

### 3. *Über die Kapazität von Spulen;* *von W. Riets.*

(Auszug aus einer Dissertation.)

---

#### Einleitung.

In der drahtlosen Telegraphie und ebenso in der physikalischen Meßpraxis spielt die Kapazität der benutzten Spulen eine nicht unerhebliche Rolle.

Ich habe mich deshalb im folgenden mit der Aufgabe beschäftigt, diese Kapazität für verschiedene Fälle zu untersuchen, um so an Hand der Erfahrung von vornherein einen Überblick über die zu erwartenden Verhältnisse zu bekommen.

Eine Methode zur Bestimmung der fraglichen Größe kann man stützen auf die Thomson-Kirchhoffsche Formel, für die Berechnung der Schwingungszeit eines geschlossenen Kreises aus Kapazität und Selbstinduktion. Die letzten Größen sind dabei zu beziehen auf die gerade benutzte Frequenz, da ja bekanntlich sowohl die Kapazität, wie die Selbstinduktion von der Schwingungszahl, allerdings nur in geringem Grade abhängen.<sup>1)</sup> Auf diese Veränderlichkeit wollen wir nicht weiter eingehen, eben wegen ihres geringen Betrages.

Eine in den Annalen der Physik veröffentlichte Arbeit von N. Schiller<sup>2)</sup>, der Untersuchungen über elektrische Schwingungen auf Veranlassung von Helmholtz anstellte, berücksichtigt schon die Kapazität in Spulen, ohne jedoch näher darauf einzugehen. In neueren veröffentlichten Arbeiten, die sich hauptsächlich mit der experimentellen Bestätigung<sup>3)</sup> der Thomsonschen Formel befaßten, waren die Kondensatorkapazitäten so groß gewählt, im Vergleich zur Spulenkapazität,

---

1) A. Sommerfeld, Ann. d. Phys. 15. p. 673. 1904.

2) N. Schiller, Pogg. Ann. 152. p. 545. 1874.

3) H. J. Tallqvist, Wied. Ann. 60. p. 248. 1897; U. Seiler, Dissertation Zürich 1897.

das letztere vernachlässigt werden konnte; ein Punkt, auf den ich jedoch später noch näher eingehen werde.

Orlich <sup>1)</sup> hat die auftretende Spulenkapazität einer näheren Prüfung unterzogen und bringt einige Angaben über die Größe derselben bei Selbstinduktionsnormalien, die sich im wesentlichen mit dem Ergebnis meiner Untersuchungen decken. Seine Beobachtungsmethode war eine ganz andere. Eingehend befaßte sich Drude <sup>2)</sup> mit einer theoretischen Behandlung der Spulenkapazität einlagiger Spule, welche bei der Konstruktion von Teslatransformatoren für ihn von Wichtigkeit war. Er gelangt zu einer Formel zur Berechnung der Kapazität, von der er selbst beim Vergleich mit seinen experimentellen Ergebnissen fand, daß sie für eine Taxierung der Spulenkapazität brauchbare Resultate liefert. Auch wir können das bestätigen.

Unsere Untersuchung befaßt sich im Gegensatz dazu, vorwiegend mit dem Fall mehrlagiger Spulen, für welche es ebenfalls gelang, den Einfluß der verschiedenen Faktoren in sehr einfacher Weise voneinander zu trennen. Insbesondere untersuchten wir den Einfluß der Lagenzahl und der Länge und geben außerdem eine einfache Überschlagsformel, nach der die zu erwartende Kapazität im voraus annähernd berechnet werden kann.

#### § I. Versuchsanordnung.

Wie im nächsten Paragraphen genauer auseinandergesetzt wird, gelingt die Bestimmung der gesuchten Spulenkapazitäten, wenn man die Spulen mit einigen bekannten Kapazitäten zu einem schwingungsfähigen System vereinigt und dann für diese Kombination die Schwingungszeit bestimmt. Diese Bestimmung, sowie die Anregung der Schwingungen geschieht mittels des Helmholtzschen Pendels, in der durch Fig. 1 dargestellten, jetzt zu erläuternden Weise.

*I* und *II* sind die zwei Kontakte des Helmholtzschen Pendels, welche durch dasselbe eine kurze, beliebig einstellbare Zeit nacheinander weggeschlagen werden können. Über den Kontakt *I* ist die zu untersuchende Spule verbunden mit einem Siemensschen Milli-Amperemeter *A*, einem rheostatischen

1) E. Orlich, Kapazität und Induktivität 1909.

2) P. Drude, Ann. d. Phys. 9. p. 293. 1902.

Gleitwiderstand  $R$  und der Stromquelle  $E$  (ein Akkumulator). Der andere Pol des Elements und das zweite Spulenende sind miteinander verbunden und geerdet. Vom ersten Spulenende aus führt eine zweite Leitung über den Kontakt  $II$  zu der einen Belegung des bekannten Kondensators  $C$ , die zweite Belegung liegt an Erde. Außerdem können die beiden Belegungen mittels des von Hand betätigten Ausschalters  $III$  durch das hochempfindliche ballistische Galvanometer  $G$  verbunden werden.

Als Kondensator  $C$  benutzte ich bei kleinen Kapazitäten einen Halbkreis Kondensator (Dielektrikum Luft), wie er in der drahtlosen Telegraphie üblich ist. Die Kapazität ist einstellbar von  $2,6 \cdot 10^{-4}$  bis  $2,6 \cdot 10^{-3}$  Mikrof. Für größere Kapazitäten von  $1 \cdot 10^{-3}$  bis 1 Mikrof. verwandte ich einen Glimmerkondensator von Siemens & Halske. Durch Stöpselkontakte wurde die gewünschte Kapazität eingeschaltet. Der im Glimmerkondensator auftretende Rückstand bei einer

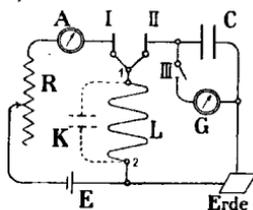


Fig. 1.

Ladungsdauer von 1 Min., kurzer Entladung und Wartezeit von 1 Min. betrug 0,7—0,9 Proz. Bei meinen Messungen kam aber immer nur der Bruchteil einer Sekunde bei Ladung und Entladung in Betracht und wird demnach der auftretende Rückstand stark reduziert. Um jedoch sicher zu sein, daß der Rückstand das Resultat nicht trüben kann, wurde nach jeder einzelnen Messung der Kondensator solange kurz geschlossen durch das Galvanometer, bis letzteres seine völlige Ruhelage erreicht hatte.

Das ballistische Galvanometer war ein Drehspulensinstrument hoher Empfindlichkeit von Kaiser und Schmidt und arbeitete vorzüglich.

#### Gang eines Versuches.

Nachdem die beiden Hebel  $I$  und  $II$  angelegt sind,  $III$  offen, geht bald ein konstanter Strom durch die zu untersuchende Spule. Derselbe war gewöhnlich einige Milli-Amp. Der Kondensator  $C$  ist zugleich auf ein konstantes Potential zwischen 0,1 und 1 Volt geladen, dessen Größe nebensächlich ist und bestimmt wird durch den Gesamtstrom und den Widerstand der Spule. Jetzt läßt man das Pendel herunterfallen. Es schlägt zunächst

den Hebel *I* weg und löst dadurch die Verbindung mit dem Akkumulator. Von diesem Zeitmoment an bildet der rechte Teil der Versuchsanordnung ein schwingungsfähiges System für sich, in dem nun Schwingungen einsetzen, welche ihre Anfangsenergie schöpfen, teils in der magnetischen Energie der Spule, teils in der elektrischen Energie des Kondensators. Diese Schwingungen dauern an, solange das System als solches besteht, das heißt, bis der Hebel *II* weggeschlagen wird. Die Zeitdifferenz zwischen dem Wegschlagen des ersten und zweiten Hebels ist in bekannter Weise dadurch einstellbar, daß man Hebel *I* mittels einer Mikrometerschraube vor dem Herunterfallen des Pendels um einen bestimmten Abstand gegen Hebel *II* verschiebt. Nachdem der Hebel *II* weggeschlagen ist, wird Kontakt *III* von Hand geschlossen und durch den dann eintretenden ballistischen Ausschlag des Galvanometers *G* die in dem betreffenden Momente noch im Kondensator *C* vorhandene Elektrizitätsmenge gemessen.

Wiederholt man diese Messung für verschiedene Stellungen der Kontakte, so kann man die ganze Schwingungskurve des Systems punktweise aufnehmen. Zur Auswertung dieser Kurve bedarf es noch der Kenntnis der sogenannten Pendelkonstante, das heißt der Zeit, welche verläuft zwischen dem Unterbrechen der beiden Kontakte für den Fall, daß dieselben nur einen Trommelteil  $= \frac{1}{2} \frac{1}{0.0}$  mm gegeneinander verschoben sind. Diese Zeit beträgt für unser Pendel:

$$1,6345 \cdot 10^{-6} \text{ sec.}$$

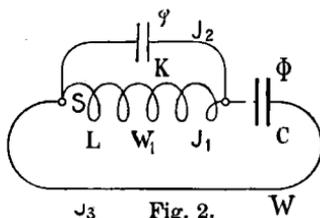
Gemessen wurde dieselbe in üblicher Weise durch Aufnahme einer Schwingungskurve, welche einem System, bestehend aus einer bekannten Kapazität und einer bekannten Selbstinduktion, angehörte. Dabei war darauf geachtet worden, die Kapazität so groß zu wählen, daß die Kapazität der Selbstinduktionsnormale daneben nicht mehr in Betracht kam.

## § II. Die Beobachtungsmethode und ihre Theorie.

Die Spule *S*, deren Kapazität bestimmt werden soll, ist, wie in Fig. 2 gezeichnet, mit einer bekannten Kondensatorkapazität in Serie geschaltet und bildet mit derselben einen geschlossenen Stromkreis, während der Periode, welche zur

Messung benutzt wird. Während dieser Zeit finden also in diesem Stromkreise Schwingungen statt, deren Verlauf wir berechnen wollen unter der Voraussetzung, daß wir die Spule ( $S$ ) auffassen können als ein System mit der Selbstinduktion  $L$  und dem Widerstand  $W$ , dem eine Kapazität  $K$  nebengeschaltet ist.

Die Schwingungen entleihen ihre Anfangsenergie aus einer anfänglichen magnetischen Energie des Spulenfeldes und der elektrischen Energie des Kondensators  $C$ . Dieser Anfangszustand wird ermöglicht durch eine Schaltung mittels des Helmholtzschen Pendels, welche im vorigen Paragraphen 1 beschrieben wurde, auf die wir aber zur Berechnung der Schwingungen unseres Systems während der Meßperiode keine Rücksicht zu nehmen brauchen.



In den einzelnen Zweigen der Anordnung mögen, wie in Fig. 2 gezeichnet, die Ströme  $J$ ,  $J_1$  und  $J_2$  fließen. Dann gilt zunächst

$$(I) \quad J = J_1 + J_2.$$

Wäre in unserm System eine elektromotorische Kraft  $E$  vorhanden, so hätten wir außerdem in üblicher Weise

$$(II) \quad \begin{cases} E - \Phi - L \frac{dJ_1}{dt} = W \cdot J + W_1 \cdot J_1 \\ E - \Phi - \varphi = W \cdot J, \end{cases}$$

wobei  $\Phi$  das Potential des Kondensators  $C$  und  $\varphi$  das des gedachten Kondensators  $K$  bedeutet.

Die Elektrizitätsmengen, welche in den beiden Kondensatoren aufgespeichert sind, findet man zu

$$(III) \quad Q = C \Phi \quad \text{und} \quad q = k \cdot \varphi.$$

Differenziert man die obigen Gleichungen nach  $t$  und berücksichtigt (III), so erhält man

$$(IV) \quad \begin{cases} \frac{dE}{dt} - \frac{J}{C} - L \frac{d^2 J_1}{dt^2} = W \frac{dJ}{dt} + W_1 \cdot \frac{dJ_1}{dt} \\ \frac{dE}{dt} - \frac{J}{C} - \frac{J_2}{K} = W \cdot \frac{dJ}{dt}. \end{cases}$$

Setzen wir, wie es unseren Verhältnissen entspricht,  $E = 0$  und ersetzen außerdem nach (I) die Größe  $J$  durch  $(J_1 + J_2)$ , so erhalten wir schließlich:

$$(V) \quad \begin{cases} L \cdot \frac{d^2 J_1}{dt^2} + (W + W_1) \frac{dJ_1}{dt} + \frac{J_1}{C} + W \cdot \frac{dJ_2}{dt} + \frac{J_2}{C} = 0 \\ W \cdot \frac{dJ_1}{dt} + \frac{J_1}{C} + W \frac{dJ_2}{dt} + J_2 \left( \frac{C+K}{C \cdot K} \right) = 0. \end{cases}$$

Durch den Ansatz

$$(VI) \quad J_1 = A e^{i\omega t} \quad \text{und} \quad J_2 = B e^{i\omega t} \quad \text{worin} \quad \omega = \frac{2\pi}{t},$$

die Schwingungszahl in  $2\pi$  sec bedeutet, erhalten wir zur Bestimmung von den verfügbaren Konstanten ( $A$ ) und ( $B$ ) die beiden Gleichungen:

$$V) \quad \begin{cases} A \cdot \left[ -L\omega^2 + (W_1 + W_2) \cdot i\omega + \frac{1}{C} \right] + B \cdot \left[ iW\omega + \frac{1}{C} \right] = 0 \\ A \cdot \left[ iW \cdot \omega + \frac{1}{C} \right] + B \cdot \left[ iW \cdot \omega + \frac{C+K}{C \cdot K} \right] = 0. \end{cases}$$

Dieselben sind nur dann mit endlichen Werten für  $A$  und  $B$  verträglich, wenn die Determinante des Gleichungssystems verschwindet, das heißt, wenn

$$(VII) \quad \begin{cases} \left[ -L\omega^2 + (W_1 + W_2) \cdot \omega i + \frac{1}{C} \right] \cdot \left[ i\omega W + \frac{C+K}{C \cdot K} \right] \\ = \left[ i\omega W + \frac{1}{C} \right]^2. \end{cases}$$

Bekanntlich ist der Einfluß der Widerstände auf die Schwingungszeiten äußerst klein. Wir können deshalb ohne merklichen Fehler dieselben in (VII) vernachlässigen, wodurch wir die einfache Gleichung erhalten

$$(VII) \quad \omega^2 \cdot L - \frac{1}{C} = - \frac{\frac{1}{C^2}}{\frac{C+K}{C \cdot K}} = - \frac{1}{C} \cdot \frac{\frac{K}{C}}{1 + \frac{K}{C}}$$

oder

$$(VIII) \quad \omega^2 = \frac{1}{L \cdot C} \cdot \left( 1 - \frac{\frac{K}{C}}{1 + \frac{K}{C}} \right) = \frac{1}{L \cdot C} \cdot \frac{1}{1 + \frac{K}{C}}.$$

Bezeichnen wir die Schwingungszeit unseres Systems mit  $(T_2)$  und nennen  $(T_1)$  die Schwingungszeit für den Fall,

daß die Spule selbst keine Kapazität besäße, so haben wir mit Rücksicht auf (VI)

$$(IX) \quad T_2 = 2\pi \sqrt{L \cdot C} \cdot \sqrt{\frac{K+C}{C}}.$$

Während bekanntlich (IX')  $T_1 = 2\pi \sqrt{L \cdot C}$  gesetzt werden kann, oder auch anders ausdrückt

$$(X) \quad \frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{C+K}{C},$$

das heißt: die Quadrate der Schwingungszeiten, einmal für den wirklichen Fall, das andere Mal für den idealisierten Fall der kapazitätslosen Spule berechnet, verhalten sich wie die Gesamtkapazitäten.

In unserem Falle beobachten wir die Schwingungszeiten für verschiedene Werte von  $C$ . Schreibt man nun statt (IX)

$$(IX'') \quad \underline{T_2^2 = 4\pi^2 \cdot L(C+K)},$$

so erhält man eine einfache graphische Methode zur Bestimmung von  $K$ .

Trägt man nämlich in einem Koordinatensystem (vgl. Fig. 3) auf der horizontalen Achse die variierte Kondensatorkapazität  $C$  in einem beliebigen Maßstabe ab und auf der senkrechten Achse die entsprechend zugehörige, aus der Meßkurve entnommene Schwingungszeit zum Quadrat erhoben, so ergibt sich eine gerade Linie, welche für  $K=0$  durch den Koordinatenanfangspunkt gehen würde.

Ist aber Spulenkapazität vorhanden, so geht die Linie nicht mehr durch den Koordinatenanfangspunkt, sondern schneidet auf der horizontalen Achse ein Stück von der Länge  $K$  ab. Somit ist also  $K$  ohne weiteres graphisch zu bestimmen.

Die Ordinate im Anfangspunkt gibt das Quadrat der Eigenschwingungszeit an für den Fall, daß die Spule für sich allein schwingen würde. Die Tangente des Neigungswinkels unserer graden Linie ist gleich dem  $4\pi^2$ -fachen des Selbstinduktionskoeffizienten.

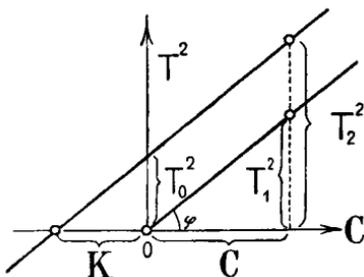


Fig. 3.

Mit Hilfe der eben besprochenen graphischen Methode wurden alle später zu besprechenden Messungen ausgewertet.

### § III. Die einlagige Spule.

Bei der Untersuchung der Induktionsspulen auf Kapazität lag der Gedanke nahe, zunächst nur solche Spulen zu untersuchen, welche einlagig gewickelt waren, daß heißt, welche viele Windungen nebeneinander in nur einer Lage besaßen. Derartige Spulen sind einer theoretischen Behandlung unterzogen worden.<sup>1)</sup> Außerdem ist eine Vorstellung über das Zustandekommen elektrisch verteilter Ladungen in einem einlagigen Spulensystem leichter, als wenn ein solches mehr als eine Lage besitzt. Hier gestalten sich die auftretenden Ladungserscheinungen sehr kompliziert.

Es ist nach jenen Rechnungen zu erwarten, daß einlagige Spulen eine sehr kleine Kapazität besitzen. Nun konnte ich bei der Aufnahme der Schwingungskurven mit dem Pendel über eine bestimmte Grenze der Meßgenauigkeit nicht hinausgehen. Außerdem durfte ich die variable Kondensatorkapazität nicht zu groß wählen, damit die etwa vorhandene Spulenkapazität von der ersteren nicht ganz verdeckt und damit nicht zur Geltung gelangen konnte.

Eine kleine Kondensatorkapazität  $C$  bedingt aber nach der Formel  $T = 2\pi\sqrt{L \cdot (C + K)}$  eine möglichst große Selbstinduktion ( $L$ ), wenn die Schwingungszeit  $T$  noch genau meßbar ausfallen soll und wir von der uns noch unbekanntenen Spulenkapazität absehen.

Das einzig Mögliche war deshalb die Benutzung einer recht großen Spule. Die Abmessungen waren folgende:

Länge . . . . .	$l = 60$ cm
Durchmesser . . . . .	$= 2r = 33,8$ cm
Ganghöhe . . . . .	$= \frac{l}{N} = 0,0625$ mm
Windungszahl . . . . .	$= N = 960$
Kupferdrahtdurchmesser blank	$= 0,5$ mm, doppelt mit weißer Seide besponnen.

Der Kern war eine Holzhohltrommel, gut gealtertes Holz. Damit ein Quellen oder Schwinden des Kernes nach Möglichkeit vermieden wurde, war derselbe hergestellt aus 4 mm

<sup>1)</sup> W. Lenz, Diss. Münch. 1911; Ann. d. Phys. 37. p. 923. 1912.

dünnen Holzringstücken, die zu Ringen (Scheibenringen) zusammengepaßt und dann miteinander verleimt wurden.

Der Holzkörper wurde nun mit einer Lage Isolierpapier<sup>1)</sup> umhüllt und auf dieses der doppelt besponnene Kupferdraht in nebeneinander liegenden Windungen in einer Lage aufgewickelt. Sodann wurde mittels durchgesandtem Wechselstrom der Draht leicht erwärmt und mit einer heiß aufgetragenen Isoliermasse, bestehend aus einer Mischung von Paraffin, Kolophonium und etwas Wachs, durchtränkt. Besondere Rücksicht wurde auf eine gute Isolation genommen, da Vorversuche zeigten, daß sonst ganz unkontrollierbare Verhältnisse eintreten.

Mit der Verwendung von Schellack als Isolationsmaterial habe ich trotz guter Austrocknung und sorgfältigster Wicklung der Drahtwindungen keine guten Erfahrungen gemacht. Die oben besprochene Isoliermethode dagegen erfüllte ihren Zweck vollständig:

Um die Lage der zu untersuchenden Spule zu definieren, wurde sie, wie auch alle anderen, derartig aufgestellt, daß ihre Spulenachse mit der lotrechten zusammenfiel. Jede Spule wurde mit einer Papphülse größerer Weite (Durchmesser 45 cm) umgeben, welche außen mit Stanniol beklebt war. Die Umhüllung war an Erde gelegt. Die Schirmwirkung der Metallhülle schützte die Spule vor elektrischen Beeinflussungen, außerdem waren dadurch die Verhältnisse ganz bestimmte.

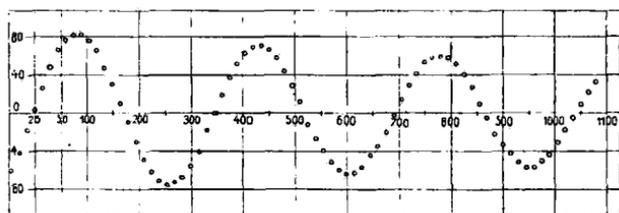


Fig. 4.

Es wurde nun mit einer bestimmten Kondensatorkapazität die Schwingungskurve punktweise (für jeden Punkt 3 bis 5 Messungen) aufgenommen. Eine solche Kurve zeigt die Fig. 4.

1) Isolierpapier, bezogen von der Allgem. Elektrizitäts-Ges. Berlin.

Dieselbe verläuft sehr regelmäßig, was wir ebenso von allen anderen Kurven behaupten können.<sup>1)</sup>

Aus einer Anzahl Schwingungen wurde graphisch die Schwingungszeit  $T$  bestimmt. Nun wurde die Kondensatorkapazität verändert, und wieder eine Schwingungskurve aufgenommen, darauf die Schwingungszeit neuerdings festgelegt. Die aus den Beobachtungsergebnissen erhaltenen aufgezeichneten Kurven sind in den zugehörigen Zeichnungen I. bis VI. zusammengestellt.

Die Resultate für die Schwingungszeiten sind aus folgender Tab. I ersichtlich:

Tabelle I.

$C$ in Mikrof.	$T$ in Trommelteilen	$T^2$	$T$ in Sekunden
$2,665 \cdot 10^{-4}$	26,10	681	$42,7 \cdot 10^{-8}$
5,286 „	35,10	1232	57,4 „
10,592 „	48,80	2332	78,9 „
15,910 „	58,50	3422	95,6 „
21,108 „	66,90	4476	109,3 „

Auf der Zeichnung (I), vgl. p. 553 (große Spule einlagig), sind die  $T^2$  auf der Ordinate und die Kondensatorkapazitäten  $C$  auf der Abszisse abgetragen.

Man sieht zunächst, daß, wie das die Theorie des Paragraphen II verlangt, durch die Punkte für  $T^2$  mit großer Genauigkeit eine gerade Linie hindurch gelegt werden kann. Dieselbe schneidet die horizontale Achse in einem Punkte, welcher zu

$$K = 6,0 \cdot 10^{-5} \text{ Mikrof.}$$

gehört.

Nun ist in dieser Kapazität auch diejenige der Zu- und Rückleitungsdrähte, der Quecksilberwippen und des Pendels enthalten. Eine ballistische Messung dieser Zusatzkapazitäten, wobei das System statisch geladen wurde, ergab

$$C = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Mikrof.}$$

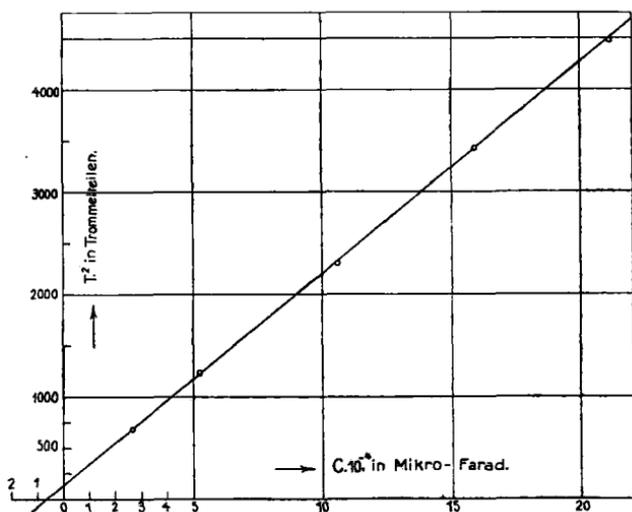
1) Es ist besonders bemerkenswert, wie genau der Schwingungsvorgang sich bei den aufeinanderfolgenden Versuchen wiederholt, denn jeder Punkt der Kurve entspricht bei der Ausführung einem ganzen Schwingungsvorgang.

Dieser Wert, welcher hier sehr stark ins Gewicht fällt, rührt wohl von den unvermeidlichen großen Pendelmassen her.

Subtrahiert man diese Zusatzkapazität  $c$  von der gefundenen Spulenkapazität  $K$ , so wird

$$K - c = 6 - 5 = 1 \cdot 10^{-5} \text{ Mikrof.}$$

Die Spulenkapazität ist also außerordentlich klein. Unsere Messungen ergeben also hier trotz der großen Spule doch nur einen ungefähren Wert.



Zeichnung I. Große Spule einlagig.

Vergleichen wir noch unser Versuchsergebnis mit den von Drude<sup>1)</sup> publizierten Rechnungen. Derselbe findet

$$K = 3\alpha \cdot r \cdot \frac{2 + \left(\frac{l}{r}\right)^2 + \left(\frac{r}{l}\right)^2}{10 + 4 \cdot \left(\frac{l}{r}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{r}{l}\right)^2},$$

worin die Spulenlänge  $l$  und der Spulenradius  $r$  genannt ist.  $\alpha$  ist ein von  $l/2r$  abhängiger Wert, für welchen Drude Tabellen aufgestellt hat.

In meiner Spule ist  $l = 60$  cm,  $2r = 33,8$  cm.

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 9. p. 293. 1902 4. Folge.

Nach Drudes Tabelle ergibt sich für

$$\frac{l}{2r} = \frac{60}{33,8} = 1,775$$

der Wert

$$2\sqrt{\alpha\pi} = 4,0,$$

daraus ergibt sich also  $\alpha = 1,27$ .

Setzen wir diese Werte in die obige Formel ein, so erhalten wir

$$K = 1,16 \cdot 10^{-5} \text{ Mikrof.}$$

Unser Versuchsergebnis stimmt hiermit recht befriedigend überein.

Schließlich möge noch eine Kontrolle durch Berechnung der Selbstinduktion ausgeführt werden.

Nachdem wir  $C$  und  $K$  kennen und ja außerdem die Schwingungszeit beobachtet haben, können wir nach (IX'')  $L$  bestimmen aus der Formel

$$L = \frac{T^2}{4\pi^2 \cdot (C + K)}.$$

Greifen wir aus der obigen Tab. I die Resultate der mittleren Schwingungskurve heraus, so ist dort

$$T = 78,95 \text{ sec.}$$

$$C + K = 11,59 \cdot 10^{-4}.$$

Aus diesen beobachteten Werten folgt also

$$L = 0,1410 \text{ Henry.}$$

Andererseits berechnen wir  $L$  aus den Dimensionen der Spule und benutzen dazu eine Formel von Rayleigh, welche durch Rosa<sup>1)</sup> eine Erweiterung erfahren hat.

Wenn  $d$  der Durchmesser des Leiterquerschnittes,  $D$  der Abstand der Mittelpunkte zweier benachbarter Drähte,  $a$  der mittlere Spulenradius und  $n$  die Windungszahl ist, so lautet die Formel

$$L = 4 \cdot \pi \cdot n^2 \cdot a \cdot \left\{ \left( 1 + \frac{l^2}{32 a^2} \right) \cdot \lg n \left( \frac{8 a}{l} \right) + \frac{l^2}{128 a^2} - 0,5 \right\} \\ - 4 \pi \cdot a \cdot n \cdot (A + B),$$

1) M. La Rosa, Bull. of the Bureau of Standards 2. p. 161. Washington 1906.

wobei  $A$  und  $B$  aus den von Rosa gegebenen Tabellen entnommen wurden. Mit

$$n = 960 \text{ cm}, \quad a = 16,9 \text{ cm}, \quad d = 0,05 \text{ cm},$$

$$l = 60 \text{ cm}, \quad D = \frac{l}{n} = 0,0625 \text{ cm}$$

ergibt die Berechnung

$$L = 0,1429 \text{ Henry.}$$

Das berechnete Resultat weicht demnach von dem experimentellen nur um 1,3 Proz. ab. Eine Übereinstimmung, die durchaus als gut zu bezeichnen ist.

Streng genommen, müßten bei meiner obigen Berechnung die entnommenen Schwingungszeiten erst nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen und für das daraus resultierende  $T$  die Selbstinduktion berechnet werden. Wie die Zeichnung I zeigt, sind indessen die Abweichungen von der Geraden so minimal, daß dieses unterbleiben konnte.

Die schon recht große einlagige Spule besitzt also eine minimale Kapazität, welche gerade an der Grenze unserer Meßmöglichkeit liegt und deshalb natürlich auch nur ungefähr richtig ist.

#### § IV. Die zweilagige Spule.

##### Experimentelle Bestimmung und Vorausberechnung der Kapazität.

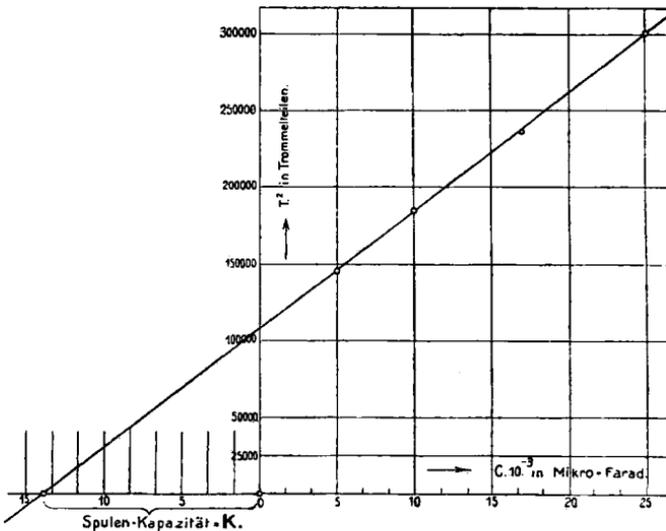
Auf die vorher beschriebene Spule wickelte ich jetzt eine zweite Lage von demselben Draht. Beide Lagen waren aber durch eine doppelte Schicht Isolationspapier voneinander getrennt. Das Aufwickeln der zweiten wurde mit Sorgfalt ausgeführt und um für gute Isolation Rechnung zu tragen, wurde das ganze mit der schon erwähnten Isoliermasse durchtränkt; zugleich war damit die Drahtlage, besonders deren Enden fixiert. Die Trennung beider Windungslagen durch Isolationspapier war besonders wichtig, da beim Anfang und Ende des Drahtes gerade diejenigen Punkte einander sehr nahe liegen, die in großer elektrischer Differenz stehen. Ein etwaiger Leitungsstrom zwischen beiden Lagen war durch die Isolation wohl ausgeschlossen. Vorversuche, bei denen nicht so genau auf die Isolation geachtet wurde, hatten ganz unkontrollier-

bare Verhältnisse gegeben. Folgende Tab. II stellt die Resultate der untersuchten zweilagigen großen Spule dar.

Tabelle II.

$C$ in Mikrof.	$T$ in Trommelteilen	$T^2 \cdot 10^4$	$T$ in Sekunden
0,005	881,3	14,54	$6,232 \cdot 10^{-4}$
0,010	429,3	18,43	7,017 „
0,017	485,7	23,59	7,939 „
0,025	548,0	30,03	8,957 „

Auch hier ist, wie Zeichnung II zeigt,  $T^2$  als Funktion von ( $C$ ) sehr genau durch eine Gerade dargestellt. Der Ab-



Zeichnung II. Große Spule zweilagig.

schnitt auf der Abszissenachse ergibt für die Spulenkapazität  $K$  den Wert

$$K = 13,85 \cdot 10^{-3} \text{ Mikrof.}$$

Die Kapazität hat demnach einen beträchtlichen Wert erreicht, welcher mehr als 1000 mal so groß ist als der der einlagigen Spule. Dieser ist, wie ein Vergleich mit obiger Tab. II zeigt, so groß, daß in den ersten beiden Messungen die Eigen-

kapazität der Spule größer ist, als die des zugeschalteten Kondensators. Aus diesem Vergleich ist am klarsten ersichtlich, welche Höhe ein Rechenfehler erreichen kann, wenn man nach der ursprünglichen Thomson-Kirchoffschen Formel

$$T = 2\pi \sqrt{L \cdot C}$$

die Selbstinduktion berechnen wollte, ohne die Spulenkapazität zu berücksichtigen.

Es ist demnach bei Verwendung langgestreckter mehrlagiger Spulen unerlässlich, die Spule zuerst auf ihre Eigenkapazität zu untersuchen und dann die erweiterte Formel

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot (C + K)}$$

bei Berechnung der gesuchten Größe anzuwenden.

Wir wollen jetzt noch an der Hand einer einfachen Überlegung zeigen, wie man den ungefähren Wert einer zweilagigen Spule vorausberechnen kann.

An Stelle der Spule denken wir uns zwei konzentrische Zylinder, der innere habe einen Durchmesser  $2r$ , der äußere einen Durchmesser  $2r + 2d$ . Die Länge des Zylinders sei  $l$  (vgl. Fig. 5).

Bei unserer Spule nimmt nun das Potential auf dem inneren Draht zu, von dem Werte Null am Anfangspunkte bis zum Werte  $J \cdot W$  am Endpunkte, wenn  $W$  den Widerstand einer Lage bedeutet und  $J$  der durch die Spule hindurch fließende Strom ist. Bewegen wir

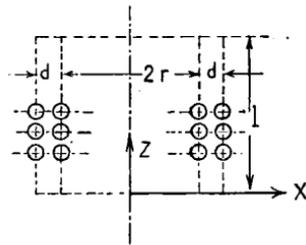


Fig. 5.

uns längs einer Erzeugenden unseres inneren Zylinders, so nimmt das Potential  $V$  von einer Windung zur nächsten sprunghaft zu. An Stelle dieses Verhaltens substituieren wir eine stetige und lineare Zunahme von  $V$  und setzen

$$(XI) \quad V = J \cdot W \frac{z}{l},$$

wobei  $z$  eine längs der Erzeugenden, vom Anfang der Spule aus gemessene Länge bedeutet. Auf dem äußeren Mantel unseres Doppelschleifenzylinders finden wir für das Potential ebenso

$$(XI) \quad V = J \cdot W \cdot \left(2 - \frac{z}{l}\right).$$

Wir vernachlässigen jetzt den Einfluß der Enden und der Krümmung, rechnen senkrecht zur inneren Zylinderfläche eine Koordinate  $x$ , dann muß  $V$  zwischen den beiden Zylindern der Gleichung

$$(XII) \quad \frac{d^2 V}{dx^2} + \frac{d^2 V}{dx^2} = 0$$

genügen.

Mit Rücksicht auf (XI) und (XI') sind die Grenzbedingungen

$$(XIII) \quad \begin{cases} V = J \cdot W \cdot \frac{x}{l} \text{ für } x = 0, \\ V = J \cdot W \cdot \left(2 - \frac{x}{l}\right) \text{ für } x = d. \end{cases}$$

Man überzeugt sich leicht, daß durch den Ansatz

$$(XIV) \quad V = J \cdot W \cdot \left(\frac{x}{l} + 2 \frac{x}{d} - 2 \frac{x}{l} \cdot \frac{x}{d}\right)$$

die Differentialgleichung und die Grenzbedingungen erfüllt werden. Somit kennen wir das elektrische Feld zwischen den beiden Zylindern, d. h. zwischen den beiden Spulenlagen.

Von Interesse ist insbesondere für uns die Elektrizitätsmenge, welche sich auf der Oberfläche der Lagen angesammelt hat.

Die elektrische Flächendichte  $\sigma$  ist bekanntlich

$$\sigma = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{dV}{dn},$$

wenn  $n$  die Normale zur Fläche bedeutet. Pro Flächeneinheit unseres inneren Zylinders befindet sich also die Elektrizitätsmenge

$$\sigma = \frac{J \cdot W}{2\pi d} \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right),$$

auf den ganzen inneren Zylinder also die Menge

$$(XV) \quad Q = \frac{J \cdot W}{2\pi d} \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right) \cdot 2\pi r \cdot dz = J \cdot W \frac{l}{2} \cdot \frac{r}{d}.$$

Dieselbe Menge liegt natürlich auch auf der Innenseite des äußeren Zylinders.

Hätte die Spule kein elektrisches Feld, und damit keine Kapazität, so würden wir durch eine nebengeschaltete Kapa-

azität  $K$  gleichviel Elektrizitätsmenge entziehen, wie wir gerade berechnet haben, wenn  $K$  so gewählt wäre, daß

$$(XVI) \quad Q = 2J \cdot W \cdot K.$$

Näherungsweise können wir durch Gleichsetzung von (XV) und (XVI) die berechenbare Größe  $K$  als die Kapazität der zweilagigen Spule auffassen. Es ergibt sich

$$(XVII) \quad K = \frac{l}{4} \cdot \frac{r}{d}.$$

In unserem Falle war nun  $l = 60$  cm und  $r = 17$  cm. Der Abstand der Mittelpunkte der Drähte benachbarter Lagen betrug 0,10 cm, die Drahtdicke 0,05 cm. Rechnen wir nun den Abstand  $d$  zwischen den äußersten Punkten der Drahtquerschnitte, so ist  $d = 0,05$  cm und damit

$$K = \frac{60}{4} \cdot \frac{17}{0,05} = 5100 \text{ cm}$$

oder in Mikrofarad

$$K = 5100 \cdot 1,11 \cdot 10^{-9} = 5,7 \cdot 10^{-3} \text{ Mikrof.}$$

Beobachtet wurde:

$$K = 13,85 \cdot 10^{-3} \text{ Mikrof.}$$

Das heißt 2,4 mal soviel. Bedenkt man, daß das Dielektrikum eine Dielektrizitätskonstante von ungefähr 2 haben wird, wodurch das berechnete  $K$  auf  $11,4 \cdot 10^{-3}$  Mikrof. hinaufgehen würde, so ist die Übereinstimmung als durchaus gut zu bezeichnen. Es sei indessen ausdrücklich hervorgehoben, daß wir mit unserer Formel (XVII) nur eine ungefähre Bestimmung der Spulenkapazität bezwecken und bezwecken können.

#### § V. Mehrlagige Spulen.

Abhängigkeit der Kapazität von der Lagenzahl  
und von der Länge der Spule.

Für die Untersuchungen bei mehreren Lagen war die bisher verwandte große Spule infolge der stark anwachsenden Selbstinduktion mit zunehmender Lagenzahl viel zu voluminös. Außerdem werden die Schwingungszeiten derartig groß, daß bei der Aufnahme einer Schwingungskurve eine beträchtliche Anzahl Trommeldrehungen dazu gehört, um dieselbe aufzunehmen. Dadurch würde ich aus dem Meßbereich herausgekommen sein, für welches die bestimmte Pendelkonstante

Gültigkeit hat. Außerdem hätte die große gegenseitige Verschiebung der beiden Kontakthebel des Pendels zur Folge gehabt, daß die Aufschlagstellen der Metallflächen sich fortwährend ändern. Dadurch ist eine genaue Messung ausgeschlossen. Um diesem Übelstande abzuhelpen, kann man die Kontakthebel auf einem zur Pendelachse konzentrischen Kreise führen, wodurch dann die aufschlagenden Metallflächenpunkte während der ganzen Messung dieselben bleiben, wie Prof. Kleiner das neuerdings ausgeführt hat.

In unserem Falle haben wir jetzt statt der großen kleine Spulen verwandt.

Als Spulenkern benutzte ich nun einen kleineren Holzhohlkörper, welcher genau so hergestellt war wie der erste, schon beschriebene. Auf diesen wickelte ich unter Einhaltung derselben Vorsichtsmaßregeln, wie doppelte Isolierschicht zwischen den Lagen und Durchtränken mit Isoliermasse, sogleich zwei Lagen doppelt mit weißer Seide besponnenen Kupferdraht in dicht nebeneinander liegenden Windungen auf. Dann eine dritte, vierte und fünfte Lage. Nach der angegebenen Methode bestimmte ich nun die Schwingungszeiten für die zwei-, drei-, vier- und fünflagige Spule, je bei verschiedenen zugeschalteten Kondensatorkapazitäten:

Die Spulenlänge betrug . . . . .  $l = 30,65$  cm  
Windungszahl pro Lage . . . . .  $N = 500$ .

Die Resultate, sowie die Durchmesser sind in folgenden Tab. III—VI zusammengestellt.

Wir bezeichnen diese Spule zur Unterscheidung der folgenden mit dem Namen „Spule ganzer Länge“.

Spule ganzer Länge.  
Tabelle III, zweilagig.

Mittlerer Durchmesser beider Lagen	$C$ in Mikrof.	$T$ in Trommelteilen	$T^2$	$T$ in Sekunden
Durchmesser = 18,12 cm	0,002	83,33	6948,9	$186,1 \cdot 10^{-6}$
	0,007	111,90	12521,6	182,9 „
	0,012	136,90	18741,4	223,8 „
	0,017	157,10	24680,4	256,5 „

Tabelle IV, dreilagig.

Mittlerer Durchmesser	$C$ in Mikrof.	$T$ in Trommel- teilen	$T^2$	$T$ in Sekunden
Durchmesser = 18,22 cm	0,007	168,6	27750,0	$2,721 \cdot 10^{-4}$
	0,012	203,3	41331,0	3,315 „
	0,017	234,3	54896,0	3,862 „
	0,022	261,6	68435,0	4,270 „

Tabelle V, vierlagig.

Durchmesser = 18,32 cm	0,007	218,8	48920,0	$3,576 \cdot 10^{-4}$
	0,012	269,0	72361,0	4,384 „
	0,017	310,6	96472,0	5,062 „
	0,022	348,0	121104,0	5,680 „

Tabelle VI, fünflagig.

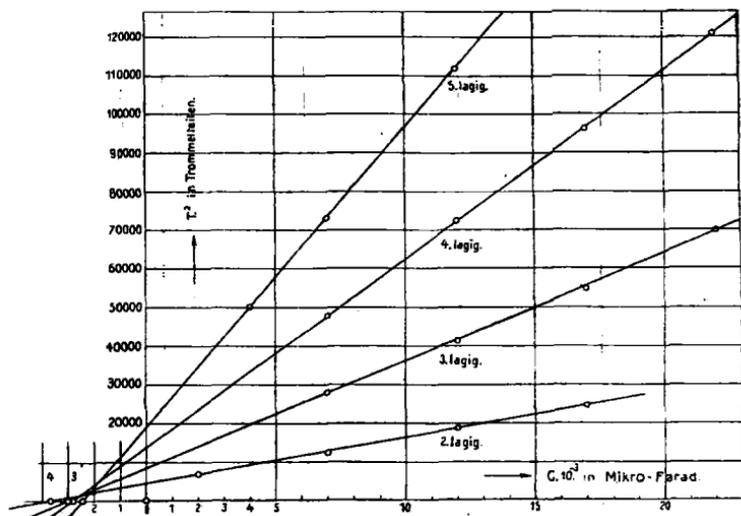
Durchmesser = 18,42 cm	0,004	224,3	50310,0	$3,66 \cdot 10^{-4}$
	0,007	270,6	73224,0	4,42 „
	0,012	335,0	112225,0	5,47 „
	0,017	387,3	150000,0	6,32 „

Auch hier ist wieder  $T^2$  als Funktion von  $C$  sehr gut durch eine gerade Linie darstellbar. Die Abschnitte auf der horizontalen Achse ergeben die folgenden Werte für die Spulenkapazitäten  $K$  der mehrlagigen „Spule ganzer Länge“.

Tabelle VII.

Lagenzahl	Spulenkapazität = $K$ in Mikrof.
2	$3,67 \cdot 10^{-3}$
3	3,00 „
4	2,82 „
5	2,47 „

Aus der Zusammenstellung der erhaltenen Spulenkapazitäten in Tab. VII ersehen wir das auffallende Ergebnis, daß die Kapazität einer Spule mit der zweiten Lagenzahl das Maximum erreicht hat. Wickelt man mehrere Lagen auf, so wächst die Kapazität nicht weiter, sondern nimmt im Gegen-



Zeichnung III. Spule ganzer Länge.

teil etwas ab, wie das übrigens auch durch Zeichnung III veranschaulicht wird.

Es trat nun die Frage an mich heran, welchem Gesetze die Kapazität einer Spule gehorcht, wenn die Spulenlänge nun auf die Hälfte und dann nochmals auf die Hälfte reduziert wird, unter Beibehaltung aller sonstigen Dimensionen und Herstellung.

Zur Lösung dieser Frage wickelte ich auf die halbe Länge des letzten Holzkeres erst zwei, darauf die dritte und endlich noch eine vierte Lage auf:

Die Spulenlänge betrug . . . . .  $l = 15,33$  cm

Windungszahl pro Lage . . . . .  $N = 250$ .

Die Resultate zeigen Tab. VIII—X.

Spule halber Länge.

Tabelle VIII, zweilagig.

Mittlerer Durchmesser der Lagenzahl	$C$ in Mikrof.	$T$ in Trommelteilen	$T^2$	$T$ in Sekunden
Durchmesser = 18,12 cm	0,004	55,2	3047,0	$9,0 \cdot 10^{-5}$
	0,007	66,7	4448,0	10,9 „
	0,010	77,7	6087,0	12,7 „
	0,014	89,3	7974,0	14,6 „

Tabelle IX, dreilagig.

Durchmesser = 18,22 cm	0,002	64,50	4160,0	$10,54 \cdot 10^{-5}$
	0,004	79,86	6370,0	13,05 „
	0,007	99,30	9860,0	16,22 „
	0,010	115,66	13377,0	18,90 „

Tabelle X, vierlagig.

Durchmesser = 18,32 cm	0,002	82,3	6773,0	$13,45 \cdot 10^{-5}$
	0,004	103,6	10733,0	16,90 „
	0,005	113,6	12906,0	18,55 „
	0,007	129,6	19796,0	21,19 „

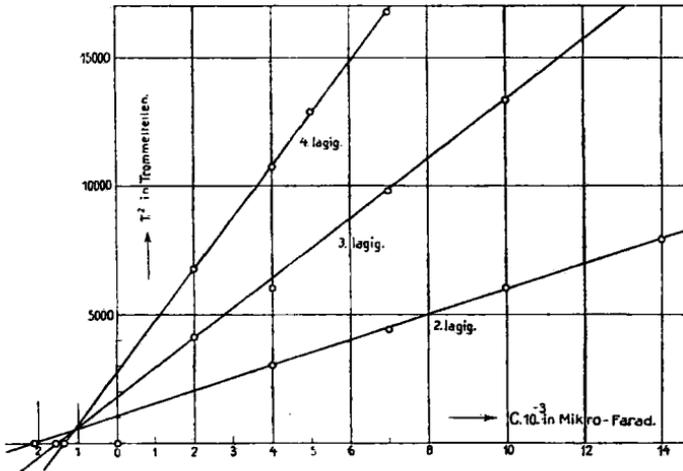
Nach Zeichnung IV ergeben sich nach den aufgetragenen Geraden für die mehrlagige Spule folgende Kapazitäten der „Spule halber Länge“.

Tabelle XI.

Lagenzahl	Spulenkazität = $K$ in Mikrof.
2	$2,10 \cdot 10^{-3}$
3	1,55 „
4	1,37 „

Die Maximalkapazität, welche auch hier wieder für die zweilagige Spule eintritt, beträgt  $K = 2,1 \cdot 10^{-3}$  Mikrof.

Ein Vergleich mit der Kapazität für die *Spule ganzer Länge* zeigt, daß bei der Verkürzung einer Spule auf die halbe Länge unter Beibehaltung aller übrigen Abmessungen und gleicher Ausführung die Kapazität nicht auf den halben Betrag gesunken ist. Wäre das der Fall, so hätte ich jetzt



Zeichnung IV. Spule halber Länge.

$K = 1,83 \cdot 10^{-3}$  Mikrof. finden müssen. Die wirkliche Kapazität ist etwa 15 Proz. größer.

Außerdem gelangen wir nach Tab. XI wieder zu demselben Ergebnis, daß die Spulenkapazität mit zunehmender Lagenzahl nicht zunimmt.

Die Tab. XII enthält schließlich die Resultate der Untersuchung der Spule, welche wieder auf die halbe Länge von der vorigen Spule verkürzt wurde. Dieselbe wurde nur mehr zweilagig untersucht. Die übrigen Dimensionen sind die gleichen wie vorher. Wir bezeichnen diese zur Unterscheidung von den beiden letzten mit „Spule  $\frac{1}{4}$  Länge“.

Die Spulenlänge . . . . .  $l = 7,7$  cm

Windungszahl pro Lage . . . .  $N = 125$ .

Spule  $\frac{1}{4}$  Länge.

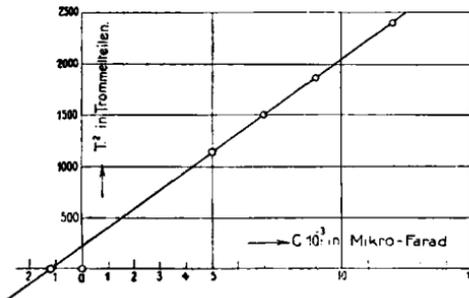
Tabelle XII, zweilagig.

Mittlerer Durchmesser	$C$ in Mikrof.	$T$ in Trommelteilen	$T^2$	$T$ in Sekunden
Durchmesser = 18,12 cm	0,005	38,76	1140,0	$5,52 \cdot 10^{-5}$
	0,007	38,83	1507,0	6,36 „
	0,009	43,80	1874,0	7,07 „
	0,012	49,00	2401,0	8,00 „

Nach Zeichnung V ist die Kapazität der „Spule  $\frac{1}{4}$  Länge“

$$K = 1,21 \cdot 10^{-3} \text{ Mikrof.}$$

Der vierte Teil unserer „Spule ganzer Länge“ beträgt dagegen nur  $0,91 \cdot 10^{-3}$  Mikrof.

Zeichnung V. Spule  $\frac{1}{4}$  Länge.

Die Schwingungszeiten der letzten Messungen waren derartig kurz, daß eine nochmalige Verkürzung der Spulenlänge unterbleiben mußte, da die Grenze der Aufnahmemöglichkeit einwandfreier Schwingungskurven erreicht war. Die Untersuchung einer derartig kurzen Spule war auch an sich unwesentlich.

Um sich nun eine Vorstellung zu machen, in welchem Verhältnis die Kapazität einer Spule zunimmt, wenn man ihre Länge vergrößert, während alle übrigen Dimensionen genau die gleichen bleiben, habe ich die Resultate der letzten drei

untersuchten Spulen für den Fall *zweier Lagen* graphisch zur Darstellung gebracht (Fig. 6).

1. Spule ganzer Länge, zweilagig . . .  $K = 3,67 \cdot 10^{-8}$
2. Spule halber Länge, zweilagig . . .  $K = 2,10$  „
3. Spule  $\frac{1}{4}$  Länge, zweilagig . . .  $K = 1,21$  „

Auf der Abszisse sind die verwendeten Spulenlängen abgetragen und auf der Ordinate die zugehörigen Kapazitäten.

Die Darstellung zeigt, wie die Kapazitätskurve in einer leichten Krümmung sich stetig von der X-Achse entfernt. Zugleich kann man aus dieser Kurve für eine beliebig gewählte Spulenlänge unter Einhaltung obiger Dimensionen die gesuchte Kapazität sofort abgreifen.

Bildet man die Verhältnisse der Kapazitäten für die Spulen ganzer und halber Länge, so findet man bei

2 Lagen den Wert . . . . .	1,75
3 „ „ „ . . . . .	1,94
4 „ „ „ . . . . .	2,06

Es sieht also so aus, als ob bei mehrlagigen Spulen die Proportionalität mit der Spulenlänge besser erfüllt wäre.

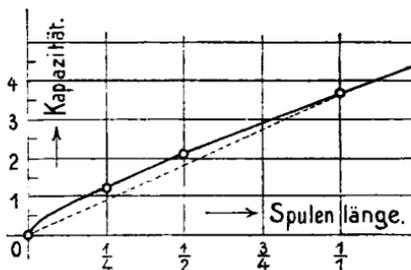


Fig. 6.

Wäre sie genau richtig, so hätte man durchweg das Verhältnis = 2 finden müssen.

#### § VI. Die Hochkantspule.

Nachdem ich Spulen verschiedener Durchmesser und Längen untersucht hatte, griff ich nun zu einer Spulenform, die derartig dimensioniert war, daß sie von den früheren erheblich abwich.

Ich konstruierte eine Hochkantspule. Das ist eine Spule, deren Windungslagen sehr kurz sind, die Lagenzahl aber groß ist. Der Querschnitt des von dem Draht erfüllten Raumes ist ein Rechteck. Die Lagen waren durch Isolierpapier voneinander getrennt. Der Spulenkern bestand aus Hartgummi und die beiden begrenzenden Stirnflächen waren starke Glasscheiben.

Wenn auch von vornherein das Ergebnis der folgenden Untersuchung wohl nicht wesentlich Neues bringen konnte, so war die Untersuchung doch von Interesse, weil in der Praxis eine derartige Form viel angewandt wird, z. B. bei Herstellung von Selbstinduktionsnormalien und besonders beim Bau von Induktoren.

Die Länge der Spule war . . . . .	$l = 1,5$ cm
Der mittlere Durchmesser . . . . .	$= 15,7$ „
Windungszahl pro Lage . . . . .	$N = 12$
Anzahl der Lagen . . . . .	$A = 28$
Durchmesser des Kupferdrahtes . . . . .	$= 1,0$ mm, doppelt mit weißer Seide besponnen und paraffiniert.

Die Resultate der fünf Kondensatorvariationen sind in Tab. XIII zusammengestellt.

## Hochkantspule.

Tabelle XIII.

$C$ in Mikrof.	$T$ in Trommel- teilen	$T^2$	$T$ in Sekunden
0,005	44,80	1989	$7,26 \cdot 10^{-5}$
0,007	52,86	2793	8,62 „
0,010	62,42	3895	10,23 „
0,012	68,00	4624	11,11 „
0,014	73,33	5376	11,98 „

Aus der Aufzeichnung, Zeichnung VI, ergibt sich die Spulenkapazität der Hochkantspule zu

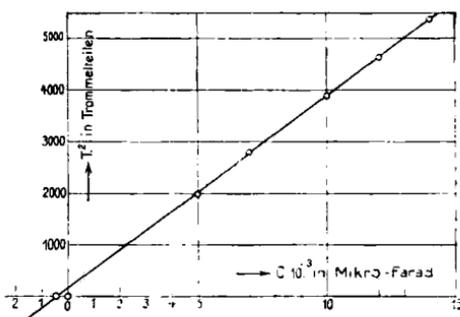
$$K = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ Mikrof.}$$

Die Hochkantspule besitzt also von allen mehrlagigen Spulen die kleinste Kapazität.

Vergleichen wir die Selbstinduktionen und Kapazitäten der Hochkantspule und der Spule  $\frac{1}{4}$  Länge.

Aus der letzten Beobachtung Tab. XIII berechnet sich für die Selbstinduktion  $L$  unserer Spule der Wert

$$L = \frac{T^2}{4 \pi^2 \cdot (C + K)} = 0,0253 \text{ Henry.}$$



Zeichnung VI. Hochkantspule.

Andererseits berechnet man für die zweilagige Spule der Tab. XII

$$L = 0,0123 \text{ Henry,}$$

das heißt, eine Selbstinduktion, welche nur ungefähr die Hälfte ist, derjenigen unserer Hochkantspule. Die Kapazitäten dagegen verhalten sich gerade umgekehrt:

Bei der Hochkantspule ist . . .  $K = 0,45 \cdot 10^{-8}$  Mikrof.

Bei der zweilagigen (Tab. XII) .  $K = 1,21$  „ „

Man sieht also, daß für die Konstruktion von Selbstinduktionsnormalien auch in dieser Beziehung die Hochkantspule vorzuziehen ist.

#### Zusammenfassung.

1. Die Kapazität einlagig gewickelter unifilarer Spulen ist außerordentlich gering. Die von Drude angegebene Formel zur Berechnung derselben ist mit Erfolg anzuwenden.

2. Die Induktionsspulen erreichen mit der zweiten Windungslage ihre Maximalkapazität. Nimmt die Anzahl Lagen weiter zu, so nimmt die Kapazität sogar etwas ab.

3. Es wird eine einfache Formel angegeben, wonach man die Kapazität zweilagiger Spulen in einfacher Weise vorausberechnen kann.

4. Mit der Länge der Spule besteht nur angenäherte Proportionalität für die Kapazität. Es scheint diese Proportionalität indessen um so besser zu sein, je größer die Lagenzahl ist.

5. Vergleicht man mehrlagige Spulen gleicher Selbstinduktion, aber verschiedener Form miteinander, so besitzt die Hochkantspule die kleinste Kapazität. Die allergeringste Kapazität besitzt die einlagige Spule.

6. Die Anwendung der Thomson-Kirchhoffschen Formel zur Berechnung der Selbstinduktion kann bei Verwendung kleiner Kondensatorkapazitäten in einem Schwingungskreise zu erheblichen Rechenfehlern führen. Hier gilt die erweiterte Formel

$$T = 2 \pi \cdot \sqrt{L \cdot (C + K)},$$

wobei  $C$  die Kondensatorkapazität und  $K$  die Spulenkapazität bedeutet.

Zum Schlusse erfülle ich noch die angenehme Pflicht, meinen hochverehrten Lehrern, den Herren Prof. Dr. Kleiner und Prof. Dr. Debye für die mir zuteil gewordenen Ratschläge und fördernde Anteilnahme bei der Ausführung meiner Arbeit den innigsten Dank auszusprechen.

Zürich, Physik. Institut der Universität, Oktober 1912.

(Eingegangen 24. Februar 1913.)