

Henrici hat bei seinen Versuchen über die Wirkung der Bewegung von Metalldrähten in Flüssigkeiten gefunden, daß sich das Aluminium ganz anders verhält, wie die übrigen Metalle. Um dieses anomale Verhalten zu erklären, sagt er ¹⁾: »Dürfte man annehmen, daß das Aluminium mit einem leichten, ungelöst bleibenden Oxydanfluge sich bekleidet, daneben aber von dem dabei frei gewordenen Wasserstoff eine negative Erregung erlitten habe, während der Oxydanflug auf die von ihm bedeckte metallische Oberfläche überwiegend positiv erregend wirkte, so müßte allerdings der beobachtete Erfolg eingetreten seyn«. Ich glaube, daß nach meinen Versuchen diese Annahme in der That gestattet ist.

Erlangen, im November 1865.

VI. *Experimental-Untersuchungen über die volta-elektrische Induction; von Dr. H. Buff.*

I. **O**bgleich die Theorie der Induction längst und mit großer Vollständigkeit entwickelt und auf die Grundgesetze der Elektrodynamik zurückgeführt worden ist, so fehlt doch noch immer eine umfassende Vergleichung der Folgerungen aus dieser Theorie mit den Ergebnissen der Erfahrung. So sind meines Wissens die theoretisch abgeleiteten Inductions-Gesetze nur sehr unvollständig in dem Falle experimentell geprüft worden, wenn ein geschlossener Leiter einem elektrischen Strome von veränderlicher Stärke gegenübersteht.

In der That stößt eine derartige Untersuchung, wenn sie einigermaßen umfassend werden soll, sogleich auf sehr große, mit den üblichen Hilfsmitteln schwer zu lö-

1) Ann. Bd. 121, S. 496.

sende Hindernisse. Denn wählt man Leiter von geringer linearer Erstreckung, welche eine Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung in der einfachsten und anschaulichsten Weise gestatten würden, so sind die einzelnen Inductionswellen, welche man erhält, nicht stark genug, um sich mittelst eines Galvanometers hinreichend sicher messen zu lassen; dagegen wird die Experimental-Untersuchung sehr umständlich und verwickelt, sobald man zum Zwecke genügend scharfer Messungen großer Durchmesser bedarf.

Vor Kurzem habe ich gelegentlich einer Untersuchung über die in Eisenstäben durch den elektrischen Strom erzeugten Töne auf einen kleinen Apparat aufmerksam gemacht¹⁾, der geeignet ist eine Reihe gleichgerichteter Inductionsströme, jeden mit seiner vollen Stärke, zu sammeln und dadurch ihre Einwirkung auf die Galvanometernadel in ziemlich großem Umfange zu vervielfachen. Dieser Apparat besteht im Wesentlichen aus zwei Rädern von Messing, die, sorgfältig von einander isolirt, auf derselben horizontalen Axe sitzen; ihre Umfänge sind gezackt und die dadurch entstandenen Vertiefungen mit Ebenholz ausgefüllt. Wird nun das eine dieser Räder als Unterbrecher des Hauptstroms benutzt, während das andere, ein Verbindungsglied der Nebenleitung bildend, so gestellt ist, daß die Uebergänge von Metall zu Ebenholz an seinem Umfange mit den ähnlichen Uebergängen am Umfange des anderen Rades nicht zusammentreffen, so können in Folge der gleichzeitigen Umdrehung beider Räder, je nach der Richtung der Drehung immer nur die Inductionsströme bei der Schließung des Hauptstroms oder nur die Oeffnungsströme zu Stande kommen. Jedes Rad hat acht Zacken. Durch jede volle Umdrehung werden daher acht gleichgerichtete Inductionsströme gesondert und können in rascher Folge durch die Windungen eines Galvanometers geleitet werden.

Durch Benutzung dieser Geräthschaft, die mit Bezie-

1) *Annalen der Chemie und Pharmacie*; Supplementband III, St. 149.

hung auf ihren besonderen Zweck den Namen »*Analysator*« führen mag, gelingt es leicht die inducirende Wirkung elektrischer Ströme von weniger als 1 Meter Länge mit derjenigen Genauigkeit zu messen, welche astatische Nadeln überhaupt erlauben; d. h. mit einer Genauigkeit, die wenn auch nicht ausreichend, um den Werth einer Fundamental-Constante mit ganzer Schärfe festzustellen, doch genügend ist, das Gesetzliche in eintretenden Veränderungen zur Erkenntniß zu bringen.

Auf diese Weise ist ein Hülfsmittel gegeben, um eine Reihe interessanter Fragen, welche sich auf die Abhängigkeit inducirter Ströme von der Beschaffenheit des Hauptstromes und seiner Leitung, auf die Beschaffenheit der Nebenleitung, sowie auf den Abstand beider Leitungen und ihrer gegenseitigen Lage beziehen, auf experimentellem Wege zu beantworten.

Der zur Erreichung dieses Zweckes von mir angeordnete Inductionsapparat bestand aus zweien durch Drähte gebildeten Vierecken $ABCD$ und $abcd$ (Fig. 1 Taf. II), deren Ebenen rechtwinklich zu einander standen. In der Figur soll $abcd$ die inducirende, $ABCD$ die inducirte Leitung vorstellen. Der geradlinigte Stromleiter ab aus Kupferdraht, von veränderlicher Länge und 2,8 Millimeter Dicke war bei a und b rechtwinklich umgebogen und führte durch die geradlinigten Zu- und Ableitungsdrähte ad und bc von 158 Centim. Länge zu einem bei e aufgestellten Commutator und durch diesen zu einer galvanischen Kette. Bei c befand sich eine Unterbrechungsstelle, von welcher aus zwei verflochtene, aber von einander isolirte Drähte die Verbindung mit dem einen Rade des Analysators herstellten.

Der Inductionsdraht hatte die Gestalt eines großen, rechtwinklichen, senkrecht stehenden Vierecks, dessen Höhe AD 2,32 Meter und dessen Länge AB 4 Meter betrug. Die Seite CD desselben war an der Decke des Zimmers, die Seite AB auf einem wagerechten Brette befestigt. Auf einem in dieses Bret eingelassenen Schieber war der Strom-

leiter *abcd* so festgeklemmt, daß die beiden Drähte *AB* und *ab*, ohne im Geringsten vom Parallelismus abzuweichen, leicht und sicher in verschiedene Abstände gebracht werden konnten. Die Drahtlinie *AB* hatte zwei Unterbrechungstellen bei *B* und *E*. Von der einen bei *E* führten zwei verflochtene, aber von einander isolirte Drähte zu dem zweiten Rade des Analysators, während die andere bei *B* die Verbindung mit dem Multiplicatorgewinde des Galvanometers vermittelte.

Das Galvanometer, in 2 Meter kürzestem Abstand von dem Vierecke *abcd* aufgestellt, trug eine astatische Doppelnadel, welche sich von den gewöhnlich angewendeten astatischen Systemen durch größere Dicke und magnetische Kraft der einzelnen Nadeln unterschied.

Bei dieser Anordnung liefs sich eine ziemlich grofse Empfindlichkeit erzielen, ohne daß man genöthigt war die Doppelnadel gegen den Einfluß des Erdmagnetismus auf Aeußerste abzustumpfen. Denn die Empfindlichkeit eines Galvanometers mit Doppelnadel hängt in gleichem Maafse von dem magnetischen Momente der inneren Nadel, wie von der Feinheit ihres astatischen Systems ab. Kann aber von dem letzteren, unbeschadet der nothwendigen Empfindlichkeit etwas geopfert werden, so wird die Nadel unabhängiger von zufälligen äußern Einwirkungen, z. B. den durch Temperaturwechsel herbeigeführten Luftbewegungen; ihre Schwingungen werden gleichmäßiger und sicherer und der Zeicher wird, nach Unterbrechung der Stromwirkung, regelmäßig auf denselben Punkt zurückkehren; so lange wenigstens als die äußeren magnetischen Einflüsse keine sehr merklichen Aenderungen erfahren. Als Zeicher diente ein auf der oberen Nadel befestigter Glasfaden von 15 Centimeter Länge, welchem ein Theilkreis von entsprechendem Durchmesser angehörte. Letzterer lag in bekannter Weise auf einer Spiegelfläche. Ungefähr zwei Centimeter darüber befand sich eine Glasplatte zum Schutz gegen Staub und Luftzug. Dieselbe hatte in der Mitte eine Oeffnung über der sich ein Glasrohr von

2 Centim. Weite und 15 Centim. Länge senkrecht erhob. In der Mitte dieses Rohrs, in bekannter Weise auf und nieder verschiebbar, hing ein Bündel von fünf Coconfäden, an dessen unterem Ende ein Haken befestigt war, so gestaltet, daß er sich in einen am oberen Ende des Rahmens, in welchen die Nadeln eingefügt waren, angebrachten kleinen Ring sehr leicht ein- und ausrücken liefs. Durch diese Vorkehrung hatte man es ganz in der Gewalt die nach der einen oder andern Seite etwa überwiegende Torsion des Fadens zu vermeiden.

Das Nadelpaar bedurfte 25 Sekunden zu einer Schwingung. Gleichwohl kam dasselbe bald wieder zur Ruhe, weil die Spule, welche das Multiplicatorgewinde trug, aus dicken Kupferplatten gebildet war. Der Multiplicator bestand aus 432 Windungen eines 2^{mm} dicken Drahts von reinem Kupfer. Wenn dieses Gewinde mit dem Inductionsdrahte zu einem leitenden Kreise geschlossen wurde, so zeigte die Nadel fast immer eine kleine, bleibende Ablenkung; zuweilen im Betrage bis zu einem Grade und selbst darüber. Es war dies die Folge thermoelektrischer Erregungen, die bei der großen Ausdehnung und ungleichen Erhebung des Inductionsdrahtes und seiner Verbindungsstücke, zumal in geheiztem Zimmerraum nicht ganz vermieden werden konnten. Ein Einfluß derselben auf das Maafs der Inductionsströme wurde dadurch ausgeschlossen, daß man Messungen abwechselnd rechts und links vom Nullpunkte des Theilkreises aufeinander folgen liefs und von beiden das Mittel nahm. Es konnte dies entweder dadurch bewirkt werden, daß man den Analysator bei dem einen Versuche vorwärts bei dem andern eben so oft rückwärts drehte, oder auch mit Hülfe des Commutators, der zu diesem Zwecke in den Schließungsbogen der galvanischen Kette eingeschaltet war. Meistens wurden beide Verfahrensweisen angewendet, wodurch je vier zusammengehörige Ablesungen entstanden, aus welchen man das Mittel nahm.

Um vergleichbare Ausdrücke für die Stärke verschiede-

ner Inductionsströme zu gewinnen, wählte ich die zuerst von Lenz ¹⁾ empfohlene Methode. Der jedesmalige erste Ausschlag der Nadel wurde notirt, dann der Sinus des halben Ablenkungsbogens als Maafs für die Gröfse der in Bewegung gesetzten elektrischen Masse genommen. Der letzteren wurde die *inducirte elektromotorische Kraft* proportional gesetzt.

Diese Methode stützt sich allerdings auf die Voraussetzung, nicht nur dafs der Leitungswiderstand der Drahtverbindung, in welcher die Induction stattfand, durch eine ganze Reihe zusammengehöriger Versuche unverändert blieb, sondern auch dafs der Stofs oder die Stöße, welche die Nadel ablenken sollten, bereits aufgehört hatten einzuwirken, wenn die Nadel ihre Bewegung begann. Nun konnte zwar der einen dieser Bedingungen leicht und in aller Strenge genügt werden; aber nicht in gleichem Grade war es für die andere der Fall. Da jedoch die Nadel, wie bemerkt, sich sehr langsam bewegte, dagegen eine volle Umdrehung des Analysators, d. h. die Erzeugung von acht aufeinander folgenden Stößen kaum mehr als eine Sekunde in Anspruch nahm, so war ein Fehler von Bedeutung, herbeigeführt durch die unvollkommene Erfüllung der zweiten Bedingung, nicht sehr zu befürchten.

Gleichwohl schien es nützlich, diese Voraussetzung einer experimentellen Prüfung zu unterwerfen, zu welcher der bekannte Erfahrungssatz, dafs die durch Induction erzeugte elektromotorische Kraft der Stärke des inducirenden Stroms proportional ist, ein sehr gutes Hülfsmittel bot. In den Schließungsbogen einer galvanischen Kette, welche nur aus einem Bunsen'schen Paare bestand, wurde zu diesem Behufe neben dem Commutator ein Stromregulator und eine Tangentenbussole eingeschaltet. Diese war im Wesentlichen nach der von W. Weber bereits im Jahre 1842 ²⁾ empfohlenen Einrichtung ausgeführt, bestand also aus einem einzigen, starken, einen vollständigen Kreis bildenden Kup-

1) Pogg. Annalen Bd. 34, S. 385.

2) Pogg. Annalen Bd. 55, S. 27.

ferringe, in dessen Mittelpunkt die kleine Magnetnadel auf einer Stahlspitze schwebte. Der Ring hatte 40 Centimeter Durchmesser. Die Nadel war ein Stab aus glashartem Stahl 2,5 Centimeter lang, 5^m breit und 2^{mm} hoch. Bei diesen Dimensionen würde sie wegen ihres nicht unbeträchtlichen Gewichtes eine bedeutende Reibung auf ihrer Unterlage bewirkt haben. Diefs zu verhindern war sie an einen Coconfaden aufgehängt, den man so weit spannte, dafs er das Gewicht von der Spitze ganz oder beinahe ganz wegnahm, so dafs letztere eigentlich nur diente die Axenstellung der schwingenden Nadel zu sichern. Bei dieser Aufhängungsweise und vermöge ihres grofsen Momentes zeigte die Nadel kräftige, von einem Einflusse der Reibung nicht merklich gestörte Schwingungen, deren Fortdauer nur durch eine von der Bodenplatte der Bussole ausgehende starke Dämpfung gemäfsigt wurde. Ein Glasfaden, der die Nadel in der Mitte winkelrecht mit ihrer Längenrichtung durchkreuzte, hatte die Bestimmung an einem Theilkreise von 15 Centimeter Durchmesser die Ablenkungen zu messen. Da der Theilkreis über einem Spiegel lag und in halbe Grade getheilt war, so liefsen sich die Zehntel eines Grades mit Sicherheit messen.

Um bei der geringen Stärke des angewendeten Elektromotors dennoch hinlänglich kräftige Inductionströme erzeugen zu können, wurden noch in den Inductionsapparat zwei flache Spiralen eingeschaltet, die eine in den Hauptdraht, die andere in die Nebenleitung, die eine in mäfsigem Abstände senkrecht über der anderen angebracht.

In der folgenden Tabelle bedeutet α den an der Tangentenbussole gemessenen Ablenkungsbogen und zwar das arithmetische Mittel der Ablenkungen rechts und links. Dieser Mittelwerth wurde jedesmal vor und wieder nach den Ablesungen an dem astatischen Galvanometer bestimmt. Nur solche Versuche wurden als brauchbar anerkannt, bei welchen beide Mittelwerthe übereinstimmten. Es bedeutet ferner β das Mittel der Ablenkungen rechts und links von

der Ruhelage der astatischen Nadel, jede dieser Ablenkungen bewirkt durch *eine* Umdrehung des Analysators.

Tafel I.

α°	β°	$\frac{\tan \alpha}{\sin \beta/2}$	β berechnet	dd
7,40	7,10	2,0975	7° 12'	+ 6'
9,45	9,30	2,0532	9 14	— 4
14,95	15,00	2,0466	14 50	— 10
19,875	20,05	2,0720	20 8	+ 5
24,95	25,70	2,0920	26 0	+ 18
30,50	33,50	2,0440	33 6	— 24
		<hr/> 2,0674.		

Den berechneten Ablenkungsbögen (β) liegt, wie bemerkt, die Annahme zu Grunde, daß die inducirte elektromotorische Kraft der Stromstärke proportional sey.

Die Vergleichung der beobachteten und berechneten Werthe von β läßt erkennen, daß die Unterschiede beider Zahlenreihen nur auf Beobachtungsfehlern beruhen. Letztere überstiegen übrigens kaum die Gränze von 1 Proc. der gemessenen Ablenkungsbögen.

In der folgenden Versuchsreihe waren die Räder des Analysators je dreimal herumgedreht worden. Es hatten also in rascher Folge 24 gleichgerichtete Inductionsstöße auf das astatische Nadelpaar eingewirkt. Um die Stärke der dadurch bewirkten Ablenkungen zu mäßigen, mußte der Abstand der beiden flachen Spiralen von einander vergrößert werden.

Tafel II.

α°	β°	$\frac{\tan \alpha}{\sin \beta/2}$	β° berechnet	dd
5,40	9,67	1,1220	9° 41'	+ 1'
9,95	17,85	1,1307	18 2	+ 11
15,03	28,05	1,1080	27 46	— 17
18,10	34,10	1,1147	33 58	— 8
		<hr/> 1,1188.		

Auch bei diesen Versuchen übersteigen die Differenzen die Höhe von 1 Proc. der beobachteten Ablenkungsbögen

selbst im äußersten Falle nur wenig. Aehnliche vergleichende Versuche sind in großer Zahl wiederholt worden. Sie führten, wie die beispielsweise hier aufgezeichneten zu dem Resultate, daß bis zu drei Umdrehungen des Analysators die aus den Ablenkungen der astatischen Nadel abgeleiteten Inductionswirkungen den Stromkräften proportional blieben. Eine gewisse Gleichförmigkeit in der Bewegung des Analysators, nicht rascher als etwa eine Drehung auf die Sekunde zeigte sich allerdings als nothwendige Bedingung.

Die beiden flachen Spiralen wurden nunmehr wieder aus dem Inductionsapparate entfernt; ebenso der Stromregulator und die Tangentenbussole aus dem Schließungsbogen der galvanischen Kette; denn bei allen folgenden Versuchsreihen wurden die Stärken des während der Dauer einer Versuchsreihe als constant betrachteten Hauptstroms nicht weiter direct bestimmt. Die Beständigkeit während der Dauer der Versuche wurde dadurch möglichst gesichert, daß man die Kette jedesmal mit frischer Salpetersäure und Schwefelsäure ansetzte und die endgültigen Versuche erst einige Zeit nach der Zusammenstellung und Prüfung des Apparates beginnen ließ. Die Kette bestand bald aus einem bald aus zwei Bunsen'schen Paaren, meistens jedoch zwei bis vier Becher gewöhnlicher Größe, neben einander zu einem Paare verbunden.

2. Einfluß der veränderlichen Länge eines geradlinigten elektrischen Stroms auf eine geradlinigte Nebenleitung von unbegrenzter Länge.

Bei den folgenden Versuchen standen die Drähte AB und ab (Fig. 1 Taf. II) gleichlaufend, von Mitte zu Mitte in 1 Centimeter Abstand (dem geringsten, welchen der Apparat zuließ) einander gegenüber. Der Draht ab hatte abwechselnd 60 und 30 Centimeter Länge, während die von AB 400 Centimeter betrug. Mit Rücksicht auf den geringen Abstand beider Drähte konnte demnach AB im Vergleiche zu ab als von unbegrenzter Länge betrachtet werden. Die inducirende Einwirkung des anschwellenden oder

verschwindenden Stroms in ab auf die Seiten AD und BC sowie auf CD konnte mit Rücksicht auf die (vergleichungsweise) sehr weite Entfernung dieser Drähte unbeachtet bleiben. Aus demselben Grunde durfte die Wirkung von dc auf das ganze Viereck $ABCD$ unbeachtet gelassen werden.

Die Wirkungen der Stromänderungen in bc und ad auf die Nebenleitung, weil sie einander entgegengesetzt waren und wegen der Symmetrie der Stellung, hoben einander vollständig auf. Als wesentlich in Betracht kam also nur die Induction der Stromlinie ab auf den nahe liegenden, gleichlaufenden Leiter AB .

Für je drei Umdrehungen des Analysators wurden die in der folgenden Tafel zusammengestellten Resultate erhalten.

Tafel III.

l	β°	$\sin \frac{\beta}{2}$	Mittelwerthe
60	32,75	0,28192	0,28109
30	16,15	0,14047	0,14112
30	16,30	0,14177	
60	32,55	0,28025	

Die Inductionswirkung eines zunehmenden oder abnehmenden galvanischen Stroms auf einen benachbarten Stromleiter verhält sich wie die Stromänderung und wie die Summe der aus gleicher relativer Lage wirkenden Stromelemente.

3. *Einfluss der Dicke und natürlichen Beschaffenheit einer geradlinigten Nebenleitung von unbegrenzter Länge auf die Gröfse der in derselben inducirten elektromotorischen Kraft.*

Obgleich man annimmt, dafs die in einem Leiter inducirte elektromotorische Kraft von dessen Dicke und sonstiger Beschaffenheit unabhängig sey, so ist doch die unbedingte Richtigkeit dieses Satzes, so weit mir bekannt, bisher auf experimentellem Wege nicht dargethan worden.

Um seine Geltung zunächst für gleichartige Drähte von ungleicher Dicke zu prüfen, wurden zwei gerade Kupfer-

drähte je von 180 Centimeter Länge, der eine von 2,8, der andere von 1,5 Millimeter Dicke, hintereinander in die Nebenleitung eingeschlossen, dann abwechselnd der eine und andere dem inducirenden Einfluß einer Stromlinie von 60 Centimeter Länge, bei 5 Centimeter Abstand beider gleichlaufender Leitungen unterworfen. Der Leitungswiderstand der Nebenleitung blieb bei dieser Anordnung in beiden Fällen unverändert. Ein etwaiger Einfluß der Drahtdicke auf die erzeugte elektromotorische Kraft mußte also unmittelbar durch die Wirkung auf das Galvanometer hervortreten. Drei Umdrehungen des Analysators lieferten im ersten Falle eine Ablenkung von $19^{\circ},90$, im zweiten Falle von $19^{\circ},95$.

In ähnlicher Weise wurde hierauf der Kupferdraht von $2^{\text{mm}},8$ Dicke mit einem Neusilberdraht von 2^{mm} Dicke in die Nebenleitung eingeschaltet, dann der eine nach dem andern der inducirenden Einwirkung ausgesetzt. In der folgenden Zusammenstellung bedeutet r in Centimetern den Abstand des inducirenden von dem inducirten Drahte.

	r	β°	$\sin \frac{\beta}{2}$
Kupferdraht	1	28,95	0,24991
	6	18,35	0,15945
Neusilberdraht	1	29,05	0,25080
	6	18,20	0,15816

Die Unterschiede übersteigen nicht 7 bis 9 Bogenminuten und fallen also zwischen die Grenzen der Beobachtungsfehler.

Die Größe der in einem Körper durch Induction erzeugten elektrischen Ausscheidungskraft scheint demnach ganz unabhängig von der chemischen Natur und sonstigen Beschaffenheit desselben zu seyn; sie scheint unter übrigens gleicher Einwirkung von Außen in dem schlechtesten Leiter mit gleicher Stärke auftreten zu müssen wie in einem Silber- oder Kupferdraht. Die Stärke des dadurch erfolgenden Inductionsstroms ist natürlich abhängig von dem in der Nebenleitung vorhandenen Widerstande und läßt sich

gleich wie bei den beständigen elektrischen Strömen nach dem Ohm'schen Gesetze bestimmen.

4. An der Unterbrechungsstelle *B* des Vierecks *ABCD* (Fig. 1 Taf. II) konnte ein Gewinde von Neusilberdraht so eingeschaltet werden, daß der Widerstand der Nebenleitung bedeutend verändert wurde, ohne daß doch gleichzeitig die Gröfse der inducirenden Kraft eine merkliche Aenderung erfuhr. Der benutzte Neusilberdraht hatte 1,5 Millimeter Dicke und war in zwei Abtheilungen, je zu 8 Windungen (jede von 75 Centimeter Länge) aufgewickelt, so daß die Nebenleitung für sich oder auch mit Einschluss von 8 oder auch von 16 Windungen, immer durch denselben galvanischen Strom inducirt werden konnte. Dabei befanden sich die Drähte *AB* (Fig. 1 Taf. II) der Nebenleitung und *ab* der Hauptleitung, abwechselnd in 1 und in 10 Centimeter Abstand von einander. Fünf Bunsen'sche Becher zu einem Paare geordnet, erzeugten den Strom.

In der folgenden Zusammenstellung bezeichnet *r* den winkelrechten Abstand der beiden parallelen Drähte *AB* und *ab*; *w* die Anzahl der in die Nebenleitung eingeschalteten Windungen Neusilberdraht. Jede Ablenkung entsprach drei Umdrehungen des Analysators. Die Werthe β sind allemal die Mittel von 4 Ablesungen.

Tafel IV.

<i>r</i>	<i>w</i>	β^0	$\sin \frac{\beta}{2}$	β berechnet	<i>dd</i>
1	0	24°,45	0,21175	24° 20'	— 7'
1	8	12,25	0,10669	12 14,5	— 0,5
1	16	8,1	0,07063	8 11	+ 5
10	0	12,575	0,10951	12 36	+ 1,5
10	8	6,45	0,05625	6 22	— 5
10	16	4,225	0,03685	4 16	+ 3

Den berechneten Ablenkungsbögen liegt die Formel $\sin \frac{\beta}{2} = \frac{K}{l+w}$ zu Grunde, in welcher *l* den Leitungswiderstand der Nebenleitung nach Ausschluss der Windungen

von Neusilberdraht bedeutet. Die drei ersten Versuche führten zu dem Werthe $l = 8,13$, die drei letzten zu dem Werthe $l = 8,27$. Aus dem Mittel beider Zahlen, $l = 8,20$ wurde dann für $r = 1$ die inducirte elektromotorische Kraft $K = 1,728$, und für $r = 10$ die Kraft $K = 0,900$ abgeleitet.

Im Hinblick auf die Art der Abhängigkeit, in welcher die Wechselwirkung elektrischer Ströme von der Entfernung steht, könnte man zu der Vermuthung hinneigen, daß die von einem geradlinigten Strome von geringer Länge in einem damit gleichlaufenden sehr langen Leiter inducirte Kraft, dem Abstände beider Leiter umgekehrt proportional seyn müsse. Die Abnahme bei zunehmender Entfernung muß jedoch, wie man aus den vorstehenden Versuchen erkennt, eine viel langsamere seyn, indem sie bei dem 10fachen Abstände nur ungefähr die Hälfte beträgt.

5. *Einfluß des winkelrechten Abstandes zweier geraden, gleichlaufenden Drähte, deren einer eine begränzte Länge, der andere eine unbegränzte Länge hat, auf die Gröfse der elektromotorischen Kraft, welche ein den ersteren durchfließender veränderlicher Strom in dem zweiten inducirt.*

Mittelst der beschriebenen Schieber-Vorrichtung konnten die beiden Drähte AB und ab (Fig. 1 Taf. II), ohne vom Parallelismus abzuweichen, auf verschiedene genau meßbare Abstände gebracht werden, deren Werthe jedesmal von Mitte zu Mitte der Drähte in Rechnung kamen. Bei der ersten der fünf folgenden Versuchsreihen wurde nur eine Umdrehung des Analysators angewendet. Acht Bunsen'sche Elemente zu zwei Paaren geordnet, lieferten den Strom. Um dann auch den Einfluß größerer Abstände beurtheilen zu können, benutzt man bei der zweiten Versuchsreihe drei Umdrehungen. Fünf Elemente zu einem Paare geordnet, genügten in diesem Falle zur Hervorbringung einer hinlänglich starken Induction.

Die mit r überschriebene erste Spalte der Tafeln bezeichnet wieder den winkelrechten Abstand der Drähte AB und ab . Die zweite Spalte giebt unter β° die beobachteten ersten Ablenkungsbögen der Galvanometernadel.

Dieselben sind stets die Mittelzahlen aus den Ablesungen rechts und links vom Nullpunkte des Theilkreises. Ein Paar solcher Ablesungen wurde durch Vorwärts- und Rückwärtsdrehen des Analysators gewonnen; ein zweites Paar ebenso, jedoch nach Umkehrung des Stroms.

Tafel V.

r	β^0	$\frac{\sin \beta}{2}$	β berechnet	dd
1	11,85	0,10322	12°	+ 9'
2	10,50	0,09150	10 18'	— 12
3	9,45	0,08237	9 15	— 12
4	8,50	0,07411	8 32	+ 2
5	7,95	0,06932	7 58	+ 1
6	7,50	0,06540	7 31	+ 1
8	6,95	0,06061	6 48	— 9
10	5,95	0,05190	6 14	+ 17
1	11,95	0,10409	12 0	+ 3

Tafel VI.

r	β^0	$\frac{\sin \beta}{2}$	β berechnet	dd
24	11,8	0,10279	11° 47'	— 1'
16	14,575	0,12706	14 35	+ 0,5
12	16,500	0,14349	16 35	+ 5
8	19,500	0,16935	19 24	— 5
6	21,328	0,18500	21 24	+ 4,5
4	24,400	0,21132	24 14	— 10
2	28,900	0,24954	29 7	+ 13

Die Zahlen der dritten Spalte in beiden Reihen zeigen das Verhältniß der Abnahme der inducirten Kraft bei zunehmendem Abstände. Diese Zahlen bilden eine sehr langsam fallende Reihe, deren Gesetz durch eine Gleichung von der Gestalt:

$$q = Q - A \log r$$

befriedigend ausgedrückt werden kann. Es bedeutet in dieser Gleichung Q den Werth von $\sin \frac{\beta}{2}$ für den Abstand

$r = 1$ Centimeter; ferner A eine aus den Versuchen abzuleitende Constante und r denjenigen Abstand, welchem der Werth q oder $\sin \frac{\beta}{2}$ angehört.

Die berechneten Ablenkungsbögen (β) sind für die eine Versuchsreihe aus der Gleichung:

$$q = 0,10460 - 0,05021 \log r$$

und für die andere aus der Gleichung:

$$q = 0,29289 - 0,13780 \log r$$

abgeleitet worden.

Die Unterschiede der direct gemessenen und der berechneten Ablenkungen halten sich innerhalb der Gränzen der Beobachtungsfehler.

Die Größe der inducirten Kraft, welche ein gerader Strom ab (Fig. 1 Taf. II) von begränzter Länge in dem Leiter AB von unbegränzter Länge bei unverändertem Abstände r entfalten kann, steht bekanntlich im zusammengesetzten Verhältnisse der Länge ab und der veränderten Stärke i des Stromes. Da dieses Gesetz für jeden Abstand r mit gleichem Rechte Geltung hat, so folgt, daß in der Formel $q = Q - A \log r$ das Verhältniß $\frac{A}{Q}$ ein constantes seyn muß; d. h. beide Constanten sind in gleicher Weise von der Länge ab und von der veränderten Stromstärke abhängig.

Aus der ersten Versuchsreihe findet man $\frac{A}{Q} = 0,480$,
aus der zweiten $\frac{A}{Q} = 0,472$.

Um dem wahren Werthe dieses Quotienten so nahe wie möglich zu kommen, sind noch die folgenden drei Versuchsreihen unter der Einwirkung sehr ungleicher inducirender Kräfte ausgeführt worden.

Tafel VII.

Ein Bunsen'sches Element; drei Umdrehungen des Analysators.

r	β^0	$\sin \frac{\beta}{2}$	β berechnet	dd
1	10,75	0,09367	$10^0 51'$	+ 6'
2	9,225	0,08041	9 16,5	+ 3
3	8,35	0,07280	8 21,5	+ 0,5
4	7,65	0,06670	7 42,5	+ 3,5
5	7,10	0,06192	7 11	+ 5
6	6,65	0,05799	6 47,5	+ 8,5
1	10,85	0,09454	10 51,5	0

Gleichung $q = 0,09454 - 0,04538 \log r$ Verhältniß $\frac{A}{Q} = 0,480.$

Tafel VIII.

Drei Bunsen'sche Elemente zu einem Paare geordnet. Drei Umdrehungen des Analysators.

r	β^0	$\sin \frac{\beta}{2}$	β berechnet	dd
1	22,4	0,19423	$22^0 21'$	— 3'
2	19,2	0,16677	19 1	— 11
3	17,0	0,14781	17 4,5	+ 4,5
4	15,75	0,13701	15 42	— 3
5	14,5	0,12620	14 39	+ 9
6	13,75	0,11970	13 46	+ 1
8	12,2	0,10626	12 24	+ 12
9	11,875	0,10344	11 50,5	— 2

Gleichung $q = 0,19380 - 0,09496 \log r$ Verhältniß $\frac{A}{Q} = 0,490.$

Tafel IX.

Fünf Elemente zu einem Paare geordnet. Drei Umdrehungen des Analysators.

r	β^0	$\frac{\sin \beta}{2}$	β berechnet	dd
1	28,890	0,24945	29° 6',5	+ 13'
2	25,175	0,21793	24 52,5	— 18
4	20,75	0,18009	20 40,5	— 4,5
8	16,30	0,14177	16 30	+ 12
16	12,30	0,10713	12 21	+ 3
20	11,25	0,09801	11 1	— 14
24	10,00	0,08716	9 56	— 4

$$\text{Gleichung } q = 0,25132 - 0,11938 \log r$$

$$\text{Verhältnifs } \frac{A}{Q} = 0,475.$$

Als Mittelwerth, aus den fünf Versuchsreihen abgeleitet, findet man $\frac{A}{Q} = 0,479$. Es ist folglich:

$$q = Q (1 - 0,479 \log r);$$

Gleichung, in welcher r den Abstand beider Drähte in Centimetern ausdrückt, und Q die relative Gröfse der inducirten elektromotorischen Kraft für den Abstand von 1 Centimeter bezeichnet.

Wird diese Gleichung Beispielsweise auf die in Tafel VIII enthaltenen Beobachtungs-Resultate angewendet, und werden dabei Alle in gleicher Weise berücksichtigt, so findet man als Mittelwerth $Q = 0,19140$, und den entsprechenden Ablenkungsbogen $\beta^0 = 22^0 4'$; eine Zahl die von der unmittelbar beobachteten um 20 Bogen-Minuten abweicht, d. h. keine Verschiedenheit zeigt, welche die Gränzen der Beobachtungsfehler überschreitet.

6. Die Gleichung $q = Q (1 - \alpha \log r)$, welche aus den mitgetheilten Versuchen als ein Ergebnifs der Erfahrung hervorging, läfst sich nun in der That auf die Ampère'sche elektrodynamische Theorie zurückführen. Freilich nicht unmittelbar, denn diese Theorie giebt nur den Gesetzes Ausdruck über Gröfse und Richtung der wechselseitigen

Einwirkung zweier bereits vorhandener und dauernder elektrischer Ströme. Die Zurückführung gelingt aber mittelst eines Zusatzes, der die Bedeutung der Zunahme oder Abnahme der Stromstärke während des Vorgangs der Induction in Rechnung zieht. Ich habe hierbei den folgenden Weg eingeschlagen.

Das Ampère'sche Gesetz bezieht sich, wie man weiß, auf die wechselseitige Einwirkung zweier Stromelemente, deren Stärke und Lage gegeben und bleibend ist. Den aus ihrer gegenseitigen Anziehung und Abstossung hervorgehenden Druck setzt es dem Producte ihrer Gröfsen oder Stromstärken direct und dem Quadrate ihrer Entfernung von einander umgekehrt proportional; jedoch für gleiche Gröfsen und Stromstärken, und für gleiche Entfernung verschieden, je nach ihrer gegenseitigen Lage. Diese Beziehungen der Lage sind vollständig in den folgenden drei Sätzen enthalten.

Zwei parallele Stromelemente, welche auf ihrer geraden Verbindungslinie winkelrecht stehen, ziehen einander an oder stoßen sich ab, je nachdem sie nach gleicher oder entgegengesetzter Richtung fließen.

Zwei Stromelemente, deren Richtung mit der ihrer geraden Verbindungslinie zusammenfällt, stoßen sich ab oder ziehen einander an, je nachdem sie in gleichem Sinne oder einander entgegen laufen. Beides, Abstossung wie Anziehung ist aber in diesem Falle nur halb so groß, als im vorhergehenden Falle.

Zwei Stromelemente endlich, welche sowohl auf ihrer geraden Verbindungslinie wie gegen einander winkelrecht stehen, oder von welchen das eine in die Verbindungslinie fällt, das andere winkelrecht darauf steht, sind wirkungslos gegen einander.

Diese Sätze, mit Berücksichtigung bekannter Thatsachen auf die Inductionserscheinungen ausgedehnt, bedürfen einer in mehreren Punkten veränderten Ausdrucksweise; etwa in folgender Art.

Die inducirende oder elektromotorische Ausscheidungs-

kraft (das thatsächlich vorhandene Streben die beiden im Gleichgewichte befindlichen Fluida eines Leiters nach entgegengesetzten Richtungen zu treiben), welche ein Strom-element gegen ein Massenelement eines benachbarten Leiters ausübt, verhält sich direct wie die Zunahme oder wie die Abnahme der Stromstärke, ferner direct wie das Product der Gröfsen (Längen) beider Elemente und umgekehrt wie das Quadrat ihrer Entfernung von einander.

Wenn beide Elemente in derselben Ebene liegen und ihre gerade Verbindungslinie winkelrecht durchschneiden, so wird in dem Elemente des Leiters ein Strom erregt, der entgegengesetzte oder gleiche Richtung mit dem Hauptstrome hat, je nachdem die Veränderung des letzteren einer Zunahme oder einer Abnahme entsprach.

Wenn die Längenrichtung beider Elemente mit derjenigen ihrer geraden Verbindungslinie zusammenfällt, so wird in dem Element des Leiters ein Strom erregt, der in entgegengesetztem oder in gleichem Sinne mit dem inducirenden Strome fließt, je nachdem die den letzteren betreffende Veränderung eine Zunahme oder eine Abnahme der Stromstärke war. Die erzeugte elektromotorische Kraft ist in diesem Falle nur halb so groß als im vorhergehenden.

Was endlich den dritten Fall der gegenseitigen Lage der Elemente betrifft, wenn nämlich deren Richtungen winkelrecht aufeinander stehen, so gilt derselbe auch für die Induction, unverändert in dem Sinne, wie er von Ampère ausgesprochen worden ist.

Ein inducirter Strom kann sich nur nach der Längsrichtung seines Leiters verlaufen. Die vorstehenden Sätze erfordern deshalb noch den Zusatz: daß wenn die inducirte Kraft nicht in die Längenrichtung der Nebenleitung fällt, nur der in diese Richtung reducirte Theil derselben in Betracht kommen kann.

Dies vorausgesetzt sey s ein geradlinigter Strom von begränzter Länge, dessen Intensitäts-Veränderung i eine Zunahme vorstellen mag: $st = ds$ (Fig. 2 Taf. II) sey ein Element dieses Stroms; ferner $op = dl$ ein Element der

mit st gleichlaufenden Nebenleitung; $os = x$ die geradlinigte Entfernung des einen Elementes vom andern und $sl = r$ der winkelrechte Abstand ihrer Richtungen.

Die Elemente st und op mit Beziehung auf ihre Verbindungslinie zerfallen in die Componenten su und or , welche winkelrecht auf der Verbindungslinie stehen, ferner so und oq , deren Richtungen in der Verbindungslinie liegen.

Mit Beziehung auf den Winkel $poq = tsv = \varphi$ ist $su = ds \cdot \sin \varphi$ und $so = ds \cdot \cos \varphi$; $or = dl \cdot \sin \varphi$ und $oq = dl \cdot \cos \varphi$.

Die von st auf op ausgeübte Kraft zerfällt hiernach in die beiden Theile:

$$\frac{a \cdot i \cdot ds \cdot dl}{x^2} \sin^2 \varphi \text{ und}$$

$$\frac{a \cdot b \cdot i \cdot ds \cdot dl}{x^2} \cos^2 \varphi:$$

Ausdrücke, in welchen a eine näher zu bestimmende Constante und b nach Ampère die Zahl $\frac{1}{2}$ bedeutet.

Von diesen Kräften kommen jedoch nur ihre Componenten nach ol in Betracht, die erhalten werden, indem man die erste mit $\sin \varphi$, die andere mit $\cos \varphi$ multiplicirt.

Beide Componenten haben dieselbe Richtung von l nach o . Ihre Summe bildet daher die ganze vom Stromelement ds gegen dl gerichtete inducirende Kraft.

$$dK = - \frac{a \cdot i \cdot ds \cdot dl}{x^2} (\sin^3 \varphi + b \cos^3 \varphi).$$

Der so bestimmten Kraft ist das negative Zeichen vorgesetzt, weil die Richtung des Schließungs-Inductionsstroms derjenigen des Hauptstroms entgegengesetzt ist. Für die Induction beim Oeffnen der Volta'schen Kette wird dK zwar denselben absoluten Werth haben, jedoch mit positiven Zeichen behaftet werden müssen.

Setzt man $x = \frac{r}{\sin \varphi}$; $l = r \cot \varphi$ und $dl = - \frac{r \cdot d\varphi}{\sin^2 \varphi}$; und nimmt man, unter der Voraussetzung, daß die Linie ol vom Punkte l aus, nach beiden Seiten hin sich ins Unbegrenzte erstreckt, das Integral zwischen den Grenzen $\varphi = 0$ bis $\varphi = 180^\circ$, so wird erhalten:

$$K = -\frac{4}{3}(1+b)a \cdot i \frac{ds}{r},$$

oder auch für die ganze, von der Stromlänge s gegen den damit gleichlaufenden Leiter von unbegrenzter Länge ausgeübte Kraft:

$$K = -\frac{4}{3}(1+b)a \cdot i \frac{s}{r} = -2a \cdot i \frac{s}{r},$$

wenn für b dessen Werth: $b = \frac{1}{2}$ eingeführt wird.

Dieser Ausdruck darf nicht mit der durch die Induction in dem gegebenen Falle erzeugten elektromotorischen Thätigkeit verwechselt werden; er bezeichnet nur den einen der Factoren derselben. K bedeutet eine Kraft, welche, während sie sich in einem bestimmten, jedenfalls sehr kurzen Zeitraume t von dem Werthe Null bis zur Gröfse $2a \cdot i \frac{s}{r}$ erhebt, in der Nebenleitung thatsächlich irgend eine Aenderung, also eine Arbeit hervorbringt.

Da die Wirksamkeit von K während dieses Vorgangs sich direct wie die Intensitäts-Veränderung i und umgekehrt wie der Abstand r verhält, so folgt dafs zur Bestimmung der Arbeitsgröfse durch Rechnung, es ganz dasselbe ist, ob der Stromleiter s während der Zeit t , bei unverändertem Abstände r , mit strömender Elektricität, allmählich bis zur Intensität i erfüllt werde, oder ob derselbe Draht s einen Strom von unveränderlicher Stärke i leitend, aus unbegrenzter Ferne, jedoch immer sich selbst parallel in demselben Zeitraume t der Nebenleitung bis zum Abstände r , oder allgemeiner, bis zu einem beliebigen Abstände x genähert werde.

Angenommen für die kleine Wegesstrecke $-dx$ sey das Arbeitsmoment:

$$dQ = -K \cdot dx = 2a \cdot i \cdot s \frac{dx}{x};$$

so findet man nunmehr die ganze Arbeit, d. h. die Gröfse der inducirten elektromotorischen Kraft, oder die derselben entsprechende Stärke des inducirten Stroms:

$$Q = 2a \cdot i \cdot s \log x + C.$$

Die Bestimmung der Constanten setzt die Kenntniß der Inductionswirkung für die Einheit des Abstandes, der Länge und Intensität des inducirenden Stromes voraus. Gesetzt, es sey diese Bestimmung auf experimentellem Wege gemacht worden, und man habe hiernach für $x=r$, und mit Beziehung auf den Schließungs-Inductionsstrom, $Q = -q.i.s$ gefunden; so ist $C = -q.i.s - 2a.i.s \log r$, folglich

$$(\alpha) \quad . \quad Q = -q.i.s + 2a.i.s \log \frac{x}{r}.$$

Nimmt man in dieser Gleichung r , i und s als relative Maafseinheiten, und führt man statt des natürlichen Logarithmen den Briggschen ein, so wird

$$Q = -q + 2.2,3.a \log x = -q \left(1 - \frac{2.2,3.a}{q} \log x \right).$$

Diese Formel ist nun übereinstimmend mit der für Tafel V bis IX empirisch gefundenen.

Allerdings darf nicht übersehen werden, daß bei der vorhergehenden theoretischen Entwicklung die Länge s und der Abstand x als verhältnißmäfsig sehr klein gegen die übrigen Abmessungen des Inductionsapparates angenommen worden sind, daß folglich obiger Ausdruck nur unter dieser Bedingung seine volle Geltung haben kann. Für den besonderen Inductionsapparat der zu den beschriebenen Versuchen diente, ist, wie wir gesehen haben,

$$\frac{2.2,3.a}{q} = \frac{A}{Q} = 0,479,$$

also die Constante

$$2a = \frac{0,479}{2,2} \cdot q$$

7. *Inducirende Wirkung einer geraden Stromlinie auf einen benachbarten geradlinigten Leiter von unbegrenzter Länge, auf welchem ihre Richtung senkrecht steht.*

Es ist im Voraus zu erwarten, daß eine Induction unter den hier ausgesprochenen Bedingungen überhaupt nicht stattfinden könne, und dem entsprechen auch die aus der Ampère'schen Theorie gezogenen Folgerungen.

Es sey (Fig. 3 Taf. II) $as = s$ die Länge der Strom-

linie, $st = ds$ ein Element derselben, $al = r$; ferner $ol = l$, $op = dl$ und Winkel $poq = 90^\circ - tsv = \varphi$, so findet man, nach denselben Grundsätzen wie früher verfahrend, und indem man bedenkt, daß die in die Linie ol reducirten Componenten der inducirenden Kraft, jetzt einander entgegengesetzt sind:

$$dK = \frac{a \cdot i \cdot ds \cdot dl}{x^2} (\sin^2 \varphi \cos \varphi - b \cos^2 \varphi \sin \varphi);$$

oder, indem für $x = os$ dessen Werth $\frac{r+s}{\sin \varphi}$, und, da $l = (r+s) \cot \varphi$ das Differential $dl = -\frac{(r+s)d\varphi}{\sin^2 \varphi}$ gesetzt wird,

$$dK = -\frac{a \cdot i \cdot ds}{r+s} d\varphi (\sin^2 \varphi \cos \varphi - b \cos^2 \varphi \sin \varphi).$$

Das Integral zwischen den Gränzen $\varphi = 90^\circ$ bis $\varphi = 0$ genommen, ist:

$$K = \frac{a \cdot i (1-b) ds}{3(r+s)}.$$

Diese Kraft bezieht sich auf eine gerade Drahtleitung, die sich in der Richtung von l nach o ins Unbegrenzte fortsetzt. Erstreckt sich dieselbe in gleicher Weise und im Einklange mit der Aufgabe auch nach der andern Seite hin, so muß sich natürlich für diese zweite Abtheilung des Drahtes eine gleiche inducirende Kraft, jedoch, wie leicht zu sehen, mit dem entgegengesetzten Zeichen ergeben. Die ganze von der Stromlinie as gegen eine, deren Richtung senkrecht durchschneidende, geradlinigte Nebenleitung von unbegrenzter Länge ausgeübte inducirende Kraft ist daher gleich Null.

8. *Inducirende Wirkung einer geraden, kurzen Stromlinie auf einen benachbarten geradlinigten Leiter von unbegrenzter Länge, dessen Richtung mit derjenigen der ersten einen beliebigen Winkel bildet.*

Es sey ab (Fig. 4 Taf. II) ein Stück des Drahts von unbegrenzter Länge, $cs = s$ die Stromlinie, deren Verlängerung mit ab den Winkel $bts = e$ bildet. Ein beliebiges Element $ts = ds$ der Stromlinie zerfällt in die Componen-

ten $su = ds \sin e$ und $sv = ds \cos e$, von welchen die erste auf ab wirkungslos ist, die zweite eine inducirende Kraft

$$K = \frac{4}{3}(1+b) a.i. \cos e \frac{ds}{x}$$

hervorbringt. Der Werth $x = sx$ bedeutet hier den senkrechten Abstand des Elementes ds von der Linie ab .

Denkt man sich dieses Stromelement aus weiter Ferne bis zum Abstände x genähert, so ist für den folgenden sehr kleinen Weg $-dx$ das Moment seiner gegen ab ausgeübten inducirenden Kraft:

$$-K dx = -\frac{4}{3}(1+b) a.i. \cos e . ds \frac{dx}{x},$$

also die Gesamtwirkung des Elementes, und indem zur Abkürzung $b = \frac{1}{2}$ gesetzt wird:

$$dQ = -2 a.i. \cos e . ds \log x + C.$$

Es sey $cr = r$ und der Winkel e habe seine Geltung zwischen $e = 0$ (in welchem Falle die Stromlinie im Abstand r mit ab parallel läuft) bis zu $e = 90^\circ$ (in welchem Falle das Integral Null wird). Der Werth von $x = r$ bezeichnet dann den geringsten Abstand, bis zu welchem ds der Linie ab genähert werden kann.

Angenommen es sey bei dieser Gränze der Annäherung als Resultat der Beobachtung:

$$dQ = q.i \cos e ds,$$

daher

$$C = q.i \cos e ds + 2 a.i. \cos e . ds . \log r.$$

Indem dieser Werth von C in die Gleichung eingeführt und zugleich $x = r + s \sin e$ gesetzt wird, erhält man:

$$dQ = i \cos e . ds \left(q - 2a \log \frac{r + s \sin e}{r} \right).$$

Das Integral dieses Ausdrucks, zwischen den Gränzen $cs = 0$, bis $cs = s$ genommen, also die ganze von der Stromlinie cs gegen die Leiter ab ausgeübte Induction ist:

$$(\beta) Q = i.s \cos e \left[q + 2a + 4,6 a \frac{r + s \sin e}{s \sin e} \log \text{brigg} \frac{r}{r + s \sin e} \right].$$

Die Constante q hat hier dieselbe Bedeutung wie in Gleichung (α) . Es ist die Stärke der Induction ausgeübt

von der Stromlänge l im Abstände r von der Nebenleitung, für den Fall daß beide Drähte parallel laufen.

Diese Formel gilt für jede beliebige Neigung der beiden Drähte gegen einander. Für $e=0$ wird zwar der dritte Theilsatz der Gleichung unbestimmt; indem man aber

in dem Werthe $y = \frac{\log \text{nat} \frac{r}{l \sin e + r}}{\frac{l \sin e}{l \sin e + r}}$ Zähler und Nenner mit

Beziehung auf e differenzirt, erhält man $y = -\frac{l \sin e + r}{r}$, woraus ersichtlich, daß für $e=0$, $y=-1$, also $Q=qis$ wird.

Es ist dieß genau derselbe Werth, welcher unter derselben Bedingung, d. h. wenn beide Drähte parallel laufen, aus der Gleichung (α) hervorgeht.

Um die theoretisch abgeleitete Formel (β) auf Erfahrungsergebnisse anwenden zu können, bedurfte der Inductionsapparat einer kleinen Abänderung. Auf demselben Brett, auf welchem der Draht AB (Fig. 4 Taf. II) ausgespannt war, wurde nämlich bei c ein Stift eingesetzt, als bleibender Drehungspunkt für das eine Ende des Drahts cd . Außerdem waren bei c und d Gelenke angebracht, welche erlaubten während der Drehung des Drahtes um den Punkt c , den Zuleitungs- und Ableitungsdraht stets in genau senkrechter Stellung gegen AB zu erhalten. Bei dieser Anordnung konnte also, unabhängig von der Größe des Neigungswinkels e , immer nur der inducirende Einfluß der Stromlinie cs zur Wirksamkeit gelangen.

Die Länge von cs betrug 6 Decimeter, der Abstand $cr=r$ ein Centimeter. Die folgende Versuchsreihe bezieht sich auf den so abgeänderten Apparat.

Tafel X.

e^0	β^0	$\sin \frac{\beta}{2}$	β^0 berechnet	dd
0	22°,5	0,19509	22° 30'	
10°	14,15	0,12316	14 31	+ 22'
20	11,35	0,09888	11 28	+ 7
30	9,30	0,08107	9 15	— 3
40	7,60	0,06627	7 23	— 13
50	5,90	0,05146	5 43	— 11

In der Formel (β) bedeutet $q = 0,19509$ die inducirte Kraft für den Fall des Parallelismus der beiden Drähte AB und cd (Fig. 4 Taf. II), und für $r = 1$. Der Werth der Constanten $2a$ aus den Versuchen selbst abgeleitet, wurde $= 0,0401$ gefunden. Indem man ferner den gemeinschaftlichen Factor $i.s$ als Einheit nahm und im dritten Theilsatze $s = 60$ und $r = 1$ setzte, erhielt man die Gleichung:

$$Q = \cos e \left\{ 0,19509 \right. \\ \left. + 0,0401 \left[1 - \frac{1 + 60 \sin e}{60 \sin e} 2,3 \log (1 + 60 \sin e) \right] \right\}$$

welche zur Berechnung der in der 4. Spalte der Tafel enthaltenen Zahlen gedient hat.

Zur Bestimmung der Constanten $2a$ ist aus früheren Versuchen (6) die Gleichung

$$2a = \frac{0,479}{2,3} q$$

abgeleitet worden. Setzt man in dieser $q = 0,19509$, so ergibt sich $2a = 0,0406$. Nach den Daten der Tafel X berechnet, ist wie bemerkt, $2a = 0,0401$. Diese nahe Uebereinstimmung beweist aufs Deutlichste, dafs bei den gewählten Dimensionen des Apparates andere Einflüsse, ausser den bei der Berechnung der Versuche berücksichtigten, in einer die Grenzen der Beobachtungsfehler überschreitenden Bedeutung nicht stattgefunden haben können. -

9. Die inducirende Kraft, welche ein gerader, veränderlicher Strom bc (Fig. 5 Taf. II) auf einen geradlinigten Leiter AB ausübt, der nach B hin von unbegrenzter Länge

ist und dessen Richtung mit derjenigen der Stromlinie bei A einen rechten Winkel einschließt ist vorher (7) bestimmt worden:

$$\int K = \int \frac{a \cdot i (1 - b) ds}{3(r + s)}.$$

Bei allen vorübergehenden Versuchen blieb diese Kraft ohne Wirkung, weil sich dieselbe auf beide Hälften einer von A aus nach beiden Seiten sich erstreckenden geraden Linie in entgegengesetztem Sinne äufserte. Für jede Hälfte der Nebenleitung, besonders genommen, z. B. für die Linie AB (Fig. 5 Taf. II) hat $\int K$ einen reellen Werth, wenn, sowie das Ampère'sche Gesetz verlangt, $b = \frac{1}{2}$. Dafs dem auch bezüglich der Inductionerscheinungen so sey, dafür spricht zwar die innere Wahrscheinlichkeit, ein experimenteller Beweis ist jedoch bis jetzt nicht gegeben worden. Es dürfte deshalb von Interesse seyn, dafs schon aus einem älteren Versuche Nobili's¹⁾ hervorgeht, dafs b jedenfalls kleiner als die Einheit seyn mufs.

Wenn an einem geraden Drahte ab (Fig. 6) von unbegrenzter Länge, durch welchen ein elektrischer Strom in der Richtung von a nach b sich bewegt, ein geradlinigter auf der Stromrichtung senkrecht stehender Leiter rs , mit sich selbst parallel von a nach b , also in der Richtung des Stroms fortgeschoben wird, so entsteht in rs ein Inductionsstrom, von s nach r fließend. Bewegt sich rs im entgegengesetzter Richtung, so verkehrt sich auch die Richtung des Inductionsstroms.

Da rs , indem es sich z. B. in der Richtung nach b bewegt, sich von a entfernen mufs, so leuchtet ein, dafs die inducirenden Kräfte der jeweiligen vorderen und hinteren Seite der Stromlinie ab einander unterstützen müssen. Dafs aber überhaupt eine Induction stattfindet und dafs sie insbesondere die beobachtete Richtung nimmt, ist nur aus dem Umstande erklärbar, dafs der Coëfficient $b > 1$. Ein Blick auf Fig. 7 und die Richtung der Pfeile, welche dazu

1) Pogg. Ann. Bd. 27, S. 407.

dienen, die Richtung der inducirenden, so wie der inducirten Stromelemente zu versinnlichen, macht dieß alsbald verständlich. Man erkennt, daß die Summe der Componenten nach sr der im Sinne po inducirten, d. h. von der Constante b unabhängigen Stromelemente das Uebergewicht haben müsse über die Summe der Componenten nach rs der im Sinne oq inducirten, von b abhängigen Stromelemente. Indem man in der Gleichung:

$$K = \frac{a \cdot i (1-b) ds}{3(r+s)},$$

an die Stelle der Constanten b deren Zahlenwerth einsetzt wird erhalten:

$$K = \frac{a \cdot i \cdot ds}{6(r+s)}.$$

Diese Kraft trachtet einen Strom von B nach A (Fig. 5) zu erregen, wenn der inducirende Strom von c gegen b sich bewegt. Um das entsprechende Bewegungsmoment, oder die vom Stromelemente ds ausgeübte Induction zu bestimmen, kann man auch in diesem Falle von der Vorstellung ausgehen, daß ds gleichsam aus weiter Ferne bis zu einem Abstände $r+s$ genähert werde. Es ist dann für den folgenden sehr kleinen Weg $-ds$,

$$-K \cdot ds = -\frac{a \cdot i \cdot ds}{6} \frac{ds}{r+s}.$$

Das Integral dieser Gleichung genommen zwischen den Gränzen $bc=0$ bis $bc=s$, giebt die Stärke der vom Stromelemente ds bewirkten Induction,

$$dQ = -\frac{a \cdot i}{6} ds \log(r+s) + C.$$

Angenommen nun, durch Erfahrung sey bereits bekannt, daß für $s=0$, d. h. für den Abstand r , die *Einheit der Stromlänge und Stromstärke* die elektromotorische Kraft q' zu erzeugen vermöge, so ist für diesen Fall: $dQ = q' \cdot i \cdot ds$, folglich die Constante $C = q' \cdot i \cdot ds + \frac{a \cdot i}{6} ds \log r$, also

$$dQ = q' \cdot i \cdot ds - \frac{a \cdot i}{6} ds \log \frac{r+s}{r},$$

und die ganze Induction,

$$(\gamma) \quad Q = q' \cdot i s + \frac{a \cdot i \cdot s}{6} \left\{ 1 - \frac{r+s}{s} 2,3 \log \text{brigg} \frac{r+s}{r} \right\}.$$

Gleichung in welcher r den Abstand Ab (Fig. 5 Taf. II) bedeutet, und s vom Punkte b beginnend, jeden beliebigen Werth zwischen den Gränzen $bc=0$ bis $bc=s$ annehmen kann.

10. *Inducirende Wirkung einer geraden Stromlinie von begränzter Länge auf einen benachbarten Leiter, dessen Richtung in die Verlängerung der ersteren fällt und der sich in gerader Linie nach einer Seite ins Unbegrenzte erstreckt.*

Es mag (Fig. 8) $as=s$ die Stromlinie und $ts=ds$ ein Element derselben, bc den in Betracht kommenden Theil der Nebenleitung und $ox=x$ ein Element derselben vorstellen; es sey ferner $cx=x$ und $ca=r$.

Die von ds gegen dx in Wirksamkeit gesetzte inducirende Kraft ist:

$$dK = a \cdot b \cdot i \frac{ds \cdot dx}{(s+r+x)^2},$$

wovon das Integral:

$$K = -a \cdot b \cdot i \frac{ds}{s+r+x} + C,$$

zwischen den Gränzen $x=0$ bis $x=\infty$ Geltung hat. Für $x=0$ wird auch $K=0$; daher

$$C = a \cdot b \cdot i \frac{ds}{s+r},$$

und

$$K = a \cdot b \cdot i \left(\frac{ds}{s+r} - \frac{ds}{s+r+x} \right).$$

Für x von unbegrenzter Länge verschwindet der Werth $\frac{ds}{s+r+x}$. Es ist daher die von ds gegen die Linie bc ausgeübte inducirende Kraft vollständig genommen:

$$K = a \cdot b \cdot i \frac{ds}{r+s}.$$

Aus dieser Gleichung läßt sich durch dieselbe Folge von Schlüssen wie im vorhergehenden Falle die durch die Strom-

linie s in dem von c aus ins Unbegrenzte sich fortsetzenden Leiter x erzeugte elektromotorische Kraft ableiten:

$$(\delta) \quad Q'' = q'' \cdot i \cdot s + \frac{1}{2} a \cdot i \cdot s \left(1 - \frac{r+s}{s} \cdot 2,3 \log b r \frac{r+s}{r} \right).$$

Die hier auftretende Constante q'' bedeutet, ähnlich wie in früheren Fällen, die Induction, welche durch die Einheit der Stromlänge und Stromstärke im Abstände r in dem Leiter hervorgebracht wird.

Es muß übrigens bemerkt werden, daß nachdem q bekannt ist, die Bestimmung von q' und von q'' keine besondere experimentelle Untersuchung erfordert.

Die Werthe q , q' und q'' haben das mit einander gemein, daß sie Wirkungen einer gleichen Stromlänge, bei gleicher Aenderung der Stromstärke und für gleichen Abstand von der Nebenleitung ausdrücken. Diese Analogie gilt also auch im strengsten Sinne für $q \cdot ds$, $q' \cdot ds$ und $q'' \cdot ds$; denn diese Ausdrücke bezeichnen die Wirkungen eines und desselben Stromelementes unter den obigen Bedingungen, oder auch die entsprechenden Arbeitsmomente von ds . Da die (nach Hypothese) zurückgelegten Wegestrecken des Elementes ds in den drei Fällen als gleich vorausgesetzt sind, so folgt, daß sich die Momente wie ihre inducirenden Kräfte verhalten müssen. Diese Kräfte sind:

$$K = 2 a \cdot i \cdot \frac{ds}{x} \quad (6),$$

$$K' = \frac{a \cdot i}{6} \cdot \frac{ds}{r+s} \quad (9),$$

$$K'' = \frac{a \cdot i}{2} \cdot \frac{ds}{r+s} \quad (10);$$

oder, indem man erwägt, daß bei vorausgesetzter Annäherung bis zum Abstände r , $x = r$ und $s = 0$ wird:

$$K = 2 \cdot a \cdot i \cdot \frac{ds}{r}$$

$$K' = \frac{a \cdot i}{6} \cdot \frac{ds}{r} = \frac{2 a \cdot i}{12} \cdot \frac{ds}{r}$$

$$K'' = \frac{a \cdot i}{2} \cdot \frac{ds}{r} = \frac{2 a \cdot i}{4} \cdot \frac{ds}{r}.$$

Es ist demnach

$$q' = \frac{1}{12}q \text{ und } q'' = \frac{1}{4}q.$$

11. Die vorhergehenden theoretischen Erörterungen können benutzt werden die folgende Aufgabe zu lösen. Durch die Drahtleitung $psrq$ (Fig. 9 Taf. II), deren Aeste ps und qr mit sr rechte Winkel bilden, geht ein elektrischer Strom von der Intensität i , z. B. in der durch die Pfeile angedeuteten Richtung. Es ist die Induction in einer Nebenleitung acb zu bestimmen, deren beide Aeste bc und ac sich ins Unbegrenzte erstrecken und bei c einen rechten Winkel bilden, so daß der Punkt c in die Verlängerung von ps fällt. Die Ebene beider Drahtleitungen durchschneiden sich rechtwinklich, ca und sr sind gleichlaufend und der Abstand sc ist sehr gering.

Unter der Voraussetzung daß die Drähte cb und ca zwei Seiten eines sehr großen Vierecks bilden, ähnlich dem in Fig. 1 Taf. II beschriebenen, und daß auch sp und rq sehr lang sind, daß ferner die Länge sr 6 Decimeter beträgt, kann unter den übrigen in der Aufgabe gestellten Bedingungen eine merkliche Induction nur durch die Stromlinie rs bewirkt werden. Denn die Wirkung, welche qr gegen die Basis und die aufsteigenden Seiten der Nebenleitung ausübt, ist Null oder fast Null. Von ps werden in den Drähten cb und ca gleiche und entgegengesetzte Kräfte erregt; die beiden andern Seiten der Nebenleitung sind aber von pc zu weit entfernt. Dasselbe gilt für die vierte mit rs gleichlaufende Seite des wirksamen Vierecks. Bleibt also wie gesagt nur der Einfluß von rs . Durch diesen werden in den Aesten ca und cb der Nebenleitung Inductionen bewirkt, die der Richtung nach einander entgegengesetzt sind, von welchen aber die von c nach a gerichtete inducirte Kraft das Uebergewicht hat. Die entsprechende Stromwelle würde durch die Gleichung

$$Q = q - 2.2,3.a \log \frac{x}{r}$$

bestimmt seyn, wenn die Leitung ca sich von c aus rechts wie links in die Ferne erstreckte. Nun fehlt aber ein

zweiter Ast in diesem Sinne, oder vielmehr derselbe ist rechtwinklich aufgebogen. Die gegen die fehlende geradlinigte Verlängerung wirksame Kraft muß also in Abzug gebracht werden. Dieselbe ist unter der Bedingung eines sehr kleinen Abstandes sc durch die Gleichung (δ)

$$Q = q'' + \frac{1}{2}a \left(1 - \frac{r+s}{s} 2,3 \log \frac{r+s}{r}\right),$$

ausgedrückt.

Ferner kommt in Abzug die von rs in cb inducirte Kraft. Der Werth derselben ist

$$Q' = q' + \frac{1}{6}a \left(1 - \frac{r+s}{s} 2,3 \log \frac{r+s}{r}\right).$$

Für den Abstand $x = sc = r$ ist daher die ganze zur Wirksamkeit kommende Induction:

$$\begin{aligned} (\varepsilon) \quad Q''' = q - (q' + q'') &= q - (q' + q'') \\ &+ \frac{2}{3}a \left(1 - \frac{r+s}{s} 2,3 \log \frac{r+s}{r}\right). \end{aligned}$$

Da q' , q'' und a wie wir gesehen haben, aus q abgeleitet werden können, so bedarf es nur, wenn letzteres bekannt ist, für r und s die entsprechenden Werthe einzusetzen, um Q''' zu bestimmen.

Ein dem Sinne dieser Aufgabe entsprechender Versuchsapparat konnte dadurch angeordnet werden, daß man bei c ein Gelenk anbrachte, wodurch es möglich wurde ohne Aenderung des Widerstandes der Nebenleitung den Draht cb horizontal zu richten oder winkelrecht aufzubiegen. Die im ersten und im zweiten Falle bei gleichem Abstände r und bei gleicher Stromstärke durch die Induction bewirkten Ausschläge der Nadel sind dann unter einander verglichen worden. Die Stromlinie rs hatte 6 Decimeter Länge und wurde, wie in der ersten, so nachher in der zweiten Versuchsreihe, abwechselnd auf 1, 2 und 3 Centimeter Abstand vom Drahte ca geschoben. Bei den drei ersten Versuchen standen beide Aeste ca und cb der Nebenleitung horizontal, d. h. beide fielen in ein und dieselbe Gerade.

Tafel XI.

r	β°	$\sin \frac{\beta}{2}$	β°	dd
		berechnet.		
1	23,0	0,19937	23° 0	0
2	19,8	0,17060	19 39'	— 9'
3	17,9	0,15366	17 41	— 13
1	20,10	0,17685	20° 22'	+ 16'
2	17,35	0,14940	17 11	— 10
3	15,40	0,13280	15 16	— 8

Unter den Zahlen der dritten Spalte sind die drei obersten mit Hülfe der Gleichung

$$\sin \frac{\beta}{2} = 0,19937 (1 - 0,479 \log x)$$

berechnet worden. Die so bestimmten Werthe in die Gleichung (ϵ) eingesetzt, dienten dann zur Berechnung der drei untersten Zahlen der dritten Spalte.

12. Obgleich das Verfahren nach welchem ich in der vorliegenden Abhandlung versucht habe die Gesetze der Volta-Induction aus der Ampère'schen Theorie abzuleiten nur auf einige wenige und zwar sehr einfach gewählte Fälle der Induction in Anwendung gebracht worden ist, so sind doch diese Beispiele so ausgesucht worden, daß alle Formen der Induction, ausgeübt von einem Stromelemente von veränderlicher Stärke auf einen benachbarten Leiter von unveränderter Lage darin vorkommen.

Ich glaube deshalb nicht zu irren, wenn ich annehme, daß der Zusatz, durch welchen es gelang das Ampère'sche Grundgesetz in den gewählten Beispielen als Grundlage der Rechnung anwendbar zu machen, (der Zusatz nämlich, daß die Induction als eine von dem inducirenden Strome ausgeübte Arbeit betrachtet werden kann), dieselbe Kraft in allen Fällen besitzt.

Wenn man von der Ampère'schen Theorie ausgehend ganz allgemein die inducirende Kraft bestimmt, welche ein beliebiges Stromelement $st = ds$ (Fig. 10 Taf. II), dessen

Stärke die Veränderung i erfährt, auf das Element $op=dl$ eines geschlossenen Leiters äußert, so gelangt man zu dem Ausdrucke

$$\frac{a i ds dl}{x^2} (\sin \alpha \sin^2 \beta + b \cos \alpha \cos^2 \beta);$$

wenn $ol=l$, der Abstand $os=x$, und die Beziehung zwischen den Winkeln α und β durch $\alpha=e+\beta$ gegeben ist. Für den Fall, daß die wahre Richtung des Stroms außerhalb der Ebene sop liegt, bedeutet ds eine in diese Ebene reducirte Componente, während die andere auf derselben Ebene winkelrecht stehende Componente wirkungslos bleibt.

Es ist mit Beziehung auf die Veränderlichkeit der Winkel α und β , wenn e constant bleibt, $dl = -\frac{x d\beta}{\sin \beta}$. Wird dieser Werth von dl in den Ausdruck der inducirenden Kraft eingesetzt, so wird dieser

$$= -\frac{a i ds}{x} \frac{d\beta}{\sin \beta} (\sin \alpha \sin^2 \beta + b \cos \alpha \cos^2 \beta).$$

Hieraus ist ersichtlich, daß die inducirende Kraft, welche ein Stromelement gegen irgend ein Element eines geschlossenen Leiters ausübt, sich ganz allgemein, direct wie die Veränderung der Stromstärke i und umgekehrt wie die Entfernung x verhält.

Läßt man die Neigung beider Elemente gegeneinander ungeändert, so ist es folglich hinsichtlich der Stärke der Einwirkung des einen auf das andere, ganz dasselbe, ob die Stromstärke i sich vergrößert, oder ob die Entfernung x verhältnißmäßig abgenommen hat.

Die elektromotorische Kraft, welche das Element ds in dem Elemente dl , und zwar nach dessen Richtung erzeugt, ist also ganz allgemein

$$= +\frac{a i ds dl}{x} \frac{d\beta}{\sin \beta} (\sin \alpha \sin^2 \beta + b \cos \alpha \cos^2 \beta).$$

Dem Scharfsinne W. Webers ist es bekanntlich gelungen ein allgemeines elektrisches Grundgesetz zu ent-

decken ¹⁾, d. h. ein Princip, welches die Elektrostatik und Elektrodynamik zugleich umfaßt. Er hat gezeigt, daß man von diesem Principe ausgehend folgerichtig zu der elektrodynamischen Theorie von Ampère gelangen kann, und er hat in gleicher Weise die Erscheinungen der Volta-Induction daraus erklärt.

Für den Fall, der in der vorliegenden Abhandlung insbesondere betrachtet worden ist, nämlich den der Induction in einem Leiter durch Aenderung der Stromintensität in einem andern Leiter, folgerte er aus jenem allgemeinen Grundgesetze als Werth der elektromotorischen Kraft den Ausdruck ²⁾

$$-\frac{a}{2} \frac{\alpha \alpha'}{r} \cos \theta \cos \theta' \frac{di}{dt}.$$

in welchem a eine Constante, α ein Stromelement, α' ein Element des Leiters, θ und θ' die Winkel, welche ihre Richtungen mit ihrer geraden Entfernung r von einander bilden, di ein Differential der Stromstärke und endlich dt das Zeitelement, in welchem die Stromstärke um di zugenommen hat, vorstellen.

Vor einiger Zeit fand ich Gelegenheit W. Weber meine vorher beschriebenen Versuche vorzulegen. Er wurde dadurch veranlaßt die Resultate derselben mit seiner Theorie zu vergleichen, und überzeugte sich, daß obiger Ausdruck, angewendet auf den besonderen Fall meiner Versuche, unmittelbar zu einer Gleichung von derselben Gestalt führt, wie diejenige, welche ich zuerst auf dem Erfahrungswege gefunden und dann mit Zugrundelegung der Ampère'schen Theorie und eines Zusatzes zu derselben abgeleitet hatte.

Die Art seiner Beweisführung ist die folgende.

Mit Beziehung auf den oben beschriebenen Inductionsapparat, welchen die Fig. 11 Taf. II schematisch wiedergibt, sey $ABCD$ ein geschlossener Leiter in einer verticalen Ebene, $abcd$ eine geschlossene Kette mit AB in einer horizontalen Ebene, in welcher die Stromintensität während

1) Pogg. Ann. Bd. 73 S. 219.

2) Pogg. Ann. Bd. 73 S. 239.

der Zeit dt um di zunimmt. Die Linie ab sehr klein im Vergleich zu AB , und ihre Endpunkte a und b von den entsprechenden Punkten A und B gleich weit entfernt. Unter dieser Voraussetzung übt der wachsende Strom in bc auf die beiden Seiten BC und DA zusammen eine entgegengesetzt gleiche elektromotorische Kraft aus, wie der wachsende Strom in da auf dieselben beiden Seiten. Ferner üben die wachsenden Ströme in bc und in da entgegengesetzt gleiche elektromotorische Kräfte auch auf AB und ebenso auf CD aus.

Hiernach bleiben nur noch die auf die vier Seiten AB , BC , CD und DA von dem wachsenden Strome in ab und cd ausgeübten elektromotorischen Kräfte übrig.

Jede dieser 8 Kräfte ergibt sich leicht durch Integration aus dem *Grundgesetze der Volta-Induction*:

$$-\frac{\alpha\alpha'}{r} \cos\theta \cos\theta' \frac{di}{dt}.$$

wenn man in dem allgemeinen Ausdrucke desselben die Constante $\frac{a}{2}$, weil hier ohne Bedeutung, um abzukürzen, wegläßt.

Man setze $AD = CB = a$, $AB = DC = b$, $ad = cb = c$, $ab = cd = d$; die Entfernung der Linie ab von der ihr gleichlaufenden $AB = x$; ferner $\alpha' = dx$ und mit Rücksicht auf die Kürze der Linie ab , $\alpha = d$.

Ist nun $i = \int \frac{di}{dt} dt$ der Integralwerth der Stromzunahme, so erhält man die zugehörigen *Integralwerthe* der 8 Kräfte, wie folgt.

Kraft	α	r	$\cos \theta$	$\cos \theta'$	Integralwerth der Kraft
1) (ab) auf (AB)	$+d$	$\sqrt{(x^2+z^2)}$	$\frac{z}{r}$	$\frac{z}{r}$	$-di \int_{-\frac{1}{2}b}^{+\frac{1}{2}b} \frac{zz dz}{(x^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$
2) (ab) auf (CD)	$+d$	$\sqrt{(a^2+x^2+z^2)}$	$\frac{z}{r}$	$\frac{z}{r}$	$-di \int_{+\frac{1}{2}b}^{-\frac{1}{2}b} \frac{zz dz}{(a^2+x^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$
3) (cd) auf (AB)	$-d$	$\sqrt{[(c+x)^2+z^2]}$	$\frac{z}{r}$	$\frac{z}{r}$	$+di \int_{-\frac{1}{2}b}^{+\frac{1}{2}b} \frac{zz dz}{[(c+x)^2+z^2]^{\frac{3}{2}}}$
4) (cd) auf (CD)	$-d$	$\sqrt{[a^2+(c+x)^2+z^2]}$	$\frac{z}{r}$	$\frac{z}{r}$	$+di \int_{+\frac{1}{2}b}^{-\frac{1}{2}b} \frac{zz dz}{[a^2+(c+x)^2+z^2]^{\frac{3}{2}}}$

Kraft	α	r	$\cos \theta$	$\cos \theta'$	Integralwerth der Kraft
5) (ab) auf (BC)	$+d$	$\frac{1}{2}\sqrt{[b^2+4(x^2+z^2)]}$	$+\frac{b}{2r}$	$+\frac{x+z}{r}$	$-di \int_a^a \frac{4b(x+z)dz}{[b^2+4(x^2+z^2)]^{\frac{3}{2}}}$
6) (ab) auf (DA)	$+d$	$\frac{1}{2}\sqrt{[b^2+4x^2+4(a-z)^2]}$	$-\frac{b}{2r}$	$-\frac{a+x-z}{r}$	$-di \int_a^a \frac{4b(a+x-z)dz}{[b^2+4x^2+4(a-z)^2]^{\frac{3}{2}}}$
7) (cd) auf (BC)	$-d$	$\frac{1}{2}\sqrt{[b^2+4(x+c)^2+4z^2]}$	$+\frac{b}{2r}$	$+\frac{c+x+z}{r}$	$-di \int_a^a \frac{4b(c+x+z)dz}{[b^2+4(x+c)^2+4z^2]^{\frac{3}{2}}}$
8) (cd) auf (DA)	$-d$	$\frac{1}{2}\sqrt{[b^2+4(x+c)^2+4(a-z)^2]}$	$-\frac{b}{2r}$	$-\frac{a+c+x-z}{r}$	$-di \int_a^a \frac{4b(a+c+x-z)dz}{[b^2+4(x+c)^2+4(a-z)^2]^{\frac{3}{2}}}$

Die ausgeführten Integrationen ergeben, mit Weglassung des gemeinschaftlichen Factors $d.i$:

$$\begin{aligned}
 (1) & + \frac{2b}{\sqrt{(b^2+4x^2)}} - \log \frac{\sqrt{(b^2+4x^2)}+b}{\sqrt{(b^2+4x^2)}-b} \\
 (2) & - \frac{2b}{\sqrt{(b^2+4a^2+4x^2)}} - \log \frac{\sqrt{(b^2+4a^2+4x^2)}-b}{\sqrt{(b^2+4a^2+4x^2)}+b} \\
 (3) & - \frac{2b}{\sqrt{[b^2+4(c+x)^2]}} + \log \frac{\sqrt{[b^2+4(c+x)^2]}+b}{\sqrt{[b^2+4(c+x)^2]}-b} \\
 (4) & + \frac{2b}{\sqrt{[b^2+4a^2+4(c+x)^2]}} + \log \frac{\sqrt{[b^2+4a^2+4(c+x)^2]}-b}{\sqrt{[b^2+4a^2+4(c+x)^2]}+b} \\
 (5) & - \frac{b}{\sqrt{(b^2+4x^2)}} + \frac{b}{\sqrt{(b^2+4a^2+4x^2)}} \\
 (6) & - \frac{b}{\sqrt{(b^2+4x^2)}} + \frac{b}{\sqrt{(b^2+4a^2+4x^2)}} \\
 (7) & + \frac{b}{\sqrt{[b^2+4(c+x)^2]}} - \frac{b}{\sqrt{[b^2+4a^2+4(c+x)^2]}} \\
 (8) & + \frac{b}{\sqrt{[b^2+4(c+x)^2]}} - \frac{b}{\sqrt{[b^2+4a^2+4(c+x)^2]}}.
 \end{aligned}$$

Also die Summe aller acht Kräfte, wenn man um abzukürzen setzt:

$$\begin{aligned}
 m^2 &= 1 + 4 \left(\frac{x}{b} \right)^2 \\
 n^2 &= 1 + 4 \frac{a^2+x^2}{b^2} \\
 p^2 &= 1 + 4 \left(\frac{c+x}{b} \right)^2 \\
 q^2 &= 1 + 4 \frac{a^2+(c+x)^2}{b^2} \\
 &= -d i \log \left(\frac{m+1}{m-1} \cdot \frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{p-1}{p+1} \cdot \frac{q+1}{q-1} \right).
 \end{aligned}$$

Für kleine Werthe von x kann dieses gegen a und c vernachlässigt werden. Es wird dann

$$\begin{aligned}
 n^2 &= 1 + 4 \left(\frac{a}{b} \right)^2 \\
 p^2 &= 1 + 4 \left(\frac{c}{b} \right)^2 \\
 q^2 &= 1 + 4 \frac{a^2+c^2}{b^2}
 \end{aligned}$$

und die Summe der Kräfte

$$= -di \log \left(\frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{p-1}{p+1} \cdot \frac{q+1}{q-1} \right) - di \log \frac{m+1}{m-1},$$

oder indem man für m wieder seinen Werth einführt,

$$= -di \log \left(\frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{p-1}{p+1} \cdot \frac{q+1}{q-1} \right) + 2di \log \frac{x}{b},$$

$$= -di \left\{ \log \left(\frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{p-1}{p+1} \cdot \frac{q+1}{q-1} \right) + 2 \log b \right\} b + 2di \log x.$$

In diesem Ausdrucke ist der erste Theilsatz unabhängig von x , und bildet für eine gegebene Länge d und Stärke i des anwachsenden Stroms eine nur von den Dimensionen des Apparates abhängige Gröfse, während der Einfluß des Abstandes x nur in dem zweiten Theilsatze als $\log x$ zur Geltung kommt, ganz so, wie zu beweisen war.

Da die Dimensionen des bei den Versuchen benutzten Inductions-Apparates bekannt sind, nämlich: $a = 232$ Centimeter, $b = 400$ Centim. und $c = 158$ Centim., so konnten die Werthe n , p und q durch Rechnung bestimmt werden. Es ergab sich:

$$n = 1,5315$$

$$p = 1,2745$$

$$q = 1,7232$$

Diese Werthe in die Gleichung eingesetzt, findet man

$$Q = -di (4,1837 - 2 \log x).$$

Es ist aber $\frac{2}{4,1837} = 0,478$, ein Zahlenwerth der dem Mittel der Versuche vorhergegangenen sehr nahe kommt.

Giefßen, am 26. November 1865.

