

**Berechnung der Menge von Primzahlen,  
welche innerhalb der ersten Hundert Millionen natürlicher  
Zahlen vorkommen.**

VON MEISSEL in ISEKLOHN.

Die folgende Berechnung bildet die Fortsetzung der im II. Bde. gegenwärtiger Zeitschrift pag. 636 folg. ausgeführten Berechnungen von Primzahlenmengen. Behalten die daselbst gebrauchten Zeichen ihre Bedeutung, so ergibt sich für

$$m = 100\ 000\ 000$$

$$u + \mu = \varphi \vee m = 1\ 229$$

$$u = \varphi \dot{\vee} m = 90$$

$$\mu = 11\ 39$$

$$\varphi(m) = \Phi(m, 90) + 750\ 696 - \sum_{p|90} \varphi\left(\frac{m}{p}\right).$$

*Berechnung von  $\Phi(m, 90)$ .*

a) Reduction von  $\Phi(m, 90)$  auf  $\Phi(m, 80)$  nach Formel 5.      b) Reduction von  $\Phi(m, 80)$  auf  $\Phi(m, 70)$

$$\Phi(215\ 982, 89) = 19\ 199$$

$$(216\ 919, 88) = 19\ 277$$

$$(218\ 818, 87) = 19\ 434$$

$$(222\ 717, 86) = 19\ 770$$

$$(225\ 733, 85) = 20\ 037$$

$$(227\ 790, 84) = 20\ 222$$

$$(230\ 946, 83) = 20\ 516$$

$$(232\ 018, 82) = 20\ 622$$

$$(237\ 529, 81) = 21\ 079$$

$$(238\ 663, 80) = 21\ 199$$

$$\text{Summa} = 201\ 355$$

$$\Phi(244\ 498, 79) = 21\ 733$$

$$(249\ 376, 78) = 22\ 191$$

$$(251\ 889, 77) = 22\ 448$$

$$(257\ 069, 76) = 22\ 937$$

$$(261\ 096, 75) = 23\ 338$$

$$(263\ 852, 74) = 23\ 625$$

$$(268\ 096, 73) = 24\ 070$$

$$(272\ 479, 72) = 24\ 520$$

$$(278\ 551, 71) = 25\ 121$$

$$(283\ 286, 70) = 25\ 615$$

$$\text{Summa} = 235\ 598$$

$$\text{a) } \Phi(m, 90) = \Phi(m, 80) - 201\ 355 \quad \text{b) } \Phi(m, 80) = \Phi(m, 70) - 235\ 598$$

e) Reduction von  $\Phi(m, 70)$  auf  
 $\Phi(m, 60)$

$\Phi(286\ 532, 69) = 25\ 979$
$(288\ 184, 68) = 26\ 190$
$(296\ 735, 67) = 27\ 047$
$(302\ 114, 66) = 27\ 625$
$(315\ 457, 65) = 28\ 955$
$(319\ 488, 64) = 29\ 451$
$(321\ 543, 63) = 29\ 757$
$(325\ 732, 62) = 30\ 273$
$(341\ 296, 61) = 31\ 866$
$(353\ 356, 60) = 33\ 159$
Summa = 290 302

c)  $\Phi(m, 70) = \Phi(m, 60) - 290\ 302$

d) Reduction von  $\Phi(m, 60)$  auf  
 $\Phi(m, 50)$

$\Phi(355\ 871, 59) = 33\ 552$
$(361\ 010, 58) = 34\ 182$
$(369\ 003, 57) = 35\ 117$
$(371\ 747, 56) = 35\ 539$
$(380\ 228, 55) = 36\ 533$
$(389\ 105, 54) = 37\ 581$
$(398\ 406, 53) = 38\ 708$
$(414\ 937, 52) = 40\ 559$
$(418\ 410, 51) = 41\ 129$
$(429\ 184, 50) = 42\ 428$
Summa = 375 328

d)  $\Phi(m, 60) = \Phi(m, 50) - 375\ 328$

e) Reduction von  $\Phi(m, 50)$  auf  
 $\Phi(m, 40)$

$\Phi(436\ 681, 49) = 43\ 464$
$(440\ 528, 48) = 44\ 092$
$(448\ 430, 47) = 45\ 150$
$(473\ 933, 46) = 48\ 056$
$(502\ 512, 45) = 51\ 344$
$(507\ 614, 44) = 52\ 209$
$(518\ 134, 43) = 53\ 658$
$(523\ 560, 42) = 54\ 593$
$(552\ 486, 41) = 58\ 061$
$(558\ 659, 40) = 59\ 115$
Summa = 509 742

e)  $\Phi(m, 50) = \Phi(m, 40) - 509\ 742$

f) Reduction von  $\Phi(m, 40)$  auf  
 $\Phi(m, 30)$

$\Phi(578\ 034, 39) = 61\ 636$
$(598\ 802, 38) = 64\ 348$
$(613\ 496, 37) = 66\ 451$
$(636\ 942, 36) = 69\ 539$
$(662\ 251, 35) = 72\ 899$
$(671\ 140, 34) = 74\ 466$
$(719\ 424, 33) = 80\ 548$
$(729\ 927, 32) = 82\ 414$
$(763\ 358, 31) = 86\ 955$
$(787\ 401, 30) = 90\ 486$
Summa = 749 742

f)  $\Phi(m, 40) = \Phi(m, 30) - 749\ 742$

g) Reduction von  $\Phi(m, 30)$  auf  
 $\Phi(m, 20)$

$\Phi(884\ 955, 29) = 102\ 740$
$(917\ 431, 28) = 107\ 565$
$(934\ 579, 27) = 110\ 631$
$(970\ 873, 26) = 116\ 076$
$(990\ 099, 25) = 119\ 553$
$(1\ 030\ 927, 24) = 125\ 779$
$(1\ 123\ 595, 23) = 138\ 582$
$(1\ 204\ 819, 22) = 150\ 352$
$(1\ 265\ 822, 21) = 159\ 911$
$(1\ 369\ 863, 20) = 175\ 352$
Summa = 1 306 541

g)  $\Phi(m, 30) = \Phi(m, 20) - 1\ 306\ 541$

h) Reduction von  $\Phi(m, 20)$  auf  
 $\Phi(m, 10)$

$\Phi(1\ 408\ 450, 19) = 182\ 783$
$(1\ 492\ 537, 18) = 196\ 553$
$(1\ 639\ 344, 17) = 219\ 394$
$(1\ 694\ 915, 16) = 230\ 684$
$(1\ 886\ 792, 15) = 261\ 685$
$(2\ 127\ 659, 14) = 301\ 485$
$(2\ 325\ 581, 13) = 337\ 383$
$(2\ 439\ 024, 12) = 362\ 710$
$(2\ 702\ 702, 11) = 413\ 104$
$(3\ 225\ 806, 10) = 509\ 509$
Summa = 3 015 290

h)  $\Phi(m, 20) = \Phi(m, 10) - 3\ 015\ 290$

i) Reduction von  $\Phi(m, 10)$  auf  $\Phi(m, 5)$

$$\Phi(3\ 448\ 275, 9) = 564\ 100$$

$$(4\ 347\ 826, 8) = 743\ 582$$

$$(5\ 263\ 157, 7) = 950\ 134$$

$$(5\ 882\ 352, 6) = 1\ 128\ 285$$

$$(7\ 692\ 307, 5) = 1\ 598\ 401$$

$$\text{Summa} = 4\ 984\ 502$$

i)  $\Phi(m, 10) = \Phi(m, 5) - 4\ 984\ 502$

Da

$$\Phi(m, 5) = 20\ 779\ 221$$

ist, so kann man mittelst a) bis i) folgenden Werth für  $\Phi(m, 90)$  herleiten:

$$\Phi(m, 90) = 9\ 110\ 824.$$

*Es bleibt nun noch übrig,  $\sum_{n=1}^{1229} \varphi\left(\frac{m}{p_n}\right)$  zu berechnen.*

Der leichteren Controle wegen mag diese Summe in Absätzen von je 30 Summanden gebildet werden. Man findet:

$$(91 - 120) = 482\ 750$$

$$(121 - 150) = 367\ 270$$

$$(151 - 180) = 294\ 706$$

$$(181 - 210) = 246\ 891$$

$$(211 - 240) = 211\ 080$$

$$(241 - 270) = 186\ 053$$

$$(271 - 300) = 164\ 605$$

$$(301 - 330) = 147\ 949$$

$$(331 - 360) = 134\ 643$$

$$(361 - 390) = 123\ 110$$

$$(391 - 420) = 114\ 466$$

$$(421 - 450) = 105\ 838$$

$$(451 - 480) = \underline{98\ 288}$$

$$(481 - 510) = \underline{92\ 338}$$

$$(511 - 540) = 87\ 237$$

$$(541 - 570) = 82\ 515$$

$$(571 - 600) = 78\ 184$$

$$(601 - 630) = 74\ 031$$

$$(631 - 660) = 70\ 351$$

$$(661 - 690) = 67\ 219$$

$$(691 - 720) = 64\ 218$$

$$(721 - 750) = 61\ 702$$

$$(751 - 780) = 59\ 333$$

$$(781 - 810) = 57\ 027$$

$$(811 - 840) = 55\ 128$$

$$(841 - 870) = 52\ 933$$

$$(871 - 900) = 51\ 051$$

$$(901 - 930) = 49\ 501$$

$$(931 - 960) = 47\ 740$$

$$(961 - 990) = 46\ 438$$

$$(991 - 1020) = 44\ 900$$

$$(1021 - 1050) = 43\ 492$$

$$(1051 - 1080) = 42\ 164$$

$$(1081 - 1110) = 41\ 196$$

$$(1111 - 1140) = 40\ 135$$

$$(1141 - 1170) = 39\ 157$$

$$(1171 - 1200) = 38\ 293$$

$$(1201 - 1229) = 36\ 119$$

$$\sum_{n=1}^{1229} \varphi\left(\frac{m}{p_n}\right) = 4\ 100\ 054$$

Folglich:

$$\varphi(m) = 5\ 761\ 466.$$

55

*Zur Controle mag man hierauf, dass die Summe von*