

SULLA TEORIA DEI SUONI INTERROTTI INCOERENTI.

DOTT. GIORGIO VALLE.

Nella sua ultima nota ¹⁾ in difesa della teoria della risonanza dell' Helmholtz, F. A. Schulze tratta pure dei cosiddetti suoni di Seebeck, che si possono ottenere con una sirena, disponendo i fori del disco in gruppi di tre, secondo lo schema della fig. 1a. La distanza costante tra i fori appartenenti allo stesso gruppo dev'essere differente da quella fra i singoli gruppi e anche il caso, che quest'ultima distanza



Fig. 1.

importi un multiplo esatto della distanza precedente, deve venir escluso, poichè le condizioni speciali che ne risultano conducono a un caso particolare d'una classe differente di fenomeni sonori.

Questa seconda classe di fenomeni sonori è data dall'interruzione periodica di un suono emesso con continuità e la sua essenziale differenza dalla prima risulta chiaramente dalla fig. 2, dov'è indicata l'analisi cronografica dei fenomeni in parola, considerati per semplicità come aventi origine da una oscillazione sinusoidale. Ambedue i casi *a* e *c* possono venir considerati come suoni di periodo τ interrotti periodicamente, ma nel caso *c* i singoli gruppi d'oscillazioni, che regolarmente si succedono, sono fra loro *coerenti*, essi appartengono cioè tutti alla medesima uniforme successione

¹⁾ F. A. Schulze, *Ann. d. Phys.*, 49, p. 704, (1916).

d'oscillazioni; nel caso *a* invece i gruppi sono fra loro *incoerenti*, l'uno, cioè, non trova più posto nell'ideale prolungamento del precedente. Il caso *b*, dove τ_0 , la durata dell'interruzione, è un multiplo esatto di τ , può venir considerato indifferentemente come un caso speciale di *a* oppure di *c*.

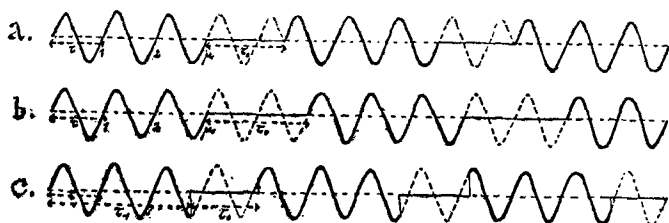


Fig. 2.

La limitazione dei suoni interrotti incoerenti a due soli periodi per gruppo (fig. 1*a*) non è naturalmente giustificata da altro se non dalla originaria disposizione dell'esperienza di Seebeck ¹⁾. Usando la sirena si può evidentemente aumentare il numero di periodi d'ogni gruppo quanto si voglia; ma anche con mezzi del tutto differenti, producendo le scariche elettriche a gruppi, che ho descritto in altri lavori ²⁾, s'ottengono dal telefono suoni, che corrispondono esattamente allo schema della fig. 1*b* e per i quali τ , τ_0 e μ (numero di periodi in ogni gruppo) possono venir ampiamente modificati.

Schulze non sviluppa nella nota citata una teoria speciale per i suoni di Seebeck, poichè la teoria svolta nello stesso lavoro per i cosiddetti suoni *di riflessione* permette considerazioni anche sui primi. Ma sì per l'una che per l'altra specie di suoni, esso si limita ad esaminare analiticamente le intensità oggettive dei singoli suoni armonici, che lo sviluppo in serie di Fourier indica come contenuti nell'oscillazione presa

¹⁾ A. Seebeck, *Pogg. Ann.*, 53, p. 417, (1841).

²⁾ G. Valle, *Nuovo Cimento*, (1919), p. 205.

a base del calcolo. Solo questi suoni armonici possono secondo la legge di Ohm venir percepiti dal nostro orecchio; altri suoni, che pure A. Baumgarten ¹⁾, L. Pfaundler ²⁾, L. Hermann ³⁾ dichiarano d'aver udito distintamente e quelli uditi dal Seebeck ⁴⁾ non possono verificarsi. E le esperienze dello Schulze, come quelle che egli già anni addietro aveva fatto in riguardo ai suoni interrotti *coerenti* ⁵⁾ e ai suoni di *cambiamento di fase* ⁶⁾, sembrano appoggiare questo punto di vista e con ciò scalzare una delle obbiezioni più gravi fatte alla teoria dell' Helmholtz.

Veramente quella che lo Schulze difende è più la formale legge di Ohm, che non la teoria fisica dell' Helmholtz. Fra le due c'è una differenza essenziale: l'una è matematica e pretende che si percepiscano unicamente i suoni contenuti nell'analisi armonica dell'oscillazione data, l'altra è fisica e dice che l'orecchio si comporta in presenza di quell'oscillazione come una serie di risonatori e che si percepiscono solamente quei suoni per i quali le oscillazioni indotte nei corrispondenti risonatori sono sufficientemente intense. Ora, se pur generalmente avviene che i due modi di considerare la funzione dell'orecchio concordino, sta sempre il fatto che la teoria dell' Helmholtz, sorta dalla considerazione delle ragioni fisiche dell'indiscutibile verificarsi della legge di Ohm nella maggioranza dei casi, creandovi un fondamento fisiologico preciso, le ha tolto anche l'assoluta validità. È perciò che per trovare i fenomeni acustici da prevedersi in base alla teoria della risonanza nell'uno e nell'altro dei casi speciali, nei quali secondo alcuni (e generalmente sono i fisiologi) la legge di Ohm sembra in difetto, non si deve accontentarsi dell'analisi del solo fenomeno

¹⁾ A. Baumgarten, *Ber. d. Naturw.-med. Vereines, Innsbruck*. 7, p. 116, 1886).

²⁾ L. Pfaundler, *Sitzungsber. Akad. Wien*, 76, II^a, p. 561, (1877).

³⁾ L. Hermann, *Arch. f. d. ges. Physiol.*, 146, p. 249, (1912).

⁴⁾ A. Seebeck, *l. c.*

⁵⁾ F. A. Schulze, *Ann. d. Phys.*, 26, p. 219, (1908).

⁶⁾ F. A. Schulze, *Ann. d. Phys.*, 45, p. 283, (1914).

oggettivo, ma, supponendo una serie determinata di risonatori (una specie di *orecchio schematico*), si deve esaminare quali sieno effettivamente e quale intensità abbiano le oscillazioni indotte nei vari risonatori della serie dal complesso fenomeno periodico considerato. Già W. Rogowski ¹⁾ ha dimostrato col calcolo e colla rappresentazione grafica, per analoghi fenomeni elettrici, che questo modo più razionale di considerare i fenomeni di risonanza può in casi speciali condurre a divergenze da quanto la legge di Ohm farebbe prevedere. Lo Schulze però si limita ad applicare questo metodo solo nel caso dei suoni di *cambiamento di fase* ²⁾; negli altri casi esso si attiene alla pura analisi del fenomeno oggettivo e alla conseguente applicazione della legge di Ohm.

Vogliamo esaminare ora più specialmente il caso *a* della fig. 2, il quale rappresenta già una speciale semplificazione del caso più generale dei suoni interrotti incoerenti, per la supposizione d'una oscillazione fondamentale esattamente sinusoidale e per quella d'un numero μ intero di periodi in ogni gruppo. L'analisi armonica dell'oscillazione supposta conduce facilmente alla seguente serie trigonometrica:

$$(1) \quad U = \frac{Ak}{\pi} \sum_1^{\infty} \alpha_v \sin 2\pi v \frac{t}{\mu\tau + \tau_0},$$

$$(2) \quad \alpha_v = (-1)^{\mu-1} \cdot 2\mu \frac{\sin vk\pi}{\mu^2 - v^2 k^2},$$

dove A è l'ampiezza dell'oscillazione sinusoidale interrotta;

$$k = \frac{\mu\tau}{\mu\tau + \tau_0}$$

il rapporto fra la durata d'un gruppo e il periodo totale e perciò una frazione propria; v un numero intero, variabile da 1 a ∞ ; t il tempo.

¹⁾ W. Rogowski, *Ann. d. Phys.*, 20, p. 766, (1906).

²⁾ F. A. Schulze, *Ann. d. Phys.*, 45, p. 292-295, (1914).

Da questa formola non si possono dedurre, come abbiamo detto, altro che le condizioni dell'oscillazione, esistenti oggettivamente fuori dell'orecchio; essa ci dice che tale oscillazione, della forma semplice della fig. 2a, può formalmente considerarsi originata dalla sovrapposizione d'infinite oscillazioni sinusoidali aventi i periodi $\theta = \mu\tau + \tau_0, \frac{\theta}{2}, \frac{\theta}{3}, \dots, \frac{\theta}{\nu}, \dots$, tanto più intense quanto maggiori sono A e k e fra loro differentemente intense a seconda del valore di α_ν . Se supponiamo per un istante che ν sia una variabile continua, troviamo che α_ν è una sua funzione oscillante di forma del tutto speciale (per esempio quella della fig. 3 per $\mu = 3, k = \frac{2}{3}$)¹⁾, nulla per $\nu = \frac{g}{k}$ (g numero intero, escluso $g = \mu$), con un massimo assoluto ($= \pm \pi$) per $\nu = \frac{\mu}{k}$ e altri valori estremi all'incirca

per $\nu = \frac{g - \frac{1}{2}}{k}$ (escluso $g = \mu, \mu + 1$)²⁾.

Questa funzione α_ν distribuisce dunque le intensità fra le singole oscillazioni armoniche di quella fondamentale col pericolo θ in un modo caratteristico, escludendone alcune del tutto (quelle per cui νk è un numero intero differente da μ) e rinforzando rilevantemente, sì da superare di molto tutte le altre, le due armoniche più prossime all'oscillazione di periodo τ , che, non comparendo fra le armoniche di θ altro che nel caso estremo che τ_0 sia un multiplo di τ , non può subire quel rinforzo massimo che la funzione α_ν tenderebbe a darle.

Secondo la legge di Ohm, dunque, nel caso d'un suono interrotto incoerente, il suono interrotto non si dovrebbe sen-

¹⁾ Il valore assoluto di τ non ha alcuna influenza sulla curva α_ν .

²⁾ Esattamente per i valori di ν che soddisfanno all'equazione:

$$\frac{\xi^2 - \mu^2}{2\xi} \pi = tg \xi \pi, \text{ dove } \xi = \nu k.$$

tire che nel caso estremo $\tau_0 = g\tau$; negli altri casi esso verrebbe sostituito dai due armonici del suono fondamentale di pericolo θ più vicini ad esso ¹⁾. Questa sostituzione del suono di periodo τ , che i fisiologi sostengono come soggettivamente esistente, con due suoni differenti, in certi casi vicinissimi fra loro, ma talvolta formanti anche un intervallo considerevole, la trova anche lo Schulze per i suoni *di riflessione* ed egli s'accontenta di ciò, visto che l'uso di risonatori nelle esperienze in proposito gli fa trovare, com'è naturale, quasi sempre quei suoni e non gli permette di riscontrare oggettivamente il suono intermedio. Ma per noi non si tratta di ricercare se l'oscillazione di periodo τ è contenuta o no nell'oscillazione complessa studiata. Lo sviluppo in serie (1) ci dice già di no.

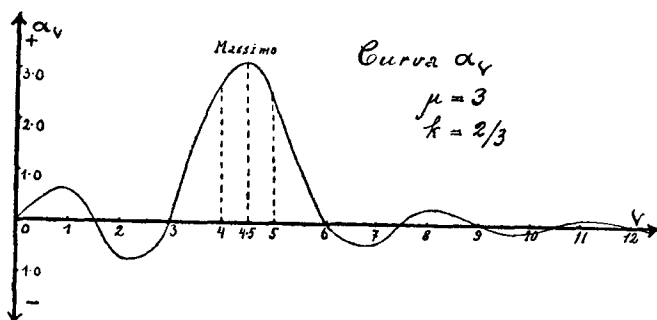


Fig. 3.

Noi vogliamo vedere se invece sia il caso, che ad onta dell'inesistenza oggettiva d'una simile oscillazione, in opposizione alla legge di Ohm e pur sempre in base alla teoria della risonanza dell'Helmholtz, il risonatore, che nel nostro

¹⁾ Il rapporto p fra l'ampiezza del più forte e quella del più debole di questi due suoni si trova essere, con sufficiente approssimazione, se v è abbastanza elevato,

$$p = \frac{\theta + (v+1)\tau}{\theta + v\tau}.$$

orecchio corrisponde a quel suono, subisca un'eccitazione tale da dar luogo alla percezione anche di quel suono.

A tal uopo è necessario sostituire all'organo uditivo interno, estremamente complesso e di funzioni acustiche specificamente purtroppo non ancora ben determinate, in corrispondenza al concetto, forse più ideale che reale, che l'Helmholtz si fa delle sue fuzioni, una serie di risonatori di periodo generico T , racchiusa fra gli estremi T_0 e T_1 . La differenza fra i periodi di due risonatori vicini dovrebbe essere finita, sebbene piccola, e varia in differenti posizioni della serie. Per facilitare le considerazioni noi la supporremo per tutta la serie infinitamente piccola e T variabile dunque con continuità fra T_0 e T_1 . E allo scopo di poter con maggiore giustificazione introdurre ancora quelle altre premesse che si renderanno in seguito necessarie, supporremo che l'intervallo fra T_0 e T_1 non sia eccessivamente grande e comprenda possibilmente solo la regione media dei suoni musicali.

Possiamo considerare l'espressione per U della formola (1) come quella della forza periodica, che nel caso in parola agisce sui risonatori del nostro *orecchio schematico*. Per ognuno di essi avrà valore la nota equazione differenziale:

$$(3) \quad m \frac{d^2 x}{dt^2} = -a^2 x - h \frac{dx}{dt} + U,$$

che, se indichiamo con T , come avevamo già fatto, il periodo proprio del risonatore, assumerà la forma:

$$(4) \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{4\pi^2 h}{a^2 T^2} \frac{dx}{dt} + \frac{4\pi^2}{T^2} x = \frac{4\pi^2}{a^2 T^2} U.$$

La soluzione generale di questa equazione è:

$$(5) \quad x = e^{-\mu t} \left(A_0 \operatorname{sen} 2\pi \frac{t}{T^0} + B_0 \cos 2\pi \frac{t}{T^0} \right) + \\ + \frac{A\mu\tau}{2\pi^2} \sum_1^\infty \alpha_\nu \frac{\operatorname{sen} \Delta_\nu}{\nu h} \operatorname{sen} \left(2\pi \frac{\nu t}{\theta} - \Delta_\nu \right),$$

dove si è posto:

$$T' = \frac{a^2 T^2}{\sqrt{a^4 T^2 - h^2 \pi^2}}, \quad \varepsilon = \frac{2\pi^2 h}{a^2 T^2},$$

$$\omega_s = 2\pi \left(\frac{\nu}{\theta} + \frac{1}{T'} \right), \quad \omega_d = 2\pi \left(\frac{\nu}{\theta} - \frac{1}{T'} \right),$$

$$\sin \Delta_\nu = 4\pi \frac{\varepsilon}{\sqrt{(\varepsilon^2 + \omega_s^2)(\varepsilon^2 + \omega_d^2)}}, \quad \operatorname{tg} \Delta_\nu = 4\pi \frac{\nu}{\theta} \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 - \omega_s \omega_d}$$

e α_ν ha l'identico significato che nella formula (2).

Per portare la serie di risonatori scelta quanto più possibile in concordanza con le condizioni reali dell'orecchio, deve venir dapprima fissata approssimativamente l'intensità dello smorzamento. Noi possiamo seguire l'Helmholtz e fissare per tutti i risonatori il terzo gradino della sua tabella ¹⁾. Ciò conduce al valore $\varepsilon T = 0.123$. Per semplicità potremo dunque prendere $\varepsilon T = 0.1$. Da questa supposizione segue:

$$\frac{2\pi}{T'} = \frac{2\pi}{T} \sqrt{1 - \frac{0.01}{4\pi^2}}$$

così da permettere l'ulteriore semplificazione:

$$T = T'.$$

Infine ammetteremo che a^2 sia costante per tutti i risonatori, ciò che equivale ad ammettere che il periodo T varii dall'uno all'altro solamente pel variare delle dimensioni e non dei caratteri elastici ²⁾. Si ha allora:

$$h = \frac{a^2 \gamma}{\pi} \cdot T = \text{costante} \cdot T$$

dove γ , corrispondente al valore 0.1 prima fissato per εT , ha il valore $\frac{1}{20\pi} = 0.016$.

¹⁾ H. v. Helmholtz, *Lehre von den Tonempfindungen* 4. ed., p. 234-236, (1877).

²⁾ H. v. Helmholtz, *l. c.*, p. 238.

Se indichiamo con X il valore della x dato dalla (5) per le condizioni stabili che subentrano, quando, praticamente già dopo pochi istanti, l'oscillazione propria smorzata del risonatore diventa nulla, avremo, tenendo conto delle speciali proprietà fissate sopra pei risonatori:

$$(6) \quad X = \frac{A}{\sigma} \frac{\mu \tau}{\pi} \sum_1^{\infty} \alpha_v \frac{\text{sen } \Delta_v}{vT} \text{sen} \left(2\pi \frac{t}{\theta} - \Delta_v \right)$$

dove $\sigma = 2a^2\gamma$ è da considerare costante per ogni valore della variabile T .

Ogni singolo risonatore della serie viene dunque eccitato dalla forza periodica data; l'oscillazione complessa che ognuno d'essi compie risulta dalla sovrapposizione d'infinite oscillazioni sinusoidali armoniche di quella fondamentale di periodo θ , con intensità distribuite secondo la funzione α_v (confronta fig. 3), ma relativamente modificate dal fattore:

$$\frac{\text{sen } \Delta_v}{vT} = 4\pi \frac{\varepsilon}{\theta T} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^4 + \varepsilon^2(\omega_s^2 + \omega_d^2) + \omega_s^2 \omega_d^2}}.$$

Questo fattore considerato come funzione di v è massimo quando il radicando diventa minimo, ciò che avviene per:

$$\omega_s \omega_d = 4\pi^2 \left(\frac{1}{\left(\frac{\theta}{v}\right)^2} - \frac{1}{T^2} \right) = 0$$

cioè per:

$$\frac{\theta}{v} = T.$$

Il fattore $\frac{\text{sen } \Delta_v}{vT}$ ha dunque la tendenza a rinforzare maggiormente quelle oscillazioni parziali del risonatore di periodo T , il cui periodo $\frac{\theta}{v}$ è più vicino (perchè eguale non può esserlo che quando T è un sottomultiplo di θ) a T . Le oscillazioni d'ogni singolo risonatore seguono dunque quelle della forza periodica agente conformando il loro movimento

periodico quanto più possibile alle condizioni del loro libero movimento. Passando poi da un risonatore all'altro, variando cioè T in modo continuo, quando T verrà a coincidere con i vari sottomultipli di $\theta, \frac{\theta}{v}$, per quanto abbiamo detto precedentemente, la v -esima oscillazione parziale di quel risonatore assumerà un'ampiezza massima, se sarà contemporaneamente rinforzata al massimo dal fattore α_v (se vk sarà frazionario).

In ogni caso, dunque, i risonatori, che corrispondono alle oscillazioni armoniche oggettivamente presenti nell'aria, dovranno, com'è naturale, presentare vibrazioni massime. Ma ciò non toglie che altri risonatori possano per effetto della forza periodica agente vibrare con ampiezze egualmente rilevanti o ancora maggiori di quelle, solo relativamente massime, raggiunte dai speciali risonatori ora considerati. Per analizzare però le oscillazioni di tutti i risonatori il caso generale finora considerato non si presta per l'eccessiva complicazione e sarà più opportuno trattare con maggiore ampiezza un caso particolare, che, permettendo una visione più chiara del complesso fenomeno, conservi i caratteri propri del caso più generale. La stessa formula (6) si presta però ben poco, per la sua forma aperta, a considerazioni di tal genere, come pure a calcolare un qualsivoglia caso particolare; e sarà perciò utile dedurre dapprima, applicando un metodo analogo a quello usato dal Rogowski ¹⁾ una forma chiusa per X .

La forza periodica U , invece che dalla complicata formula (1), può venir rappresentata dalle due espressioni:

$$U = A \sin 2\pi \frac{t}{\tau} \quad \text{da } t = 0 \text{ fino a } t = \mu\tau$$

$$U = 0 \quad \text{da } t = \mu\tau \text{ fino a } t = \mu\tau + \tau_0 = \theta.$$

¹⁾ W. Rogowski, *l. c.*

Le corrispondenti equazioni differenziali per un qualunque risonatore della serie saranno:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -a^2 x - h + A \sin 2\pi \frac{t}{\tau} \quad \text{da } t=0 \text{ fino a } t=\mu\tau$$

$$m \frac{d^2 \bar{x}}{dt^2} = -a^2 \bar{x} - h \frac{d\bar{x}}{dt} \quad \text{da } t=\mu\tau \text{ fino a } t=\theta$$

e le corrispondenti soluzioni generali:

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} a) \ x = \frac{A}{\sigma} \frac{\tau}{T} \sin \Delta \sin \left(2\pi \frac{t}{\tau} - \Delta \right) + \\ \qquad \qquad \qquad + e^{-\epsilon t} \left(A_1 \sin 2\pi \frac{t}{T} + B_1 \cos 2\pi \frac{t}{T} \right), \\ b) \ \bar{x} = e^{-\epsilon t} \left(C_1 \sin 2\pi \frac{t}{T} + D_1 \cos 2\pi \frac{t}{T} \right), \end{array} \right.$$

tenuto già conto delle speciali proprietà fissate prima per i risonatori e in conseguenza delle quali si ha:

$$\operatorname{ctg} \Delta = \frac{1}{2\gamma} \left(\frac{\tau}{T} - \frac{T}{\tau} \right), \quad \epsilon = 2\pi \frac{\gamma}{T}$$

mentre come prima rimane $\gamma = \frac{1}{20\pi} = 0.016$ e

$$\sigma = 2a^2\gamma = 0.032a^2.$$

Se stabiliamo di contare il tempo, tanto per la formola (7a), che per la (7b) sempre a partire da 0 e dunque per (7a) da 0 a $\mu\tau$ e per (7b) da 0 a τ_0 e vogliamo che la soluzione (7) rappresenti le condizioni stazionarie finali, cui tendono, dopo un tempo praticamente assai breve, le oscillazioni dei risonatori, è necessario di scegliere le costanti A_1 , B_1 , C_1 , D_1 in modo tale, che si verifichino le seguenti quattro identità:

$$(8) \quad \begin{array}{ll} x_0 = \bar{x}_{\tau_0} & x_{\mu\tau} = \bar{x}_0 \\ \dot{x}_0 = \dot{\bar{x}}_{\tau_0} & \dot{x}_{\mu\tau} = \dot{\bar{x}}_0 \end{array}$$

dove il punto indica la derivazione rispetto al tempo $\frac{d}{dt}$,
l'indice il valore di t per il quale si devono calcolare le
funzioni \mathbf{x} , $\bar{\mathbf{x}}$, $\dot{\mathbf{x}}$, $\ddot{\mathbf{x}}$.

È facile portare il sistema d'equazioni (8) nella forma:

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} a_i = c_i \beta_{\tau_i} - d_i \alpha_{\tau_i} - P \\ b_i = c_i \alpha_{\tau_i} + d_i \beta_{\tau_i} - Q \\ c_i = a_i \beta_{\mu\tau} - b_i \alpha_{\mu\tau} + P \\ d_i = a_i \alpha_{\mu\tau} + b_i \beta_{\mu\tau} + Q \end{array} \right.$$

dove è stato posto:

$$\begin{aligned} a_i, b_i, c_i, d_i &= \frac{\sigma}{A} \cdot (A_i, B_i, C_i, D_i), \\ \alpha_j &= e^{-ij} \sin 2\pi \frac{j}{T}, \quad \beta_j = e^{-ij} \cos 2\pi \frac{j}{T}, \\ P &= \sin \Delta \cos \Delta + \gamma Q, \quad Q = -\frac{\tau}{T} \sin^2 \Delta. \end{aligned}$$

La soluzione del sistema (9) è allora, se poniamo:

$$\gamma_j = \beta_j - 1$$

la seguente:

$$(10) \quad \left\{ \begin{array}{l} a_i = -P \cdot \varphi_{\tau_i} + Q \cdot \psi_{\tau_i} \\ b_i = -P \cdot \psi_{\tau_i} - Q \cdot \varphi_{\tau_i} \\ c_i = P \cdot \varphi_{\mu\tau} - Q \cdot \psi_{\mu\tau} \\ d_i = P \cdot \psi_{\mu\tau} + Q \cdot \varphi_{\mu\tau} \end{array} \right.$$

dove abbiamo messo:

$$\varphi_j = \frac{\alpha_j \alpha_0 + \gamma_j \gamma_0}{\alpha_0^2 + \gamma_0^2}, \quad \psi_j = \frac{\alpha_j \gamma_0 - \alpha_0 \gamma_j}{\alpha_0^2 + \gamma_0^2}.$$

Le condizioni finali dell'oscillazione nei singoli risonatori saranno date dunque da:

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} X = \frac{A}{\sigma} \left\{ \frac{\tau}{T} \operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen} \left(2\pi \frac{t}{T} - \Delta \right) + \right. \\ \quad \left. + e^{-\varepsilon t} \left(a_1 \operatorname{sen} 2\pi \frac{t}{T} + b_1 \cos 2\pi \frac{t}{T} \right) \right\} \\ \bar{X} = \frac{A}{\sigma} \left\{ e^{-\varepsilon t} \left(c_1 \operatorname{sen} 2\pi \frac{t}{T} + d_1 \cos 2\pi \frac{t}{T} \right) \right\} \end{array} \right\}$$

oppure, essendo:

$$a_1^2 + b_1^2 = (P^2 + Q^2) \frac{\alpha_{\mu\tau}^2 + \gamma_{\mu\tau}^2}{\alpha_0^2 + \gamma_0^2} = (P^2 + Q^2) m^2$$

$$c_1^2 + d_1^2 = (P^2 + Q^2) \frac{\alpha_{\tau_1}^2 + \gamma_{\tau_1}^2}{\alpha_0^2 + \gamma_0^2} = (P^2 + Q^2) \bar{m}^2$$

e pel valore speciale di $\gamma = \frac{1}{20\pi}$:

$$P^2 + Q^2 = \operatorname{sen}^2 \Delta + \frac{\gamma^2}{\left(\frac{T}{\tau}\right)^2} \operatorname{sen}^2 \Delta = \operatorname{sen}^2 \Delta + \frac{0.000253}{\left(\frac{T}{\tau}\right)^2} \operatorname{sen}^2 \Delta,$$

cioè approssimativamente, se il rapporto $\frac{T}{\tau}$ non è molto piccolo, come sempre si verificherà:

$$P^2 + Q^2 = \operatorname{sen}^2 \Delta,$$

anche da:

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{l} X = \frac{A}{\sigma} \operatorname{sen} \Delta \left\{ \frac{\tau}{T} \operatorname{sen} \left(2\pi \frac{t}{T} - \Delta \right) + \right. \\ \quad \left. + e^{-\mu t} m \operatorname{sen} \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta \right) \right\} \\ \bar{X} = \frac{A}{\sigma} \operatorname{sen} \Delta \left\{ e^{-\mu t} \bar{m} \operatorname{sen} \left(2\pi \frac{t}{T} + \bar{\delta} \right) \right\} \end{array} \right\}$$

dove è:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{b_1}{a_1} \quad , \quad \operatorname{tg} \bar{\delta} = \frac{d_1}{c_1}$$

$$\operatorname{sen} \Delta = \frac{1}{\sqrt{1 + 100 \pi^2 \left(\frac{\tau^2}{T^2} + \frac{T^2}{\tau^2} - 2 \right)}}$$

$$m = \sqrt{\frac{\alpha_{\mu\tau}^2 + \gamma_{\mu\tau}^2}{\alpha_\theta^2 + \gamma_\theta^2}} = \text{appross. } ^1) = e^{\frac{\varepsilon\tau_0}{2} \operatorname{sen} \pi \frac{\mu\tau}{T}} \frac{\theta}{\operatorname{sen} \pi \frac{\tau}{T}}$$

$$\bar{m} = \sqrt{\frac{\alpha_{\tau_0}^2 + \gamma_{\tau_0}^2}{\alpha_\theta^2 + \gamma_\theta^2}} = \text{appross. } ^1) = e^{\frac{\varepsilon\mu\tau}{2} \operatorname{sen} \pi \frac{\tau_0}{T}} \frac{\theta}{\operatorname{sen} \pi \frac{\tau}{T}} .$$

Ogni singolo risonatore subisce dunque, durante l'intervallo in cui agisce la forza periodica, due vibrazioni, l'una che segue, spostata di fase, quella forza, l'altra procedente smorzata col periodo proprio del risonatore. Al cessare della forza periodica l'ultima vibrazione rimane sola e va lentamente smorzandosi, finchè, al riprendere del suono, il fenomeno si ripete allo stesso modo. Durante il sussistere del suono il fenomeno vibratorio è, come si vede dalla formola, molto complesso e la massima ampiezza raggiunta nei singoli risonatori durante questo periodo varierà con m , Δ e δ in modo complicatissimo. Solo i valori approssimati per m , ci confermano nuovamente che per i valori $T = \frac{\theta}{\nu}$ le ampiezze dovranno essere massime. Ma d'altra parte il fattore $\operatorname{sen} \Delta$, che rappresenta una funzione di T avente un massimo assoluto per $T = \tau$ e degradante rapidissimamente coll'allontanarsi

¹⁾ Supponendo $0.005 \frac{\theta^2}{T^2}$ trascurabile rispetto a 1.

di T in ambo i sensi da questo valore (si veda la curva a della fig. 4, dove $\sin \Delta$ è rappresentato in funzione di $\frac{\tau}{T}$ e $\tau = \frac{1}{435}$), ci dice che il gruppo d'oscillatori contornante quello di periodo $T = \tau$ avrà le oscillazioni enormemente più rinforzate di tutti gli altri. Possiamo dire dunque che, in conseguenza delle espressioni fra parentesi $\{\}$ della (12), ad ogni singolo risonatore viene aggiudicata una vibrazione caratteristica, con ampiezza relativamente massima per quelli corrispondenti agli armonici del suono di periodo θ , ma che però, per effetto del fattore $\sin \Delta$, fra le oscillazioni di tutta la serie di risonatori vengono rinforzate rilevantemente solo quelle dei risonatori di periodo prossimo a τ , indifferentemente se corrispondenti a un suono armonico di θ o no.

Data la difficoltà di analizzare esaurientemente le formule nel caso generale in parola è meglio che esaminiamo, come si era già detto, qualche caso particolare. Volendo calcolarlo è utile considerare

$$(13) \quad \begin{cases} y = \frac{\sigma}{A} \cdot X \\ \bar{y} = \frac{\sigma}{A} \cdot \bar{X} \end{cases}$$

invece di X e \bar{X} , perchè con ciò i valori calcolati vengono a servire per qualsiasi valore dell'ampiezza A del suono interrotto. Di più non è necessario fissare un determinato valore per τ , perchè solo i rapporti $\frac{t}{\tau}$, $\frac{T}{\tau}$, $\frac{\theta}{\tau}$, $\frac{\tau_0}{\tau}$, μ hanno influenza sui valori di y e di \bar{y} ¹⁾. Misureremo dunque il tempo in periodi τ o metteremo $\tau = 1$. Fisseremo ora una speciale lunghezza pel periodo θ , che per evitare il caso estremo della fig. 2b non converrà scegliere intero (cioè fra-

¹⁾ Si ha $e^{-st} = e^{-\frac{0.1}{T}t} = e^{-0.1 \frac{t}{T}} = e^{-0.1 \frac{t/\tau}{T/\tau}}$.

i multipli di τ) e per avere il caso più tipico sceglieremo in mezzo a due multipli, eguale a $g + 0.5$ (g numero intero). Ora potremo distinguere ancora un gruppo di casi intermedi a seconda del differente valore μ (intero) che potremo fissare. Quanto maggiore avremo scelto $g + 0.5$, tanto più numerosa sarà la serie possibile di casi intermedi (μ può variare da 1 a g), ma è logico che le variazioni osservate per un dato $g + 0.5$, variando μ , si ripeteranno per qualsiasi altro valore di $g + 0.5$ analogamente. È perciò che basta scegliere un valore tale g , che permetta tre o quattro casi intermedi, per formarsi un criterio esatto su tutti gli altri casi possibili.

Ho fissato nell'esempio che discuteremo $\theta = g + 0.5 = 4.5$, rendendo possibile il calcolo dei seguenti casi:

(0)	$\mu = 1$	$\tau_0 = 3.5$
(1)	$\mu = 2$	$\tau_0 = 2.5$
(2)	$\mu = 3$	$\tau_0 = 1.5$
(3)	$\mu = 4$	$\tau_0 = 0.5$.

Nelle tavole I, II e III sono riprodotti i valori di y per i tre casi (1), (2) e (3) e per i risonatori di periodo 4.5, 3.5, 2.25, 2.0, 1.5, 1.25, 1.125, 1.0625, 1, 0.95, 0.90¹⁾.

I valori di y dati dalle tavole servono per qualsivoglia ampiezza A del suono interrotto: i valori assoluti delle elongazioni di ciascun risonatore in ogni istante s'ottengono moltiplicando il valore indicato per $\frac{A}{\sigma}$.

Dall'osservazione delle tavole si può concludere quanto segue:

Tutti i risonatori compiono oscillazioni con periodo approssimativamente eguale a quello loro proprio, ma con ampiezze

¹⁾ Sono marcati gli armonici di θ e nelle tavole le rispettive curve sono segnate piene, mentre quelle corrispondenti agli altri risonatori, eccezion fatta per quella corrispondente al risonatore di periodo $T = \tau = 1.0$, che è disegnata più grossa di tutte, sono tratteggiate.

variabili col periodo θ tra un massimo e un minimo. La differenza fra questi due estremi è piccola per i risonatori il cui periodo T è armonico di θ ; essa diventa sempre maggiore coll'allontanarsi da quei risonatori, cosicchè per quelli più distanti l'oscillazione presenta dei fortissimi battimenti col periodo θ . Il risonatore corrispondente al periodo del suono interrotto ($T = \tau = 1$) presenta ad esempio un minimo d'ampiezza d'oscillazione circa a metà della durata del suono interrotto, quando le oscillazioni dei risonatori corrispondenti ai due armonici più prossimi sono in concordanza di fase. Il massimo d'ampiezza si verifica quando quelle due oscillazioni sono in opposizione di fase.

La fig. 4 dà, per i tre casi considerati, i valori delle ampiezze massime y_m in funzione della frequenza $\frac{1}{T}$ dei risonatori, preso per unità $\frac{1}{\tau} = 435$, cioè per il caso che il suono interrotto sia il *la internazionale*. La scelta di un valore speciale per τ non influisce naturalmente sul carattere generale delle considerazioni. Dalla fig. 4 possiamo dunque acquistare un concetto sulla distribuzione dell'eccitazione ¹⁾ dei singoli risonatori, tenendo però presente, che per quelli più discosti dagli armonici di θ i battimenti sono più forti. Se ne può concludere che valori estremi dell'eccitazione presentano i risonatori di periodo $T = \frac{\theta}{\nu}$, esclusi quelli per cui $\nu\mu$ è un multiplo di θ [nella fig. 4 solo il 2. armonico ($\nu = 3$) dello esempio II ($\mu = 3$, $3 \cdot 3 = 9 = 1 \cdot 4,5$)]. Fra i risonatori armonici hanno poi la maggiore eccitazione i due che racchiudono quello di periodo τ , corrispondente al suono interrotto. I risonatori compresi nell'intervallo fra due armonici di θ presentano eccitazioni minori e approssimativamente nel mezzo

¹⁾ La vera misura dell'eccitazione è però y_m^2 risp. $\frac{A^2}{\sigma^4} y_m^2$. Ne terremo poi conto.

L'eccitazione è relativamente minima. Questo valore minimo può però superare il massimo che l'eccitazione presenta in altri risonatori armonici. Corrispondentemente alla maggiore eccitazione dei due risonatori armonici racchiudenti quello di periodo τ , anche l'eccitazione relativamente minima dell'ultimo è forte e supera p. es. nell'esempio III quello del risonatore corrispondente al suono fondamentale e al suo primo armonico. Se noi facciamo poi μ sempre maggiore, passando dall'esempio I al II e al III, vediamo che, aumentando per conseguenza l'energia distribuita dal suono interrotto durante il periodo θ a tutta la massa di risonatori e specialmente alla porzione di essi più vicina a quello di periodo τ , l'eccitazione di questa porzione di risonatori aumenta, mentre invece diminuisce quella dei più lontani, come ad esempio di quello corrispondente al suono fondamentale. Sembra anche logico che il suono fondamentale risalti più nell'esempio I che nel III, dove siamo già tanto vicini al suono continuo, per il quale l'eccitazione massima spetta al risonatore di periodo uguale e l'eccitazione degli altri risonatori va rapidamente degradando allontanandosi da quello, come lo indica la già citata curva di risonanza α della fig. 4, che è disegnata a quel luogo per l'opportuno confronto.

Ma finora noi abbiamo considerato solo oggettivamente la nostra serie di risonatori. Nel concetto nostro essa doveva rappresentare, ridotto alle forme più semplici, il nostro complesso organo uditivo. All'eccitazione d'ogni risonatore noi dobbiamo far corrispondere un determinato grado di *sensazione* del suono che gli è proprio ¹⁾. Ora, prendendo $R = \frac{A^2}{\sigma^2} \cdot y_m^2$ come misura dell'eccitazione dei risonatori, nel voler fissare il corrispondente grado di *sensazione* S , dovremo tener conto

¹⁾ Resta inteso che per le funzioni specifiche d'ogni singola fibra nervosa (e ciò è nel concetto della teoria dell'Helmholtz) quando un risonatore è eccitato, si sente sempre il suono a lui proprio, indipendentemente dalla natura dell'oscillazione che esso compie.

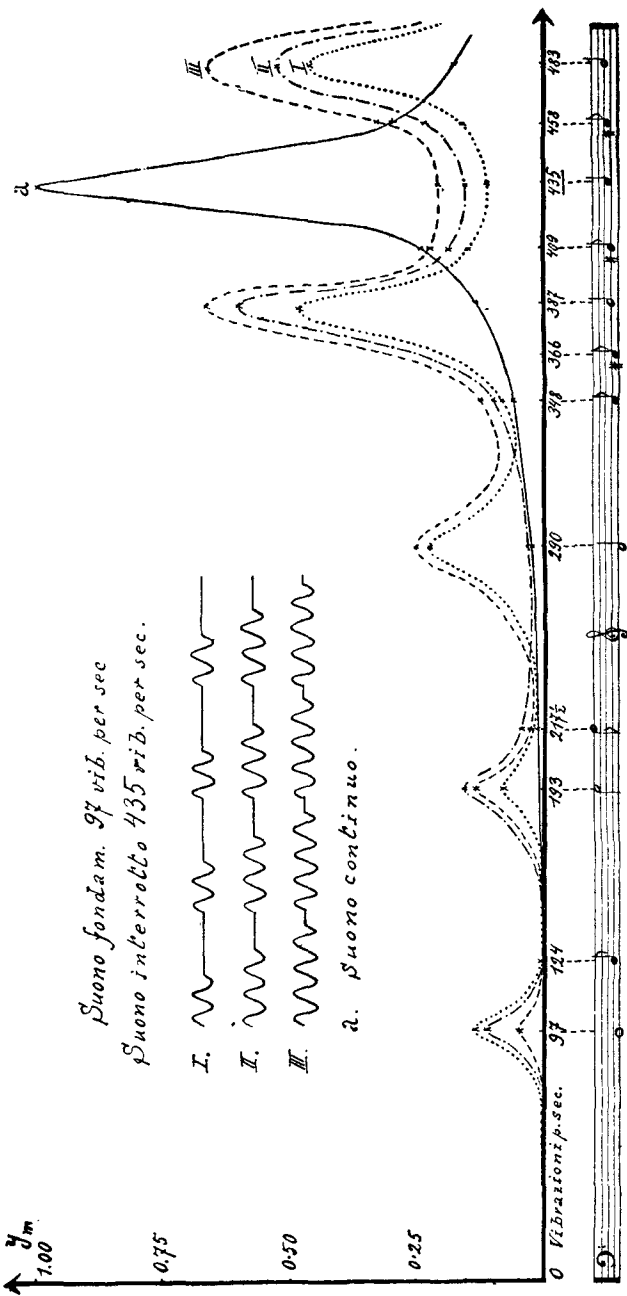


Fig. 4.

della legge fondamentale psico-fisica di Fechner, che se anche non si verifica con assoluta esattezza, pure interpreta nel suo complesso giustamente la relazione fra il fenomeno fisico e il corrispondente fenomeno psichico. Essendo R dunque l'eccitazione d'un dato risonatore, R_0 la minima eccitazione necessaria per dar luogo a una sensazione ¹⁾, c una costante, la legge psico-fisica si presenta nella forma integrale:

$$S = c \log \frac{R}{R_0}$$

e se scegliamo come unità di misura per S la sensazione data da $10^2 R_0$:

$$S = \frac{\log \frac{R}{R_0}}{2 \log 10} = \frac{1}{2} \log_{10} \frac{R}{R_0}.$$

Nel nostro caso per una data ampiezza A del suono interrotto è:

$$R = \frac{A^2}{\sigma^2} y_m^2$$

Sarà allora:

$$(14) \quad S = \log_{10} Y - \zeta,$$

posto:

$$Y = 10^2 y_m$$

e

$$(15) \quad \zeta = - \log_{10} \left(\frac{A}{\sigma \sqrt{R_0}} \cdot 10^{-1} \right).$$

Naturalmente hanno significato solo valori positivi di S .

Nella fig. 5 sono riportati in 1 i valori di $\log_{10} Y$ per l'esempio (3) (curva III della fig. 4) e in 2 i suoi valori per un suono continuo (curva a della fig. 4). Se noi vogliamo determinare il carattere della sensazione per una certa intensità del suono interrotto, basta che fissiamo un determinato va-

¹⁾ Che per il momento supporremo costante entro all'intervallo di circa 2.5 ottave considerato.

lore di ζ (cui corrisponde in base alla formula (15) un'ampiezza del suono interrotto $A = 10^{-\zeta} \cdot r$, dove $r = \sigma \sqrt{R_0} 10^2 = 3.2 a^2 \sqrt{R_0}$) e tracciamo con l'ordinata ζ una parallela all'asse delle ascisse.

I tratti della curva 1 che emergono sopra questa retta danno in base alla formula (14) l'intensità della sensazione del suono corrispondente indicato dall'ascissa e i limiti di altezza entro i quali si ha una qualche sensazione. Il dimi-

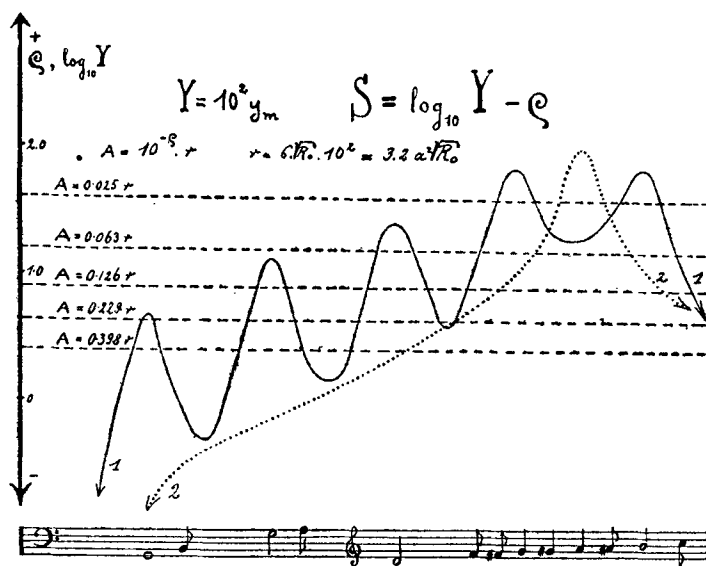


Fig. 5.

nuire di ζ significa un aumento dell'intensità del suono interrotto. La teoria svolta ci fa dunque prevedere pel nostro caso le seguenti variazioni della sensazione. Non appena l'ampiezza del suono interrotto sorpassa quel valore limite che è necessario perchè s'abbia una qualsivoglia sensazione sonora s'incominciano a percepire i due suoni armonici del fondamentale più vicini al suono interrotto. Crescendo A , si fa sempre più intensa la percezione dei due suoni ma anche più ampio il gruppo di suoni immediatamente vicini che di-

vengono percettibili ¹⁾. Per l'aumentare di A cominciano frattanto a venir percepiti altri suoni armonici del fondamentale, mentre contemporaneamente tutti i suoni compresi nell'intervallo fra i due armonici più intensi, diventano sensibili, sebbene la preponderanza ancor grande dei due predetti armonici possa mascherarne la sensazione. Ma quando A cresce tanto, che anche il suono fondamentale viene percepito, sia pur debolmente ²⁾, l'intensità con cui vengono percepiti i suoni posti nell'intervallo fra i due armonici più intensi varia relativamente poco con l'altezza, anzi praticamente ancor meno di quanto risulta dalla figura. Ciò per il fatto che noi abbiamo preso come misura dell'intensità di eccitazione dei risonatori il quadrato dell'ampiezza d'oscillazione massima, senza tener conto che quelli armonici presentano lievi battimenti, mentre quelli disarmonici danno battimenti fortissimi, ed è noto che fra due suoni di ampiezza massima identica, l'uno uniforme e l'altro con forti variazioni d'intensità, la più intensa sensazione è prodotta dal secondo. Dunque il grado di sensazione per i suoni intermedi fra due armonici è considerato nella figura minore del vero.

¹⁾ Secondo la teoria della risonanza, anche quando un'unica vibrazione sinusoidale d'altezza determinata colpisce l'orecchio (come nel caso della curva 2 della fig. 5) non solo la fibra nervosa che corrisponde a quel suono, ma un gruppo più o meno ampio di fibre intorno a quella viene eccitato a seconda che il suono è più o meno intenso. Noi generalmente non ci accorgiamo di ciò, perchè usi a riferire la complessa nostra sensazione alla sola fibra nervosa eccitata al massimo. Ciò è almeno possibile fino a tanto che il grado di intensità con cui vengono percepiti i suoni prossimi non è molto elevato. Suoni molto intensi, che eccitano un ampio intervallo della scala di risonatori danno una sensazione sgradevole.

²⁾ Come si verifica sempre nelle esperienze con la sirena (cfr. F. A. Schulze, *Ann. der Phys.*, 49. (1916), tabella a pag. 708) e anche in gran parte nelle esperienze con scariche elettriche a gruppi (cfr. G. Valle, *Sitzungsber. Akad. Wien*, 123, II^a, (1914), p. 1779 e *Nuovo Cimento*, (1919), pag. 205.

Nel caso che si discuteva di una A relativamente grande si deve perciò arguire che tutti i suoni compresi fra i due armonici più intensi vengano percepiti quasi con eguale o con poco varia intensità, ingenerando naturalmente una sensazione complessiva non troppo piacevole. E ciò è noto a chi ha confrontato l'effetto d'un suono interrotto con quello d'un suono continuo. Si può dunque asserire, che, traendo tutte le conseguenze dalla teoria della risonanza, si trova che, quando si produce un suono interrotto incoerente di intensità non troppo bassa e specialmente quando il suono fondamentale è almeno debolmente sensibile, *oltre a tutti i suoi armonici previsti dalla legge di Ohm, anche i suoni disarmonici prossimi al suono interrotto e più specialmente questo stesso suono, per il quale il corrispondente risonatore ha bensì un'ampiezza d'oscillazione relativamente minore, ma i più intensi battimenti, debbano essere percepiti soggettivamente.*

In favore di quanto ho detto parla ancora il fatto che avevamo supposto R_0 come costante. Ma dai lavori di M. Wien ¹⁾ risulta che R_0 va aumentando notevolmente pei suoni più bassi. Le grafiche $A = \text{cost.}$ non saranno dunque in realtà rette come nella fig. 5, ma piegheranno avvicinandosi all'asse delle ordinate rapidamente all'insù ²⁾, rendendo ancora più sensibile la relazione che abbiamo voluto far risaltare nella figura. Però dobbiamo pure tener presente un effetto opposto, e cioè che l'intensità del suono fondamentale sarà in generale maggiore di quella indicata, perchè quel suono compare anche come suono di combinazione, specialmente dei due intensi armonici prossimi al suono interrotto.

Ripeto però, noi della teoria della risonanza possiamo dedurre che il suono interrotto si debba percepire (con battimenti in numero eguale a quello delle interruzioni), ma s'in-

¹⁾ Winkelmann's *Handbuch d. Physik*, II (F. Auerbach), p. 250.

²⁾ In base alla formola (15) se A deve rimaner costante, aumentando R_0 , deve diminuire 10^{-2} e cioè aumentare ζ .

tende sempre soggettivamente. Non si può certo attendere che dei risonatori applicati all'orecchio possano rinforzare questo suono, come rinforzano gli armonici contenuti oggettivamente nell'oscillazione analizzata. È facile vedere che, mettendo all'orecchio per rinforzare il suono interrotto di periodo τ un risonatore dello stesso periodo, esso compirà delle oscillazioni del tipo delle curve 1.0 delle tavole I, II e III. Queste oscillazioni saranno in allora per il nostro orecchio le primarie e non avendo neppure esse esattamente il periodo τ , ma il più ampio periodo θ ed essendo anche di forma molto complessa, distribuiranno la loro energia più intensamente fra gli armonici di θ , cosicchè l'eccitazione della fibra nervosa corrispondente al suono τ risulterà certamente minore che non ad orecchio libero. Forse in ciò sta la causa che molti sperimentatori non poterono constatare i suoni in parola, mentre i fisiologi generalmente sostengono d'averli percepiti.

L'analisi della natura dell'oscillazione effettiva dell'aria in base alle formole (1) e (2) ci aveva fatto riconoscere come componenti di maggiore intensità quelle i cui periodi $\frac{\theta}{v}$ erano più vicini al τ . Se noi sostituiamo alla complessa oscillazione fondamentale del tipo della fig. 2a queste due sole oscillazioni con la intensità volute dalle formole (1) e (2), le vibrazioni dei risonatori posti nell'intervallo di massima eccitazione non potranno esser gran che differenti da quelle calcolate per l'oscillazione fondamentale completa, mancando in tal caso solo l'influenza delle altre oscillazioni armoniche, che abbiamo trovato relativamente assai più deboli. Dal caso d'un suono interrotto incoerente possiamo per tal modo a quella di due suoni formanti un determinato intervallo $\frac{v}{v+1}$. Notoriamente questi due suoni contemporanei danno luogo a $\frac{1}{\theta}$ battimenti al secondo se $\frac{1}{\theta}$ è il numero di vibrazioni del loro massimo comune suono fondamentale.

Questi battimenti, se l'intervallo fra i due suoni non è assai piccolo, devono risultar debolissimi per i due suoni stessi, massimi invece per un suono intermedio, per il cosiddetto suono *interno*, la cui altezza $\frac{1}{\tau_i}$ si calcola secondo la teoria dell' Helmholtz ¹⁾ dal rapporto p fra le ampiezze e da quello $\frac{1}{q}$ fra le altezze del suono più forte e del suono più debole, essendo l l'altezza del suono più forte, in base alla formula:

$$(16) \quad \frac{1}{\tau_i} = l \frac{p+q}{p+1} . \quad ^2)$$

Scegliendo per v un valore abbastanza elevato e per p il corrispondente rapporto trovato fra le ampiezze dei due armonici in parola e indicato nella nota 3 a pag. 5, s'ottiene, tanto per il caso che il suono più basso sia il più forte che per il caso contrario, con sufficiente approssimazione:

$$\tau_i = \tau .$$

Il suono interrotto di periodo τ , la cui percettibilità è in discussione, coincide dunque praticamente col cosiddetto suono interno che ha origine dall'esistenza contemporanea dei due intensi armonici più prossimi a τ .

La percezione d'un tal suono, per intervalli dati con grande intensità, fu constatata dall' Helmholtz stesso e da altri ³⁾ ma

¹⁾ H. v. Helmholtz, *l. c.*, p. 274, 654-655.

²⁾ Winkelmann, *l. c.*, p. 613.

³⁾ Cfr. H. v. Helmholtz, *l. c.*, pag. 274, 655; Winkelmann, *l. c.*, pagine 622-623. — Per intervalli suonanti *ff* nella regione bassa del pianoforte mi sembra pure d'udire questo suono, quando, prestando alternativamente attenzione, con frequenza dipendente unicamente dalla mia rotontà, all'uno o all'altro suono dell'intervallo, passo dal primo al secondo o viceversa. Il suono a differenza dei due estremi è molto ranco (per i più forti battimenti) e mi pare sia alquanto più acuto di quello che sta esattamente nel mezzo.

è certo che il fissare la propria attenzione su esso è nel caso in parola enormemente difficoltà da una proprietà del nostro orecchio, comune del resto ad altri sensi. All'orecchio in fatto, oltre a una funzione *analitica*, per la quale è in grado di scomporre un suono complesso nei suoi elementi semplici, spetta pure una funzione *sintetica*, per cui esso riunisce questi elementi o parti di essi in quei gruppi caratteristici che più gli sono per educazione famigliari ¹⁾. Così nel nostro caso, poichè i due suoni formanti l'intervallo devono pur venir emessi da un determinato strumento, dei cui suoni noi ben conosciamo le caratteristiche, le proprietà sintetiche dell'orecchio risolveranno sempre la complessa sensazione nella somma delle due pure sensazioni primarie, facendo sfuggire la nostra attenzione da quanto risulta dalla loro sovrapposizione, di cui non rimarrà che la maggiore irritazione, la più o meno forte dissonanza ²⁾. Se invece i due suoni non provengono da alcun strumento noto e non sono più a noi famigliari, come nel caso ch'essi abbiano comune origine, appartenendo come suoni armonici alla stessa massa sonora, allora le proprietà sintetiche dell'orecchio non possono entrare più in azione e non ci è alcuna ragione che il suono interno di cui parliamo non abbia a rendersi già da bel principio sensibile, quando le condizioni d'intensità sieno tali da permetterlo, venendo ciò

¹⁾ È noto p. es. che l'orecchio nostro riconosce e distingue nell'unica oscillazione data da un grammofofono le parti di essa appartenenti a singole voci o strumenti che sussistono contemporaneamente. (Cfr. L. Luciani, *Fisiologia dell'uomo*, III ed., vol. IV, cap. V, 10, p. 248). Del resto il nostro occhio si comporta analogamente. In un complesso di linee esso riunisce quelle che gli danno un'immagine famigliare, astraendo dalle altre, ma basta che una sola delle linee necessarie a formare la prima immagine manchi o che la formazione di questa sia per altra ragione resa impossibile, perchè con parte delle linee prima trascurate e parte di quelle utilizzate a formar la prima immagine, l'occhio ricostituiscia una immagine nuova del tutto differente dalla prima.

²⁾ Perciò la percettibilità del suono interno è più spiccata quanto i suoni sono meno caratteristici, come quelli provenienti da diapason o da canne d'organo chiuse.

ancora maggiormente facilitato dal fatto che generalmente è noto all'esperimentatore che il suono originario è periodicamente interrotto.

Quanto abbiamo or ora esposto, semplifica molto le considerazioni intorno ai fenomeni acustici che son da prevedersi, producendo suoni interrotti incoerenti. Il suono interrotto dovrebbe essere sempre sensibile non appena si supera una determinata ampiezza d'oscillazione, comparendo esso come suono interno dei due armonici intensi ad esso più prossimi, originato dalla sovrapposizione delle oscillazioni imposte dai due armonici alla fibra nervosa corrispondente e distinto da tutti gli altri per i più forti battimenti. Esso risulterà tanto più intenso quanto più prossimo sarà all'uno o a tutti e due quegli armonici e quanto più intensi saranno gli armonici stessi. Per aumentare l'intensità degli armonici, già in base alla formula (1) è necessario di aumentare k , il rapporto $\frac{\mu\tau}{\theta}$ fra la durata del suono e quella di tutto il periodo. Per avvicinare i due armonici di periodo $\frac{\theta}{\nu}$ e $\frac{\theta}{\nu+1}$ quanto più possibile al suono di periodo τ , bisogna aumentare il valore di ν , diminuendo τ o aumentando θ ; infine per avvicinare τ di molto o a $\frac{\theta}{\nu}$ o a $\frac{\theta}{\nu+1}$ bisogna far τ_0 molto prossimo a un multiplo di τ . Come casi estremi compaiono dunque quello in cui $k=1$ o il suono non è interrotto, quello in cui il suono si presenta ogni volta con tante oscillazioni da poterlo ogni volta percepire distinto, quello infine in cui il suono da incoerente diventa coerente (fig. 2b).

Per questi casi estremi anche secondo la legge di Ohm si deve sentire il suono di periodo τ , ma anche solo per questi. Già una lieve variazione nei valori di μ e μ_0 deve secondo quella legge far cessare del tutto quel suono. Da quanto abbiamo esposto risulta invece che, se pure si deve prevedere che nei casi estremi citati il suono in discussione presenti dei

massimi d'intensità, esso non dovrebbe cessare negli altri casi e la stessa teoria della risonanza giustificerebbe la percezione di esso.

Ampliando poi i limiti della ricerca fatta qui, sapendo che, ogni qualvolta si ha un fenomeno periodico e in una parte del periodo è sviluppato un secondo fenomeno periodico con periodo disarmonico, gli armonici più vicini a questo saranno i più intensi, potremo concludere, che sempre in tal caso si debba percepire anche il suono corrispondente al periodo disarmonico, distinto fra tutti gli altri per i più intensi battimenti.

La teoria dell'Helmholtz stessa dà dunque ragione dell'esistenza di questo gruppo di suoni soggettivi, sostenuta da molti fisiologi; la sola legge formale di Ohm non può giustificarne l'esistenza. È quest'ultima dunque che al caso e prima di tutte deve venir rifiutata. Che anche la teoria fisica dell'Helmholtz, fondata su una concezione certamente troppo ideale delle funzioni dell'orecchio interno, sembri ora non del tutto corrispondente al vero, è certo; ma fra quelle finora proposte, nessuna è stata capace, togliendone i difetti, di conservarne intatti i preziosi vantaggi.