

## 6.

# Bemerkung über die Auflösung der biquadratischen Gleichungen.

(Von Herrn Dr. S. Aronhold zu Berlin.)

Bezeichnet man die gegebene Gleichung durch

$$ax^4 + 4bx^3 + 6cx^2 + 4dx + e = 0$$

und berechnet die Determinanten

$$\Delta = \begin{vmatrix} a, & b & c+2\lambda \\ b, & c-\lambda, & d \\ c+2\lambda, & d, & e \end{vmatrix}, \quad \frac{\partial \Delta}{\partial e} = \begin{vmatrix} a, & b \\ b, & c-\lambda \end{vmatrix},$$

so ist

$$\Delta = 0$$

eine *cubeische* Gleichung von der Form

$$\Delta = -4\lambda^3 + R + Q = 0,$$

welche, wegen des fehlenden zweiten Gliedes, direct durch die Cardanische Regel aufgelöst werden kann. Sind nun  $(\frac{\partial \Delta}{\partial e})_1, (\frac{\partial \Delta}{\partial e})_2, (\frac{\partial \Delta}{\partial e})_3$  die Werthe der andern Determinante, welche den 3 Wurzeln dieser Gleichung entsprechen, so ist

$$x = \frac{1}{a} \left\{ -b \pm \sqrt[3]{\left(\frac{\partial \Delta}{\partial e}\right)_1} \pm \sqrt[3]{\left(\frac{\partial \Delta}{\partial e}\right)_2} \pm \sqrt[3]{\left(\frac{\partial \Delta}{\partial e}\right)_3} \right\};$$

wo die zusammengehörigen Zeichen so zu nehmen sind, dafs ihr Product *positiv* ist.

Noch allgemeiner hat man, für beliebige Werthe von  $\xi$  und  $\eta$ :

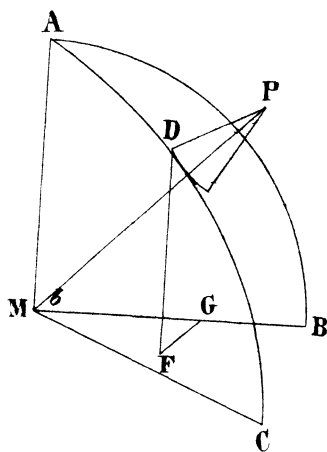
$$\frac{(ax+b)\xi^3 + 3(bx+c)\xi^2\eta + 3(cx+d)\xi\eta^2 + (dx+e)\eta^3}{\xi - x\eta} = \begin{cases} \pm \sqrt[3]{\left(\frac{\partial \Delta}{\partial e}\right)_1 \xi^4 - \left(\frac{\partial \Delta}{\partial d}\right)_1 \xi^3\eta + \left(\frac{\partial \Delta}{\partial c}\right)_1 \xi^2\eta^2 - \left(\frac{\partial \Delta}{\partial b}\right)_1 \xi\eta^3 + \left(\frac{\partial \Delta}{\partial a}\right)_1 \eta^4} \\ \pm \sqrt[3]{\left(\frac{\partial \Delta}{\partial e}\right)_2 \xi^4 - \left(\frac{\partial \Delta}{\partial d}\right)_2 \xi^3\eta + \left(\frac{\partial \Delta}{\partial c}\right)_2 \xi^2\eta^2 - \left(\frac{\partial \Delta}{\partial b}\right)_2 \xi\eta^3 + \left(\frac{\partial \Delta}{\partial a}\right)_2 \eta^4} \\ \pm \sqrt[3]{\left(\frac{\partial \Delta}{\partial e}\right)_3 \xi^4 - \left(\frac{\partial \Delta}{\partial d}\right)_3 \xi^3\eta + \left(\frac{\partial \Delta}{\partial c}\right)_3 \xi^2\eta^2 - \left(\frac{\partial \Delta}{\partial b}\right)_3 \xi\eta^3 + \left(\frac{\partial \Delta}{\partial a}\right)_3 \eta^4}; \end{cases}$$

woraus der obige Werth von  $x$  folgt, wenn man  $\xi = 1$ ,  $\eta = 0$  setzt. Für  $\xi = 0$ ,  $\eta = 1$  erhält man den Werth von  $\frac{1}{x}$ .

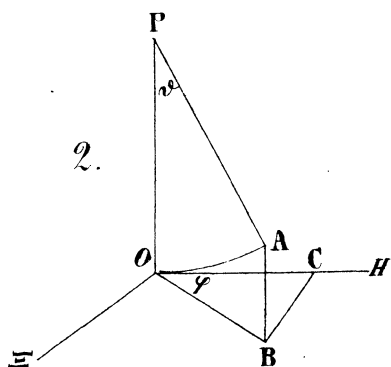
Die Determinanten sind hier übrigens immer so zu bilden, daßs das aus der ersten Diagonale entstehende Glied *negativ* genommen wird.

Berlin, im Juni 1855.

1.



2.



3.

