

2) Bedeckung von 136 Aurigae.

Scheinb. AR. = $81^{\circ}26'44''598$. Scheinb. Decl. = $27^{\circ}33'13''881$.Man findet $u = -0,1944146$; $v = 0,4125772$ für $7^h 40'$ M. Berl. Zt. $\begin{cases} p = -0,4640555; & q = 0,3470089 \\ p' = 0,5596823; & q' = 0,0528302 \end{cases}$

Damit findet man

$$d - (t - T) = -32''34; \quad t - T = -24'23''3$$

$$d = -24'55''64 + 1,6632 \Delta\alpha + 0,4629 \Delta\delta.$$

3) Bedeckung von λ Cancri.Scheinb. AR. = $122^{\circ}43'48''95$. Scheinb. Decl. = $+24^{\circ}31'39''313$ $u = -0,545575$; $v = 0,578040$;für 7^h M. Berl. Zeit $\begin{cases} p = -0,936727; & p' = 0,537069 \\ q = 0,842780; & q' = -0,131365 \end{cases}$

Damit findet man

$$d - (t - T) = -24'27''6; \quad t - T = -39''3;$$

$$d = -25'6''9 + 1,889 \Delta\alpha - 2,563 \Delta\delta.$$

Die Bedeckungen wurden mit einem 4füßigen Fraunhofer, unter Anwendung des Kreismikrometers als Ocular, welches nur circa 40mal vergrößert und ungemein lichtstark ist, beobachtet. Die beiden ersten Beobachtungen sind bis auf $\frac{1}{4}$ Secunde sicher; bei der letzten wurde der Stern, als er dem Monde sehr nahe kam, so lichtschwach, daß die Beobachtung um 2 bis 3 Secunden unsicher ist. Die Zeitbestimmung beruht auf vielen correspondirenden Sonnenhöhen und ist bis auf $\frac{1}{4}$ Secunde sicher.

Das um $11''$ abweichende Resultat der letzten Beobachtung hat seinen Grund wohl theils in der Fehlerhaftigkeit der

Beobachtung selbst, theils in der Unrichtigkeit des aus *Encke's* Jahrbuch angenommenen Sternorts und Mondsorts, da Herr Prof. *Encke* selbst (Astr. Jahrb. für 1830 S. 256) sagt, daß bei den neuesten Mondstafeln noch Fehler von $10''$ in Länge vorkämen, und die Oerter der kleinen Sterne in seinen Angaben noch hin und wieder um $5''$ irrig seyn könnten. Das einzige Sternverzeichniß, welches ich habe, ist das *Bode'sche*; dieses weicht aber in seinen Angaben von denen des Berliner Jahrbuchs oft sehr ab. Die letzte Beobachtung ist auch, wegen ihrer Unsicherheit nur mit 5stelligen Logarithmen berechnet.

Zur Interpolation der Mondsörter habe ich eine logarithmische Interpolationstafel, wie sie *Bessel* (Astr. Nachr. Nr. 151 S. 128 in der Anmerkung) wünscht, von 10 zu 10 Minuten berechnet.

Beiläufig bemerke ich, daß sich im Berliner Jahrbuch für 1838 S. 261 ein Druckfehler findet; es muß nämlich in der 4ten Zeile von oben $\nu' = a\lambda \sin D$, statt $\nu' = \lambda \sin D$ heißen.

Sollten Ihnen zu den obigen Sternbedeckungen correspondirende bekannt geworden seyn, so würden Sie mich durch deren Mittheilung sehr verbinden; ich würde dann die unbestimmten Größen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ bestimmen können.

Hinsichtlich der Lage meiner Wohnung bemerke ich, daß solche 62 Rheinl. Ruthen nördlich und 117 Rheinl. Ruthen östlich vom reformirten Pfarrthurme liegt, welches einem Unterschied von $10''08$ in Breite und einem Unterschied von $30''31 = 2''02$ (in Zeit) in Länge entspricht.

Hülsmann,

Evang. Pfarrer und Schulinspector.

Ein Beitrag zur Auflösung der Aufgabe Zeit und Polhöhe zugleich zu bestimmen.

Von Dr. R. A. Brestel,

Assistenten an der Wiener k. k. Sternwarte.

Da die, bei dieser Aufgabe nothwendige Auflösung dreier sphärischer Dreiecke sehr zeitraubend ist, so hat man, theils durch indirecte Methoden, theils durch zweckmäßige Auswahl der Beobachtungen, die Rechnung einigermaßen abzukürzen versucht.

Einen beträchtlichen Vortheil dieser Art, der bis jetzt wenig beachtet worden zu seyn scheint, erhält man durch Beobachtung der beiden Gestirne in gleichen Stundenwinkeln; ein Fall, den herbeizuführen immer in der Gewalt des Beobachters steht, da er nur zwischen der ersten und zweiten Beobachtung so viel Zeit verstreichen lassen darf, daß die Zwischenzeit der Beobachtungen und die Differenz der Rectascensionen beider Gestirne einander gleich werden.

Alsdann hat man, wenn wir durch z und z' die Zenithdistanzen, durch p und p' die Poldistanzen der beiden Gestirne,

durch s den gemeinschaftlichen Stundenwinkel und durch ψ die Aequatorshöhe bezeichnen wollen, bekanntlich folgende zwei Gleichungen:

$$\begin{aligned} \cos z &= \cos p \cos \psi + \sin p \sin \psi \cos s \\ \cos z' &= \cos p' \cos \psi + \sin p' \sin \psi \cos s \end{aligned} \dots\dots (1)$$

Multiplirt man die erste Gleichung mit $\sin p'$, die zweite mit $\sin p$ und zieht die zweite von der ersten ab, so erhält man für $\cos \psi$ folgende Gleichung:

$$\cos \psi = \frac{\cos z \sin p' - \cos z' \sin p}{\sin p' - p} \dots\dots\dots (2)$$

Bei der numerischen Berechnung des Werthes von ψ kann man sich entweder der *Gauß'schen* Logarithmen bedienen, was für den damit Vertrauten immer das Vortheilhafteste seyn wird; oder man kann durch Einführung von Hilfsgrößen die Formel

zur logarithmischen Berechnung tauglicher machen. Setzt man nämlich $\sin a = \cos z \sin p'$ und $\sin b = \cos z' \sin p$, so er-

$$\text{hält man } \cos \psi = \frac{2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}}{\sin p' - p} \text{ oder man berechne}$$

$$\log C = \frac{\cos z' \sin p}{\sin z \sin p'}, \text{ und dann ist } \cos \psi = \frac{\sin p' \cos z + C}{\cos C \sin p' - p}.$$

Um nun zu untersuchen, wie man die beiden Gestirne wählen soll, damit die Beobachtungsfehler den möglichst geringen Einfluß auf den Werth von ψ ausüben, wollen wir die Gleichung (2) nach ψ , z und z' differenziren. Alsdann hat man

$$(3) \dots \sin \psi d\psi = \frac{\sin p' \sin z dz}{\sin p' - p} - \frac{\sin p \sin z' dz'}{\sin p' - p}$$

Aus dieser Gleichung ersieht man, daß der Werth von ψ desto genauer seyn wird, je größer der Werth von $p' - p$,

$$\cos z = \cos p \cos \psi + \sin p \sin \psi \cos s$$

$$\cos z' = \cos p' \cos \psi + \sin p' \sin \psi \cos(s + \tau) = \cos p' \cos \psi + \sin p' \sin \psi \cos s - \tau \sin p \sin \psi \sin s \dots \dots \dots (4)$$

Verfährt man nun mit ihnen, wie mit den Gleichungen (1), so erhält man:

$$\cos \psi = \frac{\cos z \sin p' - \cos z' \sin p}{\sin p' - p} - \frac{\tau \sin p \sin p' \sin \psi \sin s}{\sin p' - p} \dots \dots \dots (5)$$

Setzt man nun $\frac{\cos z \sin p' - \cos z' \sin p}{\sin p' - p} = \cos \psi'$, und $\psi = \psi' + x$, wobei zu bemerken ist, daß x immer eine sehr kleine

Größe seyn wird, so hat man

$$\cos \psi' + x = \cos \psi' - x \sin \psi' = \cos \psi' - \frac{\tau \sin p \sin p' \sin \psi \sin s}{\sin p' - p} \text{ also } x = \frac{\tau \sin p \sin p' \sin s}{\sin p' - p} \cdot \frac{\sin \psi}{\sin \psi'}$$

oder weil wegen der geringen Größe von x der Werth von $\frac{\sin \psi}{\sin \psi'}$ nahe der Einheit gleich ist:

$$x = \frac{\tau \sin p \sin p' \sin s}{\sin p' - p} \dots \dots \dots (6)$$

Der Ausdruck für ψ nimmt daher folgende Form an:

$$\psi = \text{Arc. cos} \left(\frac{\cos z \sin p' - \sin p \cos z'}{\sin p' - p} \right) + \frac{\tau \cdot \sin p \sin p' \sin s}{\sin p' - p} \dots \dots \dots (7)$$

Um die zur Berechnung des zweiten Theils dieser Gleichung nöthige approximative Kenntniß des Stundenwinkels zu erhalten, wird man mit dem genäherten Werthe von ψ , den der erste Theil der Gleichung (7) giebt, denselben auf die gewöhnliche Weise, jedoch nur mit vier Decimalen berechnen. Zugleich zeigt auch die Gleichung (7), daß, sobald einer der beiden Sterne dem Pole nahe ist, die Differenz der beiden Stundenwinkel bedeutend größer ausfallen kann, ohne daß der zweite Theil der Gleichung einen namhaften Werth erreicht.

Kennt man nun auf diese Art den Werth von ψ , so berechnet man auf die gewöhnliche Weise den Stundenwinkel desjenigen Sterns, der die größere Poldistanz hat; sollte aber der Stundenwinkel zu klein seyn, um eine genaue Zeitbestimmung erwarten zu können, so wird man lieber vorziehen, noch einen dritten Stern in der Nähe des ersten Vertikals zu beob-

oder je kleiner der Werth von p seyn wird, d. h. wenn einer unter den beiden Sternen ein dem Pole naher, z. B. der Polars Stern ist.

Da es sich jedoch in der Praxis häufig ereignen dürfte, daß die beiden Stundenwinkel nicht genau einander gleich ausfielen, so wollen wir untersuchen, welche Veränderung der Werth von ψ durch eine solche Ungleichheit erleiden würde; wobei wir aber immer die Differenz der beiden Stundenwinkel als eine so kleine Größe betrachten wollen, daß man die zweite und alle höheren Potenzen derselben ohne merklichen Fehler vernachlässigen kann.

Bezeichnen wir durch τ die Differenz der beiden Stundenwinkel, in Graden, Minuten und Secunden ausgedrückt, wobei nach dem obigen $\cos \tau = 1$ und $\sin \tau = \tau$ zu setzen erlaubt seyn wird, so hat man bekanntlich folgende Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \cos z &= \cos p \cos \psi + \sin p \sin \psi \cos s \\ \cos z' &= \cos p' \cos \psi + \sin p' \sin \psi \cos(s + \tau) = \cos p' \cos \psi + \sin p' \sin \psi \cos s - \tau \sin p \sin \psi \sin s \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

Verfährt man nun mit ihnen, wie mit den Gleichungen (1), so erhält man:

$$\cos \psi = \frac{\cos z \sin p' - \cos z' \sin p}{\sin p' - p} - \frac{\tau \sin p \sin p' \sin \psi \sin s}{\sin p' - p} \dots \dots \dots (5)$$

Setzt man nun $\frac{\cos z \sin p' - \cos z' \sin p}{\sin p' - p} = \cos \psi'$, und $\psi = \psi' + x$, wobei zu bemerken ist, daß x immer eine sehr kleine

Größe seyn wird, so hat man

$$\cos \psi' + x = \cos \psi' - x \sin \psi' = \cos \psi' - \frac{\tau \sin p \sin p' \sin \psi \sin s}{\sin p' - p} \text{ also } x = \frac{\tau \sin p \sin p' \sin s}{\sin p' - p} \cdot \frac{\sin \psi}{\sin \psi'}$$

oder weil wegen der geringen Größe von x der Werth von $\frac{\sin \psi}{\sin \psi'}$ nahe der Einheit gleich ist:

$$x = \frac{\tau \sin p \sin p' \sin s}{\sin p' - p} \dots \dots \dots (6)$$

Der Ausdruck für ψ nimmt daher folgende Form an:

$$\psi = \text{Arc. cos} \left(\frac{\cos z \sin p' - \sin p \cos z'}{\sin p' - p} \right) + \frac{\tau \cdot \sin p \sin p' \sin s}{\sin p' - p} \dots \dots \dots (7)$$

achten, um daraus auf die gewöhnliche Weise die Correction der Uhr abzuleiten.

Eben so bequeme und den vorigen analoge Ausdrücke erhält man, wenn man nicht in gleichen, sondern um 180° verschiedenen Stundenwinkeln beobachtet; was ebenfalls in der Gewalt des Beobachters steht, indem er nur die Zwischenzeit der Beobachtungen gleich nehmen darf der um 12 Stunden verminderten Rectascensionsdifferenz. Man erhält nämlich durch ein dem obigen analoges Verfahren:

$$\cos z = \frac{\cos z \sin p' + \sin p \cos z'}{\sin p' + p} \dots \dots \dots (8)$$

und für den Fall, daß die Stundenwinkel nicht genau um 180° verschieden sind, und man durch τ die um 180° verminderte Differenz der beiden Stundenwinkel bezeichnet:

$$\psi = \text{Arc. cos} \left(\frac{\cos z \sin p' + \sin p \cos z'}{\sin p' + p} \right) + \frac{\tau \cdot \sin p \sin p' \sin s}{\sin p' + p} \dots \dots \dots (9)$$

wobei ebenfalls ersichtlich ist, daß es am zweckmäßigsten seyn wird, einen Stern in der Nähe des Pols, und den andern in der Nähe des Aequators zu wählen.

Mit Hülfe dieser Methode ist man im Stande, bloß mittelst eines Sextanten, ohne Beihülfe einer Uhr, die Polhöhe eines Ortes leicht zu bestimmen. Zu diesem Zwecke beobachte man rasch hintereinander die Höhen zweier Sterne, die nahe gleiche Rectascensionen haben, und deren einer sich in der Nähe des Pols befindet. Da dieser letztere seine Höhe sehr langsam ändert, so wird man die Beobachtungen als gleichzeitig, also die geringe Differenz der beiden Stunden-

winkel als bekannt ansehen, und daher die Polhöhe mittelst der obigen Formeln berechnen können. Will man aber den kleinen Fehler, der aus dieser Annahme hervorgehen könnte, auch noch vermeiden, so kann man die Höhe des einen Sterns zweimal, einmal vor- und das anderemal nach der Beobachtung des zweiten Sterns nehmen, und das Mittel dieser beiden Höhen, als zur Zeit der Beobachtung des zweiten Sterns gehörig betrachten; der Fehler, den man dabei begeht, wird immer kleiner ausfallen, als der wahrscheinliche Beobachtungsfehler.

Dr. Brestel.

Auflösung einer allgemeinen Aufgabe aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung. (Beschluss.)

Von Herrn Professor und Ritter *Hansen*,

Director der Seeberger Sternwarte.

Z u s a t z.

Ich werde bei dieser Gelegenheit einen allgemeineren Fall, den ich mehrmals Gelegenheit gehabt habe anzuwenden, in allgemeinen Ausdrücken andeuten. Sey in den Functionen $V, V^{(\mu)}$ etc. außer den Größen $\nu, \nu', \nu'',$ etc. die unbekannte Größe w , in den Functionen $V', V^{(\nu)}$ etc. die unbekannte Größe w' , in den Functionen $V'', V^{(\pi)}$ etc. die unbekannte Größe w'' vorhanden u. s. w. Seyen $(w), (w'), (w'')$ etc. die genäherten Werthe von $w, w', w'',$ etc. und $(w) + u, (w') + u', (w'') + u''$ etc. die wahrscheinlichsten Werthe dieser Größen. Sey ferner, während die Bedingungsgleichungen $W=0, W'=0, W''=0,$ etc. nur die Größen $\nu, \nu', \nu'',$ etc. enthalten, zwischen den Größen $w, w', w'',$ etc. Eine Bedingungsgleichung $U=0$ vorhanden. Sey nun

$$\frac{dV}{dw} = \alpha, \quad \frac{dV^{(\mu)}}{d\nu} = \alpha^{(\mu)}, \text{ etc.}$$

$$\frac{dV'}{dw'} = \beta', \quad \frac{dV^{(\nu)}}{d\nu'} = \beta^{(\nu)}, \text{ etc.}$$

$$\frac{dV''}{dw''} = \gamma'', \quad \frac{dV^{(\pi)}}{d\nu''} = \gamma^{(\pi)}, \text{ etc.}$$

ferner

$$\frac{dU}{dw} = H, \quad \frac{dU}{dw'} = I, \quad \frac{dU}{dw''} = K, \text{ etc.}$$

zufolge des Vorhergehenden sind die Differentialquotienten

$$\begin{aligned} (\alpha\alpha)u + (\alpha\alpha)x + (\alpha b)x' + (\alpha c)x'' + \text{etc.} &= (\alpha l) - H\theta \\ (\beta\beta)u' + (\beta\alpha)x + (\beta b)x' + (\beta c)x'' + \text{etc.} &= (\beta l) - I\theta \\ (\gamma\gamma)u'' + (\gamma\alpha)x + (\gamma b)x' + (\gamma c)x'' + \text{etc.} &= (\gamma l) - K\theta \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (aa)x + (ab)x' + (ac)x'' + \text{etc.} + (\alpha\alpha)u + (\beta\alpha)u' + (\gamma\alpha)u'' + \text{etc.} &= (al) - q\varphi - r\chi - s\psi - \text{etc.} \\ (ab)x + (bb)x' + (bc)x'' + \text{etc.} + (\alpha b)u + (\beta b)u' + (\gamma b)u'' + \text{etc.} &= (bl) - q'\varphi - r'\chi - s'\psi - \text{etc.} \\ (ac)x + (bc)x' + (cc)x'' + \text{etc.} + (\alpha c)u + (\beta c)u' + (\gamma c)u'' + \text{etc.} &= (cl) - q''\varphi - r''\chi - s''\psi - \text{etc.} \\ &\text{etc.} \end{aligned} \quad (A)$$

$\frac{dV}{dw}, \frac{dV}{dw'}, \frac{dV'}{dw},$ etc. etc. alle gleich Null. Sey nun den vorigen Bezeichnungen analog

$$(\alpha\alpha) = p\alpha^2 + p^{(\mu)}\alpha^{(\mu)2} + \text{etc.}$$

$$(\alpha a) = p\alpha a + p^{(\mu)}\alpha^{(\mu)}a^{(\mu)} + \text{etc.}$$

$$(\alpha b) = p\alpha b + p^{(\mu)}\alpha^{(\mu)}b^{(\mu)} + \text{etc.}$$

$$(\alpha l) = p\alpha l + p^{(\mu)}\alpha^{(\mu)}l^{(\mu)} + \text{etc.}$$

$$(\beta\beta) = p'\beta^2 + p^{(\nu)}\beta^{(\nu)2} + \text{etc.}$$

$$(\beta a) = p'\beta a' + p^{(\nu)}\beta^{(\nu)}a^{(\nu)} + \text{etc.}$$

$$(\beta b) = p'\beta b' + p^{(\nu)}\beta^{(\nu)}b^{(\nu)} + \text{etc.}$$

$$(\beta l) = p'\beta l' + p^{(\nu)}\beta^{(\nu)}l^{(\nu)} + \text{etc.}$$

$$(\gamma\gamma) = p''\gamma^2 + p^{(\pi)}\gamma^{(\pi)2} + \text{etc.}$$

$$(\gamma a) = p''\gamma a'' + p^{(\pi)}\gamma^{(\pi)}a^{(\pi)} + \text{etc.}$$

$$(\gamma b) = p''\gamma b'' + p^{(\pi)}\gamma^{(\pi)}b^{(\pi)} + \text{etc.}$$

$$(\gamma l) = p''\gamma l'' + p^{(\pi)}\gamma^{(\pi)}l^{(\pi)} + \text{etc.}$$

etc.

somit führt die Aufgabe auf folgende Gleichungen