

die seines Nebenstromes zu berücksichtigen; doch genügt es, bei Anwendung nicht zu langer Schließungsdrähte, den Nebenstrom nur zu beachten, wenn einer der beiden angegebenen Fälle stattfindet. Hieraus folgt, daß im einfachen Schließungsdrahte der Batterie der Nebenstrom von Einfluß ist, wenn der Draht U- oder N-Formen enthält (zu den letzteren gehören die Spiralen), in Zweigdrähten und in Nebenschließungen auch ohne diese Bedingung. Welche Aenderungen durch den Nebenstrom in dem ihn erregenden Strome hervorgebracht werden, der mit jenem in demselben Drahte fließt, habe ich früher ausführlich angegeben (Pogg. Ann. Bd. 81, S. 431 und Bd. 83, S. 327, Elektrizitätslehre §. 856, 884 bis 894). Die entgegengesetzte Aenderung des erregenden Stromes, je nachdem sein Leiter die U- oder N-Form besaß, hat dabei gelehrt, daß jedem, durch einen Strom von kurzer Dauer erregten Nebenstrom eine bestimmte Richtung beigelegt werden muß.

III. *Eine einfache Methode zur Bestimmung des specifischen Gewichtes der Mineralien;* *von Axel Gadolin,*

Capitain der Russ. Garde-Artillerie.

Das specifische Gewicht dient oft als ein sehr werthvolles Mittel zum Unterscheiden der Mineral-Species. Wenn es aber sich darum handelt ein Mineral gleich auf der Stelle zu bestimmen, so bleibt man gewöhnlich bei den äußeren Kennzeichen stehen, und macht vielleicht nur noch eine Löthrohr-Probe. Die Bestimmung des specifischen Gewichtes bleibt in solchen Fällen gewöhnlich aus, weil sie einen besonderen Apparat, etwas Zeit und eine kleine Rechnung erfordert. In einigen Fällen wie z. B. bei der Unterschei-

ding der verschiedenen Feldspatharten ist die Bestimmung des specifischen Gewichtes von besonderer Wichtigkeit, da auſser der Analyse hier oft keine so sehr charakteristischen Merkmale zu Gebote stehen. Ein Mikroskop, ein Löthrohr kann man überall mit sich tragen; eine Waage fordert aber mehr Platz, und kommt deswegen nicht aus dem Laboratorium heraus. Für den praktischen Geognosten ist es oft sehr wünschenswerth ein Mineral gleich auf der Stelle, am Fundorte, bestimmen zu können. Die Dichtigkeit eines Minerals könnte ihm ein sicheres Merkmal geben, mit dessen Bestimmung er aber warten muſs, bis er sich wieder bei seiner Waage befindet.

Diese Umstände haben mir Veranlassung gegeben, ein einfaches Mittel zur Bestimmung des specifischen Gewichtes zu erdenken, ein Mittel, das sogar im freien Felde angewandt werden kann. Das hierzu erforderliche Instrument, in seiner einfachsten Gestalt, kann jedermann sich selbst verfertigen; es nimmt nicht mehr Platz ein, als etwa ein gewöhnlicher Bleistift, und das Wasser eines beliebigen Behälters kann bei der Bestimmung dienen.

Die Methode ist in kurzen Worten folgende. Auf einen zweiarmligen Hebel, etwa in der Art eines gewöhnlichen Waagebalkens, werden an feinen Seidendrähten oder Haaren zwei Mineralien aufgehängt, deren specifische Gewichte verglichen werden sollen. Eins von den Mineralien wird mit seinem Drahte längs dem Hebelarm verschoben, bis bei horizontaler Lage des Balkens das Gleichgewicht erreicht ist. Darauf wird der Balken etwas gesenkt, so daſs beide Mineralien in dem Wasser eines untergestellten Gefäßes untertauchen. Wird das Gleichgewicht nicht gestört, so sind beide Mineralien von gleicher Dichtigkeit; im entgegengesetzten Falle wird das eine von den Mineralien nach der einen oder anderen Seite verschoben, bis das Gleichgewicht wieder hergestellt ist. Ist dieses gethan, so kann man, aus dem anfänglichen Abstände dieses Minerals vom Aufhängepunkt und aus seiner Verschiebung, nach einer einfachen Formel das specifische Gewicht des einen von den beiden

Mineralien berechnen, wenn das des anderen bekannt ist. Um die Abstände und Verschiebungen nicht jedes Mal besonders messen zu brauchen, ist der Balken in gleiche Theile von beliebiger Gröſſe getheilt. Die Theilung hat ihren Anfang im Aufhängepunkt des Balkens und geht nach beiden Seiten. Wie aus der obigen Auseinandersetzung zu ersehen ist, muß das specifische Gewicht des einen von den beiden Mineralien bekannt seyn; zu diesem Zwecke hat man einige passende Stücke von Mineralien, deren specifische Gewichte früher auf einer guten Waage bestimmt sind. Diese Stücke können dieselben seyn, die als Härtescale dienen.

Die Theorie dieser Methode ist einfach. Es seyen an dem Balken zwei Mineralstücke aufgehängt, deren Gewichte in der Luft mit P und P' , und deren specifische Gewichte mit ς und ς' bezeichnet werden mögen. Es mögen noch p und p' die Abstände der Aufhängedrähte vom Aufhängepunkt des Balkens beim Gleichgewicht in der Luft, und δ die Länge seyn, auf die das erste Stück verschoben werden muß, um das Gleichgewicht im Wasser wiederherzustellen. Beim Gleichgewicht im Wasser werden die Hebelarme die Längen $p + \delta$ und p' haben; δ muß als positiv angesehen werden, wenn bei der Verschiebung das Mineral vom Aufhängepunkt des Balkens entfernt worden ist, im entgegengesetzten Falle aber negativ. Nach den Gesetzen des Hebels hat man dann für das Gleichgewicht in der Luft:

$$Pp = P'p' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

und im Wasser:

$$\left(P - \frac{P}{\varsigma}\right)(p + \delta) = \left(P' - \frac{P'}{\varsigma'}\right)p' \quad . \quad . \quad . \quad (2),$$

weil $\frac{P}{\varsigma}$ und $\frac{P'}{\varsigma'}$ die Gewichte von zwei Wasserquantitäten sind, die mit den Mineralstücken gleiche Volumina haben, und folglich, nach dem Archimedischen Gesetze, $P - \frac{P}{\varsigma}$ und $P' - \frac{P'}{\varsigma'}$ die Ausdrücke für die Gewichte der beiden Stücke

im Wasser sind. Theilt man nun die zweite Gleichung durch die erste, so erhält man:

$$\left(1 - \frac{1}{\varsigma}\right)\left(1 + \frac{\delta}{p}\right) = \left(1 - \frac{1}{\varsigma'}\right),$$

woraus:

$$\varsigma = \frac{\varsigma' \left(1 + \frac{\delta}{p}\right)}{1 + \varsigma' \frac{\delta}{p}} = \frac{\varsigma' (p + \delta)}{p + \varsigma' \delta} \quad . . . \quad (3)$$

$$\varsigma' = \frac{\varsigma}{1 - \frac{\delta}{p} (\varsigma - 1)} \quad \quad (4).$$

Man benutzt die eine oder die andere Formel, je nachdem dieses oder jenes Stück von bekanntem specifischem Gewichte ist, das nicht verschobene oder das verschobene.

Construction des Balkens. Ich habe Waagebalken von verschiedener Construction angewandt; sie sind in Fig. 1, 2, 3, Taf. V, in der Hälfte der natürlichen Gröfse in Seitenansicht und in Plan, der letzte auch im perpendicularen Durchschnitt, und auferdem noch der zu ihm gehörige Aufhängebügel von zwei Seiten abgebildet. Wir wollen unten im Kurzen einige Bedingungen auseinandersetzen, die der Balken erfüllen mufs, um in allen Fällen die möglichst sicheren Bestimmungen zu geben.

Damit die Empfindlichkeit des Balkens von der Gröfse der angehängten Gewichte, nicht anders als durch Reibung und Biegung des Balkens abhängt, ist es, wie bekannt, nothwendig, dafs die beiden Aufhängepunkte der Gewichte mit demjenigen des Balkens in einer geraden Linie liegen. Deshalb mufs der obere Rand des Balkens, auf den die Aufhängefäden sich stützen, eine gerade Linie bilden, in deren Verlängerung auch der Aufhängepunkt des Balkens liegt. Um dabei aber noch die gehörige Empfindlichkeit zu erreichen, mufs ein Theil der Masse des Balkens über der erwähnten geraden Linie liegen. Am Balken Fig. 1 Taf. V ist dieses durch eine Erhöhung am Balken über dem Aufhängepunkt erreicht, am Balken Fig. 2 wird dieser Theil

noch von einem messingenen Bügel umfaßt; beim Balken Fig. 3 sind sowohl für den erwähnten Zweck, als auch um die Biegung des Balkens zu verringern, zwei linienförmige Theile ab und bc angebracht.

Damit die Aufhängefäden die Seiten des Balkens nicht berühren, ein Umstand, der von Einfluß auf den Gleichgewichtszustand des Balkens seyn könnte, muß der Balken oben längs der Aufhängelinie dicker seyn als längs der unteren Kante.

Die Theilung ist an den Seiten des Balkens angebracht; jedoch müssen die Theilstriche nicht ganz bis zum Aufhängerand reichen, weil dadurch an den oberen scharfen Kanten des Balkens Einschnitte gebildet würden, welche der Verschiebung der Aufhängefäden längs dem Balken sehr hinderlich wären.

Discussion der Fehlerquellen. Die nach der auseinander-gesetzten Methode ausgeführte, und nach den Formeln (3) oder (4) berechnete Dichtigkeitsbestimmung ist, wie jede aus der Beobachtung entnommene Gröfse, mit einigen Fehlern behaftet, deren Ursache und mögliche Gröfse wir hier erörtern wollen. Diese Fehler hängen theils vom Ablesungsfehler bei der Bestimmung der Gröfsen p und δ , theils aber davon ab, daß die Gleichungen (1) und (2), aus welchen die Formeln zur Berechnung des specifischen Gewichtes hergeleitet, nicht ganz genau sind, weil das Gewicht der Fäden und eine Abweichung des Balkens von der horizontalen Lage, die so klein gewesen ist, daß sie nicht bemerkt werden konnte, nicht in Betracht gezogen sind. Es mögen die beobachteten Gröfsen p_1 und δ_1 heißen, ihre genauen Werthe p und δ , und die Ablesungsfehler Δp und $\Delta \delta$ seyn; dann hat man $p = p_1 + \Delta p$, $\delta = \delta_1 + \Delta \delta$. Um die genauen Gleichgewichtsgleichungen herzuleiten, mögen die Gewichte der Fäden mit α und α' , ihre specifischen Gewichte mit γ und γ' bezeichnet werden; und es mögen bei der zweiten Wägung $\frac{1}{n}$ und $\frac{1}{n'}$ die Bruchtheile der ganzen Länge der Fäden seyn, die in dem Wasser untertauchen.

Die Verluste bei der Wägung im Wasser werden dann $\frac{\alpha}{n\gamma}$ und $\frac{\alpha'}{n'\gamma'}$ seyn. Es mag dann noch ω der Winkelwerth der größten Neigung des Balkens, die man nicht zu bemerken im Stande ist, A das Gewicht des Balkens und d der Abstand seines Schwerpunktes vom Stützpunkt seyn. Dann hat man für das Gleichgewicht in der Luft die Gleichung:

$$(P + \alpha)p - (P' + \alpha')p' \pm \Theta A d \sin \omega = 0 \quad . \quad (5),$$

wo Θ eine unbekannte Gröfse, nicht größer als die Einheit ist. Für die Wägung im Wasser hat man, wenn das eine Stück mit seinem Faden auch wirklich gar nicht verschoben ist, was man bei einiger Sorfalt immer erreichen kann:

$$\left[P \left(1 - \frac{1}{\varsigma} \right) + \alpha \left(1 - \frac{1}{n\gamma} \right) \right] (p + \delta) - \left[P' \left(1 - \frac{1}{\varsigma'} \right) + \alpha' \left(1 - \frac{1}{n'\gamma'} \right) \right] p' \pm \Theta' A d \sin \omega = 0 \quad . \quad (6)$$

Diese beiden Gleichungen hätten gebraucht werden müssen, um aus ihnen die Formel zur Berechnung des specifischen Gewichtes herzuleiten: es ist aber nicht möglich aus ihnen alle die unbekannten Gröfsen zu eliminiren. Uns werden diese Gleichungen nur dazu dienen, den Einfluß der oben erwähnten Fehlerquellen zu schätzen.

Nach dem Princip der kleinen Differenzen kann man den Einfluß jeder Fehlerquelle auf die specifischen Gewichte besonders berechnen. Wir wollen die nach den Formeln (3) oder (4), in denen man statt p und δ ihre beobachteten Gröfsen p_1 und δ_1 gesetzt hat, berechneten specifischen Gewichte durch ς_1 und ς'_1 bezeichnen, und dann den Einfluß der Ablesungsfehler auf diese Gröfsen mit $\mathcal{A}'\varsigma$ und $\mathcal{A}'\varsigma'$, den Einfluß des Gewichts der Fäden mit $\mathcal{A}''\varsigma$ und $\mathcal{A}''\varsigma'$, und den der Nichthorizontalität des Balkens durch $\mathcal{A}'''\varsigma$ und $\mathcal{A}'''\varsigma'$ bezeichnen. Dann hat man für den ganzen Fehler in ς_1 und ς'_1 die Summen $\mathcal{A}'\varsigma + \mathcal{A}''\varsigma + \mathcal{A}'''\varsigma$ und $\mathcal{A}'\varsigma' + \mathcal{A}''\varsigma' + \mathcal{A}'''\varsigma'$.

1. *Die Ablesungsfehler.* Wenn man von den übrigen Fehlern abstrahirt, dann werden die Formeln (3) und (4) genau. Wenn man in diesen Formeln statt p , $p_1 + \mathcal{A}p$

und statt δ_1 , $\delta_1 + \delta'$ setzt, so kann man nach der Differenzmethode δ' und δ'_s berechnen, und hat dabei:

$$\delta'_s = \frac{s'(1-s')}{\left(1 + s' \frac{\delta_1}{p_1}\right)^2} \cdot \delta' \frac{\delta}{p}$$

$$\delta'_s = \frac{s(s-1)}{\left[1 - \frac{\delta_1}{p_1}(s-1)\right]^2} \cdot \delta' \frac{u}{p}$$

worin:

$$\delta' \frac{\delta}{p} = \frac{\delta' \delta}{p_1} - \frac{\delta_1}{p_1} \cdot \frac{\delta' p}{p_1}$$

Wenn man in diesen Ausdrücken $\frac{\delta_1}{p_1}$ mittelst der Formeln (3) und (4) eliminirt, so erhält man:

$$\delta'_s = \frac{1}{p_1} \cdot \frac{s_1 - 1}{s' - 1} [(s' - s_1) \delta' p - s'(s_1 - 1) \delta' \delta]$$

$$\delta'_s = -\frac{1}{p_1} \cdot \frac{s'_1}{s} [(s'_1 - s_1) \delta' p - s'_1(s - 1) \delta' \delta]$$

δ_1 ist der Unterschied zweier Ablesungen, die p_1 und p_2 heißen mögen; nennt man die respectiven Fehler dieser Ablesungen $\delta' p_1$ und $\delta' p_2$, so ist $\delta' p$ das, was wir früher durch $\delta' p$ bezeichnet haben; $\delta_1 = p_2 - p_1$, $\delta' \delta = \delta' p_2 - \delta' p_1$. Wenn der letzte Werth in die obigen Gleichungen eingesetzt wird, so hat man:

$$\delta'_s = \frac{1}{p_1} \cdot \frac{s_1 - 1}{s' - 1} [s_1(s' - 1) \delta' p_1 - s'(s_1 - 1) \delta' p_2] \quad (7)$$

$$\delta'_s = -\frac{1}{p_1} \cdot \frac{s'_1}{s} [s(s'_1 - 1) \delta' p_1 - s'_1(s - 1) \delta' p_2] \quad (8)$$

2. Fehler vom Gewichte der Drähte abhängig. Läßt man in den Gleichungen (5) und (6) das letzte Glied weg, so hat man, indem man noch statt p und δ , p_1 und δ_1 setzt, was erlaubt ist, da man den Einfluß der Ablesungsfehler besonders berechnet:

$$(P + \alpha)p_1 = (P' + \alpha')p' \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

$$\left[P \left(1 - \frac{1}{s}\right) + \alpha \left(1 - \frac{1}{n\gamma}\right) \right] (p_1 + \delta_1)$$

$$= \left[P' \left(1 - \frac{1}{s'}\right) + \alpha' \left(1 - \frac{1}{n'\gamma'}\right) \right] p' \quad . \quad . \quad (10)$$

woraus durch Theilung:

$$\frac{1}{1 + \frac{\alpha}{P}} \left[1 - \frac{1}{\varsigma} + \frac{\alpha}{P} \left(1 - \frac{1}{n\gamma} \right) \right] \left(1 + \frac{\delta_1}{p_1} \right) \\ = \frac{1}{1 + \frac{\alpha'}{P'}} \left[1 - \frac{1}{\varsigma'} + \frac{\alpha'}{P'} \left(1 - \frac{1}{n'\gamma'} \right) \right].$$

Wenn man die höheren Dignitäten der kleinen Quantitäten $\frac{\alpha}{P}$, $\frac{\alpha'}{P'}$ vernachlässigt werden, erhält man:

$$- \frac{1}{\varsigma} + \frac{\delta_1}{p_1} \left(1 - \frac{1}{\varsigma} \right) + \frac{\alpha}{P} \left(1 + \frac{\delta_1}{p_1} \right) \left(\frac{1}{\varsigma} - \frac{1}{n\gamma} \right) \\ = - \frac{1}{\varsigma'} + \frac{\alpha'}{P'} \left(\frac{1}{\varsigma'} - \frac{1}{n'\gamma'} \right) \quad . \quad . \quad (11)$$

woraus:

$$\varsigma = \frac{1 + \frac{\delta_1}{p_1}}{\frac{1}{\varsigma'} + \frac{\delta_1}{p_1} + \frac{\alpha}{P} \left(1 + \frac{\delta_1}{p_1} \right) \left(\frac{1}{\varsigma} - \frac{1}{n\gamma} \right) - \frac{\alpha'}{P'} \left(\frac{1}{\varsigma'} - \frac{1}{n'\gamma'} \right)}.$$

Wenn man nun wieder die höheren Dignitäten von $\frac{\alpha}{P}$

und $\frac{\alpha'}{P'}$ weglässt und für $\frac{1 + \frac{\delta_1}{p_1}}{\frac{1}{\varsigma'} + \frac{\delta_1}{p_1}}$ seinen Werth ς_1 setzt, so

hat man:

$$\varsigma = \varsigma_1 \left\{ 1 - \frac{\alpha}{P} \left(\frac{1}{\varsigma} - \frac{1}{n\gamma} \right) \varsigma_1 + \frac{\alpha'}{P'} \cdot \frac{\left(\frac{1}{\varsigma'} - \frac{1}{n'\gamma'} \right) \varsigma_1}{\left(1 + \frac{\delta_1}{p_1} \right)} \right\}.$$

Wenn man dann noch rechts anstatt ς , ς_1 , und für $1 + \frac{\delta_1}{p_1}$ seinen Werth $\frac{(\varsigma' - 1)\varsigma_1}{(\varsigma_1 - 1)\varsigma'}$ setzt, so hat man:

$$d'' \varsigma = \varsigma_1 \left[\frac{\alpha}{P} \left(\frac{\varsigma_1}{n\gamma} - 1 \right) - \frac{\alpha'}{P'} \left(\frac{\varsigma'}{n'\gamma'} - 1 \right) \frac{\varsigma_1 - 1}{\varsigma' - 1} \right] \quad . \quad (12)$$

Aus der Formel (11) erhält man anderseits:

$$\varsigma' = \frac{1}{\left(1 + \frac{\delta_1}{p_1} \right) \frac{1}{\varsigma} - \frac{\delta_1}{p_1} - \frac{\alpha}{P} \left(1 + \frac{\delta_1}{p_1} \right) \left(\frac{1}{\varsigma} - \frac{1}{n\gamma} \right) + \frac{\alpha'}{P'} \left(\frac{1}{\varsigma'} - \frac{1}{n'\gamma'} \right)}.$$

Wenn man hier für $\left(1 + \frac{\delta_1}{p_1} \right) \frac{1}{\varsigma} - \frac{\delta_1}{p_1}$ seinen Werth $\frac{1}{\varsigma'}$

setzt, und die höheren Dignitäten von $\frac{\alpha}{p}$ und $\frac{\alpha'}{p'}$ vernachlässigt, so hat man:

$$s' = s'_1 \left[1 + \frac{\alpha}{p} \left(1 + \frac{\delta_1}{p_1} \right) \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{n\gamma} \right) s'_1 - \frac{\alpha'}{p'} \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{n'\gamma'} \right) s'_1 \right].$$

Für $1 + \frac{\delta_1}{p_1}, \frac{(s'_1 - 1)s}{(s - 1)s'_1}$, und für s', s'_1 auf der rechten Seite gesetzt, hat man:

$$A'' s' = s'_1 \left[\frac{\alpha}{p} \left(1 - \frac{s}{n\gamma} \right) \frac{s'_1 - 1}{s - 1} - \frac{\alpha'}{p'} \left(1 - \frac{s'_1}{n'\gamma'} \right) \right] \quad (13).$$

3. *Fehler von der Nichthorizontalität des Balkens abhängig.* Löst man in den Gleichungen (5) und (6) die Größen α und α' wegfallen, so erhält man:

$$P p_1 - P' p' \pm \Theta A d \sin \omega = 0 \quad (14)$$

$$P \left(1 - \frac{1}{s} \right) (p_1 + \delta_1) - P' \left(1 - \frac{1}{s'_1} \right) p' \pm \Theta' A d \sin \omega = 0 \quad (15).$$

Woraus:

$$\left(1 - \frac{1}{s} \right) \left(1 + \frac{\delta_1}{p_1} \right) = \frac{1 - \frac{1}{s'} \mp \frac{\Theta' A d \sin \omega}{P' p'}}{1 \mp \frac{\Theta A d \sin \omega}{P p'}}.$$

Nach der Vernachlässigung der höheren Dignitäten von $\sin \omega$ hat man:

$$\left(1 - \frac{1}{s} \right) \left(1 + \frac{\delta_1}{p_1} \right) = 1 - \frac{1}{s'} + \frac{A d \sin \omega}{P' p'} \left[\pm \Theta \left(1 - \frac{1}{s'} \right) \mp \Theta' \right],$$

woraus man durch ähnliche Transformationen wie oben die Ausdrücke erhält:

$$A''' s = \frac{A d \sin \omega}{P' p'} \left[\pm \Theta (s' - 1) \mp \Theta' s' \right] \frac{(s_1 - 1) s_1}{(s' - 1)} \quad (16)$$

$$A''' s' = \frac{A d \sin \omega}{P' p'} \left[\mp \Theta (s'_1 - 1) \pm \Theta' s'_1 \right] s'_1 \quad (17).$$

Genauigkeit der Methode. Aus den Formeln (7) und (8) sieht man, daß der von der Ablesung abhängige Fehler nicht von dem absoluten Gewichte der Stücke abhängt, daß er den Ablesungsfehlern direct und der Länge p umgekehrt

proportional ist, und dafs er überhaupt mit der Dichtigkeit der zu vergleichenden Körper zunimmt. Man sieht hieraus, dafs die Länge des Balkens um so gröfser seyn mufs, je gröfser die zu erreichende Genauigkeit seyn soll. Da die zu vergleichenden Stücke beinahe immer von ziemlich ungleichem absolutem Gewichte sind (man kann sie sogar mit Fleifs so wählen), so wird immer eines von den Mineralien, namentlich das leichtere, weiter vom Stützpunkt des Balkens aufgehängt seyn, und es mufs eben dieses Stück bei der Wägung im Wasser verschoben werden, da ein gröfseres p einen kleineren Fehler giebt. Auch ist es gut die erste Aequilibrirung immer so zu machen, dafs das leichtere Mineral so weit wie möglich vom Stützpunkt des Balkens aufgehängt wird. Damit die Länge des ganzen Balkens nicht zu grofs werde, habe ich gewöhnlich den einen Arm kürzer gemacht; wenn nur der Balken gut aequilibrirt ist, so hat dieses keinen Einfluss auf die Genauigkeit der Methode. Die Hebelarme sind an meinen Balken in Millimeter oder auch in halbe Linien getheilt, und Zehnthelle von diesen Theilungen werden bei der Ablesung geschätzt. Um die Gränze der Fehler zu berechnen, werden wir für Δp_1 und Δp_2 $0,1^{\text{mm}}$, und $p = 150^{\text{mm}}$ setzen, wie es bei dem Balken Fig. 2, Taf. V gewöhnlich der Fall seyn wird; dann werden wir für Δp_1 und Δp_2 solche Zeichen nehmen, dafs die Fehler sich summiren. Berechnen wir dann die Fehlergränze beispielsweise für zwei Fälle: 1) $\varsigma = 5$, $\varsigma' = 2,5$; 2) $\varsigma' = 3$, $\varsigma = 2,5$, so hat man für den ersten Fall $\Delta \varsigma = 0,03$, $\Delta \varsigma' = 0,006$, für den zweiten $\Delta \varsigma = 0,004$, $\Delta \varsigma' = 0,008$.

Die vom Gewichte der Drähte abhängigen Fehler, welche durch die Formeln (12) und (13) ausgedrückt werden, wachsen mit dem Gewichte der Fäden und der zu berechnenden Dichtigkeit, und wirken geringer bei gröfserem Gewichte der Stücke. Wenn man gewöhnliche Seidenfäden nimmt, so kann man für den gröfsten Werth von α und α' , $0,003$ Grm. setzen; Pferdehaare und besonders Menschenhaare werden noch leichter seyn. Dann werden wir noch als unvortheilhafte Werthe $n = \frac{1}{2}$, $\gamma = 1$, $P = 5$ Grm., $P' =$

20 Grm. und die vorigen Werthe von ς und ς' beibehalten. Dann hat man für den ersten Fall $d''\varsigma = 0,023$, $d''\varsigma' = 0,004$, für den zweiten $d''\varsigma = 0,005$, $d''\varsigma' = 0,007$.

Die von der Unempfindlichkeit des Balkens abhängigen Fehler werden durch die Formeln (16) und (17) ausgedrückt. Da $P'p'$ annähernd Pp gleich ist, und das leichtere Stück, dessen Gewicht P ist, immer in dem größten möglichen Abstand vom Stützpunkte des Balkens aufgehängt wird, so sieht man, daß der Fehler dem Gewichte des leichteren Stückes proportional ist. Er ist der Empfindlichkeit des Balkens direct proportional, und wächst mit dem zu bestimmenden specifischen Gewichte. Es ist aber unnöthig den Balken über eine gewisse Gränze empfindlich zu machen. Die Empfindlichkeit braucht überhaupt nicht größer zu seyn, als so, daß die Verschiebung des leichteren Stückes um $\frac{1}{10}$ Millim. eine merkbare Aenderung in der Lage des Balkens hervorbringt. Wenn wir diese Aenderung in der Neigung des Balkens mit φ bezeichnen, so haben wir annähernd: $Ad \sin \varphi = P \cdot 0,1$. Der Einfluß einer solchen Verschiebung auf die Neigung des Balkens muß merkbar seyn, sonst würde es nicht der Mühe lohnen die Zehnthelle von Millimeter abzulesen, was jedoch nothwendig ist, wie es die Berechnung der davon abhängigen Fehler zeigt. Folglich darf dieses φ höchstens dem Gränzwert ω gleich seyn, welches giebt $Ad \sin \omega = P \cdot 0,1$. Die Empfindlichkeit des Balkens größer zu machen, so daß $Ad \sin \omega < P \cdot 0,1$, ist eigentlich auch nicht gut, weil dadurch das Aequilibriren unnöthig erschwert wird. Nimmt man $P = 5$ Grm., so hat man $Ad \sin \omega = 0,5$ Gramm-Millimeter. Hieraus folgt, daß es unnöthig ist den Balken empfindlicher zu machen, als daß ein Gewicht von 5 Milligrammen in dem Abstände von 100 Millimetern eine merkbare Abweichung giebt. Die Empfindlichkeit meiner Balken ist um mehr als das Doppelte so groß; das Wägen würde aber schneller gehen, wenn solches nicht der Fall wäre.

Zur Berechnung der von der Empfindlichkeit des Balkens abhängigen Fehler, wollen wir $Ad \sin \omega = 0,25$ Gramm-

Millimeter nehmen. Wenn wir dann die obigen beispielsweise angenommenen Werthe der übrigen Gröfsen beibehalten, für θ und θ' ihre grössten Werthe $= 1$ nehmen, und die Zeichen so wählen, dafs die Fehler sich summiren; so haben wir $2\varsigma' - 1$ für $\pm \theta(\varsigma' - 1) \mp \theta'\varsigma'$, und bekommen für das erste Beispiel $\Delta'''\varsigma = 0,015$; $\Delta'''\varsigma' = 0,003$, und für das zweite $\Delta'''\varsigma = 0,003$, $\Delta'''\varsigma' = 0,005$.

Aus der obigen Discussion ersieht man, dafs die grösste Sorgfalt bei der Ablesung der Distanzen verwendet werden mufs; die übrigen Fehlerquellen können leicht auf einen ganz unbedeutenden Einflufs reducirt werden. Zur genaueren Ablesung habe ich eine Art von Nonius erdacht, der aus einer kleinen Platte besteht, die beim Ablesen angelegt wird. Diese Platte ist so eingerichtet, dafs man ausserdem noch sehen kann, ob der Aufhängedraht auf der oberen Seite des Balkens zu den Kanten des Balkens ganz perpendikulär liegt, und dafs, wenn dieses nicht der Fall, der hiervon abhängige Fehler eliminirt wird. Es ist besser das schwerere Stück, das nicht verschoben wird, an einen Seidenfaden aufzuhängen, da wegen der gröfseren Reibung eine zufällige Verschiebung nicht so leicht stattfinden kann. Die Dicke eines gewöhnlichen Seidenfadens wird hier auch von keinem nachtheiligen Einflufs seyn, da man den Abstand des schwereren Stückes vom Stützpunkte des Balkens nicht zu beobachten braucht. Das leichtere Stück hängt man an ein feines Pferdehaar oder ein Menschenhaar, das man immer so fein nehmen kann, dafs der hiervon abhängige Fehler kleiner als 0,01 wird. Die Haare haben an dem einen Ende eine Oese, mit der sie an den Balken aufgehängt werden, an dem andern eine Schlinge, die das Mineral umfaßt, und die zu jedem Stücke paßt. Die Balken Fig. 1 und 2, Taf. V werden an einer Oese aus einem Pferdehaar aufgehängt. Die Oese geht durch ein Loth im Balken, das oben eine spitzig eingeschnittene Kante hat, in der das Haar zu liegen kommt. Diese Kante mufs genau im Anfang der Theilung, und in einer geraden Linie mit der oberen Kante des Balkens liegen. Beim Wägen werden zwei Finger der linken

Hand in die Oese gesteckt, so daß der Balken an diesen Fingern hängt; hierdurch erreicht man erstens, daß die Seiten der Oese die Seiten des Balkens nicht berühren, da die beiden Seiten der Oese vom Aufhängepunkt nach oben divergirend gehen; und zweitens kann man die Lage des Balkens in der horizontalen Ebene nach Belieben einstellen. Der kürzere Schenkel des Balkens ist der linken Hand zugewandt, und die innere Seite der linken Hand dient hierbei als bequemes Mittel zur Arretirung des Balkens. Die Fäden werden mit der rechten Hand verschoben. Die Aufhängung des Balkens Fig. 3, Taf. V ist ähnlich der einer gewöhnlichen Handwaage.

Um die Horizontalität des Balkens zu beobachten, ist es gut eine horizontale Linie auf der Höhe des Balkens, etwa die horizontale Kante eines Fensterrahmens, oder einen zu diesem Behufe besonders aufgespannten Draht, zu wählen. Man hält dann das Auge so, daß die obere Kante des Balkens sich auf diese Linie projicirt, und die Horizontalität ist leicht zu beobachten.

Um das Anhaften von Luftblasen beim Wägen im Wasser zu vermeiden, ist es gut nach dem Einsenken die Stücke wieder aus dem Wasser herauszuheben und dieses einige Mal zu wiederholen.

Das Verfahren muß als befriedigend betrachtet werden, wenn man unter nicht günstigen Umständen einen Fehler von 0,01, höchstens 0,02 in dem zu bestimmenden specifischen Gewichte macht.

Am 4. Juli 1857.

