

kann man sie zuweilen unter Umständen wahrnehmen, unter welchen die anderen Strahlen wegen Mangels an Helligkeit nicht wahrgenommen werden, so z. B. in der Dämmerung an Flammen, am Tage an weissen Gegenständen etc.

Viele der hier angegebenen Erscheinungen liessen sich nur durch die sphärische Abweichung des Auges genügend erklären, und können somit zugleich als Beweis für das Bestehen derselben dienen; weitere Versuche, welche dieselbe ausser Zweifel stellen, sind in der im nächsten Hefte folgenden Abhandlung enthalten.

*VI. Ueber die Erwärmung und Abkühlung, welche die permanenten Gase erfahren, sowohl durch Compression und Dilatation, als auch durch Berührung mit Körpern von verschiedener Temperatur;
von J. H. Koosen.*

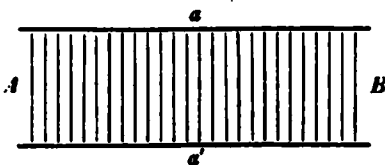
In den bekannten Untersuchungen von Carnot und Clapeyron über die bewegende Kraft der Wärme ist der Satz entwickelt: »dafs wenn Wärme von einem warmen zu einem kalten Körper durch unmittelbare Berührung dieser beiden übergeht, stets ein Verlust an lebendiger Kraft stattfinden mufs«; zugleich wird daselbst die Bemerkung gemacht, dafs bei der Dampfmaschine, beim Uebergange der Wärme des Feuers zu dem Kessel, da ersteres eine 1000° bis 2000° höhere Temperatur als letzterer hat, ein ungeheurer Verlust an lebendiger Kraft stattfindet, und dafs daher nur die Anwendung der Wärme von hoher Temperatur und die Entdeckung eines zur Verwirklichung ihrer bewegenden Kraft dienenden Agens wichtige Vervollkommnungen in der Kunst, die bewegende Kraft der Wärme

zu benutzen, hervorzubringen vermöge. Seitdem man nun angefangen hat, anstatt des Dampfes erwärmte Luft zum Treiben der Maschinen zu benutzen, hat es sich gezeigt, daß der große ökonomische Vorzug, dessen die Maschinen dieser Art vor den Dampfmaschinen theilhaftig sind, (und welches auch sonst wohl ihr einziger Vorzug vor den letzteren bleiben wird) nur dadurch zum Vorschein kommt, daß die Wärme der Luft, nachdem diese ihre Arbeit im Cylinder verrichtet hat, anstatt wie bei der Dampfmaschine unmittelbar an den weit kälteren Condensator oder an die atmosphärische Luft zu treten und so für die Maschine gänzlich verloren zu gehen, bei der Ericson'schen Luftexpansionsmaschine ein System hintereinander liegender feiner Drahtnetze erwärmt und erst dann, nachdem durch eine große Reihe allmäliger Wärmeübergänge auf diese Weise die aus der Maschine heraustretende Luft von einem großen Theile ihrer überschüssigen Wärme befreit worden ist, sich mit der Atmosphäre vermischt. Dieß System aufeinander folgender Drahtnetze, *Regenerator* genannt, dient aber ebenfalls dazu, die aufs Neue in die Maschine eintretende atmosphärische Luft, indem sie in entgegengesetzter Richtung als die austretende durch den Regenerator strömt, durch eine große Reihe *allmäliger* Wärmeübergänge auf die Temperatur des Cylinders zu bringen und dieselbe Wärmemenge wieder aufzunehmen, welche von der austretenden Luft an den Regenerator kurz vorher abgegeben worden, so bald die Maschine in einen gleichmäßigen Beharrungszustand gekommen, da alsdann die Temperatur des Regenerators in allen seinen Theilen nach jedem Kolbenhube auch wieder dieselbe seyn muß.

Der Uebergang der Wärme von der im Cylinder enthaltenen Luft an die Atmosphäre, so wie von dem Heerde an die in den Cylinder tretende Luft geschieht also in den mit einem Regenerator versehenen Maschinen nicht plötzlich, wie bei der Dampfmaschine, d. h. durch unmittelbare Berührung von Körpern von verschiedener Temperatur, sondern durch eine große Anzahl einzelner Wärmeüber-

gänge, welche zwar immer noch zwischen Körpern von einer endlichen Temperaturverschiedenheit stattfinden, deren Unterschiede aber bei weitem nicht mehr so groß sind als dort, wo die Wärme wie bei Dampfmaschinen unmittelbar von dem Herde an den Kessel oder von dem Dampfe an den Condensator oder an die Atmosphäre tritt. Bei Dampfmaschinen ist es nun wegen der Verschiedenheit der Aggregatzustände, welche hier auftreten, nicht möglich einen Apparat wie den Regenerator anzubringen, da man nie mit Dampf von der Temperatur des Feuers arbeiten kann, daher immer durch den Uebergang der Wärme des Feuers an den bei weitem kälteren Kessel ein großer Verlust von lebendiger Kraft stattfinden muß; es läßt sich nur mittelst des Condensators die freie Wärme des Dampfes, welcher nach verrichteter Arbeit aus dem Cylinder an die Atmosphäre tritt, wiedergewinnen. Bei den Luftexpansionsmaschinen hingegen läßt sich auf die oben ange-deutete Weise durch *allmähige* Erwärmung und Erkaltung der atmosphärischen Luft ein jeder Verlust von lebendiger Kraft, welcher durch unmittelbare Berührung von Körpern von verschiedener Temperatur entsteht, verhüten, und zwar dürfen wir voraussetzen, daß, je allmählicher der Uebergang der Wärme des Feuers an die Luft und ebenso der Wärme der austretenden Luft an die Atmosphäre bewerkstelligt wird, auch der Wärmeverbrauch desto geringer seyn werde und die ganze Einrichtung der Maschine desto vollkommener in ökonomischer Beziehung.

Die folgende einfache mathematische Betrachtung wird leicht hiervon überzeugen. Sey AB der Durchschnitt ei-

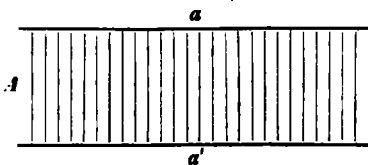


nes solchen Regenerators; B das Ende, wo die heiße Luft mit der Temperatur t aus dem Cylinder nach verrichteter Arbeit einströmt; A das Ende, wo die atmosphärische vorher comprimirt Luft mit der Temperatur der Atmosphäre t_0 einströmt; es bezeichnen die verticalen Li-

Die folgende einfache mathematische Betrachtung wird leicht hiervon überzeugen. Sey AB der Durchschnitt ei-

gänge, welche zwar immer noch zwischen Körpern von einer endlichen Temperaturverschiedenheit stattfinden, deren Unterschiede aber bei weitem nicht mehr so groß sind als dort, wo die Wärme wie bei Dampfmaschinen unmittelbar von dem Heerde an den Kessel oder von dem Dampf an den Condensator oder an die Atmosphäre tritt. Bei Dampfmaschinen ist es nun wegen der Verschiedenheit der Aggregatzustände, welche hier auftreten, nicht möglich einen Apparat wie den Regenerator anzubringen, da man nie mit Dampf von der Temperatur des Feuers arbeiten kann, daher immer durch den Uebergang der Wärme des Feuers an den bei weitem kälteren Kessel ein großer Verlust von lebendiger Kraft stattfinden muß; es läßt sich nur mittelst des Condensators die freie Wärme des Dampfes, welcher nach verrichteter Arbeit aus dem Cylinder an die Atmosphäre tritt, wiedergewinnen. Bei den Luftexpansionsmaschinen hingegen läßt sich auf die oben ange deutete Weise durch *allmähliche* Erwärmung und Erkaltung der atmosphärischen Luft ein jeder Verlust von lebendiger Kraft, welcher durch unmittelbare Berührung von Körpern von verschiedener Temperatur entsteht, verhüten, und zwar dürfen wir voraussetzen, daß, je allmählicher der Uebergang der Wärme des Feuers an die Luft und ebenso der Wärme der austretenden Luft an die Atmosphäre bewerkstelligt wird, auch der Wärmeverbrauch desto geringer seyn werde und die ganze Einrichtung der Maschine desto vollkommener in ökonomischer Beziehung.

Die folgende einfache mathematische Betrachtung wird leicht hiervon überzeugen. Sey AB der Durchschnitt ei-



nes solchen Regenerators; B das Ende, wo die heiße Luft mit der Temperatur t aus dem Cylinder nach verrich-

teter Arbeit einströmt; A das Ende, wo die atmosphärische vorher comprimirt Luft mit der Temperatur der Atmosphäre t_0 einströmt; es bezeichnen die verticalen Li-

nien $a a'$ die Durchschnitte der einzelnen Drahtnetze, von denen jedes in einer Entfernung x vom Ende B liegt. Wenn die Maschine in eine gleichmäßige Bewegung gekommen, so muß auch die Temperatur jedes einzelnen Drahtnetzes z. B. in aa' zu Ende jedes Kolbenhubes dieselbe wieder seyn wie zu Anfang des Kolbenhubes; sie wird aber in jedem einzelnen Drahtnetze im Allgemeinen eine verschiedene seyn; auch wird sie, wie leicht zu sehen, zwischen t und t_0 liegen müssen. Nennen wir diese Temperatur in irgend einem Theile des Systemes von Drahtnetzen, welches in der Entfernung x vom Ende B liegt T , so ist T für jeden einzelnen Querschnitt des Regenerators constant; im Allgemeinen aber eine Function von x . Denken wir uns nun, daß eine Luftschicht von kleiner aber endlicher Dicke mit der Temperatur t bei B in den Regenerator und bei A wieder hinausströme, so wird ihre Temperatur, wenn wir dieselbe als gleichmäßig in der ganzen Dicke der Luftschicht voraussetzen, in jedem Querschnitte des Regenerators eine andere seyn, je nachdem sie vorher mit wärmeren oder kälteren Drahtnetzen in Berührung gekommen; im Allgemeinen wird sie immer ebenfalls zwischen t und t_0 liegen und gleichfalls eine Function der jedesmaligen Entfernung x seyn, welche die Luftschicht seit ihrem Eintritt in den Regenerator zurückgelegt hat, die wir mit $T' = F(x)$ bezeichnen wollen. Denken wir uns ferner die Anzahl der in dem Regenerator befindlichen Drahtnetze unendlich groß, jedes einzelne Netz aber nur von der unendlich kleinen Dicke dx , so wird durch den Durchgang der endlichen Luftschicht von der Temperatur T' durch das unendlich dünne Netz von der Temperatur T , welches in der Entfernung x von der Einströmungsöffnung B liegt, das letztere auf eine Temperatur gebracht werden, die nach den bekannten Gesetzen über die Mischungswärme von der Temperatur T' der Luftschicht nur um ein unendlich Kleines abweicht; die Erwärmung des Netzes wird also $T' - T$ Grade betragen; ebenso wird die Abkühlung der Luftschicht, nachdem sie den Weg dx durch die

Dicke des Netzes zurückgelegt hat, eine unendlich kleine Gröfse seyn, die nach denselben Gesetzen durch $(T' - T)dx.s$ ausgedrückt werden kann, wo s ein constanter Coëfficient ist, der auf die bekannte Weise aus dem Verhältnisse der specifischen Wärmen und der specifischen Gewichte der beiden Substanzen des Gases und des Metalles erhalten wird. Da aber die Zunahme der Temperatur der Luftschicht, indem diese den kleinen Weg dx zurücklegt, auch dT' genannt werden kann, indem T' immer eine Function von x ist, so haben wir die Gleichung

$$dT' = -(T' - T)dx.s \dots (1).|$$

Diese Gleichung kann aber erst dann integrirt werden, wenn eine Relation zwischen T' und T allein gegeben ist.

Die Erwärmung eines einzelnen Netzes betrug $(T' - T)$ Grade; nachdem also die Luftschicht durch den ganzen Regenerator hindurchgeströmt, wird jetzt die Temperatur jeder einzelnen Netzschicht durch $T + (T' - T)$ also durch T' dargestellt werden können. Tritt jetzt am Ende A eine andere Luftschicht von derselben Masse und Dicke wie die vorige, aber mit der atmosphärischen Temperatur t_0 , in den Regenerator ein, so wird die Temperatur, welche sie auf den verschiedenen Punkten ihres Weges annimmt, ebenfalls durch eine Function von x darstellbar seyn, die wir T_2 nennen wollen, und es wird, einer ähnlichen Schlussfolge gemäß, wie oben

$$dT_2 = -(T_1 - T_2)dx.s \dots (2)$$

seyn, und aus denselben Gründen wird nach dem Durchströmen dieser zweiten Luftschicht die in jedem Theile des Regenerators stattfindende Temperatur eines einzelnen Drahtnetzes gleich T_2 oder vielmehr nur um eine unendlich kleine Gröfse von T_2 unterschieden seyn. Wir haben aber vorausgesetzt, daß die Maschine in einen Beharungszustand der Bewegung gekommen, mithin nach jedem vollführten Kolbenhube, also nach jedem zweimaligen Durchströmen der Luft durch den Regenerator, auch die Temperatur in allen Theilen desselben wieder dieselbe geworden sey, also muß T_2 dieselbe Function von x seyn wie T

und jedes einzelne Netz ist durch den zweiten Luftstrom um dieselbe Anzahl von Graden abgekühlt worden, als es durch den ersten Luftstrom erwärmt wurde; setzt man nun in die Gleichungen (1) und (2) $T_2 = T$ und $dT_2 = dT$, so ergibt sich $dT = dT_1$, also $T_1 = T + C$, wo C eine später zu bestimmende Constante, als die verlangte Relation zwischen T_1 und T , mittelst welcher nun die Integration der Gleichung (1) vollzogen werden kann.

Dieses giebt

$$T_1 = t - C \cdot s \cdot x,$$

da für $x=0$ $T_1 = t$ ist; ferner auch

$$T = T_1 - C = t - C(1 + s x).$$

Bezeichnet L die ganze Länge des Regenerators, so muß für $x=L$, die Temperatur der bei A einströmenden Luft, mithin auch die daselbst stattfindende Temperatur des Regenerators nach dem Durchströmen der zweiten Luftschicht gleich t_0 seyn, woraus

$$t_0 = t - C(1 + s \cdot L) \text{ und } C = \frac{t - t_0}{1 + s L}$$

sich ergibt; dieser Werth der Constanten C in die Ausdrücke für T und T_1 eingesetzt, giebt

$$T_1 = t - \frac{s \cdot x(t - t_0)}{1 + s L}$$

$$T = t - (1 + s x) \frac{(t - t_0)}{1 + s L}$$

wodurch T und T_1 vollständig als Functionen von x bestimmt sind, sobald man die Länge L des ganzen Regenerators kennt. Man sieht, daß nur in dem Falle, wo L unendlich groß ist, die ganze überschüssige Wärme abgegeben wird und die Luft aus dem Cylinder in die Atmosphäre bei A mit der Temperatur der letzteren selbst einströmt, ebenfalls: daß die in den Cylinder einströmende Luft in diesem Falle bei B schon die Temperatur $T = t$ erlangt hat, daher im Ganzen nicht die geringste Wärmemenge verloren geht; dieser Fall kann in der Wirklichkeit nur näherungsweise stattfinden, so daß bei einer guten Construction des Regenerators die Temperatur der bei A in die Atmosphäre strö

menden Luft nur um wenig höher ist als die der letzteren; ebenso braucht dann die einströmende Luft bei B nur noch eine geringe Wärmemenge von den Wänden des Cylinders aufzunehmen, um die Temperatur des Feuers zu erreichen. Zur Erreichung dieses Resultats ist, wie man sieht, aufser der gehörigen Länge L des Regenerators noch erforderlich, dafs die Constante s so grofs wie möglich gewählt werde; diese Gröfse ist aber hauptsächlich proportional der specifischen Wärme des Metalles, aus welchem die Netze des Regenerators bestehen; dieser Stoff mufs daher demgemäfs gewählt werden.

Wenn sL so grofs ist, dafs die ein- und ausströmenden Luftmassen an den Enden A und B des Regenerators resp. nahe die Temperaturen t_0 und t haben, so sieht man aus dem Ausdrücke $C = \frac{t - t_0}{1 + sL}$ dafs die Differenz der Temperaturen T und T' der Luftschicht in irgend einem Querschnitte des Regenerators und des Regenerators selbst in demselben Querschnitte verschwindend klein ist; dafs also überall und auf ihrem ganzen Wege durch den Regenerator, sowohl aus der Atmosphäre in den Cylinders als umgekehrt, die durchströmende Luft nur mit Temperaturquellen in Berührung tritt, die eine um ein unendlich oder wenigstens sehr Kleines höhere oder niedrigere Temperatur haben als sie selbst; in diesem Falle geht zugleich nicht die geringste Wärmemenge verloren. Dies ist aber gerade der von Carnot ausgesprochene Satz, dafs nämlich eine bestimmte Wärmemenge bei ihrem Uebergange von einem Körper zu einem anderen dann das Maximum von Arbeit leistet, wenn bei diesem Uebergange immer nur Körper von gleicher Temperatur mit einander in Berührung kommen.

Allein wir sehen zugleich, dafs die Carnot'sche Theorie von der bewegenden Kraft der Wärme, nach welcher allemal, wenn durch Wärme mechanische Arbeit geleistet werden soll, ein Uebergang der Wärme von einem warmen zu einem kalten Körper stattfinden mufs, einer bedeutenden Modification fähig ist, indem der Uebergang der Wärme

in der mit einem Regenerator verbundenen Luftmaschine in der Art stattfindet, daß die von dem warmen an den kalten Körper abgegebene Wärmemenge unverändert in ihrer Menge wieder an den ersten Körper zurückgeht. Diese Erscheinung, von der wir bisher kein Beispiel kannten, nämlich der Uebergang einer gewissen Wärmemenge von einem Körper A an einen andern B und der Rückgang derselben Wärmemenge wiederum von B an A , ersetzt daher vollkommen den von Carnot für nöthig erachteten Uebergang von einem warmen zu einem kalten Körper. Ebenso wenig kann noch von einem Aequivalente der übergegangenen Wärme für die geleistete Arbeit die Rede seyn, denn der Wärmeübergang im Regenerator hat augenscheinlich nichts mit der im Cylinder geleisteten Arbeit zu thun, da man auch mit dem Regenerator ganz allein und ohne die Expansionsmaschine, also auch ohne Leistung mechanischer Arbeit überhaupt, den eben beschriebenen Vorgang nachahmen kann, indem man ein Luftquantum successive in entgegengesetzter Richtung durch den Regenerator strömen läßt, in dessen einzelnen Theilen jedoch vorher die Temperaturen in einer der Function T entsprechenden Weise angeordnet seyn müssen; dann wird die in der Einen Richtung hindurchströmende Luft bei hinreichender Länge des Apparats immer um nahezu ebenso viel Grade erwärmt werden, als sie, wenn sie wieder zurückströmt, Abkühlung erfährt. Man kann hier aber nicht mehr, wie bei der Carnot'schen Vorstellungsweise, sagen, daß hier Wärme von einem warmen zu einem kalten Körper übergehe, sondern nur, daß, wenn ein Körper mit einer großen Anzahl verschiedener Temperaturquellen, welche nach einem gewissen Gesetze angeordnet sind, in successive Berührung kommt, er erwärmt wird, und daß er durch dieselben Temperaturquellen, wenn sie eine andere Anordnung erlangt haben, um dieselbe Temperaturgröße abgekühlt wird. Damit aber die im Cylinder der Maschine enthaltene Luft, während sie durch ihre Ausdehnung Arbeit verrichtet, auf der constanten Temperatur t erhalten bleibe, mit der sie alsdann

wieder in den Regenerator zurückströmt, muß sie während ihrer Ausdehnung fortwährend mit einer Wärmequelle von der Temperatur t , hier die Wände des Cylinders oder vielmehr der Heerd des Feuers, in Berührung bleiben, damit sie in jedem Augenblicke die durch ihre Ausdehnung latent gewordene oder in Arbeit verwandelte Wärme wieder ersetzt erhalte. Wäre diese constante Wärmequelle *nicht* vorhanden, so würde sie in das Ende des Regenerators B mit einer Temperatur niedriger als t zurückströmen; es würde hiedurch aber das Gleichgewicht in den Temperaturen der einzelnen Theile des Regenerators gestört, und durch allmälige Abkühlung dieses Apparates der Gang der Maschine gehemmt werden.

Es ergibt sich hieraus im Gegensatze zur Carnot'schen Theorie, daß, um mittelst Wärme mechanische Kraft hervorzubringen, allerdings das Vorhandenseyn einer constanten Wärmequelle von höherer Temperatur als die der umgebenden Theile der Maschine erforderlich ist, daß diese Wärmequelle aber keineswegs, bei gehöriger Anordnung der Maschine und des Regenerators, dazu diene, Wärme in einen kalten Körper hinüberzuschaffen, sondern daß sie nur da ist, um die durch Ausdehnung der Luft verschwundene Wärme zu ersetzen; dieß Verschwinden eines gewissen Wärmequantums in Betreff der bei jedem Kolbenhube geleisteten Arbeit oder im Allgemeinen der stattgehabten Expansion der Luft bildet daher das Wesentliche in der Lehre von der bewegenden Kraft der Wärme; ein vermeintlicher Uebergang derselben von einem warmen zu einem kalten Körper braucht hingegen nicht stattzufinden.

Um also nähere Einsicht in die Rolle zu erlangen, welche die Wärme bei Hervorbringung mechanischer Effecte spielt, ist es vor allen Dingen nöthig, über das sogenannte Latent- und Frei-Werden von Wärme, welches allemal bei gewaltsamer Volumveränderung der Gase und Dämpfe stattfindet, klar zu werden. Denken wir uns eine Gewichtsmenge Luft in ein ausdehnbares, aber für Wärme durch Leitung und Strahlung undurchdringliches Gefäß einge-

geschlossen, so ist die Gesamtwärme dieser Luftmenge unter allen Umständen eine Function des Volums, des Drucks und der Temperatur dieser Luftmenge, d. h. es kann kein Theil der Gesamtwärme fortgenommen werden, ohne zugleich eine oder mehrere der drei genannten Größen zu ändern; es kann aber keine Wärmemenge geben, welche in Bezug auf alle jene drei Größen *latent* seyn könnte, da sie alsdann eben überhaupt nicht vorhanden wäre, indem Volum, Druck und Temperatur die einzigen Gesichtspunkte sind, unter welchen die Beschaffenheit einer Luftmenge quantitativ aufgefaßt werden kann. Nun hängen jene drei Größen vermöge des Mariotte'schen und Gay - Lussac'schen Gesetzes durch die bekannte Gleichung $p v = k(1 + \alpha t)$ zusammen, und es kann daher die Gesamtwärme q als Function des Volums und der Temperatur $f(v, t)$ allein aufgefaßt werden; der Gleichung $q = f(v, t)$ zufolge muß auch $dq = \frac{dq}{dv} dv + \frac{dq}{dt} dt$ seyn, wenn unter dq eine sehr kleine Vermehrung der Gesamtwärme verstanden wird. Nun haben wir aber vorausgesetzt, das Gefäß sey für Wärme durch Leitung und Strahlung undurchdringlich; wenn also vermöge der ausdehnnsamen Beschaffenheit des Gefäßes das Volum desselben um eine kleine Größe dv vermehrt wird, so muß auch, da vermöge der obigen Voraussetzung dq immer gleich Null seyn soll, dt vermöge der gegebenen Vermehrung von v vollkommen aus der

Gleichung $dt = - dv \frac{\frac{dq}{dv}}{\frac{dq}{dt}}$ bestimmt seyn, und es kann jeder

Temperaturveränderung dt nur eine ganz bestimmte Volumänderung dv entsprechen. Es ist jedoch aus einem älteren Versuche von Gay - Lussac und Laplace, und aus der Wiederholung dieses Versuches durch Joule, welcher letztere bei Anwendung der genauesten Messungen zugleich die verschiedenen Modificationen, deren dieser Versuch fähig ist, prüfte, nachgewiesen, daß die Temperaturveränderung der Luft in einem für Wärme undurch-

dringlichen Gefäße durchaus nicht durch die Volumänderung bestimmt wird, daß jene vielmehr allein von der *Größe des mechanischen Effects* abhängt, welchen die Luft bei ihrer Ausdehnung leistet. Joule ließ nämlich stark comprimirt Luft in ein luftleeres Gefäß überströmen und fand, daß die Gesammttemperatur der Luft in beiden Gefäßen unverändert geblieben; ebenso ließ er die comprimirt Luft in die Atmosphäre oder in luftverdünnte Räume strömen und fand, daß alsdann die verschwundene Wärme der bei der Ausdehnung geleisteten Arbeit proportional war, während im obigen Falle gar keine Arbeit geleistet, mithin auch keine Wärme absorbirt worden. Wenn aber die Temperaturveränderung bei einer bestimmten Volumveränderung nach Umständen verschieden ist, je nachdem es die Verhältnisse sind, unter welchen das Gas sich ausdehnt, so muß auch nothwendig eine Veränderung in der Gesammtwärme der Luftmenge stattfinden; es muß also Eine der beiden gemachten Voraussetzungen, daß die Gesammtwärme eine Function von Druck, Volum und Temperatur sey, und daß das betreffende Gefäß für Wärme undurchdringlich, nothwendig falsch seyn. Da der Mangel der ersteren Bedingung aber auf die Ungereimtheit führen würde, daß in einer Luftmenge eine Quantität Wärme vorhanden sey, welche von keinem Einfluß auf irgend eine meßbare Eigenschaft in derselben seyn könne, so bleibt uns nur übrig, anzunehmen, daß das Gefäß, obgleich es keine Wärme mittelst Leitung oder Strahlung durchlasse, dennoch nicht vollkommen undurchdringlich für die Wärme sey, und daß die letztere in einer dritten Form, in der Gestalt eines geleisteten oder consumirten mechanischen Effectes aus der Luftmasse ein- oder ausgehen könne. Diese nothwendige Folgerung sagt keineswegs aus, daß Wärme in mechanischen Effect verwandelt werden könne, oder daß beide identisch seyen, sondern führt unmittelbar nur auf die Annahme einer neuen Fortpflanzungsweise desjenigen Agens, welches die Ursache der Temperaturveränderungen in den Körpern ist, welche an und für sich ebenso

natürlich als die Verbreitung der Wärme durch Strahlung oder Leitung erscheint; mag dieß Agens nun aber als Materie oder als Kraft vorgestellt werden, so müssen wir in beiden Fällen an der unumgänglichen Voraussetzung festhalten, daß kein Theil derselben absolut zerstört oder aus Nichts entstehen könne, daß also jeder Veränderung der Wärmemenge eine entsprechende Veränderung des Druckes, des Volums oder der Temperatur zur Seite gehen müsse, wodurch wir eben auf den obigen Schluß geleitet worden sind.

Wenn nun aber die Volumveränderung in der Weise vor sich geht, daß durchaus keine Arbeit dabei geleistet wird, daß also keine Wärme in irgend einer Form aus dem Gefäße entweichen könne, so ist die Gröfse der im Gase enthaltenen Gesamtwärme constant und unabhängig von der Veränderung des Volums, mithin $\frac{dq}{dv} = 0$ und es folgt daher aus der Gleichung $dq = \frac{dq}{dv} dv + \frac{dq}{dt} dt$, daß q die Gesamtwärme nur eine Function der Temperatur t seyn kann, daß also, im Falle bei der Ausdehnung mechanischer Effect geleistet worden, eine der Gröfse dieses Effectes entsprechende Wärmemenge *nicht latent geworden*, sondern wirklich aus der Luftmenge fortgeleitet wurde; und das Maaf der auf diese Weise fortgepflanzten Wärme ist eben die Gröfse des entsprechenden mechanischen Effectes, ebenso wie die Menge der durch Leitung oder Strahlung aus Einem Körper in einen anderen übergehenden Wärme durch die Temperaturerniedrigung des Einen und die Temperaturerhöhung des Anderen gemessen wird; denn auch der bei der Ausdehnung der Gase geleistete Effect ist nicht verschwunden, sondern muß in demjenigen Körper, dessen Widerstand bei der Ausdehnung überwunden wurde, jedenfalls wiederum als Vermehrung seiner Gesamtwärme oder seiner lebendigen Kraft nachweisbar seyn.

Der Satz, daß die Gesamtwärme der Gase nur Function der Temperatur ist, und daß es in einem Gase nur
fühl-

fühlbare, keine *latente* Wärme gebe, muß jedenfalls als die Grundlage der Lehre von der Wärme der Gase und von der bewegenden Kraft dieser Wärme betrachtet werden. Dieser Satz sagt aus, daß eine Veränderung des Volums, als einer unabhängig Veränderlichen kein Einfluss auf die Gesamtwärme zugeschrieben werden könne, daß eine solche Abhängigkeit beider von einander vielmehr nur unter gewissen Bedingungen, wenn nämlich zugleich äußere Arbeit geleistet wird, eintrete. Aus der bekannten Gleichung $p v = k(1 + \alpha t)$ sehen wir ja auch, daß t , mithin auch die Gesamtwärme als Function von v angesehen werden kann, aber nur insofern das Product $p \cdot v$ als solches veränderlich ist. Bleibt $p v$ constant, d. h. geschieht die Ausdehnung der Luft in einem für Wärme undurchdringlichen Gefäße nach dem Mariotte'schen Gesetze, so bleibt auch die Gesamtwärme unverändert; nicht so aber, wenn die Ausdehnung ein anderes Gesetz als das Mariotte'sche befolgt.

Die erste Anwendung, welche vom obigen Satze gemacht werden kann, betrifft eine Erscheinung, die an dem von Joule dargestellten Fundamentalversuche auffallend hervortritt. Es ist nämlich schon früheren Beobachtern, wie Gay-Lussac und Laplace, welche die Erscheinung, daß bei dem Ausströmen comprimierter Luft in einen luftleeren Raum die Gesamttemperatur der Luft nicht verändert werde, zuerst erkannten, aufgefallen, daß die Luft in dem einen Gefäße um einige Grade erkaltet, in dem anderen, vorher luftleeren um ebenso viel erwärmt wird, ohne daß hiedurch die mittlere Temperatur der ganzen Luftmasse eine Aenderung erleidet. Joule hat die betreffenden Größen der Temperaturveränderung wiederholt gemessen und wir dürfen daher nicht an der Richtigkeit dieser Beobachtung, ebenso wenig wie an dem Hauptversuche selbst zweifeln. Diese Erscheinung wurde allgemein für unerklärbar gehalten und nur Clément und Désormes suchten sie aus einer specifischen Wärme des Vacuums abzuleiten. Nach der Annahme eines abwechselnd Frei- und Latent-Werdens von Wärme durch Compression und Expansion ist auch

keine Erklärung dieses Phänomens möglich; wohl aber wenn man bedenkt, daß die Ausgleichung der Spannung zwischen dem vollen und luftleeren Gefäße nicht plötzlich geschieht, sondern einer gewissen Zeit bedarf, in deren einzelnen Abschnitten die im gefüllten Gefäße befindliche Luft, um in das leere oder nur zum Theil gefüllte überzutreten, allerdings eine Arbeit zu leisten hat, indem sie den Widerstand der schon im vorher leeren Gefäße befindlichen Luft überwindet. Da sie hiebei einen mechanischen Effect leistet, muß sie auch Wärme verlieren, welche natürlich, so wie der geleistete Effect, an die Luft im luftverdünnten Gefäße übertritt. Seyen z. B. im Zeitpunkte t die Spannungen der Luft im Gefäße A , welches zu Anfang allein mit dem ganzen Luftquantum gefüllt war, und im Gefäße B , welches bei Beginn des Versuches luftleer war, resp. p und p_0 , während diese Spannungen zu Anfang des Versuches resp. P und 0 waren, so geht während der kurzen Zeit dt aus dem Gefäße A ein sehr kleines Luftvolum dV nach B hinüber; wir können uns nun denken, dieß Luftvolum dV trete zuerst in das Gefäß B hinüber mit unveränderter Spannung p , und dann erst, wenn es sich in B befindet, gleiche sich seine Spannung mit dem daselbst stattfindenden Drucke p_0 aus. Geht es in dem Gefäße B selbst von der Spannung p zu p_0 über, so kann hiedurch keine Temperatur-Erhöhung oder Erniedrigung der ganzen in B befindlichen Luft entstehen, indem die mechanische Wirkung nur zwischen den Theilen des Volums dV und der schon vorher in B befindlichen Luft von der Spannung p_0 vor sich geht. Was die eine Luftmenge an mechanischer Kraft und Wärme verliert, geht in die andere über, kann daher nicht aus dem Gefäße B entweichen; ebenso wenig hat das jetzt noch in A befindliche Luftquantum $V - dV$ durch die bei B stattfindende Ausgleichung der Spannungen p und p_0 die geringste Veränderung zu erfahren. Es kann also eine Störung in dem Gleichgewichte der Temperaturen in beiden Gefäßen nur durch das Herübertreten des Luftvolums aus A in B , vermöge dessen die in A befindliche

Luft den Druck p_0 um die Gröfse dV zurückdrängte, also die Arbeit $p_0 dv$ verrichtete und eine dem entsprechende Wärmemenge verlor, indem sich ihre Spannung um dp verringerte, entstanden seyn; die geleistete Arbeit $p_0 dv$ tritt mit dem kleinen Luftvolum dV über an die in B befindliche Luft, comprimirt sie, ihre Spannung p_0 um dp_0 vergrößernd, und schafft hiedurch die entsprechende Wärmemenge aus A in B über; auf diese Weise allein ist eine Erkaltung in dem einen, eine Temperaturerhöhung in dem anderen Gefäße zu erklären.

Wenn nun V der Rauminhalt jedes einzelnen der beiden gleich grofsen Gefäße ist, P die ursprüngliche Spannung der Luft in A vor Oeffnung der Hähne, so sind die beiden während des Ueberströmens der Luft in jedem Augenblicke stattfindenden Drucke durch die Gleichung

$$p + p_0 = P$$

miteinander verbunden. Alsdann kann die mechanische Arbeit $p_0 dv$, indem $dp = -p \frac{dv}{V}$ ist, durch $(p - P) \frac{V}{p} dp$ ausgedrückt werden; diefs ist die von der im Behälter A befindlichen Luft innerhalb der kurzen Zeit dt , während dafs ihre Spannung sich um dp vermindert, geleistete Arbeit. Die ganze Arbeit von der Oeffnung des Verbindungshahns zwischen A und B an bis zu dem Augenblicke, wo die Spannungen p und p_0 in beiden Gefäßen einander gleich geworden, kann daher durch das bestimmte Integral

$$\int_p^{\frac{P}{2}} (p - P) \frac{V}{p} dp = PV (\log \text{nat } 2 - \frac{1}{2}) = PV \cdot 0,1931$$

ausgedrückt werden. Oder, mit anderen Worten: Wenn comprimirt Luft aus einem vollen Gefäße in ein gleichgrofses völlig leeres überströmt, so leistet die in dem ersten Gefäße nach der Ausgleichung der Drucke zurückbleibende Luft im Ganzen einen mechanischen Effect, als ob sie den ursprünglichen Druck durch einen Raum zurückgedrängt hätte, welcher nahezu einem Fünftel des Gefäfsvolumens gleichkommt, d. h. deutlicher, als ob sie un-

ter dem ursprünglichen constanten Drucke um ein Fünftel ihr ganzes Volum vergrößert hätte. Derselbe mechanische Effect ist natürlich in *B* consumirt worden; ebenso sind diesem Effecte proportionale Wärmemengen in *A* und *B* resp. verschwunden und frei geworden. Joule wandte bei seinen Versuchen ein 134 Cubikzoll haltendes Gefäß an, welches mit Luft von 22 Atmosphären Druck gefüllt wurde; nach Ausgleichung der Drucke war eine Wärmemenge entwickelt und resp. verschwunden, welche 1 Pfd. Wasser um nahe an 3° C. zu erwärmen vermochte. Wende ich die obigen Formeln auf diesen Versuch an, so erhalte ich nur 1° F. für Ein Pfund Wasser, als die Wärmemenge, welche in *A* verschwunden und in *B* frei geworden seyn kann; allein es ist klar, daß in der Weise, wie der Versuch von Joule angestellt worden, und namentlich bei der eigenthümlichen Construction der Verbindungshähne eine große Wärmemenge durch Reibung in den engen Communicationsröhren zwischen beiden Gefäßen entwickelt und sofort durch die Luft in das Gefäß *B* übergeführt worden seyn muß. Diefs hat auf die Gesamtwärme in beiden Gefäßen zusammengenommen keinen Einfluß, denn wenn durch Reibung eine Wärmemenge erzeugt worden, so muß der hiezu gebrauchte mechanische Effect in dem Gefäße *A* eine gleiche Wärmemenge absorbirt haben; das Hauptresultat des Versuches von Joule bleibt also ganz un geändert. Es wäre zu wünschen, daß diese Versuche wiederholt würden mit der Abänderung, daß man die Ausgleichung der Drucke durch größere oder geringere Oeffnung der Verbindungshähne bald plötzlich, bald ganz allmählig geschehen ließe, um zu sehen, welchen Einfluß die Reibung in den Verbindungswegen auf die Erkaltung und Erwärmung in den einzelnen Theilen des Apparates habe, und welche Größe der Temperaturveränderungen, mit Ausschuß der Reibungswirkung, ganz allein das Resultat der Volumveränderungen in den beiden Abtheilungen des Apparates darstelle.

Indem bei der Ausdehnung eines Gases unter gewöhn-

lichen Umständen, d. h. wenn das Gas nicht geradezu in einen luftleeren Raum strömt, allemal eine gewisse Wärmemenge aus dem Gase austritt, welche proportional der bei der Ausdehnung geleisteten Arbeit ist, so ist klar, daß von einer specifischen Wärme eines Gases bei constantem Druck nur uneigentlich die Rede seyn kann, daß hingegen die specifische Wärme bei constantem Volum die einzige wirkliche specifische Wärme ist, d. h. daß sie die wirkliche Zunahme der Gesamtwärme ausdrückt, während die specifische Wärme bei constantem Druck aus der Summe der Zunahme der Gesamtwärme und der bei der Ausdehnung unter constantem Druck vermöge des geleisteten mechanischen Effectes ausgetretenen Wärmemenge zusammengesetzt ist. Die wirkliche Zunahme der Gesamtwärme eines Gases bei einer bestimmten Temperaturerhöhung muß unter allen Umständen dieselbe bleiben und wird durch die specifische Wärme bei constantem Volum ausgedrückt.

Nenne ich c die specifische Wärme bei constantem Druck, die am leichtesten durch die Erfahrung direct bestimmbare GröÙe, ferner c' die specifische Wärme bei constantem Volum, eine GröÙe, welche vermöge des aus der Schallgeschwindigkeit abgeleiteten Coëfficienten $\frac{c}{c'}$ indirect ebenso genau wie c bestimmt werden kann; so ist $c'dt$ die bei einer Temperaturerhöhung dt wirklich stattgefundenene Zunahme der Gesamtwärme, cdt die bei der gleichen unendlich kleinen Temperaturerhöhung bei constantem Druck stattgehabte *scheinbare* Zunahme der Gesamtwärme, $(c - c')dt$ also diejenige Wärmemenge, welche aus der Luftmenge bei ihrer Ausdehnung unter constantem Drucke p in der Form mechanischen Effectes ausgetreten ist. Beträgt nun im letzteren Falle die Volumvermehrung für eine unendlich kleine Temperaturerhöhung dt die GröÙe dv , so muß $p dv$ die geleistete mechanische Arbeit ausdrücken; $p dv$ kann aber der Gleichung $p v = k(1 + \alpha t)$ zufolge durch $k \alpha d t$ ausgedrückt werden; die Wärmemenge

$(c - c')dt$ leistet also die mechanische Kraft $k\alpha dt$, wenn sie aus einer Luftmenge auf einem anderen Wege als durch Leitung oder Strahlung austritt. Daher muß $\frac{k\alpha dt}{(c - c')dt} = A$ das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit darstellen, indem ja nach den Versuchen von Joule die mechanische Leistung das *Maafs* der ausgetretenen Wärmemenge ist. Auf diesem einfachen Wege erhält man, wenn für k , α , c und c' die bekannten direct und indirect aus der Erfahrung abgeleiteten Werthe für A substituirt werden, eine Zahl, die nur wenig von dem von Joule aus den Reibungsversuchen erhaltenem Werthe für die mechanische Leistung der Wärmeeinheit abweicht.

Ebenso einfach ergibt sich aus obigem Satze das von Dulong entdeckte Gesetz, daß gleiche Volumina aller Gase, wenn sie um ein gleiches Bruchtheil ihres Volums zusammengedrückt werden, Wärmemengen entwickeln, die ihrer Spannung einfach proportional sind. Die geleistete Arbeit ist nämlich in allen Fällen (so lange wenigstens als das Mariotte'sche und Gay-Lussac'sche Gesetz strenge Gültigkeit haben) der Spannung proportional und braucht daher nur noch durch das mechanische Aequivalent für die Wärmeeinheit dividirt zu werden, um die absolute Vermehrung der Gesamtwärme darzustellen. Zwar ist der Versuch von Joule bisher nur mit atmosphärischer Luft angestellt worden, allein die Vermuthung, daß für ein anderes Gas, so lange noch die Gleichung $p v = k(1 + \alpha t)$ überhaupt stattfindet, eine andere Relation zwischen der ausgetretenen Wärmemenge und der geleisteten Arbeit stattfinde, würde immer sogleich auf den Schluß führen, daß ein gewisses Quantum mechanischen Effectes oder eine Wärmemenge aus Nichts entstehen könne, was auf keine Weise zugegeben werden darf.

Da die Wärmemenge, welche erforderlich ist, um in einer bestimmten Luftmenge bei constantem Druck eine bestimmte Temperaturerhöhung hervorzubringen, wie wir oben gesehen haben, zum Theil von der Gröfse der bei

der Erwärmung von dem Gase geleisteten Arbeit abhängt, so muß hiedurch eine nicht unerhebliche Fehlerquelle in den Versuchen hervorgerufen werden, aus welchen man auf jene Wärmemenge, die schlechthin die spezifische Wärme der Gase genannt wird, schließt. Die Erwärmung einer Luftmenge unter constantem Druck kann auf unzählig verschiedenartige Weise geschehen und in allen Fällen wird eine andere mechanische Arbeit geleistet, mithin auch eine verschiedene Wärmemenge von aussen durch Leitung aufgenommen, wodurch eine bedeutende Unbestimmtheit in dem Endresultate entstehen wird. Unterscheiden wir hier nur die beiden extremen Fälle: Wenn nämlich Erstens während der Erwärmung einer Luftmenge um τ Grade der Druck wirklich in jedem Augenblicke des Versuchs genau derselbe bleibt, so kann die aufgenommene Wärme durch $c'\tau + \frac{k\alpha\tau}{A}$, nämlich der Summe aus der wirklichen Vermehrung der Gesamtwärme $c't$, wo c' die spezifische Wärme bei constantem Volum bezeichnet, welche unter allen Umständen dieselbe bleibt, und derjenigen Wärmemenge $\frac{k\alpha\tau}{A}$, welche in Form mechanischen Effectes unter der Bedingung des völlig constanten Druckes p während des Versuches aus dem Gase getreten ist, bezeichnet werden.

Wenn aber Zweitens die Erwärmung so geschieht, daß zuerst die Temperatur t um τ Grade bei constantem Volum erhöht wird, wozu immer die Wärmemenge $c'\tau$ erfordert wird, dann aber bei der constanten Temperatur $t + \tau$ das Volum vermehrt wird, bis der Druck, welcher sich in der ersten Hälfte des Versuches auf $p + \frac{k}{v}\alpha\tau$ gesteigert hatte, wieder auf p zurückgeht, so sind zu Ende des Versuches Druck und Temperatur, mithin auch Volum dieselben wie im ersten Falle; es ist aber hier die Ausdehnung um dieselbe Raumgröße immer unter einen etwas größerem Drucke erfolgt, als dort, mithin muß auch die während der Ausdehnung geleistete Arbeit, folglich auch die in der zwei-

ten Hälfte des Versuches ausgetretene Wärmemenge, also auch die im Ganzen durch Leitung aufgenommene Wärme, etwas mehr betragen, als im ersten Falle.

Wenn nämlich die Spannung bei der constanten Temperatur $t + \tau$ von $p + \frac{k}{v} \cdot \alpha \tau$ auf p sinkt, so geschieht die Ausdehnung nach dem Mariotte'schen Gesetze, und wenn wir mit P und V die veränderlichen Werthe des Drucks und Volums während der zweiten Hälfte des Versuches bezeichnen, so muß $PV = k[1 + \alpha(t + \tau)]$ in irgend einem Augenblicke während dieses Zeitraums, zugleich auch $PdV + VdP = 0$ seyn. Dann ist auch die während eines unendlich kleinen Zeittheilchens dt geleistete Arbeit

$$PdV = - \frac{k[1 + \alpha(t + \tau)]dP}{P}$$

daher die ganze Arbeit, während der Druck von $p + \frac{k}{v} \alpha \tau$ auf p zurückgeht,

$$\int_{p + \frac{k}{v} \alpha \tau}^p PdV = k[1 + \alpha(t + \tau)] \lg \left(1 + \frac{\alpha \tau}{1 + \alpha t} \right)$$

Um hieraus die Wärmemenge zu erhalten, welche durch diese Arbeit aus dem Gase ausgetreten, braucht man den obigen Ausdruck nur durch A , dem Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit, zu dividiren; die gesammte in diesem Falle von Außen durch Leitung aufgenommene Wärme, welche gewöhnlich als die durch Versuche erhaltene specifische Wärme bezeichnet wird, ist dann:

$$c' \tau + \frac{k[1 + \alpha(t + \tau)]}{A} \cdot \lg \left(1 + \frac{\alpha \tau}{1 + \alpha t} \right),$$

ein Werth, welcher, ausgenommen wenn die Temperaturzunahme τ unendlich klein ist, immer verschieden von der im ersten Falle erhaltene specifische Wärme $c' \tau + \frac{k \alpha \tau}{A}$ seyn muß. Denn wenn man die durch Versuche bekannten Constanten k , A , α und $t = 0^\circ$ einsetzt, so erhält man die Differenz der beiden specifischen Wärmen z. B. für τ un-

endlich klein $= \frac{k\alpha}{A} = 0,070$. Hieraus erhält man, wenn c bekannt wäre, denjenigen Werth für die specifische Wärme bei constantem Druck, der der wahre genannt werden kann, weil die Erwärmung hier als wirklich unter einem in jedem Zeittheile des Versuches constantem Drucke vor sich geht; für $\tau = 1^\circ$ erhält man die obige Differenz $= 0,0316$, für $\tau = 100^\circ = 0,0367$, für $\tau = 1000^\circ = 0,71$, und für noch größere Temperaturunterschiede in den Versuchen steigt diese Differenz ununterbrochen fort, so daß die aus diesen Versuchen bei großen Temperaturunterschieden erhaltenen Resultate im Allgemeinen einen zu großen Werth für die wahre specifische Wärme bei constantem Druck geben, wenn nicht die Vorsichtsmaafsregel getroffen wurde, den Druck wirklich in jedem Augenblicke des Versuches vollkommen gleichmäfsig zu erhalten, wie dies allerdings bei den schönen Versuchen von Laroche und Bérard der Fall gewesen zu seyn scheint.

Daß aber einige Unsicherheit in der Bestimmung der specifischen Wärme der Luft wirklich stattfindet, oder vielmehr, daß die Versuche diese im Allgemeinen etwas zu groß geben, kann daraus ersehen werden, daß wenn man aus den obigen Ausdrücken die Gröfse $c - c'$ berechnet unter Zugrundelegung des von Joule aus der Reibung gefundenen mechanischen Aequivalentes der Wärme, dessen Werth von der Wahrheit nur wenig abweichen kann, und sie mit dem aus der Schallgeschwindigkeit erhaltenen Werthe $\frac{c}{c'} = \mu$ verbindet, die daraus hervorgehende specifische Wärme der Luft wesentlich kleiner wird, als sie die Versuche von Laroche und Bérard geben. Umgekehrt erhält man aus der durch Versuche festgestellten specifischen Wärme der Luft, in Verbindung mit dem Quotienten $\frac{c}{c'}$, über dessen Richtigkeit bei der vollkommenen Uebereinstimmung der jetzigen Theorie der Schallfortpflanzung mit der Beobachtung kein Zweifel stattfinden kann, einen Werth für das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit,

den oben angegebenen $\frac{k\alpha}{c-c'}$, welcher immer kleiner ausfällt, als ihn die Versuche von Joule geben.

Druck, Volum und Temperatur sind bei einer bestimmten Gewichtsmenge Luft im Allgemeinen zwar durch die Gleichung $p v = k(1 + \alpha t)$ miteinander verbunden, so daß die willkürliche und unabhängige Veränderung zweier Variablen die daraus folgende Veränderung der dritten GröÙe vollkommen bestimmt; es können jedoch äußere Bedingungen gegeben seyn, vermöge welcher eine willkürliche und unabhängige Veränderung einer einzigen Variablen nicht möglich, ohne daß zugleich eine andere und dadurch auch die dritte eine Aenderung erleidet. Wir haben schon oben den besonderen Fall besprochen, wenn die Luft in einem für Wärme undurchdringlichen GefäÙe eingeschlossen ist, und zugleich eine Ausdehnung des GefäÙes oder der darin enthaltenen Luft nur unter der Bedingung zulässig ist, daß keine mechanische Arbeit bei der Ausdehnung geleistet werde. Alsdann ist das Volum die Einzige unabhängig Veränderliche, und da, wie wir gesehen haben, in diesem Falle eine Veränderung des Volums von keinem Einfluß auf die Temperatur oder die Gesamtwärme seyn kann, so wird, um der Gleichung $p v = k(1 + \alpha t)$ Genüge zu leisten, nur eine entsprechende Veränderung der Spannung, wie sie das Mariotte'sche Gesetz verlangt, folgen. Ebenso klar ist der zweite Fall, wenn sich das Gas in einem für Wärme in jeder Beziehung durchdringlichen GefäÙe befindet, so daß sich die etwa durch mechanische Arbeit ausgetretene Wärme sofort wieder durch Leitung ersetzen läßt und die Temperatur der Luft stets im Gleichgewicht mit derjenigen der äußeren Umgebung befindet; alsdann ist jede einzelne von zweien der drei genannten Variablen willkürlich und unabhängig veränderlich, und die daraus hervorgehende Variation der dritten GröÙe wird durch die obige Gleichung unmittelbar bestimmt.

Wir gehen jetzt zur Betrachtung des dritten Falles über, in welchem das GefäÙ, welches das Gas einschließt,

zwar für die Wärme durch Leitung und Strahlung undurchdringlich ist, dennoch aber ein beliebiger Theil der Gesamtwärme des Gases durch Vermittelung des bei seiner Ausdehnung geleisteten mechanischen Effectes austreten kann, und zwar soll hier die Ausdehnung des Gases stets in der Art erfolgen, daß immer ein der ganzen Spannung des Gases entsprechender äußerer Widerstand überwunden, mithin in jedem Augenblicke die höchst mögliche Arbeit geleistet wird.

Wenn also unter den eben gegebenen Voraussetzungen das Volum einer Luftmenge um dv vermehrt wird, so leistet es hiedurch die Arbeitsgröße $p dv$ und damit tritt die Wärmemenge $\frac{p dv}{A}$ aus; $\frac{p dv}{A} = dq$ ist also die der Volumvermehrung dv entsprechende Verminderung der Gesamtwärme q des Gases. Da aber die Gesamtwärme nur eine Function der Temperatur t ist, so muß die unter den gegebenen Bedingungen bewirkte Volumvermehrung begleitende Temperaturerniedrigung dt aus der Gleichung $\frac{p dv}{A} = \frac{dq}{dt} dt$ zu bestimmen seyn, sobald der Differentialquotient $\frac{dq}{dt}$ für jede anfängliche Temperatur bekannt ist. Wir hatten früher für A den Werth $\frac{k\alpha}{c-c'}$ gefunden; bezeichnen wir den bekannten Quotienten $\frac{c}{c'}$ mit μ , so läßt sich A auch durch $\frac{k\alpha}{\frac{dq}{dt}(\mu-1)}$ ausdrücken, indem die speci-

fische Wärme bei constantem Volum c' auch durch $\frac{dq}{dt}$ gegeben werden kann. Vermöge der Substitution dieses Werthes von A in die obige Gleichung erhalten wir $k\alpha dt = (\mu-1)p dv$, und es verschwindet hiedurch der Quotient $\frac{dq}{dt}$, dessen Werth uns noch ganz unbekannt ist, so lange wir nichts wissen über die Beschaffenheit der Function, welche die Abhängigkeit der Temperatur von der Gesamtwärme ausdrückt. Indem sich aber aus der Gleichung

chung $p v = k(1 + \alpha t)$ unter den oben festgestellten Bedingungen $dp = \frac{k \alpha \cdot dt}{v} - \frac{p}{v} dv$ ergibt, so erhält man durch Elimination von dt aus der obigen Gleichung $\frac{dp}{p} = -\mu \frac{dv}{v}$, welches nur dann integrirt werden kann, wenn μ eine constante Gröfse ist. Obwohl nun die Voraussetzung einer absoluten Unveränderlichkeit der Gröfse μ theoretisch durchaus als unwahrscheinlich und selbst ungereimt erscheinen muß, worauf ich später noch zurückkommen werde, so ist doch durch die Versuche Dulong's bewiesen, daß man für praktische Bedürfnisse eine Unabhängigkeit des Quotienten $\frac{p}{v} = \mu$ von der Temperatur selbst zwischen weiten Grenzen annehmen kann. Betrachten wir daher μ vorläufig als Constante, so ergibt sich

$$(1) \dots \frac{p}{p_0} = \left(\frac{v_0}{v}\right)^\mu,$$

wenn p_0 , v_0 , t_0 irgend drei zusammengehörige Werthe von p , v und t sind. Aus dieser Gleichung, welche auch schon von Poisson entwickelt worden, läßt sich auf die Modification schließen, welcher das Mariotte'sche Gesetz unterliegt, sobald keine Wärmung von Außen durch Leitung oder Strahlung hinzutreten kann, und eine willkürliche und abhängige Volum- oder Druckveränderung vorgenommen worden.

Aehnlich erhält man durch Elimination von dv und Integration die Relationen zwischen Druck und Temperatur einerseits, und zwischen Volum und Temperatur andererseits, nämlich:

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t_0}\right)^{\frac{\mu}{\mu-1}} \quad \text{und} \quad \frac{v_0}{v} = \left(\frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t_0}\right)^{\frac{1}{\mu-1}}$$

Da diese und ähnliche Formeln schon früher vielfach aufgestellt worden, die absolute Temperaturerhöhung der Gase bei einer bestimmten Zusammendrückung aber durch Versuche noch durchaus nicht bekannt ist, so werde ich mich nicht weiter bei diesen Ausdrücken aufhalten.

Wenn man ein Gas von p_0 , v_0 , t_0 , Druck, Volum und Temperatur in eine für Wärme undurchdringliche Hülle eingeschlossen hat, und man läßt nun diese Hülle sich unter den obigen Bedingungen ausdehnen bis ins Unendliche, bis nämlich $p=0$ geworden, so muß die Gesamtwärme des Gases auf diese Weise aus der Luftmenge durch Leistung mechanischer Arbeit ausgetreten seyn. Die in jedem Augenblicke während der Ausdehnung ausgetretene Wärmemenge ist aber $\frac{p dv}{A}$, wo p und v vermöge der Gleichung (1) von einander und von dem anfänglichen Druck und Volum p_0 und v_0 abhängen; die gesammte bei dem Druck und Volum p_0 und v_0 in einer Luftmenge befindliche Wärme ist daher

$$q = \int_{p_0}^0 \frac{p dv}{A} = \frac{p_0 v_0}{(\mu - 1) A}$$

und da $p_0 v_0 = k(1 + \alpha t_0)$, so ist die in einer bestimmten Gewichtsmenge Gas bei der Temperatur t_0 enthaltene gesammte Wärme $q = \frac{k(1 + \alpha t_0)}{(\mu - 1) A}$, welches die verlangte Function der Gesamtwärme von der Temperatur darstellt.

Aus dem vorstehenden Werthe für q erhält man $\frac{dq}{dt} = \frac{k\alpha}{A(\mu - 1)}$ oder wenn man für Luft die betreffenden Zahlenwerthe einsetzt $\frac{dq}{dt} = 0,18$ als die specifische Wärme der Luft bei constantem Volum. Fast denselben Werth erhält man, wenn man aus der durch Versuche bekannten specifischen Wärme bei constantem Druck 0,267 mittelst des Quotienten $\frac{c}{c'} = \mu$ die Größe $\frac{dq}{dt}$ bestimmt.

Die Gesamtwärme eines Gases ist also eine lineare Function der Temperatur, und die specifische Wärme ist unabhängig von der Temperatur, so lange wenigstens als das Mariotte'sche und Gay-Lussac'sche Gesetz Gültigkeit haben und man den Quotienten der beiden speci-

fischen Wärmen als unabhängig von der Temperatur voraussetzt.

Dieses Resultat geht schon von selbst aus der Gleichung $A = \frac{k\alpha}{c-c'}$ hervor; k ist eine für dieselbe Substanz, z. B. atmosphärische Luft, bei jeder Temperatur unveränderliche Constante und variirt bei verschiedenen Gasen nur im umgekehrten Verhältnisse ihres specifischen Gewichtes. Der Ausdehnungscoefficient α ist aber für atmosphärische Luft ebenfalls absolut constant, denn wir kennen ja gar kein anderes Maass für die Temperatur als eben die Grade des Luftthermometers, d. h. wir nennen eine Temperatureinheit denjenigen Temperaturunterschied, durch welchen das Volumen der Luft bei constantem Druck um $\alpha = 0,00366$ ihres Volums bei 0° verändert wird, oder der Druck um dieselbe Grösse bei constantem Volum. Bei jeder Temperatur muß daher eine Temperaturerhöhung um 1° dieselbe absolute Volumvermehrung hervorbringen. Wenn aber k und α für jede Temperatur constant bleiben, so muß dies auch mit der Differenz $c - c'$ der Fall seyn, da ja auch A , das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit, ein absolutes Maass und unabhängig von jeder Temperaturhöhe ist. Machen wir nun die durch die Versuche Dulong's innerhalb gewisser Temperaturgränzen allerdings gerechtfertigte Voraussetzung, daß auch $\frac{c}{c'}$ constant bleibe, so erfolgt die Unveränderlichkeit von c und c' für sich von selbst, und mithin muß die Gesamtwärme eine lineare Function der Temperatur seyn.

An und für sich ist aber die Annahme, daß das Hinzutreten einer gleichen Wärmemenge zu einem Gase bei jeder Temperatur das Volum oder den Druck desselben um eine absolut gleiche Grösse verändern solle, eine höchst unwahrscheinliche und ganz willkürliche Annahme, obwohl dieselbe innerhalb der Temperaturgränzen, bei welchen Beobachtungen über das Verhältniß $\frac{c}{c'}$ möglich waren, wegen der Kleinheit der Abweichungen näherungsweise gerecht-

fertigt erscheint. Dasselbe gilt in Bezug auf den Ausdehnungscoefficienten α , welcher für Luft bei jeder Temperatur absolut constant, für jedes andere Gas aber höchst wahrscheinlich mit der Temperatur veränderlich ist.

Schließlich will ich noch auf einige merkwürdige Aufschlüsse hinweisen, welche der von Joule dargestellte Versuch und der von uns daraus entwickelte Fundamentalsatz über die Entstehung der Wärme durch Reibung und über die Natur der strahlenden Wärme zu geben im Stande sind.

Zunächst wünschte ich den Versuch von Joule, welcher zeigt, daß wenn comprimirt Luft sich so ausdehnt, daß sie keine oder nur wenig mechanische Arbeit leistet, auch ihre Temperatur constant bleibt, auf eine allgemein anschauliche und leicht auszuführende Weise darzustellen. Wenn in einem luftdichten Gefäße durch einen fortgeschobenen Stempel die Luft stark comprimirt und erwärmt wird, so wird auch im Allgemeinen diese Temperaturerhöhung wieder verschwinden, so bald der äußere Druck nachläßt und auf seinen ursprünglichen Werth zurückgegangen ist; läßt man aber, wenn die Luft am stärksten comprimirt ist, den äußeren Druck plötzlich verschwinden oder auf den atmosphärischen Druck sinken, so daß die comprimirt Luft bei ihrer Ausdehnung keinen oder nur sehr geringen Widerstand *aufserhalb des Gefäßes* selbst zu überwinden hat, indem man den äußeren Druck von der Kolbenstange entfernt, so daß nur noch das Gewicht des Kolbens selbst und dessen Reibung, so wie der äußere Luftdruck zu überwinden ist, so muß die hiedurch entstehende Temperaturerniedrigung nur einen Theil der durch die Compression erzeugten Wärme fortnehmen und im Ganzen eine höhere Temperatur der Luftmasse als vor dem Versuche zurücklassen. Durch in der vorstehenden Weise wiederholte Compressionen und Dilatationen mußte man dann eine beliebig hohe Temperatur der Luft mitzuthellen im Stande seyn, d. h. durch Consumption eines Theils der zur Zusammendrückung angewandten äußeren Kraft die Gesamtwärme der im Cylinder enthaltenen Luft vermehrt haben. Um diese Voraussetzungen

zu prüfen, liefs ich in einem etwa 8 Zoll langen und 1 Zoll im Durchmesser haltenden Cylinder von starkem Eisenblech durch einen luftdicht und mit möglichst wenig Reibung darin sich bewegenden Stempel die Luft auf etwa $\frac{1}{3}$ ihres Volums comprimiren, indem der Kolbenstange durch die Hand ein kräftiger Impuls gegeben wurde, der aber sofort nachliels, wenn die Compression der Luft nahezu ihren höchsten Grad erreicht hatte. Bei ihrer darauf erfolgenden Ausdehnung hatte also die im Cylinder befindliche Luft nur den Widerstand des atmosphärischen Druckes, die Reibung und das Gewicht des Cylinders zu überwinden, konnte aber der Hand, durch deren Impuls sie zusammengedrückt worden, von dem erhaltenen mechanischen Momente nicht das Geringste wieder mittheilen. Nach einhundert auf diese Weise schnell aufeinander folgenden Compressionen hatte sich die ganze Eisenmasse des Cylinders um etwa 15 bis 20° erwärmt, was natürlich einer sehr grofsen Temperaturerhöhung der eingeschlossenen Luft entsprechen mufste. Diese grofse Wärmeproduction konnte unmöglich durch die bei dem Auf- und Niedergange des Stempels stattgefundene Reibung erzeugt seyn, obgleich eine solche unzweifelhaft stattgefunden hatte; weil ich aber keine Mittel ausfindig machen konnte, um die durch Reibung erzeugte Wärme von der Compressionswärme zu trennen, so kann ich den vorstehenden Versuch keineswegs als einen directen und überzeugenden Beweis von dem Vorhandenseyn der letzteren in dem oben angegebenen Sinne, d. h. von der Möglichkeit durch successive Compression und Dilatation einer bestimmten Luftmenge eine unbegrenzte Wärmemenge zu erzeugen, indem man die Dilatation unter anderen Bedingungen als die Zusammendrückung vor sich gehen läfst, anführen, empfehle aber die vorstehende Untersuchungsweise der Beachtung geübter Experimentatoren, weil auf diesem Wege das Hauptresultat des von Joule angegebenen Versuches auf eine höchst einfache und sehr leicht herzustellende Weise geprüft werden kann, wenn noch irgend ein Zweifel über dessen Richtigkeit vorhanden seyn sollte.

Die

Die Möglichkeit in der oben angegebenen Weise aus einer eingeschlossenen Luftmasse durch Consumption eines mechanischen Effectes eine unbegrenzte Wärmemenge erzeugen zu können, muß sich aber, aufer auf luftförmige Körper, auch auf Flüssigkeiten und feste Massen erstrecken; denn wenn man im Stande wäre, einen festen oder flüssigen Körper mittelst eines äußeren Impulses, z. B. durch einen Hammer, um eine geringe Größe zu comprimiren, dann aber, im Augenblicke der größten Zusammendrückung, in welchem die Geschwindigkeit der aufeinander wirkenden Theile nahe gleich Null ist, den Hammer plötzlich entfernte, so daß diesem kein Bewegungsmoment durch die nun erfolgende Wiederausdehnung des comprimirten Körpers mitgetheilt werden könnte, die dem letzteren von Außen mitgetheilte lebendige Kraft daher in dem Körper eingeschlossen bliebe, so müßte sie sich hier in Wärme verwandeln, da nicht einzusehen ist, weshalb das Resultat, welches wir bei den Gasen erkannt haben, daß die Temperatur der Körper bei beliebiger Volumveränderung dieselbe bleibt, so bald keine mechanische Arbeit von ihnen hiebei geleistet oder consumirt worden, nicht auch auf feste und flüssige Körper gehen sollte, zumal da uns im entgegengesetzten Falle, nur die Folgerung, daß bei einem solchen Vorgange, wie bei dem Hämmern einer unelastischen Masse, oder einer elastischen Masse unter den oben angegebenen Bedingungen, ein Quantum lebendiger Kraft absolut verschwinden müßte, übrig bleiben würde.

Bei dem Hämmern von Eisen oder kaltem Metalle überhaupt ist es bekannt genug, welche große Wärmemenge auf diese Weise erzeugt werden kann; man hat dies gewöhnlich dem Mangel an Elasticität der betreffenden Körper und einer bleibenden Formveränderung derselben, die allerdings im Allgemeinen immer stattfindet, zugeschrieben; allein die obige Betrachtungsweise zeigt, daß auch bei völliger Elasticität und dem Mangel jeglicher bleibender Gestaltveränderung Wärmeentwicklung stattfinden könne. Unter

vollkommner Elasticität eines Körpers darf jedenfalls nur das vollständige Zurückgehen aller Theile in ihre ursprüngliche Lage, *nicht aber*, was man auch hiemit häufig vereinigt denken zu müssen glaubt, das Hervorbringen desselben mechanischen Effectes bei ihrem Zurückgange in den natürlichen Zustand, als bei ihrer ersten Ausweichung consumirt worden, verstanden werden; vielmehr können beide Quantitäten, wie wir es bei den Gasen erkannt haben, sehr verschieden seyn. Die Reibung fester und flüssiger Körper ist nichts Anderes als eine Reihe häufig wiederholter sehr racher Compressionen und der darauf folgenden Dilatationen der Körper, indem der äußere Impuls, welcher jede einzelne Compression verursacht, an den betreffenden Theilen aufhört und von ihnen zurückweicht, ehe sie Zeit gehabt haben, in ihre ursprüngliche Lage zurück zu gehen. Gerade wie es bei dem raschen Hämmern kalter Metalle der Fall ist, geschieht jede Dilatation im Allgemeinen unter Leistung eines geringeren mechanischen Effectes, als durch die ursprüngliche Ablenkung der materiellen Theile aus ihrer natürlichen Lage mittelst des äußeren Impulses consumirt wurde; daher die Wärmeentwicklung hier als ganz in derselben Weise erfolgend betrachtet werden kann, als bei dem oben angeführten Versuche, in welchem die Luft in einem Cylinder wiederholt zusammengepresst und nach Hinwegnahme des äußeren Druckes ihrer freien Ausdehnung überlassen wurde. Denn durch die von Joule angestellten Reibungsversuche mit flüssigen Körpern ist es ganz festgestellt, daß auch aus flüssigen Körpern, wo also von keiner bleibenden Formveränderung durch Zusammendrückung die Rede seyn kann, Wärme entwickelt wird, und daß die Quantität der so entwickelten Wärme allemal durch die Größe des zur Reibung verwandten mechanischen Effectes gemessen wird. Die Wärmeentwicklung durch Reibung oder äußere kräftige Impulse aus Flüssigkeiten oder vollkommen elastischen festen Körpern ist aber durchaus unerklärlich, wenn nicht von dem Principe ausgegangen wird, daß hier die Rückkehr der Molecule zu ihrer

Gleichgewichtslage unter anderen äusseren Bedingungen, d. h. unter einem geringeren äusseren Drucke und mithin unter Hervorbringung einer geringeren mechanischen Arbeit, als bei ihrer ursprünglichen Ablenkung aus der Gleichgewichtslage consumirt wurde, geschieht.

Ich glaube schliesslich, obwohl wir hier schon in das Gebiet der Hypothesen kommen, und nicht mehr wie bisher durch das Vorhandenseyn sicherer Experimente geleitet werden, darauf hinweisen zu dürfen, dafs ganz analog mit der Reibung, die Entwicklung der Wärme aus festen und flüssigen Körpern, wenn sie von wiederholten Impulsen feiner elastischer Medien, d. h. Wellen, getroffen werden, die strahlende Wärme, aus einer ähnlichen Absorption der lebendigen Kraft des äusseren Impulses, sich erklären liefse. Ueberall, wo die Schwingungen des Aethers, von denen die dem Auge empfindlichen wahrscheinlich nur einen kleinen Theil ausmachen, auf Körper treffen, ohne dafs vollständige Reflexion oder vollständige Transmission stattfindet, mufs der Verlust ihrer lebendigen Kraft in den betreffenden Körpern als eine entsprechende Quantität von Wärme nachweisbar seyn; und es würde also zur Erklärung der Erscheinungen der strahlenden Wärme keine Hypothese besonderer Wärmestrahlen, noch eines Systemes von Strahlen verschiedener Brechbarkeit als die uns schon bekannten, erforderlich seyn. Die Bedingungen, unter welchen eine solche unvollständige Reflexion und Fortpflanzung wellenförmiger Impulse stattfindet, können sowohl in der molekularen Beschaffenheit der Körper, als auch in der Natur der Schwingungen selbst des Aethers und namentlich in der Richtung, nach welcher dieselben polarisirt sind, gesucht werden; in allen Fällen kann aber ein Verschwinden der lebendigen Kraft der Schwingungen, wenn diese auf andere Medien treffen, nur dadurch ermöglicht werden, dafs die Compressionen, welche diese erleiden, unter anderen äusseren Bedingungen, d. h. unter einem anderen Drucke des schwingenden Mediums, erfolgen als die Dila-

tionen, und daher einen Unterschied in den verbrauchten und wieder erzeugten mechanischen Leistungen verursachen.

Dresden im Juni 1853.

VII. *Ueber einige Erscheinungen an Flüssigkeiten, die um eine verticale Axe rotiren; von Prof. Reusch in Tübingen.*

1. Die freie Oberfläche einer schweren um eine verticale Axe rotirenden Flüssigkeit höhlt sich bekanntlich nach einem Umdrehungsparaboloide. Stellt man den Versuch mit Wasser an, so ist bei Beginn des Drehens die Oberfläche wenig regelmäsig; wendet man dagegen Oel oder Schwefelsäure an, so nimmt die ganze Masse viel rascher an der Drehung Theil und man sieht die Form der Oberfläche schnell allen stetigen Aenderungen der Drehungsgeschwindigkeit folgen.

Bei Gelegenheit von Versuchen mit Wasser bemerkte ich häufig eine eigenthümliche Erscheinung: war nämlich an der Wasseroberfläche eine Luftblase vorhanden, die sich vor dem Drehen aus bekannten Gründen an der Gefäßwand aufhielt, so kam diese beim Drehen allmählig in Spiralwindungen an der convexen Fläche des Paraboloids herab, um sich in stabiler Gleichgewichtslage unter dem Gipfel desselben aufzustellen. Diese Erscheinung gehört offenbar zu den Capillaritätsphänomenen und erklärt sich dadurch, daß die Luftblase in der Richtung eines Meridians an den entgegengesetzten Stellen ungleiche Pressungen erfährt und zwar in der Art, daß sie von den schwächer gekrümmten Parthien zu den stärker gekrümmten hingetrieben wird. (s. d. Physik von Lamé *l'édit. nro. 139 sqq.*) Aus gleichem Grunde kommt eine benetzte kleine runde Korkscheibe