	+0.331
37	3.8	2.236	+0.002
38	1.4	2.525	+0.308
39	19.4	2.461	-0.358
40	7.6	2.169	-0.145
41	7.1	3.452	-0.507
42	2.3	2.144	-0.264
43	2.2	2.282	+0.113
44	2.7	2.311	-0.147
45	3.9	2.912	-0.296
46	2.2	2.169	-0.041
47	2.6	2.749	+0.105
48	6.3	2.949	-0.143
49	4.3	2.372	+0.128
50	0.6	1.918	-0.056
51	5.0	2.481	-0.245
52	14.2	2.959	-0.381
53	0.8	2.285	-0.187
54	2.7	2.601	+0.303
55	3.0	2.375	+0.099
56	0.7	2.507	-0.097
57	2.6	2.806	-0.132
58	1.0	2.799	-0.185
59	2.4	2.390	-0.230
60	0.8	2.174	-0.002
61	4.0	2.523	+0.687
62	0.8	2.580	-0.099
63	4.7	2.507	+0.200
64	4.3	2.666	+0.060
65	11.1	3.639	-0.174
66	0.3	2.200	+0.440
67	0.8	2.289	-0.030
68	4.8	2.364	-0.086
69	6.3	2.792	-0.161
70	2.1	2.516	-0.161
71	4.7	2.983	+1.231
72	0.5	2.197	-0.008

Nr.	μ	x	z
73	0.5	3.156	+0.041
74	0.7	2.143	-0.032
75	0.7	2.052	+0.090
76	2.4	3.064	+0.004
77	1.6	2.348	+0.047
78	3.2	2.499	+0.316
79	1.9	1.979	-0.009
80	1.1	1.890	+0.043
81	0.9	2.268	+0.145
82	1.0	2.754	+0.007
83	0.8	2.626	+0.010
84	0.5	1.920	+0.281
85	2.1	2.373	-0.054
86	0.7	2.423	-0.172
87	3.3	3.278	-0.456
88	3.4	2.619	+0.222
89	4.6	2.075	+0.590
90	2.6	3.043	-0.080
91	1.0	2.401	+0.029
92	7.4	2.964	-0.496
93	3.6	2.869	+0.182
94	3.9	2.905	+0.180
95	3.1	2.605	+0.336
96	3.2	3.193	+0.849
97	2.9	2.038	-0.322
98	1.1	2.803	+0.457
99	—	—	—
100	1.5	2.928	-0.324
101	2.4	2.362	+0.307
102	0.2	2.070	+0.005
103	6.6	2.601	-0.236
104	1.0	2.701	-0.032
105	1.0	2.678	-0.396
106	3.6	2.598	-0.115
107	8.9	3.430	-0.332
108	2.9	3.460	+0.162
109	0.4	1.928	+0.115
110	4.7	2.592	-0.124
111	1.1	2.503	+0.215
112	0.5	2.218	+0.093
113	1.0	2.567	-0.226
114	2.0	2.832	-0.174
115	1.8	1.891	+0.382
116	4.3	2.935	-0.104
117	2.6	2.883	+0.499
118	1.3	2.143	-0.088
119	2.7	2.381	-0.025
120	2.4	3.268	+0.295
121	7.7	3.062	-0.297
122	3.7	3.344	+0.049
123	0.7	2.413	+0.268
124	5.3	2.792	-0.053
125	2.0	2.824	-0.148
126	0.5	2.237	+0.013
127	5.2	2.744	-0.012
128	3.9	2.398	-0.191
129	10.8	3.279	-0.672

Nr.	μ	x	z
130	8.4	2.316	-0.880
131	—	—	—
132	—	—	—
133	3.8	3.351	+0.397
134	1.3	2.290	+0.324
135	2.0	2.172	+0.063
136	0.5	2.214	-0.151
137	2.9	2.908	-0.068
138	0.4	2.309	-0.055
139	4.2	2.957	+0.259
140	1.4	2.595	-0.141
141	1.0	2.077	+0.416
142	0.2	2.732	+0.106
143	0.4	2.916	+0.493
144	2.4	2.056	-0.126
145	—	—	—
146	1.7	2.826	-0.533
147	0.7	3.057	+0.067
148	2.3	2.075	-0.889
149	—	—	—
150	1.7	2.643	-0.004
151	0.7	2.658	-0.046
152	1.1	2.962	-0.129
153	2.9	3.989	+0.175
154	5.9	3.426	-0.175
155	—	—	—
156	—	—	—
157	—	—	—
158	0.5	2.731	+0.045
159	0.9	2.951	-0.303
160	0.8	2.573	+0.061
161	0.9	2.259	+0.072
162	0.8	3.154	-0.048
163	—	—	—
164	0.7	1.683	-0.562
165	5.3	3.142	+0.621
166	0.2	2.072	-0.435
167	—	—	—
168	4.0	3.166	-0.002
169	0.5	2.187	+0.122
170	0.6	2.401	+0.616
171	1.4	3.253	-0.138
172	2.0	2.206	+0.331
173	2.1	2.146	-0.478
174	1.4	3.086	+0.582
175	—	—	—
176	2.5	2.668	-0.169
177	—	—	—
178	0.6	2.528	-0.030
179	2.3	2.685	+0.252
180	0.1	2.681	+0.040
181	4.6	2.594	-0.792
182	0.9	1.994	-0.068
183	—	—	—
184	1.2	3.356	+0.057
185	5.2	2.268	-0.810
186	0.5	2.158	+0.134

Nr.	μ	x	z
187	1.9	3.381	+0.086
188	—	—	—
189	0.6	2.369	-0.025
190	5.2	3.822	-0.231
191	1.3	2.617	-0.409
192	8.3	1.826	+0.160
193	—	—	—
194	2.9	2.226	-0.572
195	—	—	—
196	14.1	3.026	-0.266
197	—	—	—

Nr.	μ	x	z
198	0.7	1.946	+0.272
199	1.6	3.356	-0.799
200	2.2	2.370	+0.260
201	0.5	2.339	-0.187
202	8.3	3.061	-0.451
203	0.8	2.595	+0.098
204	0.6	2.939	-0.032
205	0.2	2.353	+0.013
206	—	—	—
207	0.2	2.351	+0.003
208	—	—	—

Nr.	μ	x	z
209	4.2	3.266	+0.195
210	—	—	—
211	2.2	2.674	+0.148
212	1.0	2.803	+0.203
213	1.0	2.811	-0.334
214	0.4	2.589	+0.117
215	0.2	2.707	+0.007
216	9.1	2.098	+0.049
217	—	—	—
218	1.8	2.912	-0.500
219	0.4	1.952	-0.060

Plan II.

1	375.1	2.641	+0.079
2	137.2	1.793	-1.232
3	40.2	2.012	-0.459
4	487.0	2.555	-0.074
5	6.5	2.188	-0.159
6	32.0	2.160	-0.429
7	29.4	1.958	-0.032
8	8.8	1.975	-0.072
9	15.6	2.104	+0.075
10	53.5	3.430	+0.062
11	13.0	2.598	-0.121
12	8.5	2.721	-0.225
13	9.3	2.322	+0.499
14	10.2	2.519	+0.023
15	49.5	2.331	+0.199
16	25.3	2.769	-0.129
17	4.9	2.782	-0.158
18	7.0	2.041	-0.318
19	5.4	2.204	-0.051
20	10.7	2.069	-0.022
21	4.2	2.598	+0.022
22	18.2	2.632	+0.256
23	3.1	2.079	+0.142
24	7.3	2.863	+0.033
25	2.5	2.730	-0.894
26	4.3	2.840	+0.123
27	4.3	1.940	-0.004
28	8.4	2.398	-0.322
29	2.1	2.352	+0.252
30	3.8	2.182	+0.049
31	5.0	2.261	+0.918
32	3.0	2.612	-0.190
33	1.2	2.825	+0.094
34	1.0	2.509	-0.239
35	0.9	3.215	+0.462
36	0.5	1.980	+0.668
37	3.8	2.196	+0.118
38	1.2	2.313	+0.125
39	21.1	2.676	-0.452
40	7.9	2.260	-0.011
41	6.1	2.979	-0.854
42	3.0	2.725	+0.038
43	2.5	2.566	-0.014
44	2.4	2.070	-0.088

45	3.8	2.866	-0.281
46	2.5	2.497	-0.100
47	2.9	3.118	+0.272
48	6.2	2.901	-0.330
49	4.8	2.612	+0.050
50	0.7	2.318	-0.113
51	4.7	2.305	-0.403
52	13.3	2.758	-0.230
53	0.7	2.075	-0.150
54	3.2	3.136	+0.452
55	3.3	2.602	+0.324
56	0.8	3.096	-0.424
57	2.6	2.758	-0.705
58	1.0	2.697	-0.225
59	2.6	2.552	-0.382
60	0.7	1.958	-0.120
61	4.6	2.902	+0.861
62	0.9	2.725	-0.085
63	5.1	2.681	+0.252
64	3.9	2.390	+0.036
65	11.9	2.793	-0.214
66	0.3	2.271	+0.122
67	0.9	2.734	-0.265
68	5.7	2.806	+0.277
69	5.6	2.464	-0.364
70	2.5	2.973	-0.409
71	4.6	2.909	+0.905
72	0.5	2.460	-0.206
73	0.5	2.567	+0.107
74	0.8	2.524	-0.168
75	1.0	2.762	+0.242
76	2.2	2.823	-0.086
77	1.6	2.352	+0.101
78	2.7	2.111	+0.289
79	2.0	2.064	-0.149
80	1.3	2.226	-0.264
81	0.9	2.331	+0.324
82	0.8	2.252	+0.100
83	0.7	2.446	+0.190
84	0.5	2.405	+0.334
85	2.6	2.843	-0.547
86	0.7	2.671	+0.009
87	3.6	3.588	+0.167
88	4.0	3.080	+0.037

89	5.4	2.464	+0.476
90	3.1	3.565	+0.045
91	1.0	2.314	+0.085
92	8.3	3.331	-0.130
93	3.9	3.103	+0.467
94	3.9	2.925	+0.414
95	3.3	2.776	-0.276
96	2.8	2.806	+0.647
97	2.9	1.987	-0.391
98	0.9	2.273	+0.629
99	—	—	—
100	1.8	3.454	-0.239
101	2.7	2.694	+0.464
102	0.2	2.546	-0.193
103	7.2	2.818	-0.192
104	1.0	2.703	+0.090
105	0.9	2.537	-0.991
106	3.9	2.840	+0.104
107	8.3	3.197	-0.557
108	2.6	3.132	+0.239
109	0.4	1.944	+0.274
110	5.1	2.797	+0.160
111	1.0	2.329	+0.119
112	0.6	2.512	+0.093
113	1.0	2.429	-0.117
114	1.7	2.466	-0.204
115	1.9	2.008	+0.259
116	3.7	2.541	+0.069
117	2.5	2.842	+0.747
118	1.3	2.042	+0.189
119	2.8	2.512	-0.231
120	2.3	3.202	+0.375
121	8.6	3.411	+0.103
122	3.6	3.263	-0.092
123	0.7	2.375	+0.166
124	5.3	2.808	-0.142
125	2.1	2.948	-0.235
126	0.6	2.464	+0.116
127	4.9	2.571	+0.318
128	4.3	2.607	+0.067
129	11.0	3.333	-0.533
130	9.4	2.606	-0.913
131	—	—	—
132	—	—	—

Nr.	μ	x	z
133	3.9	3.427	+0.339
134	1.2	2.238	+0.447
135	2.4	2.677	+0.104
136	0.6	2.379	-0.398
137	3.5	3.499	-0.758
138	0.4	2.713	+0.088
139	3.4	2.397	+0.435
140	1.7	3.201	-0.052
141	1.1	2.389	+0.383
142	0.2	2.596	+0.039
143	0.4	2.843	+0.519
144	2.9	2.435	+0.047
145	—	—	—
146	1.7	2.822	+0.067
147	0.8	3.100	-0.033
148	2.4	2.234	-0.869
149	—	—	—
150	1.9	2.949	-0.098
151	0.6	2.558	+0.225
152	1.1	2.827	+0.458
153	3.3	4.578	-0.423
154	5.3	3.045	+0.924
155	—	—	—
156	—	—	—
157	—	—	—
158	0.5	2.737	+0.009
159	0.9	2.766	-0.209
160	0.8	2.579	+0.172
161	1.0	2.559	+0.391

Nr.	μ	x	z
162	0.7	2.625	+0.219
163	—	—	—
164	1.0	2.329	+0.229
165	5.6	3.340	+0.371
166	0.2	2.291	-0.311
167	—	—	—
168	4.2	3.331	-0.232
169	0.6	2.487	+0.239
170	0.6	2.371	+0.316
171	1.3	2.892	-0.026
172	2.3	2.467	+0.384
173	2.4	2.445	-0.529
174	1.5	3.210	+0.591
175	—	—	—
176	2.6	2.749	-1.061
177	—	—	—
178	0.6	2.602	+0.056
179	2.5	2.965	-0.117
180	0.1	2.319	+0.025
181	4.1	2.340	-0.643
182	0.9	2.026	-0.020
183	—	—	—
184	1.1	3.120	+0.060
185	5.5	2.424	-0.935
186	0.6	2.455	+0.556
187	1.6	2.927	+0.512
188	—	—	—
189	0.7	2.426	-0.201
190	4.7	3.493	-0.398

Nr.	μ	x	z
191	1.3	2.730	-0.521
192	9.8	2.145	+0.247
193	—	—	—
194	3.7	2.774	-0.864
195	—	—	—
196	14.0	3.019	+0.112
197	—	—	—
198	0.9	2.377	-0.008
199	1.8	3.707	+0.001
200	2.2	2.438	+0.244
201	0.7	2.795	-0.258
202	7.6	2.819	-0.323
203	0.8	2.618	+0.147
204	0.6	3.098	-0.408
205	0.2	2.473	-0.282
206	—	—	—
207	0.2	2.326	+0.136
208	—	—	—
209	4.3	3.322	+0.422
210	—	—	—
211	2.2	2.590	-0.014
212	1.0	2.827	+0.151
213	1.1	3.135	-0.199
214	0.4	2.525	+0.144
215	0.2	2.795	+0.076
216	0.8	2.280	-0.428
217	—	—	—
218	1.7	2.790	-0.749
219	0.5	2.383	-0.424

Plan III.

1	357.2	2.510	+0.440
2	158.2	2.068	-0.554
3	50.8	2.536	-0.207
4	452.1	2.371	+0.215
5	6.3	2.103	+0.031
6	40.1	2.704	+0.127
7	36.5	2.426	-0.218
8	10.3	2.306	+0.151
9	16.9	2.285	+0.221
10	48.1	3.082	-0.143
11	13.5	2.684	+0.091
12	8.5	2.725	-0.401
13	9.2	2.284	+0.651
14	8.9	2.186	+0.313
15	59.7	2.814	-0.342
16	29.0	3.183	-0.002
17	4.5	2.550	+0.105
18	8.9	2.581	-0.003
19	6.3	2.580	-0.061
20	11.2	2.162	-0.022
21	4.5	2.826	+0.143
22	19.4	2.800	+0.681
23	3.0	2.028	+0.363
24	6.9	2.730	+0.035
25	2.5	2.748	-0.978
26	4.0	2.617	+0.160

27	4.4	2.104	+0.048
28	8.4	2.396	-0.037
29	2.3	2.520	+0.122
30	4.3	2.475	-0.034
31	5.4	2.437	+1.022
32	2.8	2.413	-0.219
33	1.6	3.790	+0.081
34	1.0	2.392	-0.130
35	0.7	2.610	+0.163
36	0.7	2.707	+0.443
37	4.3	2.506	+0.084
38	1.3	2.423	-0.164
39	23.7	3.016	-0.071
40	8.3	2.352	+0.146
41	5.7	2.780	-0.389
42	3.2	2.944	+0.403
43	2.3	2.384	-0.131
44	2.5	2.111	+0.044
45	3.5	2.663	+0.010
46	2.9	2.890	-0.060
47	3.0	3.233	+0.159
48	6.6	3.056	-0.200
49	6.0	3.292	-0.115
50	0.9	3.116	-0.061
51	4.5	2.211	-0.169
52	13.6	2.828	+0.128

53	0.8	2.256	+0.021
54	3.2	3.105	-0.180
55	3.8	3.011	+0.250
56	0.8	3.024	-0.297
57	2.9	3.076	-0.641
58	1.0	2.602	-0.045
59	2.9	2.895	-0.154
60	0.8	2.074	-0.087
61	5.4	3.447	+0.084
62	1.0	3.230	+0.051
63	4.8	2.515	+0.036
64	3.8	2.367	-0.018
65	11.0	3.524	-0.030
66	0.4	2.663	+0.089
67	1.0	2.809	-0.235
68	6.6	3.248	+0.439
69	5.8	2.555	-0.230
70	2.4	2.946	+0.594
71	4.0	2.517	-0.255
72	0.6	2.507	-0.200
73	0.5	2.665	+0.069
74	1.1	3.215	-0.167
75	1.3	3.478	+0.152
76	2.3	3.031	-0.096
77	1.8	2.631	+0.060
78	2.7	2.122	+0.022

Nr.	μ	x	z
79	2.3	2.474	-0.167
80	1.5	2.663	-0.376
81	1.1	2.832	+0.214
82	0.8	2.166	+0.090
83	0.7	2.261	+0.167
84	0.8	2.908	-0.022
85	2.8	3.116	-0.529
86	0.9	3.315	+0.246
87	3.7	3.704	+0.688
88	4.1	3.167	-0.230
89	6.5	2.948	-0.269
90	3.1	3.579	+0.140
91	1.1	2.461	+0.060
92	8.7	3.492	+0.449
93	3.7	2.925	+0.255
94	4.3	3.178	+0.253
95	3.7	3.138	-0.717
96	2.6	2.628	-0.093
97	3.5	2.434	-0.094
98	0.8	2.163	+0.246
99	—	—	—
100	1.9	3.551	+0.148
101	3.0	2.937	+0.125
102	0.3	3.218	-0.252
103	7.4	2.911	+0.066
104	1.2	3.077	+0.150
105	0.8	2.269	-0.551
106	4.6	3.395	+0.275
107	8.5	3.251	-0.251
108	2.4	2.904	+0.085
109	0.5	2.493	+0.203
110	5.3	2.928	+0.307
111	1.0	2.374	-0.080
112	0.6	2.740	-0.013
113	0.9	2.235	+0.089
114	1.6	2.313	-0.049
115	2.3	2.427	-0.178
116	3.5	2.366	+0.148
117	2.7	2.989	+0.269
118	1.4	2.241	+0.299
119	3.1	2.721	-0.221
120	2.2	3.066	+0.083
121	9.6	3.798	+0.484
122	3.5	3.135	-0.042
123	0.7	2.598	-0.107
124	5.0	2.630	-0.084
125	2.0	2.846	-0.077

Nr.	μ	x	z
126	0.6	2.680	+0.110
127	4.9	2.568	+0.329
128	4.8	2.945	+0.310
129	9.1	2.763	+0.124
130	12.5	3.442	-0.101
131	—	—	—
132	—	—	—
133	3.5	3.054	-0.060
134	1.4	2.485	+0.144
135	2.7	2.915	+0.028
136	0.6	2.461	-0.244
137	3.6	3.644	-0.704
138	0.4	2.812	+0.158
139	3.2	2.270	+0.214
140	1.7	3.203	+0.122
141	1.4	3.006	-0.120
142	0.2	2.274	-0.054
143	0.4	2.687	+0.036
144	3.6	3.076	+0.248
145	—	—	—
146	1.6	2.620	+0.556
147	0.8	3.179	-0.103
148	3.2	2.894	+0.114
149	—	—	—
150	2.1	3.313	-0.105
151	0.6	2.488	+0.262
152	1.1	2.940	+0.604
153	3.1	4.336	-0.590
154	4.8	2.797	+0.992
155	—	—	—
156	—	—	—
157	—	—	—
158	0.6	2.865	-0.038
159	0.9	2.862	+0.078
160	0.8	2.728	+0.117
161	1.1	2.663	+0.322
162	0.7	2.458	+0.242
163	—	—	—
164	1.3	3.066	+1.326
165	5.5	3.242	-0.280
166	0.3	2.863	+0.213
167	—	—	—
168	4.5	3.549	-0.245
169	0.7	2.668	+0.107
170	0.6	2.436	-0.300
171	1.2	2.768	+0.093
172	2.5	2.650	+0.015

Nr.	μ	x	z
173	3.0	3.088	+0.019
174	1.3	2.895	-0.013
175	—	—	—
176	3.0	3.280	-1.061
177	—	—	—
178	0.6	2.519	+0.085
179	2.7	3.230	-0.431
180	0.1	2.290	-0.009
181	4.6	2.631	+0.080
182	1.1	2.374	+0.057
183	—	—	—
184	1.0	2.950	+0.007
185	6.7	2.950	-0.085
186	0.6	2.684	+0.441
187	1.3	2.321	+0.347
188	—	—	—
189	0.7	2.509	-0.182
190	4.7	3.465	-0.186
191	1.5	3.030	-0.105
192	12.6	2.772	+0.077
193	—	—	—
194	4.2	3.220	-0.175
195	—	—	—
196	14.1	3.040	+0.380
197	—	—	—
198	1.1	2.898	-0.416
199	1.5	3.190	+0.761
200	2.6	2.774	-0.027
201	0.7	3.161	-0.039
202	7.6	2.802	+0.092
203	0.8	2.760	+0.052
204	0.6	2.718	-0.328
205	0.2	2.799	-0.335
206	—	—	—
207	0.2	2.257	+0.129
208	—	—	—
209	4.2	3.192	+0.215
210	—	—	—
211	2.4	2.861	-0.174
212	1.1	3.105	-0.059
213	1.1	2.974	-0.164
214	0.4	2.546	+0.030
215	0.2	2.857	+0.071
216	12.5	2.895	-0.612
217	—	—	—
218	1.6	2.574	-0.249
219	0.5	2.836	-0.418

Plan IV.

1	372.5	2.617	+0.381
2	186.9	2.442	+1.025
3	64.4	3.216	+0.472
4	416.0	2.183	+0.262
5	7.0	2.362	+0.205
6	41.6	2.802	+0.701
7	43.7	2.910	-0.214
8	11.3	2.533	+0.258

9	19.1	2.584	+0.159
10	43.9	2.811	-0.182
11	12.5	2.495	+0.201
12	6.9	2.237	-0.144
13	10.2	2.545	+0.178
14	8.9	2.189	+0.294
15	65.2	3.072	-0.635
16	30.1	3.302	+0.153

17	3.9	2.242	+0.219
18	9.4	2.736	+0.423
19	6.9	2.829	-0.002
20	12.8	2.481	+0.000
21	4.1	2.562	+0.107
22	21.6	3.123	+0.455
23	3.6	2.432	+0.269
24	7.4	2.927	+0.004

Nr.	μ	x	z
25	2.1	2.274	-0.066
26	3.7	2.444	+0.043
27	5.5	2.506	+0.063
28	9.3	2.663	+0.399
29	2.4	2.685	-0.158
30	4.7	2.667	-0.097
31	7.4	3.322	+0.044
32	2.7	2.380	-0.042
33	1.3	3.281	-0.040
34	1.0	2.514	+0.103
35	0.7	2.428	-0.197
36	0.9	3.490	-0.607
37	5.1	2.984	-0.060
38	1.5	2.797	-0.341
39	23.6	3.007	+0.437
40	8.3	2.353	+0.157
41	4.1	2.001	+0.294
42	2.7	2.476	+0.305
43	2.0	2.014	-0.099
44	2.8	2.412	+0.153
45	3.3	2.497	+0.254
46	2.8	2.837	+0.054
47	2.7	2.914	-0.111
48	7.0	3.257	+0.158
49	6.9	3.796	-0.205
50	1.0	3.321	+0.096
51	4.5	2.222	+0.219
52	15.0	3.111	+0.401
53	1.0	2.759	+0.225
54	2.6	2.516	-0.509
55	4.0	3.126	-0.130
56	0.6	2.393	+0.092
57	3.3	3.471	+0.163
58	0.9	2.586	+0.171
59	3.0	3.009	+0.290
60	0.9	2.475	+0.048
61	4.9	3.154	-0.859
62	1.2	3.660	+0.140
63	4.2	2.213	-0.177
64	4.2	2.610	-0.059
65	9.9	3.166	+0.152
66	0.4	3.077	-0.062
67	0.8	2.389	+0.032
68	6.3	3.095	+0.112
69	6.8	2.992	+0.173
70	2.1	2.532	+0.162
71	3.3	2.111	-0.871
72	0.5	2.271	+0.008
73	0.5	2.762	-0.044
74	1.1	3.367	+0.049
75	1.1	2.939	-0.129
76	2.8	3.600	-0.005
77	2.1	2.977	-0.060
78	3.1	2.475	-0.313
79	2.7	2.896	+0.013
80	1.5	2.638	-0.060
81	1.3	3.402	-0.217

Nr.	μ	x	z
82	0.9	2.509	-0.007
83	0.7	2.232	-0.008
84	0.7	2.592	-0.379
85	2.5	2.755	-0.063
86	1.0	3.769	+0.267
87	3.6	3.595	+0.500
88	3.6	2.762	-0.234
89	6.1	2.773	-0.788
90	2.7	3.067	+0.081
91	1.2	2.740	-0.034
92	8.1	3.282	+0.550
93	3.2	2.545	-0.162
94	4.6	3.398	-0.210
95	4.1	3.485	-0.450
96	2.6	2.638	-0.702
97	4.5	3.122	+0.494
98	0.9	2.349	-0.383
99	—	—	—
100	1.6	3.059	+0.339
101	2.7	2.683	-0.348
102	0.3	3.138	-0.008
103	7.0	2.752	+0.250
104	1.4	3.572	+0.042
105	0.7	1.977	+0.292
106	5.1	3.727	+0.165
107	9.0	3.470	+0.336
108	2.5	2.933	-0.138
109	0.7	3.353	-0.200
110	5.1	2.848	+0.137
111	1.1	2.608	-0.224
112	0.6	2.595	-0.108
113	0.9	2.167	+0.191
114	1.7	2.443	+0.150
115	2.6	2.767	-0.559
116	3.7	2.513	+0.089
117	2.7	3.012	-0.521
118	1.6	2.660	+0.109
119	3.1	2.781	+0.030
120	2.2	2.962	-0.267
121	9.6	3.810	+0.370
122	3.4	3.084	-0.045
123	0.8	2.912	-0.324
124	4.7	2.457	+0.046
125	1.8	2.630	+0.138
126	0.6	2.618	-0.016
127	5.1	2.740	+0.012
128	5.0	3.077	+0.245
129	7.6	2.289	+0.409
130	12.7	3.508	+1.332
131	—	—	—
132	—	—	—
133	3.0	2.681	-0.317
134	1.5	2.762	-0.391
135	2.3	2.500	-0.073
136	0.5	2.318	+0.158
137	3.1	3.081	+0.072
138	0.4	2.462	+0.058

Nr.	μ	x	z
139	3.6	2.542	-0.222
140	1.4	2.601	+0.141
141	1.5	3.135	-0.627
142	0.2	2.103	-0.081
143	0.4	2.528	-0.428
144	3.8	3.198	+0.196
145	—	—	—
146	1.5	2.517	+0.475
147	0.8	3.217	-0.070
148	3.3	3.016	+1.293
149	—	—	—
150	2.1	3.290	+0.290
151	0.6	2.520	+0.044
152	1.2	3.272	+0.142
153	2.7	3.679	-0.161
154	5.1	2.940	+0.150
155	—	—	—
156	—	—	—
157	—	—	—
158	0.6	3.000	-0.050
159	1.0	3.166	+0.325
160	0.9	2.880	-0.068
161	1.0	2.404	-0.077
162	0.7	2.717	+0.042
163	—	—	—
164	1.4	3.174	+1.062
165	5.0	2.959	-0.585
166	0.3	3.198	+0.672
167	—	—	—
168	4.5	3.587	+0.002
169	0.6	2.461	-0.138
170	0.6	2.531	-0.649
171	1.3	2.959	+0.125
172	2.3	2.456	-0.368
173	3.1	3.191	+0.710
174	1.1	2.476	-0.467
175	—	—	—
176	3.4	3.697	+0.235
177	—	—	—
178	0.6	2.379	+0.029
179	2.7	3.211	-0.301
180	0.1	2.601	-0.039
181	5.5	3.134	+0.957
182	1.2	2.806	+0.096
183	—	—	—
184	1.0	2.986	-0.051
185	6.6	2.885	+1.030
186	0.6	2.473	-0.154
187	1.1	2.095	-0.053
188	—	—	—
189	0.7	2.530	+0.026
190	5.0	3.715	+0.224
191	1.5	3.106	+0.485
192	13.3	2.925	-0.256
193	—	—	—
194	3.4	2.586	+0.665
195	—	—	—

Nr.	μ	x	z
196	14.5	3.113	+0.273
197	—	—	—
198	1.1	2.830	-0.396
199	1.3	2.725	+0.649
200	2.8	3.066	-0.337
201	0.7	2.876	+0.230
202	8.1	2.984	+0.440
203	0.9	2.881	-0.108

Nr.	μ	x	z
204	0.5	2.315	+0.026
205	0.2	3.026	-0.017
206	—	—	—
207	0.2	2.216	-0.003
208	—	—	—
209	3.9	2.989	-0.179
210	—	—	—
211	2.8	3.337	-0.185

Nr.	μ	x	z
212	1.2	3.398	-0.246
213	0.9	2.561	+0.304
214	0.5	2.624	-0.119
215	0.2	2.826	-0.007
216	15.1	3.489	-0.082
217	—	—	—
218	1.4	2.340	+0.402
219	0.5	2.613	+0.080

Plan V.

1	407.6	2.864	-0.086
2	205.8	2.689	+1.848
3	61.7	3.082	+0.703
4	412.4	2.164	+0.063
5	8.5	2.861	+0.208
6	35.9	2.417	+0.480
7	40.1	2.669	+0.043
8	10.5	2.349	+0.086
9	19.7	2.660	-0.094
10	44.2	2.829	-0.051
11	11.4	2.276	+0.106
12	5.8	1.866	+0.154
13	10.9	2.704	-0.581
14	10.3	2.522	-0.023
15	59.2	2.790	-0.238
16	27.0	2.961	+0.138
17	3.8	2.155	+0.123
18	7.9	2.298	+0.358
19	6.4	2.589	+0.060
20	14.2	2.747	+0.030
21	3.5	2.181	-0.019
22	21.7	3.140	-0.306
23	4.6	3.077	-0.211
24	8.5	3.333	-0.038
25	1.6	1.748	+0.572
26	3.7	2.454	-0.107
27	6.1	2.756	+0.005
28	10.8	3.072	+0.413
29	2.4	2.662	-0.285
30	4.4	2.494	-0.056
31	7.9	3.567	-1.449
32	2.9	2.514	+0.183
33	0.9	2.294	-0.077
34	1.1	2.790	+0.266
35	0.8	2.717	-0.390
36	0.8	2.961	-0.999
37	5.2	3.050	-0.164
38	1.7	3.159	-0.171
39	21.4	2.717	+0.459
40	8.0	2.264	+0.011
41	4.3	2.098	+0.602
42	2.2	2.013	-0.028
43	1.8	1.839	+0.010
44	3.2	2.753	+0.117
45	3.4	2.532	+0.249
46	2.4	2.417	+0.097
47	2.4	2.577	-0.283

48	7.0	3.280	+0.373
49	6.1	3.319	-0.064
50	0.8	2.555	+0.124
51	4.7	2.334	+0.408
52	16.4	3.407	+0.284
53	1.1	3.147	+0.228
54	2.3	2.196	-0.316
55	3.5	2.765	-0.345
56	0.5	1.997	+0.273
57	3.1	3.314	+0.847
58	1.0	2.672	+0.223
59	2.8	2.749	+0.411
60	1.0	2.816	+0.173
61	4.2	2.677	-0.795
62	1.1	3.402	+0.106
63	4.0	2.088	-0.196
64	4.8	2.943	-0.045
65	9.6	3.056	+0.173
66	0.4	2.942	-0.158
67	0.7	2.025	+0.196
68	5.2	2.545	-0.252
69	7.7	3.414	+0.504
70	1.8	2.166	+0.298
71	3.6	2.278	-0.709
72	0.5	2.031	+0.170
73	0.5	2.756	-0.115
74	0.9	2.711	+0.181
75	0.8	2.137	-0.187
76	3.1	3.997	+0.121
77	2.1	2.067	-0.127
78	3.8	3.014	-0.412
79	2.6	2.713	+0.195
80	1.2	2.152	+0.255
81	1.3	3.208	-0.447
82	1.2	3.142	-0.139
83	0.7	2.367	-0.184
84	0.5	2.042	-0.283
85	2.0	2.240	+0.431
86	0.9	3.312	-0.011
87	3.3	3.335	-0.155
88	3.1	2.400	-0.029
89	5.3	2.382	-0.460
90	2.3	2.672	-0.034
91	1.2	2.860	-0.105
92	7.4	2.998	+0.117
93	3.0	2.348	-0.354
94	4.5	2.313	-0.469

95	3.8	3.242	+0.322
96	3.0	3.026	-0.698
97	4.6	3.193	+0.628
98	1.0	2.770	-0.767
99	—	—	—
100	1.4	2.655	+0.184
101	2.3	2.326	-0.401
102	0.2	2.432	+0.184
103	6.5	2.554	+0.174
104	1.4	3.562	-0.131
105	0.7	1.853	+0.724
106	4.5	3.322	-0.121
107	9.5	3.663	+0.638
108	2.7	3.205	-0.245
109	0.7	3.233	-0.456
110	4.8	2.633	-0.150
111	1.3	2.843	-0.146
112	0.5	2.284	-0.085
113	0.9	2.289	+0.110
114	2.0	2.795	+0.231
115	2.5	2.622	-0.338
116	4.3	2.898	-0.078
117	2.6	2.942	-0.774
118	1.7	2.809	-0.260
119	2.9	2.598	+0.239
120	2.2	3.001	-0.352
121	8.6	3.410	-0.103
122	3.5	3.155	+0.089
123	0.8	2.993	-0.209
124	4.6	2.440	+0.124
125	1.8	2.522	+0.201
126	0.5	2.357	-0.111
127	5.5	2.889	-0.358
128	4.6	2.806	-0.072
129	7.6	2.294	+0.367
130	11.1	3.063	+1.074
131	—	—	—
132	—	—	—
133	3.0	2.645	-0.261
134	1.5	2.781	-0.555
135	1.9	2.053	-0.080
136	0.5	2.114	+0.354
137	2.5	2.511	+0.544
138	0.3	2.123	-0.069
139	4.3	3.092	-0.561
140	1.2	2.191	+0.036
141	1.2	2.657	-0.426

Nr.	μ	x	z
142	0.2	2.191	-0.032
143	0.4	2.574	-0.470
144	3.1	2.583	-0.050
145	—	—	—
146	1.5	2.605	-0.062
147	0.8	3.171	+0.034
148	3.1	2.820	+1.097
149	—	—	—
150	1.9	2.910	+0.096
151	0.7	2.598	-0.229
152	1.3	3.363	-0.545
153	2.4	3.275	+0.303
154	5.2	3.022	-0.918
155	—	—	—
156	—	—	—
157	—	—	—
158	0.6	2.994	-0.010
159	1.1	3.430	+0.259
160	0.8	2.861	-0.190
161	0.8	2.094	-0.320
162	0.9	3.263	-0.272
163	—	—	—
164	1.0	2.287	-0.225
165	4.8	2.870	-0.319
166	0.3	2.866	+0.389
167	—	—	—

Nr.	μ	x	z
168	4.3	3.380	+0.235
169	0.5	2.155	-0.207
170	0.6	2.693	-0.359
171	1.5	3.346	+0.030
172	2.0	2.195	-0.342
173	2.6	2.709	+0.586
174	1.1	2.406	-0.443
175	—	—	—
176	2.8	3.062	+1.185
177	—	—	—
178	0.6	2.316	-0.050
179	2.4	2.906	+0.115
180	0.1	3.066	-0.034
181	6.5	3.684	+1.013
182	1.2	2.750	+0.027
183	—	—	—
184	1.1	3.205	-0.062
185	6.0	2.615	+1.009
186	0.5	2.080	-0.471
187	1.2	2.258	-0.395
188	—	—	—
189	0.7	2.450	+0.203
190	5.5	4.048	+0.461
191	1.4	2.925	+0.558
192	10.7	2.350	-0.271
193	—	—	—

Nr.	μ	x	z
194	2.7	2.052	+0.639
195	—	—	—
196	14.6	3.140	-0.117
197	—	—	—
198	0.9	2.282	+0.008
199	1.3	2.652	-0.001
200	2.7	2.964	-0.297
201	0.6	2.392	+0.221
202	8.9	3.287	+0.377
203	0.9	2.848	-0.160
204	0.4	2.193	+0.289
205	0.2	2.809	+0.321
206	—	—	—
207	0.2	2.230	-0.131
208	—	—	—
209	3.8	2.910	-0.370
210	—	—	—
211	2.9	3.492	+0.019
212	1.2	3.371	-0.180
213	0.9	2.360	+0.150
214	0.5	2.689	-0.154
215	0.2	2.734	-0.074
216	12.8	2.961	+0.556
217	—	—	—
218	1.4	2.334	+0.627
219	0.4	2.044	+0.364

Plan VI.

1	418.4	2.940	-0.515
2	247.4	3.233	+0.865
3	48.9	2.443	+0.199
4	438.0	2.298	-0.208
5	9.1	3.038	-0.042
6	30.2	2.038	-0.096
7	31.5	2.098	+0.189
8	8.9	2.001	-0.131
9	17.7	2.398	-0.232
10	48.6	3.114	+0.145
11	11.1	2.215	-0.075
12	5.7	1.842	+0.271
13	10.7	2.662	-0.758
14	11.8	2.910	-0.417
15	48.8	2.301	+0.280
16	23.7	2.603	+0.001
17	4.1	2.321	-0.095
18	6.5	1.893	+0.003
19	5.4	2.208	+0.052
20	13.4	2.599	+0.026
21	3.3	2.038	-0.108
22	19.3	2.794	-0.679
23	4.6	3.080	-0.552
24	9.0	3.534	-0.045
25	1.6	1.717	+0.612
26	4.0	2.642	-0.162
27	5.5	2.479	-0.057
28	11.0	3.134	-0.048
29	2.3	2.498	-0.121

30	3.8	2.195	+0.030
31	7.1	3.167	-1.327
32	3.1	2.723	+0.247
33	0.8	1.901	-0.041
34	1.2	2.972	+0.162
35	1.0	3.449	-0.216
36	0.6	2.273	-0.372
37	4.5	2.607	-0.088
38	1.6	2.968	+0.201
39	19.7	2.501	+0.059
40	7.6	2.172	-0.134
41	4.8	2.332	+0.326
42	2.1	1.879	-0.257
43	1.9	1.940	+0.107
44	3.1	2.686	-0.056
45	3.7	2.743	-0.010
46	2.1	2.138	+0.045
47	2.3	2.516	-0.124
48	6.7	3.130	+0.204
49	4.8	2.626	+0.091
50	0.6	1.995	+0.039
51	5.1	2.502	+0.191
52	16.0	3.321	-0.151
53	1.0	2.822	-0.026
54	2.3	2.244	+0.130
55	3.1	2.436	-0.203
56	0.5	2.043	+0.201
57	2.8	3.008	+0.627
58	1.0	2.792	+0.049

59	2.5	2.479	+0.132
60	0.9	2.614	+0.110
61	3.9	2.510	-0.061
62	0.9	2.848	-0.045
63	4.2	2.219	-0.032
64	4.8	2.980	+0.022
65	10.2	3.264	+0.028
66	0.4	2.473	-0.083
67	0.7	1.991	+0.166
68	4.6	2.250	-0.304
69	7.5	3.305	+0.297
70	1.8	2.141	-0.431
71	4.5	2.823	+0.286
72	0.4	2.002	+0.160
73	0.5	2.656	-0.068
74	0.7	2.208	+0.114
75	0.7	1.851	-0.081
76	2.8	3.644	+0.115
77	1.8	2.613	-0.060
78	3.9	3.061	-0.031
79	2.1	2.229	+0.150
80	1.0	1.848	+0.261
81	1.0	2.613	-0.197
82	1.2	3.327	-0.139
83	0.8	2.571	-0.190
84	0.5	1.808	+0.014
85	1.9	2.109	+0.358
86	0.7	2.656	-0.197
87	3.1	3.148	-0.584

Nr.	μ	x	z
88	3.0	2.340	+0.170
89	4.6	2.107	+0.192
90	2.3	2.663	+0.104
91	1.2	2.664	-0.065
92	7.0	2.839	-0.365
93	3.2	2.494	-0.217
94	4.1	3.080	-0.245
95	3.2	2.749	+0.628
96	3.5	3.461	+0.122
97	3.7	2.557	+0.098
98	1.2	3.178	-0.362
99	—	—	—
100	1.4	2.607	-0.108
101	2.2	2.224	-0.094
102	0.2	2.026	+0.159
103	6.4	2.491	-0.056
104	1.2	3.066	-0.149
105	0.8	2.202	+0.535
106	3.8	2.777	-0.225
107	9.6	3.687	+0.285
108	2.9	3.507	-0.103
109	0.5	2.399	-0.195
110	4.5	2.509	-0.263
111	1.2	2.782	+0.096
112	0.5	2.126	+0.010
113	1.0	2.496	-0.100
114	2.2	3.044	+0.065
115	2.0	2.162	+0.158
116	4.6	3.153	-0.197
117	2.6	2.965	-0.266
118	1.5	2.479	-0.331
119	2.7	2.413	+0.196
120	2.3	3.172	-0.086
121	7.7	3.050	-0.389
122	3.6	3.287	+0.044
123	0.8	2.708	+0.112
124	4.9	2.595	+0.825
125	1.8	2.615	+0.071
126	0.5	2.189	-0.090
127	5.5	2.890	-0.370
128	4.0	2.474	-0.260
129	9.0	2.733	-0.123
130	9.5	2.631	+0.077
131	—	—	—

Nr.	μ	x	z
132	—	—	—
133	3.3	2.947	+0.058
134	1.4	2.564	-0.148
135	1.8	1.933	-0.019
136	0.5	2.086	+0.207
137	2.5	2.461	+0.475
138	0.3	2.063	-0.116
139	4.8	3.431	-0.323
140	1.2	2.187	-0.083
141	1.0	2.207	+0.088
142	0.2	2.490	+0.060
143	0.4	2.807	-0.037
144	2.5	2.105	-0.170
145	—	—	—
146	1.6	2.681	-0.569
147	0.8	3.090	+0.101
148	2.7	2.482	-0.098
149	—	—	—
150	1.7	2.626	+0.083
151	0.7	2.665	-0.281
152	1.2	3.167	-0.650
153	2.4	3.382	+0.460
154	5.5	3.207	-1.138
155	—	—	—
156	—	—	—
157	—	—	—
158	0.6	2.855	+0.038
159	1.0	3.308	-0.090
160	0.8	2.705	-0.116
161	0.8	2.045	-0.247
162	0.9	3.552	-0.350
163	—	—	—
164	0.7	1.629	-0.705
165	5.0	2.961	+0.256
166	0.3	2.317	-0.173
167	—	—	—
168	4.0	3.181	+0.220
169	0.5	2.048	-0.082
170	0.6	2.621	+0.322
171	1.5	3.523	-0.118
172	2.0	2.111	-0.012
173	2.2	2.290	-0.014
174	1.2	2.705	+0.012
175	—	—	—

Nr.	μ	x	z
176	2.5	2.689	+0.869
177	—	—	—
178	0.6	2.384	-0.080
179	2.2	2.651	+0.353
180	0.1	3.121	+0.013
181	6.0	3.400	-0.104
182	1.0	2.292	-0.055
183	—	—	—
184	1.2	3.406	-0.008
185	5.7	2.479	+0.071
186	0.4	1.980	-0.325
187	1.6	2.852	-0.426
188	—	—	—
189	0.6	2.373	+0.172
190	5.6	4.133	+0.221
191	1.3	2.734	+0.095
192	8.7	1.901	-0.053
193	—	—	—
194	2.6	2.000	+0.109
195	—	—	—
196	14.3	3.073	-0.384
197	—	—	—
198	0.7	1.913	+0.274
199	1.4	2.843	-0.678
200	2.4	2.608	+0.025
201	0.5	2.191	+0.027
202	9.1	3.354	-0.110
203	0.8	2.705	-0.051
204	0.5	2.441	+0.295
205	0.2	2.477	+0.297
206	—	—	—
207	0.2	2.297	-0.131
208	—	—	—
209	4.0	3.052	-0.206
210	—	—	—
211	2.6	3.084	+0.187
212	1.1	3.054	+0.058
213	0.9	2.462	+0.136
214	0.5	2.675	-0.032
215	0.2	2.678	-0.066
216	9.9	2.301	+0.486
217	—	—	—
218	1.6	2.669	+0.258
219	0.3	1.812	+0.267

Les nombres précédents donnent:

	I	II	III	IV	V	VI
$\Sigma \mu$	1900.0	1864.4	1901.5	1947.5	1961.3	1973.7
$\Sigma \mu x$	4941.3	4773.6	4928.5	5192.6	5256.2	5352.2
$\Sigma \mu z$	-553.7	-232.7	+163.3	+540.7	+455.2	-112.8
$\Sigma \mu x^2$	13098.7	12511.6	13020.8	14147.7	14371.8	14866.1
$\Sigma \mu x z$	-1414.7	-464.2	+427.0	+1380.6	+1229.2	-227.1
$\Sigma \mu z^2$	384.5	325.8	222.0	447.9	872.3	390.8
$\Sigma \mu x^3$	35444.2	33573.7	35128.4	39416.7	40057.2	42180.4
$\Sigma \mu x^2 z$	-3659.5	-940.8	+1102.0	+3588.5	+3347.8	-364.3
$\Sigma \mu x z^2$	969.6	687.8	568.3	1197.4	2398.1	1185.6
$\Sigma \mu z^3$	-221.8	-279.1	+20.0	+285.9	+1335.1	+65.2

En transportant le point d'origine des coordonnées au centre de gravité, dont les coordonnées dans le système premier sont

$$x_t = \frac{\Sigma \mu x}{\Sigma \mu} \quad z_t = \frac{\Sigma \mu z}{\Sigma \mu},$$

on aura, quand on désigne les nouvelles coordonnées par x_1, y_1 , les formules:

$$\begin{aligned} \Sigma \mu x_1 &= \Sigma \mu x - x_t \Sigma \mu = 0 \\ \Sigma \mu z_1 &= \Sigma \mu z - z_t \Sigma \mu = 0 \\ \Sigma \mu x_1^2 &= \Sigma \mu x^2 - x_t \Sigma \mu x \\ \Sigma \mu x_1 z_1 &= \Sigma \mu x z - x_t \Sigma \mu z \\ \Sigma \mu z_1^2 &= \Sigma \mu z^2 - z_t \Sigma \mu z \\ \Sigma \mu x_1^3 &= \Sigma \mu x^3 - 3x_t \Sigma \mu x^2 + 2x_t^2 \Sigma \mu x \\ \Sigma \mu x_1^2 z_1 &= \Sigma \mu x^2 z - z_t \Sigma \mu x^2 - 2x_t \Sigma \mu x z + 2x_t z_t \Sigma \mu x \\ \Sigma \mu x_1 z_1^2 &= \Sigma \mu x z^2 - x_t \Sigma \mu z^2 - 2z_t \Sigma \mu x z + 2x_t z_t \Sigma \mu z \\ \Sigma \mu z_1^3 &= \Sigma \mu z^3 - 3z_t \Sigma \mu z^2 + 2z_t^2 \Sigma \mu z \end{aligned}$$

d'où se trouve:

	I	II	III	IV	V	VI
x_t	2.600	2.561	2.592	2.666	2.680	2.712
z_t	-0.291	-0.125	+0.086	+0.278	+0.232	-0.057
$\Sigma \mu x_1^2$	254.7	288.6	251.8	298.7	296.8	346.1
$\Sigma \mu x_1 z_1$	+25.2	+131.6	+3.8	-61.1	+9.3	+78.9
$\Sigma \mu z_1^2$	223.2	296.8	208.0	297.7	766.7	384.4
$\Sigma \mu x_1^3$	+84.2	+55.7	+73.4	+100.7	+10.2	-53.6
$\Sigma \mu x_1^2 z_1$	+26.9	-52.8	-35.0	-13.9	-39.8	+57.0
$\Sigma \mu x_1 z_1^2$	-15.6	-113.5	-7.7	+36.7	-124.2	+134.4
$\Sigma \mu z_1^3$	+20.3	-164.4	-35.3	-3.8	+776.8	+103.4

En tournant le système des coordonnées de l'angle ψ de manière que l'axe des x coïncide avec le grand axe de l'ellipse des erreurs, ψ sera déterminé par $\Sigma \mu x_2 z_2 = 0$, où x_2 et z_2 sont les coordonnées prises dans le système nouveau; on aura les axes de l'ellipse déterminés par

$$a = \sqrt{\frac{\Sigma \mu x_2^2}{\Sigma \mu}}, \quad b = \sqrt{\frac{\Sigma \mu z_2^2}{\Sigma \mu}}.$$

On obtient alors les formules suivantes:

$$\begin{aligned} 0 &= \Sigma \mu x_2 z_2 = \cos 2\psi \Sigma \mu x_1 z_1 - \frac{1}{2} \sin 2\psi (\Sigma \mu x_1^2 - \Sigma \mu z_1^2) \\ \cotg 2\psi &= \frac{\Sigma \mu x_1^2 - \Sigma \mu z_1^2}{2 \Sigma \mu x_1 z_1} \\ \Sigma \mu x_2^2 &= \cos^2 \psi \Sigma \mu x_1^2 + 2 \sin \psi \cos \psi \Sigma \mu x_1 z_1 + \sin^2 \psi \Sigma \mu z_1^2 \\ \Sigma \mu z_2^2 &= \sin^2 \psi \Sigma \mu x_1^2 - 2 \sin \psi \cos \psi \Sigma \mu x_1 z_1 + \cos^2 \psi \Sigma \mu z_1^2 \\ \Sigma \mu x_2^3 &= \cos^3 \psi \Sigma \mu x_1^3 + 3 \cos^2 \psi \sin \psi \Sigma \mu x_1^2 z_1 + 3 \cos \psi \sin^2 \psi \Sigma \mu x_1 z_1^2 + \sin^3 \psi \Sigma \mu z_1^3 \\ \Sigma \mu x_2^2 z_2 &= -\cos^2 \psi \sin \psi \Sigma \mu x_1^3 + \cos \psi (\cos^2 \psi - 2 \sin^2 \psi) \Sigma \mu x_1^2 z_1 - \sin \psi (\sin^2 \psi - 2 \cos^2 \psi) \Sigma \mu x_1 z_1^2 + \sin^2 \psi \cos \psi \Sigma \mu z_1^3 \\ \Sigma \mu x_2 z_2^2 &= \sin^2 \psi \cos \psi \Sigma \mu x_1^3 + \sin \psi (\sin^2 \psi - 2 \cos^2 \psi) \Sigma \mu x_1^2 z_1 + \cos \psi (\cos^2 \psi - 2 \sin^2 \psi) \Sigma \mu x_1 z_1^2 + \sin \psi \cos^2 \psi \Sigma \mu z_1^3 \\ \Sigma \mu z_2^3 &= -\sin^3 \psi \Sigma \mu x_1^3 + 3 \sin^2 \psi \cos \psi \Sigma \mu x_1^2 z_1 - 3 \sin \psi \cos^2 \psi \Sigma \mu x_1 z_1^2 + \cos^3 \psi \Sigma \mu z_1^3 \end{aligned}$$

d'où se trouvent:

	I	II	III	IV	V	VI
ψ	+28°50	+45°89	+4°92	-44°77	+88°87	+51°82
a	0.3760	0.4772	0.3642	0.4296	0.6253	0.4755
b	0.3319	0.2941	0.3307	0.3489	0.3888	0.3794
Excentricité de l'ellipse	0.47	0.76	0.42	0.58	0.78	0.60
Aire de l'ellipse	0.392	0.441	0.378	0.471	0.764	0.567

	I	II	III	IV	V	VI
$\frac{\sum \mu x_2^3}{\sum \mu}$	+0.0419	-0.1177	+0.0334	+0.0467	+0.3915	+0.1231
$\frac{\sum \mu x_2^2 z_2}{\sum \mu}$	-0.0154	-0.0511	-0.0220	-0.0134	+0.0719	+0.0208
$\frac{\sum \mu x_2 z_2^2}{\sum \mu}$	+0.0017	+0.0125	-0.0022	+0.0098	-0.0175	-0.0339
$\frac{\sum \mu z_2^3}{\sum \mu}$	+0.0200	-0.0077	-0.0177	+0.0299	-0.0064	-0.0027

Si les petites planètes étaient ainsi distribuées, que les distances entre le centre de gravité et les points d'intersection également grandes à directions contraires étaient également fréquentes, les sommes des produits et des puissances du 3^{me} degré de ces distances devraient être zéro. Les différences qui se trouvent ici semblent être accidentelles; cependant on remarque que dans les valeurs de $\frac{\sum \mu x_2^3}{\sum \mu}$ le signe + est prédominant et que la grandeur surpasse celle des autres, c. à d. que la dispersion est un peu plus grande pour les planètes les plus éloignées.

Comme le périhélie de la planète fictive, selon ce que j'ai trouvé en ce qui suit, est situé à 102° de longitude, on voit aussi que l'aire de l'ellipse des erreurs s'accroît avec la distance de son centre du soleil.

Pour voir si les discordances pourraient se diminuer, j'ai repris le calcul après avoir exclu les planètes (1), (2) et (4). Les résultats de ce calcul n'étant pas plus concordantes, je ne les donne pas ici.

Orbite de la planète moyenne.

D'abord je chercherai la position d'un plan passant par le centre du soleil et si près que possible par les six centres de gravité. Soient ξ_n , η_n et ζ_n les coordonnées de ces centres dans un système, dont l'axe des x passe par le point d'équinoxe vernal, l'axe des y par le point de l'écliptique, dont la longitude est 90°, et l'axe des z par le pôle nord de l'écliptique. Par n j'ai désigné le nombre du plan en question. Alors on aura:

$$\xi_n = \frac{\sum \mu x}{\sum \mu} \cos [30^\circ + (n-1) 60^\circ]$$

$$\eta_n = \frac{\sum \mu x}{\sum \mu} \sin [30^\circ + (n-1) 60^\circ]$$

$$\zeta_n = \frac{\sum \mu z}{\sum \mu}$$

d'où:

	I	II	III	IV	V	VI
$\log \xi$	0.35262	—∞	0.35115 _n	0.36343 _n	—∞	0.37079
$\log \eta$	0.11406	0.40830	0.11259	0.12487 _n	0.42813 _n	0.13223 _n
$\log \zeta$	9.46452 _n	9.09626 _n	8.93389	9.44348	9.36565	8.75703 _n

Désignant maintenant par x , y , z les cosinus des angles qu'une ligne perpendiculaire au plan, forme avec les axes des coordonnées et faisant $\sum \mu = p$, on aura:

$$M = \sum p (x \xi + y \eta + z \zeta)^2 = \text{Minimum},$$

d'où par différentiation:

$$\frac{dM}{dx} + \frac{dM}{dz} \cdot \frac{dz}{dx} = 0$$

$$\frac{dM}{dy} + \frac{dM}{dz} \cdot \frac{dz}{dy} = 0$$

or comme $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ on a

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{x}{z}, \quad \frac{dz}{dy} = -\frac{y}{z}$$

$$\text{et} \quad \frac{1}{x} \cdot \frac{dM}{dx} = \frac{1}{y} \cdot \frac{dM}{dy} = \frac{1}{z} \cdot \frac{dM}{dz} = \Phi,$$

où Φ est une inconnue nouvelle.

On a donc:

$$\frac{\partial M}{\partial x} = [p \xi^2] x + [p \xi \eta] y + [p \xi \zeta] z = x \Phi$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = [p \xi \eta] x + [p \eta^2] y + [p \eta \zeta] z = y \Phi$$

$$\frac{\partial M}{\partial z} = [p \xi \zeta] x + [p \eta \zeta] y + [p \zeta^2] z = z \Phi,$$

où $[\]$ est le symbole usuel de sommation. Comme $\Phi = \Phi(x^2 + y^2 + z^2) = M$, Φ deviendra la valeur minimum (ou maximum) de M .

En éliminant x , y et z on aura:

$$\begin{vmatrix} [p \xi^2] - \Phi & [p \xi \eta] & [p \xi \zeta] \\ [p \xi \eta] & [p \eta^2] - \Phi & [p \eta \zeta] \\ [p \xi \zeta] & [p \eta \zeta] & [p \zeta^2] - \Phi \end{vmatrix} = 0$$

d'où

$$\begin{aligned} \Phi^3 - \Phi^2 ([p \xi^2] + [p \eta^2] + [p \zeta^2]) + \Phi ([p \xi^2] [p \eta^2] + [p \eta^2] [p \zeta^2] + [p \zeta^2] [p \xi^2] - [p \xi \eta]^2 - [p \eta \zeta]^2 - [p \zeta \xi]^2) \\ - [p \xi^2] [p \eta^2] [p \zeta^2] - 2 [p \xi \eta] [p \eta \zeta] [p \zeta \xi] + [p \xi^2] [p \eta \zeta]^2 + [p \eta^2] [p \zeta \xi]^2 + [p \zeta^2] [p \xi \eta]^2 = 0. \end{aligned}$$

Maintenant x , y et z sont déterminés par :

$$\begin{aligned} \rho x &= [\rho \xi \eta] [\rho \eta \zeta] - [\rho \zeta \xi] ([\rho \eta^2] - \Phi) \\ \rho y &= [\rho \xi \eta] [\rho \zeta \xi] - [\rho \eta \zeta] ([\rho \xi^2] - \Phi) \\ \rho z &= ([\rho \xi^2] - \Phi) ([\rho \eta^2] - \Phi) - [\rho \xi \eta]^2 \\ \rho^2 &= (\rho x)^2 + (\rho y)^2 + (\rho z)^2. \end{aligned}$$

C'est par cette méthode que j'ai calculé l'équation :

$$\Phi^3 - 213081\Phi^2 + 11352610000\Phi - 354593700000 = 0,$$

dont la plus petite racine est $\Phi = 31.3$, d'où :

$$\log x = 8.88738$$

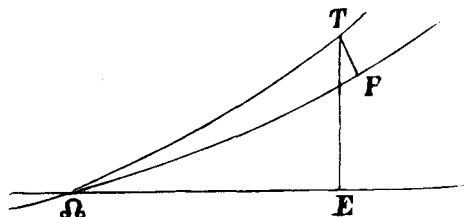
$$\log y = 8.86388$$

$$\log z = 9.99753$$

et

$$\begin{aligned} \Omega &= 133^\circ 27' 3'' \\ i &= 6 \quad 6 \quad 4 \end{aligned}$$

Maintenant on aura à chercher une ellipse passant si près que possible par les projections des centres de gravité sur le plan trouvé et ayant son foyer dans le centre du soleil.



Soit dans la figure ΩE l'écliptique, ΩP le plan trouvé, T un centre de gravité, P sa projection orthogonale sur le plan, $\Omega E = L$, $ET = B$, $\Omega T = \lambda$, $PT = \beta$, $\Omega P = \omega + v$, $E\Omega P = i$, $E\Omega T = \varepsilon$, on aura, L et B étant connus, λ , β et $\omega + v$ par les formules :

$$\begin{aligned} \cos \lambda &= \cos B \cos (L - \Omega) \\ \sin \lambda \sin \varepsilon &= \sin B \\ \sin \lambda \cos \varepsilon &= \cos B \sin (L - \Omega) \\ \sin \beta &= \sin \lambda \sin (\varepsilon - i) \\ \cos \beta \sin (\omega + v) &= \sin \lambda \cos (\varepsilon - i) \\ \cos \beta \cos (\omega + v) &= \cos \lambda; \end{aligned}$$

désignant en outre la distance du soleil au centre de gravité par ρ , sa projection sur le plan trouvé par r on aura

$$\begin{aligned} \rho^2 &= \left(\frac{\sum \mu x}{\sum \mu} \right)^2 + \left(\frac{\sum \mu z}{\sum \mu} \right)^2 \\ r &= \rho \cos \beta. \end{aligned}$$

Pour déterminer a , φ et v , je me suis servi de l'équation $r = \frac{a \cos^2 \varphi}{1 + \sin \varphi \cos v}$. En posant préliminairement

$$v_{n+3} = 180 + v_n$$

je trouve :

$$(1) \quad a \cos^2 \varphi = \frac{6}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_5} + \frac{1}{r_6}}$$

$$(2) \quad 2 \sin \varphi \cos v_1 = a \cos^2 \varphi \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_4} \right)$$

$$2 \sin \varphi \cos [(v_3 - v_1) + v_1] = a \cos^2 \varphi \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_6} \right),$$

d'où par division

$$(3) \quad \cos(v_3 - v_1) - \sin(v_3 - v_1) \operatorname{tg} v_1 = \frac{\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_6}}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_4}}$$

Puis j'ai formé pour chaque v l'équation

$$(1 + \sin \varphi \cos v) dr + (r \cos v + 2a \sin \varphi) \cos \varphi \cdot d\varphi - r \sin \varphi \sin v \cdot dv - \cos^2 \varphi \cdot da = 0,$$

d'où les équations de condition pour la détermination de $d\varphi$, dv et da sont formées selon la manière connue en ayant égard aux poids des équations.

J'ai ainsi trouvé :

$$\begin{aligned} \varphi &= 1^\circ 59' 52'' \\ v_1 &= 290 \quad 10 \quad 2 \\ \log a &= 0.42238 \end{aligned}$$

et les erreurs résultantes en r :

	dr
I	+0.0068
II	+0.0087
III	+0.0094
IV	+0.0070
V	-0.0457
VI	+0.0095

Par les équations de condition j'ai trouvé :

$$\begin{aligned} d\varphi &= -0^\circ 23' 14'' \\ dv_1 &= -1 \quad 52 \quad 42 \\ d \log a &= -0.00020 \end{aligned}$$

ce qui donne

	dr
I	-0.0014
II	-0.0081
III	+0.0004
IV	+0.0158
V	-0.0264
VI	+0.0205

Donc les éléments de la planète moyenne sont les suivants :

$$\left. \begin{aligned} \omega &= 328^\circ 20' 42'' \\ \Omega &= 133 \quad 27 \quad 3 \\ i &= 6 \quad 6 \quad 4 \\ \varphi &= 1 \quad 36 \quad 38 \\ \log a &= 0.42218 \end{aligned} \right\} \text{Équin. moy. 1880.0}$$

Pour la masse de la planète j'ai trouvé 5073.3, ce qui répond à une grandeur en opposition de $6^m 7$.

Pour juger de l'exactitude des éléments trouvés je donne ici les coordonnées des centres de gravité et des points d'intersection entre l'orbite et les plans. L'index c se rapporte aux centres de gravité, m à la planète moyenne; p_c et p_m sont les masses correspondantes.

	x_c	x_m	$x_c - x_m$	z_c	z_m	$z_c - z_m$	p_c	p_m	$p_c - p_m$
I	2.6007	2.6042	-0.0035	-0.2914	-0.2707	-0.0207	1900.0	1902.2	- 2.2
II	2.5608	2.5638	-0.0030	-0.1248	-0.1885	+0.0637	1864.4	1872.6	- 8.2
III	2.5919	2.5918	+0.0001	+0.0859	+0.0789	+0.0070	1901.5	1893.0	+ 8.5
IV	2.6663	2.6505	+0.0158	+0.2776	+0.2755	+0.0021	1947.5	1936.0	+11.5
V	2.6800	2.7088	-0.0288	+0.2321	+0.1991	+0.0330	1961.3	1978.5	-17.2
VI	2.7118	2.6906	+0.0212	-0.0572	-0.0819	+0.0247	1973.7	1965.2	+ 8.5

Copenhague 1886 Mai.

A. Svedstrup.

Observations made at the U. S. Naval Observatory.

[Communicated by the Superintendent.]

Hyperion.

Date	Wash.M.T.	p	Meas.	Wash.M.T.	s	Meas.	Wt.	Remarks
1885 Nov. 28	10 ^h 13 ^m 3	63° 38	4	10 ^h 22 ^m 3	195° 60	4	3	
Dec. 6	10 15.3	253.01	4	10 22.8	221.92	4	2	
» 7	9 34.9	242.83	4	9 43.4	197.16	4	3	
» 10	9 51.0	174.85	4	9 58.5	116.95	4	2	Excessively faint.
» 11	10 50.5	142.55	4	10 57.0	135.59	4	3	
» 12	10 6.1	122.68	4	10 18.4	169.16	4	3	Haze and sat. extremely faint.
» 15	10 3.7	93.99	4	10 11.2	265.19	4	3	
» 16	9 52.8	87.41	4	9 58.3	274.25	4	3	Very faint; haze.
» 25	10 6.7	272.48	4	10 11.7	216.05	4	2	
» 26	9 12.3	263.71	4	9 13.3	231.83	4	2	
» 27	8 44.8	255.04	4	8 51.3	228.21	4	3	
» 28	8 6.9	245.58	4	8 14.7	206.03	4	2	Faint; clouds.
» 29	8 33.5	231.77	4	8 40.0	171.58	4	2	
» 31	7 59.6	182.88	4	8 6.1	118.94	4	2	Faint.
1886 Jan. 2	8 37.7	126.73	3	—	—	—	3	
» 5	9 55.9	94.78	4	10 1.9	262.15	4	3	
» 5	10 18.6	90.08	4	10 27.4	69.66	4	3	Titan—Hyperion.
» 6	9 22.4	88.72	4	9 28.9	273.22	4	2	
» 6	9 36.9	96.92	4	9 42.4	65.67	4	2	Titan—Hyperion.
» 7	10 57.0	82.18	4	11 3.5	268.65	4	4	
» 7	11 10.0	99.70	4	11 16.5	76.37	4	4	Titan—Hyperion.
» 11	7 55.7	51.51	4	8 2.2	149.96	4	2	Faint. Ther. 10°5. Doubtful if this be the satellite.
» 13	8 29.3	310.92	4	8 34.8	123.99	4	3	Micrometer very stiff. Ther. 10°2.
» 14	8 53.4	287.60	4	9 0.4	171.33	4	3	Ther. 13°0.
» 15	8 11.5	275.21	4	8 17.0	208.67	4	3	
» 21	7 12.3	190.42	4	7 18.3	120.87	4	2	
» 26	8 4.1	97.00	4	8 4.1	252.92	4	2	Faint.
» 30	7 43.3	74.45	4	—	—	—	2	Extremely faint; clouds.
Feb. 7	7 34.2	259.60	4	7 41.2	224.66	4	3	
» 8	8 2.8	250.35	4	8 9.3	209.60	4	3	
» 9	7 31.3	238.95	4	7 39.3	182.25	4	3	
» 20	7 3.3	80.02	4	7 11.8	265.23	4	2	Doubtful if this is the sat.
» 28	7 18.3	262.48	4	7 25.8	216.96	4	3	
Mar. 1	7 18.8	253.58	4	7 25.3	210.43	4	2	Very strong wind; telescope shaken.
» 2	7 21.8	243.35	4	7 27.8	187.05	4	2	» » » » »
» 3	7 6.4	229.02	4	7 13.9	155.87	4	2	Faint.
» 4	7 17.9	207.50	4	7 25.4	124.38	4	3	