Jeder der mit der Quenstedt'schen Projectionsmethode sich vertraut gemacht hat, wird die gefundenen ebenen Winkel mittelst eines Transporteurs oder mittelst des bergmännischen Compasses selbst, wenn derselbe dazu eingerichtet ist, die Streichungslinien in Karten einzutragen, so einzeichnen können, dafs daraus die Ableitungszahlen der Fläche selbst zu finden sind.

XI. *Ueber eine sehr flächenreiche Schwerspathcombination und Ableitung ihrer Flächen aus deren ebenen Winkeln; von Dr. Friedrich Pfaff.*

In der Mineraliesammlung der hiesigen Universität befindet sich ein Schwerspathkrystall, der sich durch seine Schönheit und seinen aufserordentlichen Reichthum an Flächen auszeichnet. Schon vor einer Reihe von Jahren zog er die Aufmerksamkeit des gröfsten damals lebenden Mineralogen, Weifs, so auf sich, dafs derselbe bat, ihn zu näherer Betrachtung mit nach Berlin nehmen zu dürfen, gewifs ein vollgültiges Zeugnifs für das Interesse, das derselbe verdient, und allein schon ein hinreichender Grund, eine Beschreibung und Entwicklung desselben bekannt zu machen. Das letztere bot mir aber bis vor Kurzem noch unüberwindliche Schwierigkeiten dar, denn obwohl die Flächen fast alle sehr scharf und vollkommen glatt ausgebildet sich zeigen, so sind doch mehrere so klein und schmal, dafs eine Ableitung derselben durch Messungen auf die gewöhnliche Weise nicht bewerkstelligt werden konnte. Je vollkommner und reicher aber ein Individuum alle Schönheiten und Eigenthümlichkeiten seines Krystallsystems aufzeigt, desto mehr reizt es, eine vollkommene und genaue Einsicht in dieselben zu erlangen, und eben dieser Krystall war es, welcher mich auf das in dem vorhergehenden Aufsatz mitgetheilte Verfahren brachte, ebene Winkel zu messen und aus diesen die Ableitungszahlen unbekannter Flächen zu bestimmen. Man wird aus diesem Beispiele zugleich entnehmen können, was in einzelnen Fällen dieses Verfahren zu leisten im Stande sey, und wird eben deswegen ein etwas näheres Eingehen darauf von meiner Seite nicht ungerechtfertigt finden.

Der Krystall ist farblos durchsichtig und mit zwei anderen parallel der Fläche k $(b:\infty a:\infty c)$ zusammengewachsen. Er ist von seiner Unterlage losgeschlagen und da er mit der Axe a aufgewachsen war, ist seine Begränzung am hinteren Ende ohne natürliche Krystallflächen durch den zweiten und dritten blättrigen Bruch gebildet. Er ist in dieser Richtung von der vorderen Fläche s bis zu dem Durchschnittspunkte der beiden Blätterbrüche 3 Centimeter, in der Richtung von b zwischen k und k 2 Centimeter und in der von c zwischen P und P $1\frac{1}{2}$ Centimeter lang. Er ist von der jungen hohen Birke bei Freiberg.

Die Fig. 19, Taf. III zeigt den Krystall mit seinen sämmtlichen Flächen, Fig. 20 dieselben in der gewöhnlichen Weise auf die Ebene der Axen a und b projicirt. Die Flächen gruppiren sich in folgender Weise:

1. In der Zone $\infty c: k, \lambda, M, t, n, s$
2. In der Zone $\infty b: P, m, d, u, s$.
3. In der Zone $\infty a: P, o, k$.
4. In der Lateralkantenzone (a, b) des Hauptoctaëders z sind drei Octaëder z, ϑ, α.
5. In der einen Endkantenzone (b, c) aufser o das Octaëder y.
6. In der Zone der Flächen y, P ein als Abstumpfung ihrer Combinationskante erscheinendes Octaëder β, das zugleich zur Diagonalzone von m gehört.
7. Ein Octaëder γ zwischen y, o, P und dem eben erwähnten.

8. Ein Octaëder δ als Abstumpfung der Combinationskante $n:d$ erscheinend.

Ohne weitere Messung bestimmen sich die Haüy'schen Flächen $P=(c:\infty a:\infty b)$ $k=(b:\infty a:\infty b)$ $s=(a:\infty b:\infty c)$, ferner $o=(b:c:\infty a)$ $M=(a:b:\infty c)$ $z=(a:b:c)$.

Mittelst des Handgoniometers wurde d als die gewöhnliche $(2a:c:\infty b)$ und m als $(4a:c:\infty b)$ bestimmt.

Aus diesen Flächen lassen sich nun leicht die folgenden ableiten: y als zur Kantenzone (bc), zugleich mit ϑ zur Diagonalzone von d gehörend, wird dadurch als die häufig auftretende Haüy'sche Fläche $y=(2a:b:c)$ bestimmt, zugleich ϑ aus der eben erwähnten Zone und der Kantenzone $(a,\ b)$ des Octaëders z als $(2a:2b:c)$. Das Octaëder über ϑ gehört in eine Zone mit m und y, und ebenfalls zur Kantenzone $(a,\ b)$ wird also $\alpha=(3a:3b:c)$. Das Octaëder β, zwischen y und P, gehört in eine Zone mit y und P, indem es mit parallelen Kanten zwischen diesen beiden Flächen auftritt; zugleich gehört es in die Diagonalzone von m, indem die Combinationskanten $y:m$ und $m:P$ rechtwinklig auf einander sind. Dadurch bestimmt sich dieses als das doppelt stumpfere Octaëder von y als $\beta=4a:2b:c$.

Mittelst des Anlegegoniometers konnten noch n und t bestimmt werden, und zwar $n=(a:2b:\infty c)$ und $t=(a:\frac{3}{2}b:\infty c)$. So blieben noch die Flächen u, die zwischen n und d gelegenen, die Säulenfläche λ und die Flächen γ zwischen y, o, P und β. Diese konnten nur durch Messungen ebener Winkel bestimmt werden.

Die Fläche $n:d$ (in der Projectionsfigur mit δ bezeichnet) ist an dem Krystalle selbst nur halb so breit wie in unserer Figur, aber sehr scharf ausgebildet. Sie erscheint mit parallelen Kanten zwischen n und d, gehört also in eine Zone mit diesen beiden Flächen, wodurch der Zonenpunkt $(4b+2a)$ bestimmt wird. Die fragliche Fläche bildete an unserem Krystalle eine ungefähr zwei Millimeter lange Combinationskante mit der Fläche t. Es wurde nun der Winkel, den diese Kante mit der Kante $t:n$ bildete, gemessen und zu 116° gefunden. Daraus läfst sich nun leicht durch eine einfache Construction der Werth der Fläche finden.

Es stellen Fig. 21 Taf. III *n, d, t, s* die entsprechenden Flächen dar, so ist offenbar für unseren gemessenen Winkel $\gamma\beta\delta - 90^\circ$ sin : cos $= \gamma\alpha : \alpha\beta$ und diese beiden Linien, wenn wir uns den Scheitel unseres Winkels in die Axe *a* gelegt denken, verhalten sich wie $\gamma\varepsilon$ zu der Linie von $1a$ nach ε gezogen, d. i. zur Hypotenuse im rechtwinkligen Dreiecke, wo $1a$ und $C\varepsilon$, d. i. $\frac{3}{3}b$, die Katheten sind. Projiciren wir nämlich (Fig. 22, Taf. III) sämmtliche hier in Betracht kommende Flächen auf die Ebene, die durch die Axen *b* und *c* geht, alle durch $1a$ gelegt gedacht, so wird *d* zu $a : \frac{1}{2}c : \infty b$, und die mit denselben Buchstaben bezeichneten Linien geben uns die Projectionen der Flächen *n, d, t.* Construiren wir uns nun die Hypotenuse für die beiden Katheten *d* und $\frac{3}{2}b$, tragen diese von ε aus auf die Axe *b* auf, $\varepsilon\sigma$ unserer Figur, und ziehen von σ aus eine Linie, die mit $\sigma\varepsilon$ einen Winkel $116 - 90 = 26^\circ$ bildet, so giebt uns der Durchschnittspunkt γ dieser Linie mit der Projection der Fläche *t* den zweiten Zonenpunkt, und eine Linie, welche durch diese beiden Punkte hindurchgeht, ist die Projection unserer Fläche, dieselbe ebenfalls durch $1a$ gelegt. Sie findet sich so als $\delta = a : 4b : c$.

Es läfst sich nun leicht auch durch Rechnung zeigen, dafs der gefundene Winkel mit dem für den angegebenen Werth der Fläche berechneten so gut übereinstimmt, wie es sich nur bei der Kürze der Kanten erwarten läfst. Es ist, wie wir oben angegeben haben, für den gemessenen Winkel $- 90^\circ$ sin : cos $= \gamma\varepsilon : \sqrt{a^2 + (\frac{3}{2}b)^2}$.

Aus der Proportion $\gamma\varepsilon : \varepsilon\eta = iC : C\eta$ findet man $\gamma\varepsilon = \frac{5}{8}c$. Setzt man nun die bekannten Werthe der Axen *a, b, c* des Schwerspathes in die obige Proportion für sin : cos, so findet man daraus den Winkel zu 25° 43′, und 90° hinzuaddirt, für den zu messenden in Wahrheit 115° 43′, also nur eine Abweichung von 17 Minuten.

Nun bestimmt sich auch folglich u als Abstumpfung der Combinationskante von unseren beiden Flächen δ, als das dritte zugehörige Paar, als $u = (a : \infty b : c)$.

Die Säulenfläche λ war ebenfalls an dem Krystalle so klein, dafs sie mit dem Anlegegoniometer nicht gemessen werden konnte, auch matt, sonst aber wohl ausgebildet. Dafs es nicht die öfter schon angegebene Fläche $(a : \frac{1}{2} b : \infty c)$ seyn konnte, ging schon daraus hervor, dafs die beiden Kanten, welche sie mit dem oberen und unteren y bildete, *nicht* parallel waren. Wo sie am schärfsten ausgebildet war, bot sie mit dem stark ausgedehnten z eine Kante dar, deren Winkel mit der Kante $z : y$ am besten gemessen werden konnte, da die Kante $\lambda : y$ weniger gut sich dazu eignete. Der Winkel, den die beiden Kanten $z : y$ und $z : \lambda$ mit einander bildeten, wurde gegen 62° gefunden. Die Construction, um aus diesem Winkel den Werth für λ zu finden, ist ebenfalls sehr einfach. Wir brauchen nur das Dreieck der Fläche des Rhombenoctaëders z zu construiren, und da die Combinationskante $z : y$ die Kante zwischen $1b$ und $1c$ giebt, so dürfen wir nur an die Spitze bei c eine Linie an die verlängerte Kante bc so legen, dafs sie mit dieser ebenfalls den gemessenen Winkel x (Fig. 23, Taf. III) bildet, und dieselbe so weit ziehen, bis sie die verlängerte Kante zwischen b und a schneidet; denn offenbar mufs die Säulenfläche λ, durch die Axe c gelegt, in der Richtung $C\lambda\lambda$, die verlängerte Octaëderfläche z schneiden. Auf der Projectionsfigur Fig. 20 entspricht dem Punkte $\lambda\lambda$ der Fig. 23 derselbe Punkt $\lambda\lambda$, wodurch unsere Fläche $\lambda = (a : \frac{1}{4} b : \infty c)$ gefunden wird. Berechnet man unter dieser Annahme für λ aus der gewöhnlichen trignometrischen Formel den Winkel, so findet man, dafs er genau 60° 54′ 11″ wird. Bei der Kürze der Kante $\lambda : z$ kann man wohl kaum eine noch gröfsere Genauigkeit als bis auf ungefähr einen Grad erwarten; dafs unserer Fläche der angegebene Werth zukomme und dafs sie nicht etwa die von anderen Mineralogen angeführte Fläche $(a : \frac{1}{3} b : \infty c)$ sey, geht daraus hervor, dafs diese Fläche auf z, wie sich ebenfalls leicht berechnen läfst, mit der Kante $z:y$ einen Winkel von $66^{\circ}\ 27'$ bilden würde, was von unserer Messung viel zu sehr abweicht; ein fernerer Grund dafür möchte wohl auch in den Zonenverhältnissen liegen, wie sie sich auf unsere Figur 20, Tafel III ergeben. Unter dem angenommenen Werthe $(a:\frac{1}{4}b:\infty c)$ gehört sie mit in die so reich entwickelte Zone y, o, α, λ, γ und m, während sie als $(a:\frac{1}{3}b:\infty c)$ angenommen fast ganz isolirt dastände.

Wir haben jetzt nur noch die kleine Fläche γ zwischen y, o und P gelegen, die zu ihrer Bestimmung zweier Messungen bedarf, da keine ihrer Kanten uns auf eine bekannte Zone hinführt. Die Fläche ist kleiner als in der Zeichnung und zeigt einige Streifen parallel der Kante $\gamma:o$. Es wurden die beiden Winkel, welche diese Fläche auf P und auf o mit der Kante $o:P$ bildet, resp. ihre Complemente zu 180°, gemessen. Ersterer wurde aus wiederholten Messungen zwischen 8 und 9°, das Complement des zweiten zu 26° gefunden. Aus dem ersteren ergiebt sich das Verhältnifs für $a:b$, in welchem unsere Fläche diese beiden Axen schneidet zu $a:\frac{1}{8}b$. Für dieses ergiebt die Rechnung $8^{\circ}\ 43'$ als den fraglichen gemessenen Complementwinkel. Die Construction, um aus dem zweiten Winkel das Verhältnifs für c zu finden, ist ebenfalls sehr einfach und das Verfahren ähnlich dem oben angewandten. Es ist nämlich offenbar der stumpfe Winkel $180-26=154^{\circ}$. Ziehen wir von diesem 90° ab, so erhalten wir den Winkel, den auf der Fläche o unsere Kante $\gamma:o$ mit der Kante, die von $1c$ nach $1b$ geht, bildet. Tragen wir daher wieder in unserer Projectionsfigur von $1b$ aus eine Linie gleich der Kante zwischen b und $c=\sqrt{b^2+c^2}$ auf die Axe b auf, und ziehen von diesem Punkte aus eine Linie, die mit b einen Winkel von $154^{\circ}-90^{\circ}=64^{\circ}$ bildet, so bestimmt uns diese auf der Projectionslinie der Fläche o den Punkt $(4a+1b)$ als denjenigen, durch welchen unsere Fläche γ, durch $1c$ gelegt, so gehen mufs, dafs sich für a und b die abgeschnittenen Stücke verhalten wie $1a:\frac{1}{8}b$. Das giebt dann für unsere Fläche $\gamma=4a:\frac{1}{2}b:\frac{1}{3}c$

oder $12a : \frac{3}{7}b : c$. Der zu 26° gefundene Winkel wird für diese Werthe der drei Dimensionen a, b, c nach der Rechnung 26° 54′.

Das Uebereinstimmen dieser beiden Winkel mit den angegebenen Werthen der Fläche ist, bei der geringen Ausdehnung derselben, immerhin so, dafs wir sie als die angegebene mit Bestimmtheit annehmen können, um so mehr, als die Fläche dann ebenfalls unserer am reichsten entwickelten Zone *omy* u. ff. angehört, und jede andere nahe liegende Annahme so bedeutende Abweichungen der ebenen Winkel von den durch die Messung erhaltenen Gröfsen zeigen würde, dafs dadurch dieselben alle ausgeschlossen werden.

Behalten wir nämlich unsere eben erwähnten Hauptzonenpunkte für die Fläche bei, nehmen aber als zweiten nicht $\frac{3}{7}b$, sondern $2b$, so würde dadurch die Fläche gleich $8a : 2b : c = 2a : \frac{1}{2}b : \frac{1}{4}c$, der Winkel auf o bliebe dann unverändert, aber auf P würde dann der gemessene zwischen 8° und 9° gefundene Complementwinkel schon etwa 17°, also doppelt gröfser als die Messung ihn ergab. Würden wir aber bei dem Verhältnifs $a : \frac{1}{3}b$ bleiben, also den ebenen Winkel als richtig auf P beibehalten und statt unseres Zonenpunktes $(4a + b)$ etwa den $(3a + b)$ wählen, so würde unsere Fläche dadurch gleich $10a : \frac{5}{4}b : c = 2a : \frac{1}{4}b : \frac{4}{5}c$, aber der gemessene ebene Winkel auf o würde dann statt 26° etwa 34°, also um 8° von dem gefundenen abweichen. Dasselbe gilt auch für alle übrigen Annahmen in noch höherem Grade.

Somit wären alle Flächen abgeleitet. Die Projectionsfigur 20 Taf. III zeigt dieselben sämmtlich und wird die Eigenthümlichkeiten der Entwickelung dieses Krystalles besser darstellen, als es mit vielen Worten geschehen könnte.

Mir ist kein Krystall aus dem rhombischen Systeme bekannt geworden, der einen solchen Flächenreichthum in sich vereinigte. Es sind nicht weniger als 94 Flächen, welche die eben entwickelte Combination bilden, nämlich sieben verschiedene Octaëder, drei aus der Hauptreihe z, ϑ, a, zwei aus der Nebenreihe *y*, *β* und *u* und die beiden *γ* und *δ* aus den zwei stark entwickelten Zonen *m*, *o* und *n*, *d*, drei horizontale Prismen aus der Zone (∞b) *m*, *d* und *u*, vier verticale Prismen *n*, *t*, *M*, *λ*, das horizontale Prisma *o* und die sechs eine oblonge rechtwinklige Säule bildenden Flächen *P*, *k* und *s*, gewifs ein sehr seltenes Beispiel, dafs sich so nicht leicht wieder finden dürfte.

XII. *Ueber das Daseyn der Circularpolarisation im Zinnober; von Hrn.* ***Descloizeaux.***

(*Compt. rend. T. XLIV, p.* 876.)

Bekanntlich ist der Quarz das einzige Mineral, bei dem man bisher ein (optisches) Drehvermögen und zugleich die Relation, die zwischen diesem und gewissen hemiëdrischen Krystallflächen statt zu finden scheint, aufgefunden hat. Man weifs auch, dafs diese merkwürdige Eigenschaft nur dann in krystallisirten Substanzen nachzuweisen ist, wenn sie *einfachbrechend* oder *einaxig doppeltbrechend* sind, und zwar nur in Richtung der Axe, wo jeder Einflufs der Doppelbrechung aufhört.

In zweiaxigen Krystallen, wo keine Symmetrielinie dieselben optischen Eigenschaften besitzt, hat man sie bisher nicht entdecken können, vielleicht weil in diesen Krystallen die Doppelbrechung das unvergleichlich schwächere Drehvermögen verdeckt.

Jedenfalls war es also interessant, den schon bekannten Thatsachen neue wohl erwiesene hinzuzufügen. Diejenigen, welche ich der Akademie vorzulegen die Ehre habe, wurden kürzlich von mir an einem Körper aufgefunden, dessen wohl bestimmte krystallographische Kennzeichen nichts Eigenthümliches in den optischen Eigenschaften zu versprechen schienen. Hr. Schabus hat nämlich im J. 1851