

VII. *Beobachtungen über die Zerreiissungsfestigkeit von Bergkrystall und Flussspath; von W. Voigt.*

Die überraschenden Resultate, welche die von Hrn. A. Sella und mir angestellten Beobachtungen¹⁾ über die Zerreiissungsfestigkeit des *Steinsalzes* ergeben haben, liessen eine Ausdehnung der Untersuchungen auf andere Krystalle als durchaus nothwendig erscheinen.

Von diesen bietet der *Bergkrystall*, neben der Leichtigkeit der Beschaffung genügenden Materiales, das besondere Interesse, dass er nur sehr unvollkommen spaltbar ist, sich hierin also beträchtlich vom *Steinsalz* unterscheidet. Es war daher zu erwarten, dass die der Untersuchung unterworfenen Präparate im allgemeinen *nicht* nach Spaltungsflächen reissen würden, sodass hier die Beobachtung an ganz veränderte Verhältnisse anzuknüpfen hätte.

Die Bergkrystallpräparate sind wiederum von Hrn. Dr. W. Steeg und Reuter im Bad Homburg vortrefflich hergestellt worden. Ihre Form war die bei *Steinsalz* angewandte und früher beschriebene. Stäbchen von ca. 30 mm Länge und einem quadratischen Querschnitt von ca. 2,5 mm Seite wurden auf allen vier Seitenflächen mittelst eines Kreiscylinders etwas hohl geschliffen, bis in der Mitte der Länge die Querdimensionen auf ca. 2,2 mm reducirt waren; die Höhlungen wurden fein polirt, die prismatischen Endstücken aber matt belassen.

Bei der Wahl der Orientirungen waren die durch die Untersuchung des *Steinsalzes* gewonnenen Resultate zu benutzen. Dort hatte sich ergeben, dass die Tragfähigkeit eines Prismas von der Orientirung seiner Seitenflächen abhängt, und dass daher klare Resultate nur mit Prismen erhalten werden können, deren Seitenflächen sämmtlich physikalisch gleichwerthig sind.

Physikalisch gleichwerthig sind nun jedenfalls alle *krystal-*

1) Vgl. die oben unter Nr. V stehende Arbeit.

logarithmisch gleichwerthigen Flächen; da die Cohäsionserscheinungen aber nothwendig ein Symmetriecentrum besitzen müssen, so ordnet sich einer jeden Fläche noch die in Bezug auf das Symmetriecentrum gegenüberliegende hinzu.

Hiernach sind bei Bergkrystall nur diejenigen rechteckigen Prismen von lauter gleichwerthigen Seitenflächen begrenzt, deren Längsrichtung senkrecht zu einer zweizähligen Symmetriearche steht, und deren Querdimensionen Winkel von 45° mit ihr einschliessen.

Auf solche Prismen beziehen sich die meisten der von mir angestellten Beobachtungen. Legt man die *Z*-Coordinatenaxe in die dreizählige Hauptaxe, die *X*-Axe in eine der zweizähligen Nebenaxen und lässt die positive *Y*-Axe aus einer der drei um die positive *Z*-Axe gelagerten Flächen $+R$ austreten, bezeichnet man ferner den Winkel der Längsaxe des Stäbchens gegen die *Z*-Axe (nach der $+Y$ -Axe hin positiv gerechnet) mit φ , so liegen die von mir untersuchten Präparate der beschriebenen Art mit ihrer Längsrichtung in der *YZ*-Ebene und entsprechen den Winkeln

$$\varphi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ.$$

Ausser ihnen habe ich nur noch drei Gattungen von Prismen beobachtet, bei denen sämmtliche Kanten mit Coordinatenaxen zusammenfielen. Sie sollten die Fragen entscheiden: 1) ob auch bei Prismen, deren Längsaxe in die krystallographische Hauptaxe fällt, die Tragfähigkeit von der Orientirung der Seitenflächen abhängt; 2) wie sich in dieser Hinsicht Prismen verhalten, deren Längsaxe in der *Y*-Coordinatenaxe liegt; 3) ob Prismen, deren Längsrichtung in die *X*- resp. *Y*-Axe und deren eine Querdimension in die *Z*-Axe fällt, verschiedene Tragfähigkeiten ergeben.

Vorläufige Versuche, die Bergkrystallstäbchen, ebenso wie früher Steinsalzstäbchen, durch eine longitudinal wirkende Zugkraft direct zu zerreißen, ergaben, dass dieser Weg hier nicht zum Ziele führt. Die Stäbchen wurden viel eher aus den Fassungen herausgerissen, als ihre Cohäsion überwunden war. Allerdings hätte man, — da der Umfang, an welchem die Befestigung angreift, langsamer abnimmt, als der Querschnitt, — durch Verkleinerung der Dicke schliesslich Verhältnisse er-

reichen können, welche die Anwendung des früheren Verfahrens gestatteten; indessen wären dadurch andere Schwierigkeiten entstanden und wäre jedenfalls die Anfertigung neuer kostbarer Präparate nöthig geworden.

Ich entschloss mich daher, die Stäbchen durch *Biegung* zu zerreißen, und zwar, da die Biegung durch centrale Belastung gerade in dem kritischen mittelsten Querschnitt, wo die Zerreissung zu erwarten ist, Verhältnisse schafft, welche der Theorie nicht zugänglich sind, durch *eine Biegung mittels auf die Enden der Stäbchen ausgeübten Drehungsmomentes um eine zur Längsrichtung normale Axe*.

Hierzu wurden die Veranstaltungen folgendermaassen getroffen:

Auf die mattgeschliffenen prismatischen Endstücke der Quarzpräparate wurde, ähnlich wie ein Uhrschlüssel auf den Zapfen der Feder, je ein messingener Hebelarm von ca. 56 mm Länge aufgesetzt und mit Wachscolophoniumgemisch festgekittet, sodass das Stäbchen mit den beiderseitigen Verlängerungen zusammen ein starres System von ca. 125 mm Länge bildete. Dieses System wurde auf zwei horizontale stumpfe stählerne Schneiden aufgelegt, sodass sich zwischen diesen gerade das hohlgeschliffene mittlere Stück des Stäbchens befand; der Abstand der Schneiden betrug 12 mm. Nahe den äusseren Enden waren zwei Löcher in die Messinghebel gebohrt und darin mit zwei ca. 100 mm langen Drahtaken ein horizontaler Balken von ca. 124 mm Länge aufgehangen, welcher in seiner Mitte eine Waagschale trug.

Ist das Gewicht eines jeden Hebels = h , dasjenige von Balken und Schale = b , und ist auf der Schale ein Gewicht = g befindlich, so erfährt jedes Ende des gebogenen Prismas da, wo es auf der stählernen Schneide aufliegt, ein Drehungsmoment

$$M = (h + g + b) \frac{l}{2} = P \frac{l}{2},$$

worin P die ganze wirksame Belastung bezeichnet.

Auf die Querschnitte des Stäbchens zwischen beiden Schneiden wirken dann normale Spannungen, deren Grössen dem Abstand von der mittelsten (neutralen) Schicht proportional sind und ihre Maxima in der obersten Schicht anneh-

men. Bei der gewählten Gestalt der Präparate ist der mittelste Querschnitt, weil am kleinsten, auch am stärksten gespannt, und der Werth der auf die Einheit des Querschnitts bezogenen Grenzspannung \bar{p} in der oberen Fläche ist hier gegeben durch

$$p = \frac{3 \bar{P} l}{B D^2},$$

falls \bar{P} die Belastung bezeichnet, bei der das Brechen eintritt, und B die horizontale Querdimension (Breite), D die verticale (Dicke) des Präparates an der dünnsten Stelle bedeutet.

Nach dieser Formel sind die Beobachtungen in der folgenden Zusammenstellung berechnet.

Bezüglich der erhaltenen Resultate ist im allgemeinen zu bemerken, dass in den bei weitem zahlreichsten Fällen das Brechen der Präparate nach mehr als einer Fläche geschah, sodass entweder von der oberen Seite des Stäbchens her zwei unter 45° gegen die Verticale geneigte unvollkommene Ebenen auftraten, oder aber neben einem verticalen Querschnitt eine in der untern Hälfte des Stäbchens verlaufende horizontale Fläche, welche sich nach den Seiten hin bald mehr bald weniger weit ausbreitete, und, indem sie nach oben oder unten ausbog, die eine oder alle beide Hälften des Stäbchens nochmals zertällte.

In einigen wenigen Fällen brachen hingegen die Präparate nach nur *einer*, nahezu verticalen, Fläche, und dann stets bei unverhältnissmässig (um ein Viertel bis ein Drittel) geringerer Belastung; es ist anzunehmen, dass hier Fehler des Materiales wirkten, und es sind deshalb die betreffenden Beobachtungen unterdrückt.

Die folgende Zusammenstellung enthält für jedes untersuchte Stäbchen, ausser der Charakteristik seiner Orientirung, die Grösse seiner Breite B und Dicke D in Millimetern und der Belastung \bar{P} in Grammen, bei welcher es brach; aus diesen Daten unter Zuziehung des Werthes $l = 56$ mm ist die Grenzspannung \bar{p} berechnet.

I) $L \perp X$; $\varphi = 0^\circ$.

Nr.	D	B	\bar{P}	\bar{p}
1)	2,24	2,20	1092	165 ⁰⁰
2)	2,18	2,28	1091	169 ⁰⁰
3)	2,28	2,20	1012	148 ⁰⁰
4)	2,24	2,20	1081	164 ⁰⁰
5)	2,19	2,24	1041	163 ⁰⁰

Die Bruchflächen verliefen durchaus unregelmässig, hatten dabei aber mehr oder weniger Aehnlichkeit mit unter 45° gegen den verticalen Querschnitt geneigten Ebenen.

II) $L \perp X$; $\varphi = 30^\circ$.

Nr.	D	B	\bar{P}	\bar{p}
1)	2,24	2,27	1173	172 ⁰⁰
2)	2,24	2,26	1107	164 ⁰⁰
3)	2,27	2,24	844	123 ⁰⁰
4)	2,27	2,24	857	125 ⁰⁰
5)	2,27	2,30	1282	181 ⁰⁰
6)	2,30	2,28	912	127 ⁰⁰

Die Bruchflächen hatten ungefähr den oben als zweiten beschriebenen Verlauf, zeigten aber wenig Regelmässigkeit.

Die hier erhaltenen Werthe weichen ganz enorm von einander ab, und es ist für das extraordinäre Verhalten dieser Sorte II ein Grund nicht einzusehen.

III) $L \perp X$, $\varphi = 60^\circ$.

Nr.	D	B	\bar{P}	\bar{p}
1)	2,24	2,24	830	124 ⁰⁰
2)	2,24	2,24	714	107 ⁰⁰
3)	2,23	2,24	828	124 ⁰⁰
4)	2,23	2,25	810	121 ⁰⁰

Die Bruchfläche war durchweg von einem vertikalen Querschnitt gebildet, der aber das Stäbchen nicht vollständig durchsetzte, sondern gegen eine zweite, nahezu horizontal verlaufende Fläche stiess, durch welche auf der einen horizontalen Seitenfläche des Stäbchens eine kleine Platte abgetrennt wurde.

Nr. IV brach glatt durch und trug demgemäss nur 450 g.

IV) $L \perp X$, $\varphi = 90^\circ$.

Nr.	D	B	\bar{P}	\bar{p}
1)	2,23	2,25	844	127 ⁰⁰
2)	2,23	2,24	807	121 ⁰⁰
3)	2,24	2,24	851	127 ⁰⁰
4)	2,23	2,25	862	130 ⁰⁰

Diese Stäbchen brachen ähnlich, wie die vorigen. Abweichend verhielt sich Nr. 2; es brach nach zwei sich kreuzenden, um 45° gegen einen vertikalen Querschnitt geneigten Ebenen und ergab folgende Zahlen:

2) 2,25 2,23 1044 158₀₀.

V) $L \perp X$, $\varphi = 120^\circ$.

Nr.	D	B	\bar{P}	\bar{p}
1)	2,25	2,26	1073	157 ₀₀
2)	2,24	2,26	962	141 ₀₀
3)	2,27	2,25	1073	156 ₀₀
4)	2,25	2,27	1079	159 ₀₀
5)	2,24	2,27	917	135 ₀₀

Die Bruchflächen verliefen ähnlich, wie bei den Sorten III und IV; bei Nr. 5 war der horizontale Sprung nur eben angedeutet; dem entspricht auch der besonders kleine Werth von \bar{p} .

VI) $L \perp X$, $\varphi = 150^\circ$.

Nr.	D	B	\bar{P}	\bar{p}
1)	2,23	2,20	1057	161 ₀₀
2)	2,20	2,20	930	146 ₀₀
2)	2,26	2,24	980	143 ₀₀
5)	2,23	2,20	918	141 ₀₀

Bruchflächen, wie bei den vorigen Gattungen; ausgeschlossen ist Nr. 4, bei dem der horizontale Sprung nur eben angedeutet war, und das demgemäss $\bar{P} = 799$ ergab.

Die vorstehenden Zahlen für \bar{p} , welche sich, wie gesagt, ausschliesslich auf Richtungen in der YZ -Ebene beziehen, zeigen, dass die Zugfestigkeit des Bergkrystalles in dieser Ebene nur sehr wenig variirt; ein Minimum scheint beiläufig in der Richtung normal zu der unvollkommenen Spaltungsfläche + K zu liegen. Ersteres ist einigermassen überraschend, wenn man in Betracht zieht, dass in der dem untersuchten Hauptschnitt im regulären System einigermassen entsprechenden Granatoëderfläche die Zugfestigkeit des Steinsalzes nahezu vom ein- bis 2,4 fachen variirte, — und zwar um so mehr überraschend, als zugleich bei Steinsalz der elastische Dehnungswiderstand nur vom ein- bis 1,3 fachen, bei Bergkrystall dagegen vom einfachen bis nahe zum doppelten wechselt. Bei Steinsalz fällt ein Minimum der Zugfestigkeit mit einem Maximum des Dehnungswiderstandes, bei Bergkrystall umgekehrt nahezu

mit einem Minimum des Dehnungswiderstandes zusammen. Es tritt hierdurch hervor, dass bezüglich der Zugfestigkeit die Elasticität eine sehr geringe, die Spaltbarkeit aber eine bedeutende Rolle spielt.

Ich gebe nun die Resultate, welche mit den drei letzten Gattungen von Stäben erhalten sind.

VII) $L \parallel Z$, B und $D \parallel X$ und Y .

Nr.	D	B	\bar{P}	\bar{p}
1)	2,25	2,24	1177	173 ⁰⁰
2)	2,25	2,26	1178	174 ⁰⁰
4)	2,25	2,25	1087	152 ⁰⁰
5)	2,25	2,27	1103	163 ⁰⁰

Ausgeschlossen ist Nr. 3, welches $\bar{P} = 846$ ergab. Bruchflächen wie früher.

Diese Resultate stimmen mit den an Sorte I erhaltenen so nahe überein, dass sie ziemlich sicher erweisen, es sei die Orientirung der Seitenfläche ohne Einfluss auf die Zugfestigkeit, wenn die Zugrichtung in die krystallographische Hauptaxe fällt.

VIII) $L \parallel Y$, B und $D \parallel X$ und Z .

Nr.	D	B	\bar{P}	p
1)	2,13	2,30	801	129 ⁰⁰
2)	2,13	2,29	926	150 ⁰⁰
3)	2,13	2,29	749	121 ⁰⁰
4)	2,29	2,15	874	129 ⁰⁰
5)	2,29	2,15	885	131 ⁰⁰

Bruchflächen wie bei den vorigen Gattungen. Vergleicht man diese Resultate mit den für Sorte IV erhaltenen, so sieht man, dass ein etwaiger Einfluss der Orientirung der Seitenflächen bei der Lage der Längsrichtung \parallel der Y -Axe durch die Beobachtungsfehler verdeckt wird. Es ist zu vermuthen, dass dies, wegen der überall geringen Verschiedenheit der Werthe von \bar{p} , bei Bergkrystall *allgemein* stattfinden wird.

IX) $L \parallel X$, B und $D \parallel Y$ und Z .

Nr.	D	B	\bar{P}	\bar{p}
1)	2,27	2,29	883	126 ⁰⁰
2)	2,29	2,29	963	135 ⁰⁰
3)	2,26	2,26	869	127 ⁰⁰
5)	2,26	2,26	890	130 ⁰⁰

Bei den Stäbchen dieser Gattung geschah das Brechen nach zwei um ungefähr 45° gegen den verticalen Querschnitt

geneigten unebenen Flächen; sodass ein nahezu dreieckiges Stück heraussprang. Nur die zwei Stäbchen 4 und 6, brachen nach dem Querschnitt glatt durch und trugen demgemäss auch nur resp. 661 und 719 g.

Die oben gegebenen Zahlen für \bar{p} stimmen so nahe mit den bei VIII erhaltenen überein, dass vollständige Gleichheit der beiden Zugfestigkeiten wahrscheinlich ist; man darf vermuthen, dass alle Richtungen senkrecht zur Hauptaxe sich gleichmässig verhalten.

Von einer X. Sorte Stäbchen, deren Längsrichtung den Winkel zwischen der X- und Z-Axe halbirte, während eine Querdimension in die Y-Axe fiel, kann ich ausführliche Resultate nicht angeben, da sämmtliche Präparate mit Ausnahme von zweien glatt durchbrachen; diese zwei, welche sich ähnlich verhielten, wie Gattung VIII, gaben resp.

Nr.	D	B	\bar{P}	\bar{p}
2)	2,28	2,21	970	142 ₀₀
7)	2,22 _s	2,29	1016	151 ₀₀

Die erhaltenen \bar{p} fallen in der That zwischen die bei Sorte VII und IX, welche entsprechend orientirt waren, mitten hinein.

Bildet man aus allen Werthen \bar{p} , die sich auf eine Zugrichtung parallel zur Hauptaxe beziehen, — es sind die Sorten I und VII — das Mittel, so erhält man

$$\bar{p}_0 = 16\,300 \pm 190;$$

verfährt man ebenso mit allen Werthen, die bei Zugrichtungen senkrecht zur Hauptaxe erhalten sind, — sie entsprechen den Gattungen IV, VIII, IX — so findet sich

$$\bar{p}_{90} = 12\,550 \pm 150$$

Diese Zahlen, mit anderen erhaltenen verglichen, ergeben die grösste Zugfestigkeit von Bergkrystall nicht ganz acht Mal so gross, als die grösste von Steinsalz, aber an fünf Mal kleiner, als die Zugfestigkeit von Krupp'schem Gussstahl, wenn von letzterem aus Gussproben geschnittene Stäbe den Versuchen unterworfen werden.¹⁾

1) Hr. Dr. F. Salomon in Essen, dessen Freundlichkeit ich mehrere Stücke verschiedenen Krupp'schen Gussstahles verdanke, gibt für zwei von ihnen die Werthe $\bar{p} = 76\,000$ und $\bar{p} = 90\,000$ an.

Gezogene Drähte verhalten sich bekanntlich anders, als geschnittene Prismen, weil ihre Oberflächenschicht durch die mechanische Bearbeitung dichter und fester geworden ist; ähnlich dürften Fäden aus geschmolzenem Quarz eine grössere Zugfestigkeit zeigen, als die vorstehend untersuchten Präparate.

Gegenüber den bei Steinsalz erhaltenen Zahlen zeigen die auf Quarz bezüglichen eine unerwartet grosse Unsicherheit, welche nur von Störungen der Krystallstruktur herrühren kann; man hätte vermuthen mögen, dass wasserheller Bergkrystall sich regelmässiger verhalten würde. —

Noch ungünstigere Resultate ergaben vorläufige Messungen an Stäbchen aus demselben farblosen, klaren *Flussspath*, der sich bei meinen Elasticitätsbeobachtungen¹⁾ so gut bewährt hatte; sie lassen eine exacte Untersuchung der Cohäsionsverhältnisse dieser Substanz als nahezu unmöglich erscheinen und sollen hier nur mitgetheilt werden, um eine Vorstellung von der absoluten Grösse ihrer Zugfestigkeit, sowie von deren Variation mit der Richtung zu geben.

Die Festigkeit des Flussspathes ist sehr erheblich geringer, als die von Bergkrystall, und Hr. Dr. Sella, der diese Messungen auf meine Veranlassung angestellt hat, konnte die Stäbe, welche dieselbe Form und Grösse, wie die von Bergkrystall gefertigten, besaßen, direct durch longitudinalen Zug zerreißen. Das Brechen geschah stets nach mehr oder weniger regelmässigen Spaltungsflächen.

Bezeichnet Q den kleinsten Querschnitt des Präparates, \bar{P} die Belastung, bei welcher es zerriss, und setzt man $\bar{P}/Q = \bar{p}$, so schreiben sich die erhaltenen Zahlen folgendermaassen.

I. Längs- und Querrichtungen krystallographischen Hauptaxen parallel.

Nr.	Q	\bar{P}	\bar{p}
1)	4,02	182 ⁰⁰	454 ⁰
2)	4,19	189 ⁰⁰	452 ⁰
3)	4,07	200 ⁰⁰	491 ⁰
4)	4,11	167 ⁰⁰	406 ⁰
5)	4,81	236 ⁰⁰	496 ⁰
6)	4,86	225 ⁰⁰	462 ⁰
Gesamtmittel $\bar{p} = 466^0$			

1) W. Voigt, Gött. Nachr. 1888 p. 299.

Bei dieser Sorte ist die Uebereinstimmung also recht gut, was um so merkwürdiger ist, als sonst bei Zugrichtungen, die schief gegen alle Spaltungsflächen liegen, die Abweichungen besonders gross zu sein scheinen.

II. Längsrichtung parallel einer Granatoëdernormalen; eine Querdimension in der gleichen Würfelebene wie die Länge.

Nr.	Q	\overline{P}	\overline{p}
1)	4,99	160 ⁰⁰	320 ⁰
2)	4,07	140 ⁰⁰	343 ⁰
3)	4,13	226 ⁰⁰	546 ⁰
4)	4,85	155 ⁰⁰	321 ⁰
5)	4,79	209 ⁰⁰	436 ⁰
6)	4,92	217 ⁰⁰	442 ⁰
7)	4,83	154 ⁰⁰	318 ⁰
8)	4,88	95 ⁰⁰	195 ⁰

Gesamtmittel $p = 3650$

Aus Resultaten, wie diese, kann man natürlich wenig schliessen; die letzte zu kleine Zahl lässt sich zwar durch eine locale Störung oder einen kleinen Sprung wohl erklären, der enorm grosse Werth bei Nr. III ist aber sehr bedenklich, da an eine Unregelmässigkeit am Apparat — etwa ein einseitiges Aufliegen der Waagschaale auf einem Stützpunkte — kaum zu denken ist. Zufällig compensiren sich übrigens die beiden Werthe in Bezug auf das Gesamtmittel ziemlich genau.

III. Längsrichtung in einer Octaëdernormalen; eine Querdimension um 33° , die andere um 65° gegen eine andere Octaëdernormale geneigt.

Nr.	Q	\overline{P}	\overline{p}
1)	5,02	110 ⁰⁰	219 ⁰
2)	4,98	90 ⁰⁰	181 ⁰
3)	5,16	99 ⁰⁰	192 ⁰
4)	4,98	112 ⁰⁰	225 ⁰
5)	4,98	145 ⁰⁰	290 ⁰

Gesamtmittel $p = 2210$

Auch hier ist wieder der eine hervorstechend grosse Werth von \overline{p} bedenklich und legt die Vermuthung nahe, dass die vier anderen leidlich stimmenden kleineren Zahlen sämmtlich durch locale Störungen bedingt sind, und der normale Werth von \overline{p} viel höher liegt.

Zu genauen Untersuchungen, die Aufklärung über die tieferen Bedingungen und Gesetze der Cohäsion liefern könnten, erscheint hiernach der Flussspath nicht brauchbar.

Immerhin hat das unzweifelhaft festgestellte Resultat, dass auch bei Flussspath die Zugcomponente normal zur Spaltungsfläche den kleinsten Widerstand findet, ein gewisses Interesse.

Göttingen, im December 1892.
