

caricando di pesi il disco, ho visto diminuire la forza elettromotrice. Insomma, tutti i risultati che avevo avuti con coppie preparate alla luce diffusa, li ho ottenuti ora con coppie preparate nell'assenza completa d'ogni luce.

Analoghi risultati ho ottenuti fondendo il selenio fra due lastre di vetro e facendolo cristallizzare nella oscurità, in modo da avere delle lamine sottilissime di selenio cristallino. Una di queste laminette posta fra due lastre di metalli diversi, o fra una lastra ed una rete metallica, forma una coppia, che ha una forza elettromotrice distinta, anche prima di ricevere qualsiasi luce. In questo caso è tolto il dubbio che l'effetto osservato sia dovuto alla formazione di qualche seleniuro.



SUL CALCOLO DEL COEFFICIENTE MAGNETOMETRICO PER I MAGNETOMETRI COSTRUTTI SECONDO IL METODO GAUSS MODIFICATO DA LAMONT; NOTA DI CIRO CHISTONI.

(*Atti della R. Acc. delle Sc. di Torino*. Vol. XXIV, 1889).

È noto che per i magnetometri, costrutti secondo il metodo di Gauss, modificato da Lamont, tali che portino l'asta, sulla quale si colloca il magnete delle oscillazioni, quando viene usato come magnete deviatore, così che la direzione di questa stia in un piano verticale perpendicolare al piano verticale, che passa per l'asse magnetico del magnetino delle deviazioni, la formola che dà il rapporto fra la componente orizzontale  $H$  del magnetismo terrestre ed il momento magnetico  $M$  a  $0^\circ$  di temperatura dell'ago delle oscillazioni è dato dalla formola:

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{H}{M} = & \frac{2(1 - \alpha\tau)(1 - hH \sin \phi)}{R^2(1 + 3\beta\tau) \sin \phi} \left( 1 + \frac{p}{R^2(1 + 2\beta\tau)} \right. \\ & \left. + \frac{q}{R^2(1 + 4\beta\tau)} + \dots \right) \end{aligned} \right.$$

nella quale  $\phi$  è la deviazione dell'asse magnetico del magnete sospeso, dal meridiano magnetico, quando questo magnete si trovi

sotto l'azione dell'ago delle oscillazioni alla distanza  $R$ ;  $a$  ed  $h$  sono rispettivamente i coefficienti di temperatura e di induzione dell'ago delle oscillazioni;  $\tau$  la temperatura dell'asta metrica e dell'ago delle oscillazioni e  $\beta$  è il coefficiente di dilatazione lineare della sbarra sulla quale si misurano le distanze  $R$ . Questa sbarra in generale è di ottone, per la qual cosa  $\beta = 0,000018$ .

$p$ ,  $q$  ecc. sono coefficienti, che dipendono dalle dimensioni dei due magneti, che si adoprano per la misura delle deviazioni e dalla distribuzione del magnetismo in essi.

Tanto il Lamont <sup>1)</sup> quanto il Lloyd <sup>2)</sup> con considerazioni teoriche, ottennero così espressi i valori di  $p$  e di  $q$

$$p = 0,1806 (2 l^2 - 3 l_1^2)$$

$$q = 0,0326 \left( 3 l^2 - 15 l^2 l_1^2 + \frac{45}{8} l_1^4 \right),$$

nelle quali  $l$  è la lunghezza del magnete deviatore, ossia delle oscillazioni ed  $l_1$  è la lunghezza del magnetino deviato. I valori di  $p$  e di  $q$ , che si deducono praticamente, corrispondono con una certa approssimazione ai valori teorici; per la qual cosa si può concludere che se si arriva a dare ai due magneti lunghezze tali che

$$(2) \quad 3 l^2 - 15 l^2 l_1^2 + \frac{45}{8} l_1^4 = 0,$$

la formola (1) si ridurrà alla più semplice:

$$(3) \quad \frac{H}{M} = \frac{2(1 - a\tau)(1 - hH \sin \phi)}{R^3(1 + 3\beta\tau) \sin \phi} \left( 1 + \frac{p}{R^2(1 + 2\beta\tau)} \right).$$

Dalla (2), posto  $l = 1$ , e sapendo che in pratica è  $l > l_1$  risulta  $l_1 = 0,47$ .

Generalmente i magnetometri che ora sono in uso in Italia soddisfano a questa condizione, con sufficiente approssimazione, cosicchè a questi è applicabile la (3).

1) *Handbuch des Erdmagnetismus und Handbuch des Magnetismus.*

2) *On the det. of the Intens. etc. (Tran. of the Irish. Acad. vol. XXI).* — Per i coefficienti si abbia speciale riguardo alla Memoria dello Schneebeli: *Beitrage zur Kenntniss des Stabmagnetismus* (Pogg. *Ergänzungsbd.* VI, S. 14).

Chiamo il  $p$  della (3) col nome di *coefficiente magnetometrico*.

Per avere  $p$  non sarebbe prudente di calcolarlo colla formola teorica; ed in pratica difatti si deduce  $p$  nel seguente modo. Si fanno misure di deviazioni a due distanze  $R_1$  ed  $R_2$ , ottenendo così le deviazioni  $\phi_1$  e  $\phi_2$  alle temperature  $\tau_1$  e  $\tau_2$ ; posto

$$\frac{2(1 - a\tau_1)(1 - h H \sin \phi_1)}{R_1^3 (1 + 3\beta \tau_1) \sin \phi} = A_1, \quad \frac{2(1 - a\tau_2)(1 - h H \sin \phi_2)}{R_2^3 (1 + 3\beta \tau_2) \sin \phi} = A_2,$$

ed ammesso che  $H$  non varii durante le esperienze, si giunge facilmente alla seguente formola:

$$(4) \quad p = \frac{A_1 - A_2}{\frac{A_2}{R_2^3 (1 + 2\beta \tau_2)} - \frac{A_1}{R_1^3 (1 + 2\beta \tau_1)}}.$$

Siccome il valore di  $p$  si deduce sempre da una lunga serie di osservazioni, così l'uso di questa formola riesce faticoso; e perciò si è cercato di ridurla ad una espressione più facilmente calcolabile. A Greenwich difatti, è da molti anni che si calcola il valore di  $p$  colla formola più semplice

$$(5) \quad p = \text{cost.} (1 + 2\beta \tau_1) (\log A_2 - \log A_1),$$

che si deduce con facilità dalla (4) ridotta alla forma

$$(6) \quad p = \frac{\left(\frac{A_1}{A_2} - 1\right) R_1^3 (1 + 2\beta \tau_1)}{\frac{R_1^3 (1 + 2\beta \tau_1)}{R_2^3 (1 + 2\beta \tau_2)} - \frac{A_1}{A_2}}.$$

Difatti se sviluppiamo in serie  $\frac{A_1}{A_2}$  otteniamo:

$$\frac{A_1}{A_2} = 1 + \log_{\text{nat}} \frac{A_1}{A_2} + \frac{1}{1.2} \log_{\text{nat}}^2 \frac{A_1}{A_2} + \frac{1}{1.2.3} \log_{\text{nat}}^3 \frac{A_1}{A_2} + \dots$$

E poichè  $\frac{A_1}{A_2}$  difficilmente può raggiungere il valore 0,988, così, prescindendo dal segno, il valore di  $\frac{1}{2} \log_{\text{nat}}^2 \frac{A_1}{A_2}$  può esse-

re al massimo 0,00007 quantità trascurabile rispetto ad 1; e perciò più brevemente si può ritenere

$$\frac{A_1}{A_2} = 1 + \log_{\text{nat}} \frac{A_1}{A_2},$$

che posto nella (6) dà

$$(7) \quad p = - \frac{R_1^2 (1 + 2\beta \tau_1) (\log A_2 - \log A_1)}{(\log A_2 - \log A_1) + \left\{ \frac{R_1^2}{R_2^2} [1 + 2\beta (\tau_1 - \tau_2)] - 1 \right\} \log e}$$

Se al denominatore di questa frazione si pone

$$(\log A_2 - \log A_1) = 0$$

la (7) si riduce alla (5), come vedremo.

In questo lavoro mi propongo di esaminare quale sia l'approssimazione da raggiungersi nei termini della frazione che esprime  $p$ , per le misure assolute degli elementi del magnetismo terrestre, che da anni si fanno in Italia, se sia lecito di ritenere  $(\log A_2 - \log A_1) = 0$  al denominatore, e se il numeratore sia riducibile a forma più semplice.

Nelle misure della componente orizzontale  $H$  del magnetismo terrestre, che si fanno in viaggio, si richiede l'approssimazione

$$\frac{dH}{H} = \pm 0,0005.$$

Quando le misure delle deviazioni si facciano alla distanza  $R$ , è noto che l'approssimazione di  $p$  va calcolata colla

$$dp = \pm 2 R^2 \frac{dH}{H};$$

per la qualcosa, se  $R_1$  è la minima distanza che si adotta in un sistema di misure, la approssimazione massima richiesta in  $p$  sarà espressa dalla

$$dp = \pm 2 R_1^2 \frac{dH}{H} = \pm 0,001 R_1^2.$$

$$N = R_1^2 (1 + 2\beta \tau_1) (\log A_2 - \log A_1)$$

$$D = (\log A_2 - \log A_1) + \left\{ \frac{R_1^2}{R_2^2} [1 + 2\beta (\tau_1 - \tau_2)] - 1 \right\} \log e,$$

si ottiene:

$$p = - \frac{N}{D},$$

$$dD = \pm 0,001 \frac{D^2}{\log A_2 - \log A_1} \quad ^1)$$

$$dN = \pm 0,001 D R_1^2.$$

In pratica si assumono sempre i valori di  $R_1$  e di  $R_2$  per modo che  $R_2 = 1,3 R_1$  circa; cosicchè il valore di  $\left( \frac{R_1^2}{R_2^2} - 1 \right) \log e$  è di circa  $-0,18$ . Il valore di  $(\log A_2 - \log A_1)$ , ben difficilmente raggiunge  $0,005$ , e per conseguenza la massima approssimazione richiesta in  $D$  sarà

$$dD = \pm 0,006.$$

Perciò in generale al denominatore della (7) si potrà trascurare  $(\log A_2 - \log A_1)$ . Di più, siccome il valore di  $(\tau_1 - \tau_2)$  ben difficilmente raggiunge l'unità, così il fattore di correzione  $[1 + 2\beta (\tau_1 - \tau_2)]$  sarà sempre trascurabile. E sarebbe trascurabile anche se fosse  $(\tau_1 - \tau_2) = \pm 6$ ; nel qual caso però dovrebbero senz'altro essere rigettate le osservazioni, perchè se durante il tempo (venti minuti circa per una persona pratica, non più di un'ora per un principiante) nel quale si fanno le due osservazioni di deviazioni, avvenisse una variazione di temperatura di anche soli tre o quattro gradi, non sarebbe possibile che l'astrometrica ed il magnete deviatore seguissero tale variazione di temperatura nemmeno coll'approssimazione di un grado.

<sup>1)</sup> Il fattore  $(1 + 2\beta \tau_1)$  che moltiplicherebbe  $(\log A_2 - \log A_1)$  può ritenersi uguale ad 1, senza errore sensibile, come vedremo.

Perciò la espressione di  $D$  può essere così ridotta <sup>1)</sup>:

$$D = \left( \frac{R_1^2}{R_2^2} - 1 \right) \log. e,$$

e per conseguenza, per quanto si disse, il valore di  $D$  è circa  $-0,18$ .

L'espressione generale di  $N$ , quando pel momento si trascuri il fattore di correzione  $(1 + 2\beta\tau_1)$  può essere così ridotta:

$$N = R_1^2 \left\{ \begin{aligned} &\log [1 + a(\tau_1 - \tau_2)] + \log [1 + hH(\sin \phi_1 - \sin \phi_2)] \\ &+ \log [1 + 3\beta(\tau_1 - \tau_2)] + \log \frac{R_1^3}{R_2^3} + \log \frac{\sin \phi_1}{\sin \phi_2} \end{aligned} \right.$$

Attribuendo successivamente ad  $R_1$  uno dei minimi valori che si assumono praticamente, p. e. ponendo  $R_1 = 23$  <sup>2)</sup> ed uno dei maggiori p. e.  $R_1 = 30$ , nel primo caso avremo

$$dN = \pm 0,09,$$

e nel secondo

$$dN = \pm 0,16.$$

Cominciando dal primo termine del polinomio esprimente  $N$ , ammettiamo che il coefficiente  $a$  non possa mai superare  $0,0006$  <sup>3)</sup>.

1) La (7) quindi diventa

$$x = - \frac{R_1^2 (1 + 2\beta\tau_1) (\log A_2 - \log A_1)}{\left( \frac{R_1^2}{R_2^2} - 1 \right) \log e}$$

e poichè in una serie di osservazioni sono costanti  $R_1$  ed  $R_2$ , essa può ridursi alla

$$p = \cos t (1 + 2\beta\tau_1) (\log A_2 - \log A_1)$$

che è poi la (5) della quale si fa uso a Greenwich.

2) Credo inutile di ricordare che le unità fondamentali di misura adottate, sono il centimetro, il grammo, ed il secondo di tempo medio.

3) Un magnete che avesse il coefficiente di temperatura maggiore di  $0,0006$  non sarebbe da rigettarsi, ma dovrebbe essere usato con moltissime precauzioni. Quando un magnete avesse il coefficiente di temperatura uguale a  $0,0008$  dovrebbe già essere rigettato.

I magneti che generalmente s'adoprono in Italia (p. es. all'Ufficio Centrale di Meteorologia; all'Osservatorio di Napoli; all'Osservatorio di Piacenza; all'Istituto Fisico di Torino e all'Istituto Fisico di Modena) sono a collimatore ed escono dalle officine inglesi del Dover o dell'Elliot. Il coefficiente di temperatura di questi magneti raggiunge difficilmente il valore  $0,0005$ . Di otto di questi magneti da me studiati, il maggiore coefficiente di temperatura che trovai fu  $0,000541$ .

In questo caso, perchè il primo termine fosse trascurabile dovrebbe essere

$$0,0006 (\tau_1 - \tau_2) < \pm 0,00040 \text{ per } R_1 = 23$$

$$0,0006 (\tau_1 - \tau_2) < \pm 0,00042 \text{ per } R_1 = 30$$

ossia dovrebbe essere  $(\tau_1 - \tau_2) \leq \pm 0,7$ .

E supposto  $\alpha = 0,0003$ , vale a dire, dando ad  $\alpha$ , uno dei più piccoli valori che si incontrano in pratica, il primo termine sarebbe trascurabile solo per  $(\tau_1 - \tau_2) \leq \pm 1^{\circ},4$ .

Sarà perciò prudente il ritenere sempre nella formola (7) il primo termine del polinomio esprimente  $N$ ; ed in ogni modo converrà studiare ogni singolo caso che si presenti, prima di dichiarare che esso non influisca sul risultato finale di  $p$ .

Per studiare l'influenza del secondo termine

$$R_1^2 \log [1 + h H (\sin \phi_1 - \sin \phi_2)]$$

poniamo in esso uno dei più grandi valori che possa avere  $h$ , p. e. 0,015: poniamo  $H = 0,27$  valore massimo che si possa verificare in Italia; e come generalmente s'incontra in pratica poniamo  $(\sin \phi_1 - \sin \phi_2) = 0,1$ . Allora questo termine per  $R_1 = 23$  diverrà 0,089 e per  $R_1 = 30$  diverrà 0,153; quindi in generale questo termine può essere trascurato.

Il terzo termine  $R_1^3 \log [1 + 3\beta (\tau_1 - \tau_2)]$  è sempre trascurabile. Poniamo infatti  $\beta = 0,000018$ ; poniamo per  $(\tau_1 - \tau_2)$  la variazione di temperatura massima tollerabile durante le esperienze, ossia  $(\tau_1 - \tau_2) = \pm 3^{\circ}$  e poniamo  $R_1 = 30$ ; allora il valore di questo termine diverrebbe  $\pm 0,04$ . Esso dunque è sempre trascurabile.

Nè è a credersi che quando il terzo termine sia positivo <sup>1)</sup> come lo è costantemente il secondo, ossia quando  $(\tau_1 - \tau_2)$  sia

1) Quando  $3\beta (\tau_1 - \tau_2)$  è positivo, anche  $\log [1 + 3\beta (\tau_1 - \tau_2)]$  è positivo; quando invece il primo è negativo, anche il secondo è negativo, perchè, nel primo caso  $[1 + 3\beta (\tau_1 - \tau_2)]$  è compreso fra 1 e 2; nel secondo è compreso fra 0 ed 1.

Il secondo termine è sempre positivo, perchè  $(\sin \phi_1 - \sin \phi_2)$  è positivo  $h$  ed  $H$  sono positivi e perciò

$$[1 + h H (\sin \phi_1 - \sin \phi_2)] > 1.$$

positivo, la somma del secondo e del terzo termine possa alterare in generale l'approssimazione richiesta in  $N$ ; poichè bisogna tenere presente che qui abbiamo considerato per questi due termini dei casi limiti, che ben difficilmente si avverano in pratica, perchè in generale si avrà  $h < 0,01$ ;  $H < 0,27$ ;  $(\tau_1 - \tau_2) < 2^\circ$ . Tuttavia quando all'atto pratico si manifesti che ambedue i termini si avvicinano a questi casi estremi, sarà bene ritenere nella formola (7) il secondo termine, e trascurare il terzo, come quello che ha minore importanza.

Verifichiamo da ultimo l'influenza del coefficiente  $(1 + 2\beta_1\tau)$ , che moltiplica  $R_1^2$ , sul valore di  $N$ .

Il valore di  $(\log A_2 - \log A_1)$  è difficilmente superiore a 0,005; poniamo pure, ciò che non si avvererà mai che sia uguale a 0,01. Allora il numeratore della frazione (7) ossia  $N$ , diverrà

$$0,01 R_2^2 + 0,00000036 R_1^2 \tau_1.$$

Per  $R_1 = 23$  il secondo termine di questo binomio, posto anche  $\tau_1 = 45^\circ$  diverrebbe 0,009; e per  $R_1 = 30$  diverrebbe 0,015. Per conseguenza il fattore  $(1 + 2\beta_1\tau_1)$  può essere ritenuto, senza errore sensibile uguale ad uno.

Dopo queste considerazioni, ammesso anche, per tenerci sulle generali, di non dovere trascurare il secondo termine di  $N$ , è lecito di dare all'espressione di  $p$  la forma

$$p = - \frac{R_1^2 \left\{ \log[1 + a(\tau_1 - \tau_2)] + \log[1 + hH(\sin \phi_1 - \sin \phi_2)] + \log \frac{R_1^2}{R_2^2} + \log \frac{\sin \phi_1}{\sin \phi_2} \right\}}{\left( \frac{R_1^2}{R_2^2} - 1 \right) \log e} = - \frac{N}{D}$$

Per verificare quale precisione si richieda nei valori di  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $\phi_1$  e  $\phi_2$  che entrano nella (8) affine di avere

$$dp = \pm 2 R_1^2 \frac{dH}{H} = \pm 0,001 R_1^2,$$

ossia per avere

$$dD = \pm 0,006$$

e

$$dN = \pm 0,09 \quad \text{per } R_1 = 23$$

$$dN = \pm 0,16 \quad \text{per } R_1 = 30$$



cominciamo dall' esaminare quale sia l' approssimazione richiesta in  $R_1$  ed  $R_2$ , considerati come facenti parte del denominatore della frazione esprimente  $p$ . Ritenendo, come si disse, che

$$R_2 = 1,3 R_1$$

si avrà:

$$dR_1 = \pm 1,512 R_1 dD$$

$$dR_2 = \pm 1,965 R_2 dD.$$

E poichè uno dei minimi valori che si attribuisca ad  $R_2$  è 30, così avremo:

$$dR_1 = \pm 0,27$$

$$dR_2 = \pm 0,35.$$

É evidente che una tale approssimazione è così grossolana, che ci esonera da qualunque preoccupazione.

Consideriamo ora  $R_1^3$  del numeratore. In pratica si verifica bene difficilmente che il polinomio che moltiplica  $R_1^3$  abbia un valore maggiore di 0,005. Per maggiore sicurezza poniamo che esso possa giungere al valore 0,01; avremo allora

$$dR_1 = \pm \frac{dN}{0,02R_1},$$

ossia

$$\text{per } R_1 = 23 \quad dR_1 = \pm 0,19$$

$$\text{per } R_1 = 30 \quad dR_1 = \pm 0,27.$$

Nemmeno in questo primo fattore del numeratore quindi c'è pericolo di commettere tale errore che possa influire sulla precisione che si richiede in  $p$ .

Verifichiamo finalmente quale debba essere l' approssimazione da raggiungersi in  $R_1$  ed in  $R_2$ , per quanto essi entrano a formare il rapporto  $R_1^3 : R_2^3$ .

Abbiamo

$$dR_1 = \pm \frac{dN}{3R_1 \log e}$$

$$dR_2 = \pm \frac{R_2}{3R_1^3 \log e} dN.$$

Ritenuto sempre  $R_2 = 1,3 R_1$  consegue

$$\begin{array}{lll} d R_1 = \pm 0,0030 & d R_2 = \pm 0,0039 & \text{per } R_1 = 23 \\ d R_1 = \pm 0,0041 & d R_2 = \pm 0,0053 & \text{per } R_1 = 30 . \end{array}$$

In qualunque magnetometro, per quanto poco studiato, è presumibile che le lunghezze  $R_1$  ed  $R_2$  si conoscano, in valore assoluto, con maggiori approssimazioni di quelle qui sopra indicate.

Dunque possiamo concludere che non è difficile avere per  $R_1$  e per  $R_2$  dei valori tanto precisi, i quali permettano di calcolare  $p$  colla voluta approssimazione.

Studiamo ora quale sia la precisione che si dovrebbe raggiungere in  $\phi_1$  ed in  $\phi_2$ , considerati però solo nel rapporto  $\text{sen } \phi_1 : \phi_2^{-1}$ ,

L'approssimazione richiesta in  $\phi_1$  ed in  $\phi_2$  è data dalle

$$d \phi_1 = \pm \frac{\text{tang } \phi_1}{R_1^2 \log e} d N \quad d \phi_2 = \pm \frac{\text{tang } \phi_2}{R_1^2 \log e} d N ,$$

ossia in generale

$$d \phi = \pm \frac{\text{tang } \phi}{R_1^2 \log e} d N .$$

Nei magnetometri generalmente in uso, il circolo orizzontale non permette di apprezzare oltre i  $10''$ . Aggiungasi a ciò le variazioni della declinazione che succedono durante l'osservazione delle deviazioni, delle quali non si può tener calcolo da chi è privo d'istrumenti di variazione (e perciò da chiunque lavori in campagna); gli errori inevitabili di puntata, ecc. e non si andrà esagerati ammettendo, che chi lavora in campagna non può ottenere in  $\phi$  una precisione maggiore di  $20''$  <sup>1)</sup>.

1) Non vale certo la pena di studiare l'approssimazione che occorre in  $(\text{sen } \phi_1 - \text{sen } \phi_2)$  fattore del prodotto  $h H (\text{sen } \phi_1 - \text{sen } \phi_2)$ , perchè da quanto si disse, quando anche non sia il caso di trascurare il termine

$$\log [1 + h H (\text{sen } \phi_1 - \text{sen } \phi_2)]$$

l'approssimazione che si richiede in  $(\text{sen } \phi_1 - \text{sen } \phi_2)$  è sempre grossolana.

2) Solo alcuni magnetometri dell'Edelmann, per quanto sappia, hanno il circolo orizzontale munito da microscopii micrometrici che danno  $2''$ ; ma una tale costruzione è errata, perchè anche nelle stazioni fisse dotate di strumenti di variazione, dove quindi si può ridurre il valore di  $\phi$  ad un dato istante, non è presumibile di avere  $\phi$  con precisione maggiore di  $10''$ .

Per ciò uno strumento che abbia il circolo orizzontale, tale da dare  $2''$ , oltre che es-

Dall'ultima relazione si deduce che affinchè  $d\phi$  non superi 20", conviene che si abbia

$$\begin{array}{ll} \text{per } R_1 = 23 & \phi \geq 14^{\circ},0 \\ \text{per } R_2 = 30 & \phi \geq 13^{\circ},5 \end{array}$$

Nei paesi del Nord dove la componente orizzontale del magnetismo terrestre ha piccolo valore, non è difficile di ottenere per  $\phi$ , un valore che superi i due limiti qui sopra segnati; ma per  $\phi_2$  in generale si ottiene anche in quei paesi un valore minore di questi due limiti. Ad esempio a Pietroburgo con un magnetometro del modello di Wild, munito di due eccellenti magneti, si ottengono all'incirca i seguenti valori:

$$\begin{array}{ll} \text{per } R_1 = 23 & \phi_1 = 24^{\circ},5 \\ \text{per } R_2 = 30 & \phi_2 = 10^{\circ},7 . \end{array}$$

Ora se è difficile, per non dire impossibile, di ottenere a latitudini tanto alte un valore di  $\phi_2$  che raggiunga  $14^{\circ}$ , in Italia si avrà difficoltà anche ad avere  $\phi_1$  che raggiunga  $14^{\circ}$ .

Difatti basterà citare questi due esempi: col magnetometro Elliott n. 122, di proprietà dell'Ufficio Centrale di Meteorologia, esaminato e studiato all'Osservatorio magnetico di Kew, in Italia si ottennero all'incirca i seguenti valori:

$$\begin{array}{ll} \text{per } R_1 = 30 & \phi_1 = 10^{\circ} \\ \text{per } R_2 = 40 & \phi_2 = 4^{\circ} . \end{array}$$

Col magnetometro Elliot N° 35 di proprietà del Collegio Alberoni di Piacenza che fu pure studiato all'osservatorio di Kew, e che nello scorso anno 1888 mi venne consegnato con preghiera di ristudiarlo e di ridurlo alle unità metriche, ottenni:

$$\begin{array}{ll} \text{per } R_1 = 27,4 & \phi_1 = 12^{\circ},5 \\ \text{per } R_2 = 36,5 & \phi_2 = 5^{\circ},2 \end{array}$$

Si noti poi che per altre circostanze riguardanti l'approssi-

sere di imbarazzo per il trasporto, è anche causa di perditempo per le letture, senza per questo arrecare maggiore precisione di quella che danno i magnetometri adottati generalmente.

mazione, che si deve ottenere in  $H$ , è necessario che  $\phi$  raggiunga un certo valore <sup>1)</sup>).

Era quindi una questione importantissima quella di avere dei magneti, per mezzo dei quali anche in Italia si potessero ottenere dei valori considerevoli di  $\phi$ .

Affidata la cosa alla Casa Elliot, questa riescì a costruire dei magneti (la lunghezza maggiore dei quali è di 10 centimetri) i quali applicati ad un magnetometro costruito dallo Schueider dietro mie indicazioni <sup>2)</sup> ed usati ad Aosta diedero

$$\begin{array}{ll} \text{per } R_1 = 30 & \phi_1 = 20^\circ, 2 \\ \text{per } R_2 = 40 & \phi_2 = 8^\circ, 3 \end{array}$$

usati a Campobasso

$$\begin{array}{ll} \text{per } R_1 = 30 & \phi_1 = 17^\circ, 9 \\ \text{per } R_2 = 40 & \phi_2 = 7^\circ, 3. \end{array}$$

Credo che in Italia sia difficile di ottenere dei valori di  $\phi_2$  maggiori di questi. Poichè non è a credersi che si possa aumentare di molto  $\phi_2$  prendendo un magnete delle oscillazioni più lungo di 10 centimetri, perchè in questo caso per avere nella formola esprimente  $H:M$  il solo coefficiente  $p$  della serie

$$1 + \frac{p}{R^4} + \frac{q}{R^6} + \text{ecc.}$$

converrebbe aumentare proporzionalmente anche la lunghezza del magnetino delle deviazioni il quale acquistando così maggiore momento magnetico, sia per l'aumento della lunghezza, della

1) Discutendo la formola esprimente  $H$ , la quale può essere messa sotto questa forma

$$H = \sqrt{\frac{Z}{\sin \phi}}$$

nella quale  $Z$  è funzione di parecchie variabili, si deduce con facilità che il valore di  $\phi$  del  $\sin \phi$  qui indicato conviene che non sia minore di  $6^\circ$ , affine di ottenere  $\frac{dH}{H} = \pm 0,005$  quando la maggiore approssimazione che si possa avere in  $\phi$  sia  $d\phi = \pm 20''$ . Per la qual cosa sarà sempre bene d'avere dei magneti tali per i quali si ottenga  $\phi_2$  (che è il minore dei due  $\phi$ ) maggiore di  $6^\circ$ .

2) Di questo magnetometro non venne ancora pubblicata la descrizione. Un cenno si troverà nella mia Memoria: *Misure assolute degli elementi del magnetismo terrestre fatte nell'anno 1887*; pubblicata negli annali della Meteorologia, vol. VIII, parte I.

sbarra che per l'aumento d'intensità dei due poli, per essere deviato di un dato angolo dal meridiano magnetico esigerebbe una coppia maggiore di quella che basterebbe per deviare dello stesso angolo un magnete di minor lunghezza. E dato anche che si potesse raggiungere lo scopo prendendo per magnete delle oscillazioni un magnete assai lungo, si andrebbe incontro ad un altro grave inconveniente, a quello cioè di dovere servirsi di un magnetometro colossale, il quale oltre ad avere un prezzo assai elevato sarebbe disadatto per le misure in campagna. Potrebbe anche sembrare che si possa ottenere lo scopo col ridurre convenientemente le distanze  $R_1$  ed  $R_2$ ; ma allora si va facilmente incontro a molti altri inconvenienti, che è bene evitare.

In conclusione adunque se col nuovo magnetometro i due angoli  $\phi$  hanno tale valore da soddisfare alle condizioni volute dall'angolo  $\phi$ , che sta nel sen  $\phi$  della formola

$$H = \sqrt{\frac{Z}{\sin \phi}}$$

il valore di  $\phi_2$  non soddisfa ancora alle esigenze del  $\phi_2$  che entra nella formola esprimente  $p$ .

E più che i punti nei quali si faranno le osservazioni andranno accostandosi all'equatore magnetico, tanto più aumenterà questo inconveniente <sup>1)</sup>. Così, ad esempio, se il Governo italiano volesse fare eseguire delle misure magnetiche nelle regioni di Massaua e di Assab, allora si otterrebbe il massimo d'incertezza nel valore di  $\phi_2$ .

Dando a  $\phi$  il valore di  $7^\circ$ ; e posto  $R_1 = 30$  si avrebbe  $d\phi = \pm 10''$ , approssimazione che in viaggio è impossibile ottenere.

A questa incertezza si supplisce facendo un grande numero di osservazioni; si deducono per conseguenza molti valori di  $p$ , e si prende per valore di  $p$  da introdurre nella formola espi-

1) Qui si potrebbe apparentemente fare un grave appunto al sistema di osservazioni adottato in Italia e dire: Se col metodo del Gauss modificato dal Lamont non è possibile di ottenere dei dati colla voluta approssimazione per calcolare  $p$ , perchè non lo si abbandona e si adotta un altro metodo? — A questa obbiezione è ovvio rispondere perchè date le nostre cognizioni attuali per ciò che riguarda la misura di  $H$ , non si ha un metodo migliore di quello di Gauss modificato dal Lamont. Forse si potrebbe supplire col magnetometro bifilare, ma questo sarebbe affatto disadatto per le misure in campagna.

mente  $H$ , la media di tutti questi valori. E questo metodo dà sempre buoni risultati; così ad esempio col magnetometro sud-detto da una serie di misure fatte nel giugno e nel luglio 1887 ottenni per media

$$p = 22,04$$

Da una seconda serie fatta nel settembre 1887

$$p = 22,27$$

da una terza serie fatta nel luglio ed agosto 1888

$$p = 22,30.$$

Ed essendo  $R_1 = 30$  consegue

$$dp = \pm 0,001 R_1^2 = \pm 0,9.$$

Ora i tre suesposti valori di  $p$  differiscono fra di loro molto meno di 0,9 perciò è logico di ritenere che la media di ogni serie di osservazioni ha dato per  $p$  un valore sufficientemente approssimato.

Siccome poi il valore di  $p$  varia col momento magnetico dei due aghi (il quale può variare per uno stesso ago col tempo anche lasciando tranquillo l'ago, può variare sensibilmente in conseguenza di qualche urto, e varia colla temperatura), così  $p$  può variare sensibilmente col variare la temperatura degli aghi <sup>1)</sup>. E perciò non sarà mai abbastanza raccomandato il metodo delle misure da me sempre seguito; vale a dire quando si debbano stabilire i punti nei quali si abbiano da fare delle misure magnetiche, conviene sceglierli per modo che in quella data stagione abbiano pressochè uguale clima, e si deve sempre per ogni serie di misure calcolare il coefficiente  $p$ ; e mai fidarsi del valore di  $p$  dedotto da precedenti serie di misure.

Così ad esempio nel 1885 con un magnetometro diverso da quello ora citato feci quattro serie di misure; tre di queste (la prima, la seconda e la quarta) in pianura, una (la terza) in re-

1) In taluni magnetometri  $p$  non varia sensibilmente colla temperatura, in tali altri sì; ma in questo caso perchè la variazione sia sensibile, occorre in generale che la temperatura varii almeno di 10°.

gioni alpine; e mentre dalle tre serie fatte in pianura ottenni per  $p$  i seguenti valori:

$$23,72 \qquad 23,38 \qquad 23,29$$

per la terza serie fatta in regioni fredde ottenni:

$$p = 22,47$$

Quando per una eventualità qualunque si sia costretti a fare in breve tempo delle misure parte in regioni fredde e parte in regioni calde, sarà prudente di dividere in due la serie di osservazioni, e calcolare  $p$  da una parte per quei punti nei quali la temperatura era alta, e dall'altra parte per quei punti nella quale la temperatura era bassa.

Per rendere più facile il calcolo di  $p$  per mezzo della (8), basta considerare, che nei casi pratici  $(\tau_1 - \tau_2)$  varia di pochissimo in una serie di misure; e che quando pure si abbia da tenere calcolo di  $\log [1 + h H (\sin \phi_1 - \sin \phi_2)]$  il valore di  $(\sin \phi_1 - \sin \phi_2)$  varia di pochissimo; e che per conseguenza basterà fare la media di  $(\tau_1 - \tau_2)$  e di  $(\sin \phi_1 - \sin \phi_2)$  ed introdurre come costanti questi valori nella (8).

Inoltre per una data serie di esperienze sono costanti,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $a$  ed  $h$ . La  $H$  come coefficiente di correzione in  $p$  può ritenersi come costante, e perciò la (8) può essere così semplificata

$$\log p = \log \text{Costante} + \log [(\log \sin \phi_1 - \log \sin \phi_2) + \log \text{costante}],$$

nella quale *Costante* è sempre positiva poichè  $\left(\frac{R_1^2}{R_2^2} - 1\right) \log e$  è negativo ed  $R_1^2$  è positivo.

Quanto alla disposizione da darsi al calcolo per ottenere i valori di  $p$  la cosa è semplice.

Si calcola prima di tutto

$$- \frac{R_1^2}{\left(\frac{R_1^2}{R_2^2} - 1\right) \log e} = \text{Costante}.$$

Si fa la media di  $(\tau_1 - \tau_2)$ ; e se si deve tenere calcolo di

$$\log [1 + h H (\sin \phi_1 - \sin \phi_2)],$$

si fa la media anche di  $(\text{sen } \phi_1 - \text{sen } \phi_2)$  e poi si calcola

$$\log[1 + a(\tau_1 - \tau_2)] + \log[1 + hH(\text{sen } \phi_1 - \text{sen } \phi_2)] + \log \frac{R_1^3}{R_2^3} \\ = \log \text{costante},$$

nella quale per  $(\tau_1 - \tau_2)$  e per  $(\text{sen } \phi_1 - \text{sen } \phi_2)$  si introducono le medie suddette.

Si dispongono in colonna i diversi valori di

$$(\log \text{sen } \phi_1 - \log \text{sen } \phi_2)$$

e ad ognuno di questi si aggiunge  $\log \text{costante}$ , formando così una seconda colonna di numeri. Sopra una terza colonna si scrivono i logaritmi dei numeri della seconda colonna. Si aggiunge a ognuno di questi logaritmi  $\log \text{Costante}$  e si ottiene così una quarta colonna di numeri che sono i  $\log p$ . Di fianco quindi nella quinta colonna si scrivono i valori di  $p$ ; i quali non dovranno meravigliare se saranno fra di loro diversi di qualche unità, poichè per esempio fatto  $\phi_2 = 7^\circ$ , ed  $R_1 = 30$  si ha:

per $d\phi = 12''$	$dp = 1$
» $d\phi = 23''$	$dp = 2$
» $d\phi = 35''$	$dp = 3$
» $d\phi = 47''$	$dp = 4$
» $d\phi = 59''$	$dp = 5$ .

Ora può benissimo darsi che durante le osservazioni delle deviazioni, la declinazione varii sensibilmente per modo da rendere incerto il valore di  $\phi_2$  di circa  $30''$ , e perciò è possibile di ottenere qualche valore di  $p$  che devii dalla media di tre unità circa.

