

III. Zur Theorie des Condensators; von Wilhelm von Bezold¹⁾.

Der Condensator und alle ihm verwandten Apparate bestehen wesentlich aus zwei Theilen, aus den leitenden Platten und aus dem Isolator zwischen denselben.

Was die auf den Belegungen (Platten) vorhandenen Elektrizitätsmengen, die Art ihrer Vertheilung u. s. w. betrifft, so sind alle hierauf bezüglichen Fragen mit Hülfe des von Coulomb aufgestellten Grundgesetzes der Wechselwirkung elektrischer Theilchen lösbar, vorausgesetzt, daß der Isolator ein vollkommener sey, d. h. daß in dem Raume zwischen den Platten unter keiner Bedingung Elektrizität auftreten könne. Nach dieser Seite hin wurde die Theorie des Condensators von Green²⁾ und von Clausius³⁾ bearbeitet, bei trocknen Gasen als Zwischenkörper, weniger bei den starren Isolatoren, deren Verhalten daher zur Vervollständigung unserer Kenntnifs besagter Instrumente noch zu erforschen ist.

Mit Hülfe der sogenannten flüssigen Isolatoren scheint es nicht möglich, einen Condensator herzustellen⁴⁾.

1) Vom Hrn. Verfasser gemachter Auszug aus seiner Inauguraldissertation. Göttingen 1860.

2) Crell's Journal Bd. 47, S. 161.

3) Poggendorff's Annalen Bd. 86. [Späterer Zusatz. In dieser Abhandlung S. 197 heisst es: Sey daher in dem positiven Conductor der Werth der Potentialfunction durch V dargestellt, *welche GröÙe hier wie in vielen Fällen als das geeignetste Maass dessen zu betrachten ist, was man gewöhnlich mit dem etwas unbestimmten Ausdrücke Spannung bezeichnet.*

Diese Stelle hatte ich übersehen, und war in der Meinung befangen, daß ich zum erstenmale diese Behauptung mit klaren Worten ausgesprochen hätte.

W. v. B.]

4) Reitlinger Sitzungsab. der Wiener Akad. Bd. 25, S. 73. 1859.

Die Frage nach dem Verhalten der starren Isolatoren ist bis jetzt noch eine wesentlich experimentelle, obgleich schon einige Arbeiten hierüber vorhanden sind. Die gründlichste auf diesem Gebiete ist die von Kohlrausch: »Ueber den elektrischen Rückstand«¹⁾, in welcher er durch bewunderungswürdige Messungsreihen das Gesetz und den Grund der sogenannten Rückstandsbildung, in welcher sich ja gerade der Einfluß des Isolators manifestirt, zu erforschen suchte. Vor ihm hatte schon Faraday²⁾ über das specifische Verhalten verschiedener Körper in dieser Hinsicht einige Versuche gemacht und endlich ist auch von Matteucci einiges auf verwandte Gegenstände bezüglichen publicirt worden³⁾. Bei den Arbeiten des letzteren wird es jedoch schwer zu sondern zwischen dem Einfluß von Elektrizitäts-Ansammlungen auf den Oberflächen und von solchen im Innern der Körper.

Kohlrausch hat ein Gesetz aufgestellt, welches den Gang der Erscheinungen sehr gut repräsentirt; seine Ansicht jedoch über den Grund derselben, also über die physische Constitution der Isolatoren, kann mit Recht Bedenken erregen, da er eine völlige Scheidewand zwischen Leiter und Nichtleiter annimmt, während doch alle Zwischenstufen ausgefüllt sind, und man sogar Gläser kennt⁴⁾, welche nicht zu Leydener Flaschen brauchbar sind, weil sich die Elektrizitäten sofort durch dieselben verbinden.

Eine Bestätigung oder Widerlegung seiner Hypothese schien daher wünschenswerth. Um jedoch mit voller Klarheit von Neuem an eine experimentelle Behandlung der Frage herantreten zu können, ist es nöthig, den ersten Theil der Theorie, den rein mathematischen, nach einer bisher nicht berücksichtigten Seite hin auszubilden, nämlich erstens die Kräfte zu ermitteln, welche auf einen Punkt zwischen

1) Poggendorff's Annalen Bd. 91. 1854.

2) *Exper. Researches*. 1188—1294.

3) *Annales de Chimie et de Phys.* Tom. 27, 1849 et T. 57, 1859.

4) Im physikalischen Institute zu Göttingen befinden sich solche.

den geladenen Platten ausgeübt werden, und zweitens umgekehrt die Wirkungen von Elektrizitätsmengen in so gelegenen Punkten auf die über die Belegungen verbreiteten zu betrachten.

Die Einsicht in diese Verhältnisse setzt alsdann in den Stand, die aus den verschiedenen Ansichten über die Natur der Isolatoren fließenden Consequenzen mit solcher Schärfe zu ziehen, daß sie einer genauen erfahrungsmäßigen Prüfung zugänglich werden.

Das Folgende soll einen Versuch zur Ausfüllung der eben angegebenen Lücken bilden.

Wenn ich mich hiebei auf den einfachsten Fall, auf den einer Franklin'schen Tafel mit kreisförmigen Belegungen, und auch hier wieder auf die ersten Annäherungen beschränke, indem ich bei der stets angewandten Entwicklung der vorkommenden Functionen in Reihen nach Potenzen des Verhältnisses der Dicke der Tafel zum Radius der Belegung bei den ersten Gliedern stehen bleibe, so ist dies dadurch motivirt, daß bei den jetzigen Hilfsmitteln die Experimentaluntersuchung mit der genaueren mathematischen Entwicklung doch nicht Schritt halten könnte¹⁾.

Mit Freuden ergreife ich zugleich die mir hier dargebotene Gelegenheit, meinen hochverehrten Lehrern, dem Hrn. Professor Riemann, der zuerst meine Aufmerksamkeit auf die hier noch offenen Fragen lenkte, und dem Hrn. Professor Weber, der mir aufs Bereitwilligste die Räume und Instrumente des physikalischen Instituts für die Experimentaluntersuchungen zur Disposition stellte, öffentlich meinen innigsten Dank auszusprechen.

1) Die in dem Folgenden benutzte Ausdrucksweise ist diesem Umstande angepaßt: so heist es z. B. häufig, etwas sey von keinem Einflusse, wo es eigentlich heißen sollte, der Einfluß tritt erst in den späteren Gliedern der Reihe hervor. Es wird auch gut seyn, hier darauf aufmerksam zu machen, daß wegen der hohen Wichtigkeit der Kohlrausch'schen Arbeit auf diesem Gebiete, die von ihm gebrauchten Namen und Bezeichnungen, wo es nur irgend thunlich schien, angewendet wurden.

I.

Allgemeine Sätze über den Gang des Potentials zwischen parallelen kreisförmigen elektrischen Schichten.

§. 1.

Gang des Potentials zwischen den Belegungen einer Franklin'schen Tafel.

Aus der Clausius'schen Arbeit ist bekannt, daß auf zwei kreisförmigen Platten, deren Radius groß ist gegen ihre Entfernung, welche mit entgegengesetzten Elektricitäten geladen sind, die Vertheilung der letzteren als eine nahezu gleichförmige angesehen werden kann.

Nun ist, wenn man sich eine Scheibe vom Radius R gleichförmig mit Elektricität von der Dichtigkeit ρ_1 bedeckt denkt und ein im Mittelpunkt errichtetes Perpendikel zur Abscissenaxe wählt, die Potentialfunction für einen Punkt dieser Axe mit der Abscisse x

$$2\pi\rho_1 \int_0^R \frac{r dr}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

oder, wenn man den Ursprung der Coordinaten so wählt, daß zum Mittelpunkte der Scheibe die Abscisse $-\varepsilon$ gehört,

$$2\pi\rho_1 \int_0^R \frac{r dr}{\sqrt{r^2 + (x+\varepsilon)^2}} \\ = 2\pi\rho_1 [\pm \sqrt{R^2 + (x+\varepsilon)^2} \mp \sqrt{(x+\varepsilon)^2}]$$

Da wir immer nur solche Fälle betrachten wollen, bei welchen ε und x sehr klein gegen R sind, so können wir $(x+\varepsilon)^2$ jedenfalls vernachlässigen gegen R^2 und erhalten daher

$$2\pi\rho_1 [\pm R \pm (x+\varepsilon)],$$

wobei die Vorzeichen noch zu bestimmen sind.

Geht man zu dem Ende auf die Kräfte zurück und bezeichnet man durch e_1 ein Elektricitätstheilchen von der-

selben Art, wie die auf der Platte vorhandene, so muß, weil dann Abstofsung stattfinden soll, der erste Differentialquotient von

$$2\pi\varrho_1\epsilon, [\pm(x+\epsilon)]$$

stets dasselbe Zeichen haben wie $x+\epsilon$; also ist das plus-Zeichen zu nehmen für Werthe von x , welche liegen zwischen $-\epsilon$ und $+u$, wo u eine mäßig große Zahl bedeutet, und das minus-Zeichen für Werthe von x zwischen $-\epsilon$ und $-u$, und bei R ebenfalls $-$, weil der Potentialwerth mit der Entfernung von der Scheibe seinem absoluten Werthe nach jedenfalls abnehmen muß.

Man erhält also

$$V_1 = -2\pi\varrho_1 [R + (x + \epsilon)] \text{ für Werthe von } x = -u \text{ bis } x = -\epsilon$$

$$V_1 = -2\pi\varrho_1 [R - (x + \epsilon)] \text{ „ „ „ } x = -\epsilon \text{ „ } x = +u.$$

Analog ergibt sich der Gang des Potentials, wenn man eine Scheibe hat, deren Mittelpunkt um $+\epsilon$ vom Ursprung entfernt und mit Elektrizität von der Dichtigkeit ϱ_2 geladen ist,

$$V_2 = -2\pi\varrho_2 [R + (x - \epsilon)] \text{ von } x = -u \text{ bis } x = +\epsilon$$

$$= -2\pi\varrho_2 [R - (x - \epsilon)] \text{ von } x = +\epsilon \text{ bis } x = +u.$$

Nimmt man nun an, die Platten seyen gleichzeitig an den eben bezeichneten Stellen angebracht und es sey $\varrho_1 = +\varrho$ und $\varrho_2 = -\varrho$, so erhält man als Gesamtpotential für einen Punkt der x Axe:

$$V = -4\pi\varrho\epsilon \text{ für Werthe von } x \text{ zwischen } -u \text{ und } -\epsilon$$

$$V = +4\pi\varrho x \text{ „ „ „ „ } -\epsilon \text{ „ } +\epsilon$$

$$V = +4\pi\varrho\epsilon \text{ „ „ „ „ } +\epsilon \text{ „ } +u$$

Offenbar ist aber die eben angenommene Zusammenstellung nichts anderes als eine Franklin'sche Tafel von der Dicke 2ϵ mit Belegungen von Radius R , welche mit Elektrizitäten von den Dichtigkeiten $+\varrho$ und $-\varrho$ geladen sind.

Verbindet man die Centra der beiden Scheiben durch

eine Gerade (unsere Abscissenaxe) Fig. 1 Taf. III, so sieht man leicht, daß die Curve, durch deren Ordinaten die Potentialwerthe in einer durch die Abscissenaxe gelegten Ebene dargestellt werden, eine gebrochene Gerade ist, die zuerst parallel mit der Axe unterhalb derselben verläuft, sobald sie die mit $+\varrho$ geladene Fläche trifft, gegen den Ursprung der Coordinaten zu in die Höhe steigt und in diesem Sinne weiter geht bis zur zweiten (der mit $-\varrho$ geladenen) Fläche, wo sie wieder parallel zur Axe wird.

Wir haben bisher nur die Wirkung auf Punkte betrachtet, welche in der eben genannten Axe liegen. Es wird jedoch nicht schwer seyn, nachzuweisen, daß dieselben Sätze für jede ihr parallele die beiden Platten verbindende Gerade gelten.

Fassen wir zu dem Ende den Werth von $\frac{dV}{dx}$, nämlich den der Kraft, näher ins Auge, so ist dieser

$$2\pi\varrho \left[\int_0^R \frac{(\varepsilon+x)r dr}{[r^2+(\varepsilon+x)^2]^{\frac{3}{2}}} + \int_0^R \frac{(\varepsilon-x)r dr}{[r^2+(\varepsilon-x)^2]^{\frac{3}{2}}} \right]$$

wobei allenthalben x nur seinem absoluten Werthe nach berücksichtigt werden soll.

Die beiden Integrale müssen addirt werden, weil beide Belegungen in demselben Sinne wirken.

Führt man die Integration aus, so kommt

$$2\pi\varrho \left[2 - \left(\frac{\varepsilon+x}{\sqrt{R^2+(x+\varepsilon)^2}} + \frac{\varepsilon-x}{\sqrt{R^2+(\varepsilon-x)^2}} \right) \right]$$

Man sieht hieraus, daß, wenn R nur einigermaßen groß ist gegen ε , ein weiteres, wenn auch noch so bedeutendes, Wachsen von R beinahe gar keine Aenderung des Resultates hervorruft.

Wenn z. B. R nur $= 10\varepsilon$ ist, so unterscheidet sich die hiedurch hervorgebrachte Wirkung von der für $R=\infty$ nur um den zehnten Theil der letzteren.

Man sieht demnach sofort, daß für alle Punkte zwischen den Belegungen die Kraft in der Richtung der beide verbindenden senkrechten Geraden dieselbe seyn muß, mit Ausnahme der am äußersten Rande befindlichen.

Denn schneidet man um die Fußpunkte der Senkrechten auf beiden Platten Kreise aus mit hinreichend großem Radius, so kann man die Wirkung aller außerhalb dieser Kreise liegenden Massen vernachlässigen gegen die von den innerhalb vertheilten herrührende.

Die Wirkung der letzteren wird aber dieselbe seyn, so lange man nur die Vertheilung der Elektrizität als gleichförmig ansehen kann; sie wird aber auch constant seyn für jeden Punkt der Senkrechten, mithin wird

$\frac{dV}{dx}$ für alle Punkte zwischen den Belegungen ein und denselben Werth haben.

Ganz am Rande werden natürlich unsere Schlüsse falsch, wegen der zu einseitigen Massenvertheilung, doch wird diese Einseitigkeit theilweise compensirt durch die Dichtigkeitszunahme nach der Seite der geringsten Ausdehnung hin.

Ist also das Potential auf der einen Belegung $-4\pi\rho\epsilon$, auf der anderen $+4\pi\rho\epsilon$, so wird es im Zwischenraum $+4\pi\rho x$ seyn¹⁾, und die Kraft

$$\frac{dV}{dx} = 4\pi\rho = \frac{V}{\epsilon}$$

wo für V der absolute Werth zu nehmen ist.

Aus der letzten Gleichung sieht man, daß bei n mal so großer Entfernung der Platten die Kraft nur den n^{ten} Theil beträgt, wenn die Potentialwerthe in beiden Füllen gleich sind.

Die Kraft, welche ein auf den Belegungen befindliches

1) Die Potentialwerthe auf den Belegungen kennen wir von vornherein; daraus aber, daß die Kraft im Innern überall nahezu dieselbe ist, folgt, daß das Potential hier nahezu eine lineare Function ist.

elektrisches Theilchen nach innen zu treiben strebt, ist nach bekannten Gesetzen gleich der Hälfte der Kraft, welche auf ein zwischen ihnen liegendes ausgeübt wird.

§ 2.

Einfluß eingeschalteter paralleler leitender Schichten auf das Potential in den Belegungen.

Denkt man sich zwischen den beiden mit den Elektricitätsmengen $+Q$ und $-Q$ geladenen Belegungen eine isolirte leitende ihnen parallele Kreisplatte von gleichem Radius und von der Dicke 2ε , eingeschaltet, und nennt man die mit $+Q$ geladene Scheibe A , die mit $-Q$ geladene B und die A zugekehrte Fläche der eingeschalteten Platte A_1 , während die B zugewandte B_1 heißen soll, so wird der Gang des Potentials zwischen A und B , soweit er von den auf diesen Platten vorhandenen Elektricitäten herrührt, durch $V = 4\pi\rho x$ dargestellt.

Hiezu muß eine zweite Function addirt werden, welche bewirkt, daß die eben angegebene für jene Werthe von x , welche innerhalb der eingeschalteten Platte zu liegen kommen, eine Constante wird, denn die Potentialfunction muß innerhalb eines Leiters immer eine Constante seyn.

Steht die eingeschaltete Platte gerade in der Mitte zwischen A und B , so sieht man sogleich, daß man nur anzunehmen hat, es sey auf A_1 die Menge $-Q$, auf B_1 die Menge $+Q$ abgelagert.

Die Vertheilung kann hiebei wieder als gleichförmig auf allen vier Oberflächen angesehen werden, denn dann wird weder von den inneren Platten auf die äußeren, noch umgekehrt von diesen auf die inneren eine Kraft senkrecht zur Axe ausgeübt werden (S. den vorigen Paragraph, wonach V nur Function von x). Es ist also dann kein Grund vorhanden, weshalb die Vertheilung sich ändern sollte.

Sind also wirklich auf den Flächen A_1 und B_1 die Mengen $-Q$ und $+Q$ abgelagert, so ist der durch sie hervorgebrachte Gang des Potentials

$$\begin{aligned}
 V_1 &= 4\pi\rho\varepsilon_1 \text{ von } x=-u \text{ bis } x=-\varepsilon_1 \\
 &= -4\pi\rho x \quad " \quad x=-\varepsilon_1 \quad " \quad x=+\varepsilon_1 \\
 &= -4\pi\rho\varepsilon_1 \quad " \quad x=+\varepsilon_1 \quad " \quad x=+u
 \end{aligned}$$

Mithin wird der Verlauf des Gesamtpotentials dargestellt durch

$$\begin{aligned}
 V &= -4\pi\rho(\varepsilon - \varepsilon_1) \text{ von } x=-u \text{ bis } x=-\varepsilon \\
 &= +4\pi\rho(x + \varepsilon_1) \quad " \quad x=-\varepsilon \quad " \quad x=-\varepsilon_1 \\
 &= 0 \quad " \quad x=-\varepsilon_1 \quad " \quad x=+\varepsilon_1 \\
 &= +4\pi\rho(x - \varepsilon_1) \quad " \quad x=+\varepsilon_1 \quad " \quad x=+\varepsilon \\
 &= +4\pi\rho(\varepsilon - \varepsilon_1) \quad " \quad x=+\varepsilon \quad " \quad x=+u
 \end{aligned}$$

Man überzeugt sich leicht, daß der Einfluß auf die Potentialwerthe auf die Belegungen A und B genau derselbe bleibt, welchen Platz man auch der eingeschalteten Platte zwischen A und B anweisen mag, wenn sie nur diesen parallel bleibt und die gleiche Dicke $2\varepsilon_1$ behält.

Für die geometrische Construction des Verlaufs des Potentials in unserem Falle ergibt sich folgende Regel: Man verbinde die Endpunkte der Ordinaten, Fig. 2, Taf. III, $-a$ und $+b$ (wobei $a=b$), welche zu den Werthen $-4\pi\rho\varepsilon$ und $+4\pi\rho\varepsilon$ gehören, durch eine Gerade, d. h. man construirt die Potentialcurve für die beiden äußeren Platten allein, dann ziehe man durch den Punkt, in welchem diese Linie die Halbirungsebene der eingeschalteten Platte schneidet, eine Gerade der Abscissenaxe parallel bis an die Gränzflächen A_1 und B_1 , von den beiden Endpunkten derselben (a_1 und b_1) Parallele mit ab , welche die Scheiben A und B in a' und b' treffen sollen, so ist die gebrochene Gerade

$$a'a_1b_1b'$$

die Curve, deren Ordinaten den Gang des Potentials zwischen A und B darstellen.

Ganz analog stellen sich die Dinge, wenn man sich eine Reihe leitender, von einander isolirter Schichten eingeschaltet denkt, deren Dicken $2\varepsilon_1, 2\varepsilon_2 \dots 2\varepsilon_n$ seyn sollen.

Man erhält alsdann für V auf A und B

$$-4\pi\rho\left(\varepsilon - \sum_{n=1}^{n=\nu} \varepsilon_n\right)$$

$$\text{und } + 4\pi\rho \left(\varepsilon - \sum_{n=1}^{n=\nu} \varepsilon_n \right)$$

wo ν die Anzahl der Schichten bezeichnet.

Es ist also für den Werth des Potentials auf den Oberflächen A und B ganz einerlei, ob man eine Anzahl von parallelen leitenden, wechselseitig isolirten Schichten zwischen den Belegungen anbringt, oder eine einzige, die eben so dick ist als alle übrigen zusammengenommen.

Nimmt man an, man habe an der Stelle der leitenden Schichten, deren Gränzflächen also stets mit Elektrizität von den Dichtigkeiten $+\rho$ und $-\rho$ bedeckt seyn müssen, eine Anzahl theils $+$ theils $-$ elektrischer Schichten mit den beziehungsweisen Dichtigkeiten $-\rho_1, +\rho_1; -\rho_2, +\rho_2 \dots -\rho_\nu, +\rho_\nu$ und den dazu gehörigen Entfernungen $2\varepsilon_1, 2\varepsilon_2 \dots 2\varepsilon_\nu$, so gehen die obigen Formeln für V auf A und B über in

$$- 4\pi \left(\rho \varepsilon - \sum_{n=1}^{n=\nu} \rho_n \varepsilon_n \right)$$

$$\text{und } + 4\pi \left(\rho \varepsilon - \sum_{n=1}^{n=\nu} \rho_n \varepsilon_n \right)$$

§ 3.

Gang des Potentials bei einer geladenen Franklin'schen Tafel, deren eine Belegung leitend mit der Erde verbunden ist.

Bisher war angenommen, daß die Potentialwerthe auf den Belegungen gleich und entgegengesetzt seyen, also die auf ihnen vorhandenen Elektrizitätsmengen $+Q$ und $-Q$.

In der Praxis hat man es aber meist mit dem Falle zu thun, wo die eine Belegung mit der Erde verbunden, das Potential auf ihr mithin gleich 0 ist.

Versuchen wir die oben gewonnenen Resultate auch bei dieser Anordnung nutzbar zu machen.

Als auf den Belegungen die Quantitäten $+Q$ und $-Q$

verbreitet waren mit den entsprechenden Dichtigkeiten $+\rho$ und $-\rho$, war das Potential

$$\begin{aligned} V &= -4\pi\rho\varepsilon \text{ von } x = -u \text{ bis } x = -\varepsilon \\ &= +4\pi\rho x \quad " \quad x = -\varepsilon \quad " \quad x = +\varepsilon \\ &= +4\pi\rho\varepsilon \quad " \quad x = +\varepsilon \quad " \quad x = +u \end{aligned}$$

Denkt man sich nun auf der Fläche A eine Quantität $-Q'$ abgelagert, d. h. denkt man sich Q seinem absoluten Werthe nach der Art vermindert, daß das Potential auf A gleich 0 wird, so ist dieß offenbar dasselbe, als ob diese Belegung mit der Erde verbunden wäre, während sich auf der anderen die Quantität $-Q$ befindet.

Mit der Kenntniß der dem Q' entsprechenden Dichtigkeit ρ' ist also auch die des Ganges des Potentials unter den betreffenden Umständen gewonnen.

Sucht man ρ' zu bestimmen, so erhält man

$$\rho' = \frac{2\rho\varepsilon}{R}$$

und nun durch Substitution in die obigen Formeln

$$\begin{aligned} V &= 0 \quad \text{von } x = -u \text{ bis } x = -\varepsilon \\ V &= 4\pi\rho(\varepsilon + x) \quad " \quad x = -\varepsilon \quad " \quad x = +\varepsilon \\ V &= 4\pi\rho\varepsilon \quad " \quad x = +\varepsilon \quad " \quad x = +u \end{aligned}$$

Man sieht hieraus, daß, was sich schon vermuthen liefs, da ja nur eine lineare Function zu addiren war, die Curve, die den Gang des Potentials darstellt, einfach um das Stück $4\pi\rho$ gegen die Abscissenaxe zu verschoben wird, so daß jetzt der Abscisse $-x$ der gebrochenen Linie die Ordinate 0 entspricht.

Hieraus folgt, daß sich auf der einen Belegung, auf der nicht mit der Erde verbundenen, mehr Electricität befindet als auf der anderen.

Hat diese Belegung eine endliche Dicke, so läßt sich schon von vorn herein erwarten, daß sich der Ueberschuß auf die vom Isolator abgewandte Seite, auf die Fläche B , begeben wird.

Wenn elektrische Schichten zwischen den Belegungen vorhanden sind, so daß man als Potentialwerthe auf den Belegungen.

$$- 4\pi \left(\rho \varepsilon - \sum_{n=1}^{n=\nu} \rho_n \varepsilon_n \right)$$

und

$$+ 4\pi \left(\rho \varepsilon - \sum_{n=1}^{n=\nu} \rho_n \varepsilon_n \right)$$

hatte, verändern sich diese für den Fall, daß A mit der Erde verbunden wird, in

$$V = 0 \text{ auf } A$$

$$V = \pm 8\pi \left(\rho \varepsilon - \sum_{n=1}^{n=\nu} \rho_n \varepsilon_n \right).$$

Nach dem Bisherigen hält es nicht schwer, die Elektrizitätsmengen zu bestimmen, welche entfernt oder zugeführt werden, wenn auch die Belegung B mit der Erde verbunden wird, d. h. die Größe der von Kohlrausch so benannten »disponiblen Ladung«.

Wenn keine Zwischenschichten vorhanden sind, so versteht es sich von selbst, daß diese Menge gleich ist der gesamten auf B vorhandenen Elektrizität.

Ebenso, wenn die Zwischenschichten vollkommen leitend sind, so daß in demselben Momente, wo die Scheidungskraft von außen verschwindet, auch sämtliche Elektrizitäten im Innern sich wieder verbinden.

Sind aber elektrische Zwischenschichten vorhanden, bei welchen eine Verbindung der geschiedenen Elektrizitäten nicht möglich ist, so muß der Belegung B entweder eine Quantität $-$ Elektrizität entzogen, oder eine Quantität $+$ Elektrizität zugeführt werden, welche für sich allein das Potential

$$8\pi [\rho \varepsilon - \sum \rho_n \varepsilon_n]$$

hervorbringen würde.

Zwischen dieser Menge Q' und der wirklich vorhandenen Q besteht mithin die Relation

$$8\pi \frac{\rho \varepsilon - \sum \rho_n \varepsilon_n}{\varepsilon} : 8\pi Q = Q' : Q.$$

Man sieht hieraus:

Wenn zwischen den Belegungen parallele elektrische Schichten vorhanden sind, so wird durch die Entladung nicht alle auf B vorhandene Elektricität entfernt, sondern nur ein Theil derselben, und diesen nennt Kohlrausch disponible Ladung.

Bezeichnet man $8\pi q\epsilon$ durch V ,

$8\pi [q\epsilon - \sum q_n \epsilon_n]$ durch V' ,

so erhält man

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{V'}{V} = \frac{L'}{L},$$

wenn man durch L die disponible Ladung bezeichnet, und, falls man sie als Function der Zeit auffasst (wie es später geschehen soll), den Werth derselben nach der Zeit t durch L .

Man gelangt mithin zu dem Satze:

Die disponible Ladung ist bei derselben Entfernung der Belegungen stets dem Potentialwerth proportional.

Das Produkt $\epsilon_n q_n$ ist offenbar das, was Kohlrausch das elektrostatische Moment der Schicht n auf die Oberfläche nennt.

Das elektrostatische Moment zweier entgegengesetzt elektrischen Schichten auf die Oberflächen ist mithin gleich dem Produkte aus der Dichtigkeit in die halbe Scheidungsweite.

II.

Anwendung der gewonnenen Sätze auf das Studium der Rückstandsbildung.

§ 4.

Messung des Potentialwerthes mit dem Sinuselektrometer.

Im Vorhergehenden wurden die Principien aufgestellt, auf welchen eine Theorie der Rückstandsbildung fußen müßte. Bei allen diesen Entwicklungen wurde meist nur der Gang der Potentialfunction ins Auge gefaßt. In welchem Verhältnisse stehen aber die Werthe dieser Function zu den Größen, die man factisch messen kann?

Zu den Beobachtungen der Rückstanderscheinungen

bediente sich Kohlrausch des von ihm erfundenen Sinuselektrometers, eines Instrumentes, welches auch jetzt noch für ähnliche Untersuchungen wohl das geeignetste ist.

Von den damit gemessenen Größen sagt er, sie seyen der Spannung am Knopfe der Flasche, oder auch der disponiblen Ladung proportional. Letzteres giebt einen klaren Sinn, so lange man bei demselben Ladungsapparate, d. h. bei derselben Tafel oder Flasche bleibt; dem ersteren Ausdruck hingegen eine präzise Deutung unterzulegen, fällt schwer.

Um eine bessere Einsicht in diese Verhältnisse zu gewinnen, soll die Einrichtung des Sinuselektrometers hier einer kurzen Betrachtung unterworfen werden¹⁾.

Fürs Erste ist zu berücksichtigen, daß der eigentliche Meßapparat in ein vollkommen leitendes, mit der Erde verbundenes Gehäuse eingeschlossen ist, daß also alle Anziehungs- und Abstofsungserscheinungen im Innern durchaus nicht beeinflusst werden von allenfalls vorhandenen geladenen Conductoren außerhalb dieser Schale²⁾.

Die im Innern des Gehäuses eintretenden Erscheinungen finden also, wenn verschiedene geladene Apparate mit dem Instrumente verbunden sind, gerade so statt, als ob die letzteren in unendlicher Entfernung sich befänden und nur durch einen unendlich dünnen Draht mit dem Elektrometer communicirten.

Nun hat aber Kohlrausch gezeigt, daß, wenn man in der vorgeschriebenen Weise einstellt und abliest, die Quadratwurzeln aus den Sinussen der Ablenkungswinkel proportional sind den über die abstofsenden Arme und über die Nadel verbreiteten Elektricitätsmengen; vorausgesetzt, daß das Kreuz, d. h. der Winkel zwischen Nadel und Arm, dasselbe bleibe.

Man hat also ein System von stets gleichbleibender Gestalt durch einen unendlich dünnen Draht (wenn man den

1) Poggendorff's Annalen Bd. 88, S. 497.

2) Green in Crelle's Journal Bd. 47, S. 167.

Poggendorff's Annal Bd. CXIV.

Fall schematisch faßt) mit unendlich weit entfernten Conductoren verbunden, und mißt Gröſsen, die den über das System verbreiteten Elektricitätsmengen proportional sind.

Denkt man sich mit einem solchen System der Reihe nach verschiedene und verschieden geladene Conductoren auf die eben angegebene Weise verbunden, so fragt es sich nun, wann die über dasselbe verbreiteten Elektricitätsmengen die gleichen seyn werden.

Aus einer einfachen Betrachtung erhellet, daſs dieſs der Fall seyn wird, so oft der ganze Conductorencomplex zu demselben Potential geladen ist.

Denn sey $d\sigma$ das Flächenelement, ρ die Dichtigkeit der daselbst aufgehäuften Elektricität und r die Entfernung desselben von einem beliebigen Punkte p im Innern der Leiter, so muß

$$V = \int \frac{\rho d\sigma}{r}$$

ausgedehnt über die ganze Oberfläche mit einander verbundenen Conductoren einen constanten Werth haben für jede Lage des Punktes p .

Beziehen sich nun die einfach accentuirten Buchstaben auf die Theile innerhalb des Gehäuses, die mit doppelten Accenten auf die auſserhalb befindlichen, so ist das Potential

$$V = \int \frac{\rho' d\sigma'}{r'} + \int \frac{\rho'' d\sigma''}{r''}$$

wenn man die Integrale über die entsprechenden Oberflächen ausdehnt.

Für einen Punkt innerhalb des Gehäuses ist

$$\int \frac{\rho'' d\sigma''}{r''} = 0,$$

da ja r'' dann stets unendlich groß zu setzen ist, und umgekehrt ist

$$\int \frac{\rho' d\sigma'}{r'} = 0$$

für jeden auſserhalb liegenden Punkt.

Da aber der Werth V für jeden Punkt der verbundenen

Leiter constant ist, so muß

$$\int \frac{\varphi' d\sigma'}{r'}$$

für Punkte innerhalb $= V$ seyn,

$$\int \frac{\varphi'' d\sigma''}{r''}$$

für Punkte außerhalb $= V$ seyn.

So oft aber für ein und dasselbe System das Potential denselben Werth hat, müssen auch die darüber verbreiteten Elektricitätsmengen dieselben seyn; es muß daher über die Theile innerhalb des Gehäuses stets dieselbe Elektricitätsmenge verbreitet seyn, so oft der ganze Conductorencomplex zu demselben Potentialwerthe geladen ist.

Es sind aber bei einem System von gleichbleibender Gestalt auch die darüber verbreiteten Elektricitätsmengen dem Potential proportional, und da man mit dem Sinuselektrometer Größen mißt, die den ersteren proportional sind, so kommt man zu dem Satze:

Man mißt mit dem Sinuselektrometer Größen, welche dem Potentialwerthe, zu dem die mit einander verbundenen Leiter geladen sind, proportional sind.

Man überzeugt sich durch genauere Betrachtung der Methode, nach welcher die bei verschiedenen Kreuzen gemachten Messungen reducirt werden, daß dieser Satz auch bei Anwendung verschiedener Kreuze richtig bleibt.

Aus dieser Untersuchung geht auch hervor, daß man durch eine einzige Beobachtung alle Angaben ein und desselben Sinuselektrometers auf *absolute Maafs* zurückführen kann.

Man braucht nur einen Ladungsapparat von bekannten Dimensionen, z. B. eine Kugel oder eine Franklin'sche Tafel mit kreisförmigen Belegungen mit dem Sinuselektrometer zu verbinden, die Angabe des Instrumentes zu notiren, und dann den geladenen Conductor durch ein zu absoluten Messungen eingerichtetes Galvanometer zu entladen.

Gesetzt man hätte dies mit einer Kugel ausgeführt, so kennt man, wenn R der Radius ist, den Potentialwerth

$V = -4\pi\rho R$ nach Angabe des Sinuselektrometers, d. i. nach einem willkürlichen Maafse, aber auch die auf der Kugel angesammelte Quantität

$E = 4\pi\rho R^2$ und zwar nach absolutem Maafse.

Man braucht diese Zahl nur durch R zu dividiren, um den Potentialwerth nach demselben Maafse ausgedrückt zu erhalten.

Es ist mithin $V = \frac{E}{R}$, wenn man vom Zeichen absieht.

Für $E = 1$ und $R = 1$ wird also auch V gleich 1, es ist also

das Maafs des Potentialwerthes der einer Kugel vom Radius 1, geladen mit der Elektricitätsmenge 1.

§ 5.

Hypothesen der Rückstandsbildung.

a) Scheidung im Innern.

Nach Fixirung der Begriffe, welche bei geladenen Franklin'schen Tafeln eine Rolle spielen, sind wir im Stande die verschiedenen Hypothesen, welche über die Bildung des elektrischen Rückstandes aufgestellt worden sind, einer genaueren Betrachtung zu unterwerfen, und die aus ihnen sich ergebenden Folgerungen mit Schärfe zu ziehen.

Die Hypothesen, durch welche sich die Thatsachen erklären lassen, zerfallen wesentlich in zwei Klassen.

Nach der einen wird angenommen, daß die auf den Oberflächen vorhandenen Elektricitäten im Innern des Isolators Scheidungen hervorbringen, wodurch auf die Oberflächen ein elektrostatisches Moment ausgeübt und dadurch der Potentialwerth herabgedrückt wird.

Die langsam erfolgende Wiederverbindung der im Isolator geschiedenen Elektricitäten würde dann die wieder auftretenden Rückstände bedingen.

Nach der zweiten Hypothese bildet man sich von den sogenannten Nichtleitern eine ganz ähnliche Vorstellung, wie von den vollkommenen Conductoren, man nimmt an, daß durch den ganzen Körper hindurch unablässig elektri-

sche Scheidung und Wiederverbindung stattfindet, also gewissermaßen ein elektrischer Strom entstehe, daß jedoch alle Bewegungen im Isolator weit langsamer vor sich gehen, als im Leiter.

Der genauere Nachweis, wie sich auf diese Art die Erscheinungen erklären lassen, soll weiter unten geliefert werden.

Unter die erste Gruppe von Hypothesen gehört die von Kohlrausch weiter verfolgte; sie soll zuerst einer schärferen Kritik unterworfen und die Schlüsse aus ihr gezogen werden, jedoch nur so weit, als dies ohne irgend welche Annahme über das Gesetz, nach welchem die angeblichen Scheidungen erfolgen, möglich ist.

Die Scheidungen im Innern denkt man sich entweder erst hervorgebracht durch die von den geladenen Belegungen ausgeübte Scheidungskraft, oder man stellt sich vor, die Elektricitäten seyen bereits in den kleinsten Theilchen des Isolators geschieden, diese jedoch so geordnet, daß eine Wirkung nach Außen nicht dadurch hervorgebracht wird, bis sie durch eine eben daher stammende Kraft gedreht werden. Letztere Ansicht ist die von Kohlrausch aufgestellte. Aus dem Folgenden wird ersichtlich seyn, daß diese beiden Modificationen wesentlich auf dasselbe hinauskommen.

Legt man einstweilen die erste Annahme zu Grunde, so läßt sich für die weitere Untersuchung offenbar das obige Schema benutzen, wo zwischen den beiden geladenen Belegungen eine Reihe von einander isolirter leitender Schichten eingeschaltet gedacht wurde.

Denn auf jedes Partikelchen zwischen den Belegungen wirkt die gleiche Scheidungskraft, man hat also durch die ganze Masse hindurch Paare von gleich großen positiven und negativen Elektricitätsmengen zur gleichen Entfernung geschieden.

Von diesen Paaren werden wegen der Annahme von Homogenität des Körpers stets unendlich viele in irgend eine zwischen den Belegungen befindliche, diesen parallele Ebene zu liegen kommen.

Dies ist aber der eben erwähnte schematische Fall.

Der Potentialwerth auf B ist alsdann

$$8\pi\rho[\varepsilon - \Sigma\varepsilon_n].$$

Hier ist natürlich ε_n als eine Function von t , d. i. von der Zeit aufzufassen, da die Scheidung erst allmählich eintritt; wir können also, wenn ε'_n die grösste mögliche Scheidungsweite ist, die nach Kohlrausch's Annahme nach unendlich langer Zeit erreicht wird, schreiben:

$$L_t = 8\pi\rho[\varepsilon - \Sigma\varepsilon'_n f t],$$

wenn, wie schon oben erwähnt, L_t die disponible Ladung nach der Zeit t ist, und $f(0) = 0$ während $f(\infty) = 1$ ist, und $f t$ immer zwischen diesen beiden Grenzwerten bleibt.

Hieraus leuchtet ein, dafs wenn die Erscheinungen der Rückstandsbildung wirklich durch Scheidungen im Isolator erklärt werden sollen,

die Summe der Scheidungsweiten zu der Dicke der Platten in endlichem Verhältnisse stehen mufs.

Mit anderen Worten:

Die Entfernung der in einem kleinsten Theilchen geschiedenen Elektricitäten mufs endlich seyn gegen die Entfernung dieser Theilchen von einander.

Etwas anders stellen sich diese Verhältnisse, wenn man die Elektricitäten bereits als geschieden voraussetzt.

Dann hat man die Formel:

$$8\pi[\varepsilon\rho - \Sigma\rho_n\varepsilon_n\cos\alpha_n]$$

in Betracht zu ziehen, wo α_n der Winkel ist, den die Verbindungslinie der im n^{ten} Theilchen geschiedenen Elektricitäten mit der beide Belegungen verbindenden Normalen bildet.

Eigentlich müfste man ein Integral betrachten, da sich nicht annehmen läfst, dafs der Winkel α für alle Theilchen auf derselben den Belegungen parallelen Ebene der gleiche sey, aber es handelt sich ja hier nur um den Umstand, dafs jetzt nicht mehr ε der oben aufgestellten Bedingung genügen mufs, sondern dafs man ε_n beliebig klein nehmen kann, wenn man nur ρ_n in gleichem Maafse gröfser nimmt, da nur das Produkt $\rho_n\varepsilon_n$ vorkommt.

Doch werden sich die übrigen Consequenzen eben so, wie bei der obigen Hypothese gestalten.

Kohlrausch führt auf Seite 77 seiner Arbeit einen entscheidenden Versuch für den Satz an, *dafs die in gleichen Zeiten gebildeten Rückstände bei derselben Flasche stets den ursprünglichen Ladungen proportional seyn*, d. h. dafs in der Formel

$$8\pi\varrho [\varepsilon - \Sigma \varepsilon' . ft]$$

ft eine Function der Zeit sey, welche ϱ nicht als Constante enthält.

Mit anderen Worten heifst diels: nach gleichen Zeiten sind die Scheidungsweiten stets dieselben, möge die darauf wirkende Kraft stark oder schwach seyn, nur die Mengen der geschiedenen Elektricitäten sind verschieden.

Denkt man sich nun die Tafel bei sonst gleichen Dimensionen n mal dicker genommen, so müssen doch auf einer die beiden Belegungen verbindenden Normalen n mal so viele Theilchen liegen, in denen Scheidung eintritt, d. h. es müssen n mal so viele Schichten vorhanden seyn; man hat also nicht nur $m\varepsilon$, sondern auch $m\Sigma \varepsilon' . ft$ zu setzen, und so kommt also

$$\begin{aligned} L_1 &= 8\pi\varrho [m\varepsilon - m\Sigma \varepsilon' . ft] \\ &= 8\pi\varrho m [\varepsilon - \Sigma \varepsilon' . ft] \end{aligned}$$

bei der dicken Platte, während bei der dünnen die Relation

$$L_0 = 8\pi\varrho [\varepsilon - \Sigma \varepsilon' . ft]$$

besteht.

Wenn man in ersterem Falle statt ϱ den Werth $\frac{\varrho}{m}$ setzt, also beide Tafeln zu dem gleichen L_0 geladen denkt, so erhält man als Gesetz für die Rückstandsbildung in beiden Fällen

$$L_1 = 8\pi\varrho [\varepsilon - \Sigma \varepsilon' . ft] = L_0 \left[1 - \frac{\Sigma \varepsilon' . ft}{\varepsilon} \right].$$

Es folgt also aus der Annahme der im Isolator stattfindenden Scheidung:

Bei Franklin'schen Tafeln von gleichem Material und im Uebrigen gleichen Dimensionen, aber von verschiedener

Dicke mufs der Gang des Potentials auf den Belegungen durch dieselbe Function der Zeit und des Anfangswerthes L_0 dargestellt werden.

Es liefs sich dieser Satz schon aus dem Umstande, dafs bei der n mal so dicken Tafel auf jedes Theilchen nur der n Theil der Kraft wirkt, wie bei einer der von der einfachen Dicke, die zu demselben Potentialwerth geladen ist, vermuthen.

Eine geometrische Repräsentation des Satzes ergibt sich von selbst.

Ganz eng an diesen Satz schliefsst sich ein zweiter ebenfalls äufserst einfacher an.

Denkt man sich nämlich die Franklin'sche Tafel aus mehreren Stücken bestehend, d. h. aus parallelen isolirenden Platten und zwischen diese mehr oder weniger gut isolirenden Schichten eingeschaltet, deren Dicken durch $2\varepsilon_p$, $2\varepsilon_s$ u. s. w. repräsentirt werden sollen, so folgt

$$L_t = 8\pi q [\varepsilon - \sum \varepsilon'_p ft - \sum \varepsilon_s Ft],$$

wo Ft eine Function bedeutet, welche immer zwischen 0 und 1 liegen mufs, welche beide Gränzwerte den Fällen eines vollkommenen Isolators und eines vollkommenen Leiters entsprechen. Im Allgemeinen ist aber Ft eine Function der Zeit, wie schon die Bezeichnung andeutet.

Es leuchtet ein, dafs der Einflufs dieser Schichten um so geringer seyn wird, je dünner sie sind und je kleiner das zweite Glied ist, d. h. je kürzer die seit dem Momente der Ladung verflossene Zeit.

Unter allen Bedingungen ist aber der grösstmögliche Einflufs, den diese Schichten in dem einen oder anderen Sinne ausüben können, leicht zu berechnen.

Man erhält mithin den Satz:

Sehr dünne Schichten von Substanzen, welche sich hinsichtlich ihres Isolationsvermögens anders verhalten als der Hauptisolator, können, wenn sie zwischen die beiden Belegungen gebracht werden, sey es, dafs sie den Hauptisolator von den Belegungen trennen, sey es, dafs sie ihn in mehrere

parallele Platten theilen, auf das Phänomen der Rückstandsbildung wenig oder fast gar keinen Einfluß haben.

§. 6.

Hypothese des Eindringens.

Außer der Kohlrausch'schen Hypothese, giebt es noch eine andere, die ältere, durch welche sich die Erscheinungen erklären lassen.

Nach dieser letzteren nimmt man nämlich an, daß der sogenannte Nichtleiter nur ein schlechter Leiter sey, d. h. daß auch in ihm Bewegungen der Elektricitäten möglich seyen, aber nur weit langsamer als im Leiter.

Bei dieser Vorstellung ist ein Eindringen der auf den Belegungen vorhandenen Elektricitätsmengen ins Innere des Isolators, und dadurch hervorgebrachtes Sinken des Potentials auf den Platten nothwendige Folge.

Nach stattgehabter Entladung ist man durchaus nicht genöthigt, anzunehmen, daß die Glastheilchen vermöge einer ihnen eigenen Repulsivkraft die Elektricitäten wieder herauspressen, sondern man braucht sich nur zu denken, daß die jetzt auf den Platten abgelagerten Elektricitätsmengen entgegengesetzter Art, welche dazu verwandt wurden, den Potentialwerth auf 0 zu bringen, auch wieder nach demselben Gesetze eindringen, so daß für das Wiederauftreten ganz dieselben Formeln Geltung hätten, welche sich aus der andern Hypothese ergeben.

Im Widerspruche mit der Scheidungshypothese würde bei der Annahme des Eindringens ein Einfluß der Dicke des Isolators auf das Gesetz der Rückstandsbildung äußerst wahrscheinlich seyn.

Denn stellt man sich einmal zwei sonst gleiche Tafeln vor, deren eine n mal so dick ist, wie die andere, aber auch zum n fachen Potentialwerth geladen, also mit derselben Elektricitätsmenge, so wirkt doch in beiden allenthalben dieselbe Kraft. Sollte nun nach gleichen Zeiten der Potentialwerth in beiden Fällen um den gleichen Theil des Anfangswerthes sinken, so müßten doch im Allgemeinen

die Schichten mit gleicher Dichtigkeit bei der n mal so dicken Platte den n fachen Weg zurückgelegt haben.

Man überzeugt sich hiervon leicht, wenn man die auf den Belegungen vorhandenen Elektricitäten in Schichten nach innen rücken läßt; dann sieht man sogleich, daß die Verrückung der Schichten in gleichen Zeiten immer den Entfernungen der Belegungen proportional seyn muß, wenn in beiden Fällen proportionale Depression der Potentialwerthe stattfinden soll.

Da man aber nicht einsieht, weshalb bei gleichen wirkenden Kräften und gleichen Elektricitätsmengen die letzteren ungleiche Wege zurücklegen sollten, so wird ein Einfluß der Dicke auf den Gang des Potentials sehr wahrscheinlich.

Beinahe von selbst verständlich ist, daß eine Schicht einer fremden Substanz zwischen Belegung und Isolator, also z. B. das Bindemittel oder die Oberfläche des Isolators selbst, nach dieser Hypothese einen bedeutenden Einfluß muß erlangen können.

Ist das Bindemittel leitend, dann hat man eben einfach eine dünnere Tafel, ist es aber isolirend und setzt es z. B. der eindringenden Elektricität einen größeren Widerstand entgegen als der Hauptisolator, so werden dadurch offenbar die Erscheinungen der Rückstandsbildung verlangsamt werden müssen.

Ebenso läßt sich vermuthen, daß, wenn diese Ansicht die richtige ist, dünne Zwischenschichten, welche den Hauptisolator in mehrere Platten theilen, je nachdem einen ziemlich bedeutenden Einfluß ausüben werden. Denn legt man z. B. zwei auf beiden Seiten mit gleichen Belegungen versehene Franklin'sche Tafeln aufeinander, so wird, wenn das Gesetz über den Gang des Potentials bei der einen ausgedrückt wird, durch

$$L_t = L_0 \varphi t,$$

bei der andern durch

$$L_t = L_0 \varphi_1 t,$$

die Veränderung, welche beide zusammen erfahren, durch das Gesetz

$$L_t = L_0 [\varphi t + \varphi_1 t],$$

oder, nach dem bekannten Grundgesetz der Proportionalität zwischen der disponiblen Ladung in jedem Moment und dem Anfangswerth, durch

$$L_t = \frac{L_0}{2} [\varphi t + \varphi_1 t]$$

dargestellt.

Sey die eine Belegung der Tafel, auf welche sich φt bezieht, mit der Erde in Verbindung, die andere Belegung mit Elektrizität geladen worden, welcher der Werth L_0 entsprach, so wird nach der Zeit t der Potentialwerth auf dieser Belegung ausgedrückt durch $L_0 \varphi t$. Auf dieser letzteren Belegung soll nun die andere Tafel liegen. Da ist fürs Erste klar, dafs auf keinen Punkt des Raumes, in welchem diese zweite Tafel sich befindet, von der ersten eine Kraft ausgeübt wird; nur das Potential wird in diesem ganzen Raume stets um $L_0 \varphi t$ erhöht werden. Würde nun der zweiten Tafel auf der von der ersten abgewandten Belegung eine Elektrizitätsmenge L_0 mitgetheilt, während ihre andere Belegung mit $-L_0$ geladen wurde, und dann sofort auf die erste Tafel gelegt, so wird doch auch diese zweite Tafel keine Kraft ausüben auf Punkte der ersten.

Das Potential wird mithin auf der oberen Belegung der ersten und auf der unteren Belegung der zweiten Tafel immer den Werth $L_0 \varphi t$ behalten, und der Unterschied zwischen dem Potential auf der oberen Belegung der zweiten Tafel und auf deren unteren mufs immer $L_0 \varphi_1 t$ seyn, mithin das Potential auf der oberen Belegung

$$L_0 (\varphi t + \varphi_1 t).$$

Sind die beiden Tafeln einander gleich, so folgt daraus

$$2L_0 (\varphi t)$$

oder

$$L_0 (\varphi t).$$

Eine doppelt so dicke Tafel hätte aber wahrscheinlich ein anderes Gesetz für den Gang der Ladung.

Man sieht hieraus:

Abhängigkeit des Gesetzes der Rückstandsbildung von der Dicke der Tafel bedingt auch einen Einfluss eingeschalteter Schichten.

Denn als eine solche können wir doch die beiden in Berührung befindlichen Belegungen ansehen ¹⁾.

Denkt man sich die Schicht in ihrem Verhalten sich dem Isolator nähern, so wird man sich hiemit dem Falle einer dickeren Tafel nähern, und nimmt man schliesslich sogar an, daß die Schicht ein besseres Isolationsvermögen habe als der Hauptisolator, so kann dieser Fall noch überschritten werden, da die allenfallsige Verbindung in der Mitte erschwert werden würde.

Will man jedoch durchaus an der Vorstellung der molecularen Scheidungen festhalten, so kann man auch aus dieser nach Einführung einiger Modificationen, die eben erhaltenen Consequenzen ziehen.

Man braucht nämlich nur anzunehmen, daß die Scheidung nicht gleichzeitig durch den ganzen Isolator hindurch eintrete, d. h. nicht sowohl durch die Kraft, welche von den auf den Belegungen angesammelten Elektrizitätsmengen auf jeden Punkt direct ausgeübt wird, als vielmehr durch eine Wirkung von Schicht auf Schicht hervorgebracht wird.

Dann müßte die Scheidung zuerst in den Theilen eintreten, welche den Belegungen am nächsten liegen, und erst allmählich nach innen weiter schreiten.

Diese Vorstellung ist der von der Fortpflanzung der Wärme durch feste Körper analog.

- 1) Es könnte für einen Augenblick unwahrscheinlich klingen, wenn man behauptet, daß sogar eine unendlich dünne Zwischenschicht einen bedeutenden Einfluss äußere auf die Bewegung der Elektrizitäten im Innern einer Franklin'schen Tafel; doch verschwindet diese Unwahrscheinlichkeit sofort, wenn man sich nur erinnert, daß jeder Leiter, wie klein und dünn er auch seyn möge, als ein unerschöpfliches Reservoir für beide Elektrizitäten muß angesehen werden, welche er in unendlichen Mengen liefern kann, so lange nur die nöthigen Scheidungskräfte auf ihn wirken.

Ferner muß man aber dann auch noch zulassen, daß von einem Molecül zum andern Verbindung der entgegengesetzten Elektricitäten möglich sey, denn sonst könnte man die obenerwähnte Thatsache, daß es Leydener Flaschen giebt, die sich nicht laden lassen, durchaus nicht erklären.

Macht man aber diese Modificationen, so hat man schließlich doch wieder nichts anderes als Fortschreiten der Elektricität von außen nach innen d. h. Eindringen.

III.

Kurze Uebersicht über den Gang der Experimental-Untersuchung und Auszüge aus einigen Beobachtungsreihen.

Die oben angestellten allgemeinen Betrachtungen über die Consequenzen, welche aus den verschiedenen Hypothesen über die Rückstandsbildung fließen, haben hauptsächlich auf zwei Punkte geführt, deren experimentelle Begründung eine Entscheidung zwischen den verschiedenen Hypothesen herbeiführen muß.

Die beiden Hauptfragen; die durch den Versuch entschieden werden müssen, sind:

Hat das Bindemittel einen Einfluß auf das Gesetz der Rückstandsbildung?

Ist dieß Gesetz das gleiche bei Tafeln verschiedener Dicke, aber von gleicher Substanz, oder findet eine Abhängigkeit von der Dicke statt?

Mit der letzteren in engen Zusammenhang steht auch die nach dem Einflusse eingeschalteter Schichten.

Auf die Lösung dieser Fragen waren meine Bemühungen gerichtet.

Was den Einfluß des Bindemittels und den von eingeschalteten Schichten betrifft, so glaube ich die Existenz eines solchen constatirt zu haben.

Eine Abhängigkeit der Rückstandcurve von der Dicke wurde durch meine Versuche sehr wahrscheinlich, und zwar in dem oben vermutheten Sinne.

Doch war es mir bisher unmöglich, den Versuchen in dieser Hinsicht auch nur die zur einfachen Constatirung

der Thatsache nöthige Genauigkeit zu geben und hinreichend constante Resultate zu erhalten.

Sobald ein Einfluß des Bindemittels, der Oberflächenbeschaffenheit, nachgewiesen war, liefs sich eigentlich schon voraussehen, daß die Erreichung constanter Resultate mit den größten Schwierigkeiten verbunden seyn müsse, da man es mit sehr schwer bestimmbaren Factoren zu thun hat.

Die Hoffnung, den Einfluß der Dicke durch Aufeinanderlegen verschiedener Platten, von denen nur die äußersten belegt waren¹⁾, zu erforschen, mußte aufgegeben werden, sobald die Beschaffenheit der Trennungsflächen modificirend auf die Erscheinungen einwirkte.

Glasplatten von verschiedener Dicke können kein Resultat geben, da man nicht voraussetzen kann, daß man zwei wirklich ganz aus der gleichen Mischung und auf gleiche Weise bereitete vor sich habe, und es bekannt ist, wie große Differenzen verschiedene Gläser hinsichtlich der Rückstandsbildung darbieten.

Es bleibt also nichts übrig, als sich Tafeln von anderen isolirenden Substanzen zu verschaffen, bei denen man Homogenität voraussetzen kann, z. B. von Wachs oder Stearin.

1) Bei Versuchen mit solchen Platten fand ich, daß selbst bei ganz trockenen Glasplatten, die auf ihren äußeren Seiten mit Belegungen versehen sind, wenn man die letzteren ladet, auf den Trennungsflächen beider sich Influenzelektricität ablagert, deren Wiedervereinigung beim Auseinandernehmen unter lebhaftem Knistern erfolgt, eine Erscheinung, die die von Gaugain ausgesprochene Ansicht hinsichtlich des Funkenüberspringens zwischen zwei einseitig belegten Glasplatten, welche in den Schließungsbogen des Ruhmkorff'schen Inductionsapparates eingeschaltet sind, unzweideutig bestätigt. Ich führe dies hier an, weil du Moncel in seiner Schrift über den Ruhmkorff'schen Inductionsapparat (deutsch von Bromeis und Bockelmann. Frankfurt a. M. Sauerländer 1857) sagt: »Hr. Gaugain glaubt, daß die Luftschicht zwischen den Platten durch Vertheilung elektrisch werde . . . Es ist jedoch vielleicht etwas gewagt anzunehmen, daß eine isolirende Substanz, wie die Luft, durch Vertheilung elektrisch werden könne.« — Giebt es nicht auf jeder Oberfläche genug Staubtheilchen oder verdichtete Dünste, um als Halbleiter zu dienen?

An Wachstafeln habe ich auch experimentirt, jedoch ist es mir weder gelungen, damit constante Resultate zu erhalten, noch auch zu sondern, wie weit diese Veränderungen von solchen im Bindemittel oder an der Oberfläche, von solchen im Innern (etwa Temperaturerhöhungen) oder gar im isolirenden Rande, der natürlich auch von Wachs war, auf den sich also Staub u. s. w. ansetzen konnte, herstammten.

Aus diesen Gründen werde ich mich daher auf die Mittheilung einiger Beobachtungen hinsichtlich des Bindemittels und der Zwischenschichten beschränken.

Die Messungen wurden vorgenommen mit einem Kohlrausch'schen Sinuselektrometer, das auf einem eichenen, gut an der Wand des Zimmers befestigten Brette etwa in der Mitte eines mit Doppelfenster versehenen, nach Nord-Nord-Osten zeigenden Fensters stand.

Da ich kein zweites Elektrometer besaß, um die Ladung der Flaschen, welche dem zu untersuchenden Ladungsapparate Elektrizität mittheilen sollten, nach der von Kohlrausch befolgten Methode vor auszubestimmen, so mußte ich mir einen Commutator herstellen von der Art, daß er zuerst Elektrometer und Flaschen verband, darauf im Momente der Commutation mit diesen beiden noch den Ladungsapparat, und schließlich letzterer allein mit dem Elektrometer in Zusammenhang blieb.

Zugleich war eine Vorrichtung angebracht, um einen galvanischen Strom, der einen Elektromagnet umfloß, und dadurch die Nadel des Elektrometers auf den Punkt brachte, auf welchen der Potentialwerth der Batterie durch Verbindung mit der Tafel sank, im Momente der Ladung zu unterbrechen.

Es wurde jedoch letzteres Mittel nur sehr selten angewandt, da mir sehr große Leydener Flaschen zu Gebote standen, welche die Tafel beinahe zu demselben Potentialwerthe luden, wie sie selbst geladen waren, und also dasselbe nichts zur Erleichterung der Beobachtungen am Anfange beigetragen hätte.

Den Werth L_0 zog ich vor, nach dem von Kohlrausch gefundenen und auch durch meine Versuche bestätigten Satze, daß die Rückstandcurve in den ersten Zeittheilchen Parabelbögen sehr nahe komme, zu berechnen, konnte ich ja doch auch nicht ganz sicher seyn, daß die Commutation stets in derselben sehr kleinen Zeit geschah, ja nahm ich sie sogar, wenn die Veränderungen zu rasch waren, um beobachtet werden zu können, öfters in gemessener Zeit vor.

In diesem Falle ist es jedoch klar, daß dieß Rechenverfahren wenig Genauigkeit bieten kann; man müßte dann zu complicirteren und mühsameren Interpolationsmethoden seine Zuflucht nehmen, deren Anwendung sich wenigstens bei den Versuchen, die ich nach diesem Ladungsverfahren machte, und die alle rein qualitativer Natur waren, nicht der Mühe lohnte.

Von der vollkommenen Isolation des Commutators hatte ich mich überzeugt, sowie ich Sorge getragen hatte, dessen Dimensionen so zu wählen, daß weder vor noch nach der eigentlichen Ladung durch Glimmentladungen u. s. w. Electricität von der Batterie auf die Tafel gelangen konnte.

Der Ladungsapparat war bei den folgenden Versuchen eine Franklin'sche Tafel aus gewöhnlichem Fensterglas, rechteckig 1,5^{mm} dick, 375^{mm} lang und 340^{mm} breit.

Sie war mit Hülfe von Kleister auf der einen Seite mit einer kreisförmigen Staunniolbelegung von 109^{mm} Halbmesser versehen.

Der Rand war in der Hitze mit trockenem Schellack versehen, ein Umstand, der sehr zu beachten ist, da auch die beste Schellacklösung nicht dieselben Dienste thut.

Ich fand diese ziemlich mühsame Operation am besten ausführbar in einem großen Sandbade, auf das starkes Papier gelegt war.

Wie gut dieser Rand isolirte, werden später angeführte Beobachtungsreihen beweisen.

Außer dieser Tafel, die I. heißen soll, war noch eine

zweite II. vorhanden, eine einfache Glastafel von derselben Sorte, Länge, Breite und Dicke.

Man konnte also entweder I. allein anwenden, oder sie in der Art auf II. auflegen, daß zwischen beiden innige Berührung stattfand. (Es sind bekanntlich alle Fensterscheiben etwas gekrümmt.)

Als untere Belegung diente eine einfache mit Stanniol beklebte Pappscheibe, die durch einen starken Kupferdraht mit einer in der feuchten Erde des Gartens vergrabenen Metallplatte in Verbindung stand.

Die zuerst gehegte Hoffnung, durch Auflegen auf Quecksilber eine innigere Berührung herzustellen, gab ich auf, da es mir nur selten gelang, eine solche ohne große Luftblasen dazwischen zu Stande zu bringen.

Die beklebte Pappscheibe lag auf einem Holzklotze, der an einen Tisch genagelt war, ein wenig tiefer als das Elektrometer, etwa 1 Meter von letzterem entfernt; zwischen Tisch und Sinuselektrometer stand auf einem Stativ, das etwa halb so hoch war als jener, der Commutator.

Die Werthe von L , sind nach einem willkürlichen Maasse, und zwar ohne irgend welche Correction gegeben ¹⁾).

L_0 wurde auf dem oben angedeuteten Wege berechnet, wo es einigermaßen thunlich schien. Die unter L' stehen-

1) Die Einheit war so gewählt, daß ich, um den gewünschten Potentialwerth zu erhalten, nur den zum Sinus des beobachteten Ablenkungswinkels gehörigen Logarithmus aufzuschlagen, 9 davon abzuziehen, und dann durch 2 zu dividiren hatte; die so erhaltene Zahl vermehrt um eine auf das Kreuz bezügliche Constante gab den Logarithmus des gesuchten Potentialwerthes. Für das Kreuz, bei welchem ich die meisten Beobachtungen (die der wiederauftretenden Rückstände) zu machen hatte, war diese Constante gleich 0. Die von Kohlrausch angewendete Correction der Resultate wegen des Elektricitätsverlustes an die Luft kann hinsichtlich ihrer Richtigkeit bedeutende Bedenken erregen. Ich habe durch Verbindung von rein theoretischen Betrachtungen mit Versuchen über die Größe des Einflusses des Verlustes an Luft und Stützen mir näherungsweise Kenntniß zu verschaffen gesucht, und da sich dieser Einfluß als sehr gering ergab, vorgezogen die Resultate unverändert mitzutheilen.

den Werthe sind der bequemen Uebersicht wegen auf den Anfangswerth $L_0 = 10,00$ reducirt. Die Batterie war jedesmal auf den Potentialwerth 12,95 gebracht.

Von den Beobachtungsreihen wurde immer nur der Anfang gegeben. Die wiederauftretenden Rückstände wurden meist lange beobachtet; im Ganzen schlossen sie sich dem vermutheten Gesetze an.

Ich lasse nur einige Versuchsreihen folgen.

Den 3. März.

- 1) Die Tafel I. lag einfach auf II. und diese auf der Pappscheibe. Es wurde während drei Secunden commutirt.

t	L_t	L'_t
0	(8,25)	10,00
10	5,60	6,78
22	4,32	5,23
64	3,18	3,72
102	2,43	2,94

- 2) Zwischen die beiden Platten wurde etwas Mohnöl gebracht; während 3 Secunden commutirt.

t	L_t	L'_t
0	(8,88)	10,00
15	5,60	6,42
24	4,32	4,86
42	3,74	4,21
61	3,18	3,58
109	2,43	2,73

Den 5. März.

- 1) Tafel I. lag auf II., diese auf der stanniölüberzogenen Pappe, zwischen beiden Tafeln befand sich etwas Oel; während 3 Secunden commutirt.

t	L_t	L'_t
0	(8,40)	10,00
20	5,60	6,66
42	4,32	5,14
79	3,47	4,13
164	2,43	2,89

- 2) Die öligen Oberflächen der Tafeln waren durch Am-

moniak gereinigt worden, doch war auf denselben noch eine seifige Schicht zurückgeblieben; während 3 Sekunden commutirt ¹⁾).

t	L_t
0	
38	5,60
167	3,47
410	2,43

- 3) Die betreffenden Flächen werden noch einmal mit Ammoniak behandelt; im Uebrigen blieb Alles wie vorhin.

t	L_t
0	
15	7,65 (?)
59	4,32
114	4,21
158	3,18
225	2,83
361	2,43

Bei genauerer Betrachtung zeigten sich die Oberflächen immer noch etwas seifig.

- 4) Die betreffenden Flächen wurden noch einmal stark mit Ammoniak, Alkohol und endlich noch mit Wasser behandelt, sie wurden feucht auf einander gelegt. Sonst Alles wie oben.

t	L_t
0	
23	5,60
50	3,47
100	2,43

Aus diesen Versuchen geht hervor, daß es von geringem Einfluß war, wenn einige Tropfen Oeles zwischen den

1) Es mag auffallen, daß gerade bei dieser Messungsreihe, wo die Veränderungen so langsam vor sich gingen, so wenige Beobachtungen gemacht wurden. Doch hat dies einfach seinen Grund darin, daß man bei Beobachtungen mit dem Sinuselektrometer schon im Voraus etwas über die Geschwindigkeit der Aenderung des Standes der Nadel unterrichtet seyn muß, wenn man rasch beobachten soll; da ich nun nicht auf so geringe Aenderung gefaßt war, so gelang das Einstellen nicht gut.

Glasplatten sich befanden; auch wenn die Platten einfach mit möglichst gut gereinigten Flächen auf einander gelegt waren, kamen ähnliche Differenzen in den Versuchen vor, wie zwischen der Reihe 2 vom 3. und der Reihe 1 vom 5. März.

Eine sehr bedeutende Verlangsamung in der Abnahme des Potentials zeigt jedoch die Versuchsreihe 2 und 3 vom 5. März eine grofse Beschleunigung die Reihe 4.

Als bei ziemlich vielen folgenden Beobachtungen Talg statt des Oeles zwischen die Platten gebracht worden war, ergaben sich Reihen, welche der zweiten vom 3. März sehr ähnlich waren; als jedoch beide Oberflächen soweit gereinigt waren, dafs keine Adhäsion, d. h. keine vollständige Verbindung mehr zwischen ihnen stattfand, sondern die Gegenwart des Fettes nur noch durch das Verhalten eines Wassertropfens auf den Flächen erkannt werden konnte, trat eine ziemlich bedeutende Verlangsamung ein, während nach noch stärkerer Reinigung und Benetzung der Platten mit Wasser der Potentialwerth sogar noch etwas rascher sank als in Reihe 4 vom 5. März.

Dafs bei allen diesen Versuchen besonders darauf Acht gegeben wurde, den Schellackrand und den Theil der Flächen, welcher nicht zwischen den Belegungen lag, trocken zu halten, versteht sich von selbst.

Es sollen jedoch hier noch einige Versuchsreihen folgen, welche die Vollkommenheit der Isolation des Randes in helles Licht setzen:

Den 8. März.

- 1) Die Tafel I lag auf der belegten Pappscheibe. Momentan commutirt. Die berührende Fläche war trocken, doch kann über deren Beschaffenheit weiter nichts ausgesagt werden, da die Tafel schon bei sehr vielen Versuchen benutzt worden war, also ihre Oberfläche schon viele Veränderungen erlitten hatte.

t	L_t	L'_t
0	(11,26)	10,00
25	9,44	8,39
98	7,65	6,80
227	5,97	5,30
250	5,76	5,12
269	5,60	4,97
278	5,28	4,69
318	4,82	4,28
365	4,53	4,02
405	4,32	3,84
434	4,17	3,70
474	3,97	3,53
535	3,74	3,32
603	3,47	3,08
680	3,18	2,82
792	2,83	2,51
952	2,43	2,16

2) Die vorige Reihe wurde wiederholt, nur mit dem Unterschiede, daß der untere Rand der Tafel, soweit er nicht die Pappe berührte, stark benetzt war; es ergab sich:

t	L_t	L'_t
0	10,95	10,00
80	7,65	6,99
182	5,97	5,45
207	5,67	5,18
216	5,60	5,11
260	5,29	4,83
278	5,06	4,62
310	4,82	4,40
363	4,52	4,13
388	4,32	3,99
414	4,17	3,81
513	3,74	3,42
571	3,47	3,17
657	3,18	2,90
772	2,83	2,58
936	2,43	2,22

- 3) Die ganze untere Fläche der Tafel I. war mit Wasser benetzt. Momentan commutirt.

t	L_t
53	2,09
83	1,51
96	1,05

Die Vergleichung der Reihen 1 und 2 liefert den deutlichsten Beweis für die Güte des isolirenden Randes, denn hätte sich die Elektrizität über den Rand weg verbunden, so hätte dies bei der Reihe 2 in erhöhtem Maafse geschehen müssen.

Die Reihe 3 setzt den Einfluß einer Schicht zwischen Isolator und Belegung in klares Licht.

Die hier angeführten Versuchsreihen sind aus einer sehr großen Anzahl ausgewählt; alle gaben, wenn auch nicht der Größe nach, doch wenigstens dem Sinne nach, dieselben Resultate.

Sie alle zeigten, daß Veränderungen der Oberflächen von großem Einflusse sind, und daß der Rand so gut isolirte, als man nur irgend wünschen konnte.

Da jedoch alle diese Versuche nur qualitative Resultate gaben, so halte ich eine genauere Beschreibung der Apparate und eingehendere Kritik der Versuche hier für überflüssig.

Den 26. März.

- 1) Die Tafel I. mit gut getrockneter Unterfläche. Momentan commutirt.

t	L_t	L'_t
0	(11,29)	10,00
44	7,65	6,77
73	6,60	5,84
130	5,06	4,48
176	4,52	4,00
202	4,21	3,73
230	3,85	3,42

- 2) Die ganze untere Fläche der Tafel I. war mit Wachs bestrichen. Momentan commutirt. I. allein.

t	L_t	L'_t
0	(9,76)	10,00
65	7,65	7,83
100	7,14	7,32
134	6,60	6,72
164	6,28	6,43
202	5,91	6,06
240	5,60	5,74
280	5,27	5,40
340	4,81	4,93
391	4,53	4,64
446	4,21	4,31
588	3,85	3,94

Dieselbe Versuchsreihe wurde mit recht guter Uebereinstimmung mit positiver und mit negativer Elektricität wiederholt. Die beiden letzten Beobachtungsreihen bestätigen von Neuem den Einfluß eingeschalteter fremdartiger Schichten zwischen Isolator und Belegung.

Die gewonnenen Resultate lassen sich in folgenden Worten zusammenfassen:

Bei einer Franklin'schen Tafel mit beweglichen Belegungen wird der Gang des Potentials wesentlich beeinflusst durch die Beschaffenheit der Oberflächen des Isolators, und durch dünne Zwischenschichten; und zwar wird durch Benetzen mit Wasser das Sinken beschleunigt; durch Trockenheit der Fläche, durch Bestreichen mit Wachs und Seife hingegen verlangsamt.

Bei einer Franklin'schen Tafel, deren Isolator aus zwei getrennten Platten besteht, ist die Aenderung des Potentials abhängig von der Beschaffenheit der einander berührenden Flächen der Isolatorplatten, und allenfalls eingeschalteter dünner Schichten, und zwar zeigt Benetzen mit Wasser einen beschleunigenden, Trockenheit der Oberflächen und Seife einen verlangsamenenden Einfluß.

Diese beiden Thatsachen lassen sich mit der von Kohlrausch aufgestellten Hypothese nicht vereinigen, und sprechen lebhaft für die Richtigkeit der Theorie des Eindringens.

