

LES CENT VOLAILLES

OU

ANALYSE INDÉTERMINÉE EN CHINE ¹⁾

PAR

le Rév. Père VANHÉE, S.J.

L'analyse indéterminée, en Chine, est surtout connue sous le nom de TA YEN 大衍.

Le sens exact de cette expression est difficile à donner dans nos langues européennes. On pourrait traduire «*Grand pulvérisateur*». ²⁾

Dans sa préface à l'*algèbre quadri-littérale* ³⁾ de TCHOU 朱世傑 le grand lettré MO JO 莫若 cite des passages des livres Canoniques où l'arithmétique intervient plus ou moins. Il y commence une période par ce membre de phrase «*如易之大衍*». Comme le TA YEN du 易經. L'expression semble donc tirée du livre des Changements, avec un sens figuré.

Tous les auteurs sont d'accord pour faire honneur à SUEN TSE 孫子 du premier problème indéterminé et de sa solution.

L'auteur est presque un inconnu. On croit généralement qu'il

1) Cf. *T'oung Pao*, Mai 1913, pp. 203—210.

2) Wylie, p. 93, cite Colebrooke, qui traduit l'indien correspondant *Cattaca* par *pulvériser*. Cantor I³ p. 685 a «*grosse erweiterung*».

3) Mot un peu barbare pour rendre mot à mot le titre 四元玉監. Le Miroir précieux des quatre éléments.

vivait vers le III^e siècle. L'ouvrage actuel est composé d'extraits tirés de la grande Encyclopédie de YONG-LO et porte le titre «孫子算經 *Arithmétique classique de Suen-tse*. Après la nomenclature des poids et mesures, viennent des tables de densité et deux règles pour la multiplication et la division. Suit une série de problèmes avec des explications détaillées pour chacun.

I. Texte original de Suen-tse.

Voici des objets dont le nombre est inconnu. En les comptant 3 à 3, le reste est 2, en les rangeant 2 à 2, le reste est 3, en les mettant 7 à 7, le reste est 2: on demande la quantité des objets?

Réponse: 23.

Solution: Après la division ¹⁾ par 3, le reste étant ²⁾ deux, j'écris 140; avec le diviseur 5, le reste étant 3, j'écris 63; dans le partage par 7, le reste étant 2, j'écris 30. Additionnant les 3 nombres ainsi trouvés ³⁾, j'obtiens 233. La différence d'avec 210, livre la quantité demandée. Pour chaque unité du reste par le diviseur 3, il faut inscrire 70; par le diviseur 5, 21; et par 7, seulement 15. Quand le total surpasse 106, en retrancher 105, afin d'arriver au nombre en question. ⁴⁾

1) J'ai laissé sa valeur au caractère 數. Mais comme, pour mettre en série, la division s'impose, j'ai dans la suite pris les mots «compter, ranger, diviser» comme synonymes.

2) Remarquer le participe présent de la traduction. J'avais d'abord mis: «le reste est deux [donc] j'écris 140», mais, par scrupule d'exactitude, et, pour mieux indiquer la liaison des idées chinoises, sans ajoutes inutiles, j'ai préféré le texte donné, malgré son manque d'élégance.

3) Pour rendre compréhensible ce seul caractère 之, je me vois forcé d'employer les cinq mots «les 3 chiffres ainsi trouvés».

4) Les deux caractères 得 sont les finales abruptes des deux parties de la solution. L'auteur indique d'abord, sans explication, les opérations à effectuer, dans le cas présent, et il conclut 得 «voilà le résultat». Puis il donne la *formule mécanique* afin d'arriver au nombre en question, pour tous les cas où les diviseurs sont 3, 5, 7. «Quand le total surpasse», signifie «si longtemps que».

II. Discussion du texte en Chine.

Dans sa préface ¹⁾ au petit traité 求一術通解 *K'ieou-i-chou t'ong-kiai* on *explication complète du procédé pour chercher le reste* 1, qu'il publia dans la BIBLIOTHECA MATHEMATICA SINENSIS, Hoang Tsong-hien 黃宗憲 résume en quelques mots l'historique de cet étrange texte.

«Comme le problème indéterminé de *Suentse*, dit-il, n'avait pas d'explication, on l'a plus tard mal compris, aussi ne s'en occupait-on plus, lorsque, sous les Song, le mathématicien Ts'IN Tao-kou ²⁾ 秦道古 l'expliqua par le système du *Ta-yen*, et réussit ainsi le premier à faire comprendre la méthode».

Ts'IN K'IEOU-CHAO 秦九韶 donnait vers 1247 ses NEUF SECTIONS DE LA MATHEMATIQUE 數書九章.

Malgré la ressemblance du titre, l'ouvrage diffère, par le fond et la forme, du vieux traité classique LES NEUF SECTIONS DU CALCUL 九章算術. Les sujets, développés en 18 chapitres, sont par ordre:

1) 敘。自孫子算經。物不知數一題。有術無草。後人罕通其妙、遂無有論及者。宋秦氏道古以大衍釋之。其法始顯。

國朝駱氏春池張氏古愚各有專書。然求等約分頭緒不一。初學茫然。近日時君清甫求一術指立法稍簡。亦僅識其當然、而於所以然。終闕如也、同治癸酉左君壬叟衍通分捷法一帙。將分母分子析爲各數根。任以多項通分頃刻可得。可謂善於求較者矣。余因悟大衍術。析各泛母。以求定母形跡顯露術理朗然。較之舊術簡而愈詳。

2) Ts'IN TAO-KOU nous est plus connu par son postnom K'IEOU-CHAO 九韶.

1. Ta-yen 大衍.
2. Chronologie.
3. Arpentage.
4. Trigonométrie.
5. Services d'état.
6. Impôts.
7. Fortifications.
8. Calculs militaires.
9. Echange.

C'est dans ce livre célèbre¹⁾ que paraît, pour la première fois, le T'ien-yen 天元, monade céleste, le signe de l'inconnue, notre X, quelque chose comme la *cosa* du moyen-âge.

L'influence étrangère s'y fait sentir:

- a) Les chiffres sont écrits de gauche à droite, horizontalement.
- b) Le TA-YEN, ou formule pour résoudre les problèmes indéterminés, ressemble au système indien le *Kuttīkāra*.²⁾

La traduction des trois problèmes plus importants suffira pour se former une idée exacte du reste.

Problème des Courriers.

Problème. Soient trois courriers A, B, C. A fait 300 lis à la journée; B, 250 et C, 200. C part le premier porter une lettre;

1) En 1842, SONG KING-TCHANG 宋景昌 publia l'édition critique intitulée 數書九章札記.

2) Cf. BIBLIOTHECA MATHEMATICA III, Folge IX Band «The *Ganita-Sara-Sangraha* of Mahāvīrācārya par Smith; il y est rendu compte de la traduction par Rangacharya du célèbre traité en 9 chapitres *Ganita-Sara-Sangraha*. Le chapitre VI donne la solution des équations indéterminés dont voici quelques types.

$$\begin{array}{ll}
 (1) \ a x + b y + c z + d w = p & \\
 (2) \ x + y + z + w = n &
 \end{array}
 \quad (3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{6x + 10}{9} = \text{nombre entier} \\ \frac{6x - 19}{9} = \text{ " " } \end{array} \right.$$

au bout de trois jours¹⁾, B va rejoindre C, pour lui remettre d'autres papiers; après deux autres jours, l'on envoie A, avec mission de rattraper le second porteur. Par hasard nos trois hommes ne se rencontrent pas²⁾, mais arrivent en même temps. On voudrait savoir la distance parcourue, et de plus, l'on demande combien il aurait fallu de journées pour que B pût²⁾ rejoindre C, et A, B?

Réponse. Distance: 3.000 lis β rejoindrait C après 12 jours²⁾
A rejoindrait β après 10 jours.

甲	乙	答曰	及	所	續	三	十	間	程
果	果	彼	乙	欲	令	日	里	有	行
及	及	處	日	知	甲	又	丙	急	相
乙	丙	去	數	彼	起	有	日	足	及
一	一	此		處	付	文	行	三	
十	十	三		去	乙	字	三	名	
日	二	千		里	追	遣	百	甲	
	日	里		數	付	乙	里	日	
				並	丙	又	先	行	
				欲	乃	二	差	三	
				知	及	日	丙	百	
				乙	同	復	往	里	
				果	時	有	他	乙	
				及	俱	文	處	日	
				丙	至	字	下	行	
				甲	彼	既	文	二	
				果			字	百	
								五	

1) Le texte corrompu portait ici « deux » à la place de trois et plus loin 1/2 jour au lieu de 2.

2) 果及 s'opposent à 偶不相及 ici « par hasard ils ne se rencontrent pas » donc là « si en réalité 果 ils se rencontreraient ». Le conditionnel français tout seul rend suffisamment l'idée.

Construction d'une digue.

Problème. Pour la construction d'une digue, on lève des hommes dans quatre villes. Le travail est partagé en quatre parties égales, et la largeur est partout de 2 perches. Le *li* vaut 360 pas et le pas 58 pouces. Les ouvriers fournissent en forces:

la ville A	138,600	unités
» » B	146,300	»
» » C	192,500	»
» » D	184,800	»

770 unités de forces font une corvée, soit 60 pieds carrés de terres transportées. Quand A et B ont fini leur travail, il reste encore 53 perches à C et 18 à D. En moins d'une journée le travail est fait. On désire connaître la longueur de la digue et la part exécutée par chacune des 4 villes?

Réponse. Longueur de la digue: 19 lis 235 pas 5 pieds.

Part de A 1026 perches

» » B 1768 pas 5 pieds 6 pouces

» » C 4 lis 328 pas 5 pieds 6 pouces.

Solution.

$$\begin{array}{lcl}
 \text{I. A. } 138.600.60 = 8.316.000 & \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} & \begin{array}{l} \text{Première opération: multiplier} \\ \text{les forces respectives par 60} \\ \text{pieds}^2. \end{array} \\
 \beta. 146.300.60 = 8.778.000 & & \\
 \text{C. } 192.500.60 = 11.550.000 & & \\
 \text{D. } 184.800.60 = 11.088.000 & & \\
 \\
 \text{II. } 770.20 = 154.00 & \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} & \begin{array}{l} 2^{\circ} \text{ Multiplier les 770 unités de forces par} \\ \text{la largeur uniforme 2 perches} = 20 \text{ pieds.} \end{array} \\
 \\
 \text{III. A. } 8.316.000 : 15400 = 540 \text{ pieds ou 54 perches} & \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} & \begin{array}{l} 3^{\circ} \text{ Diviser les} \\ \text{produits par ce} \\ \text{facteur 15.400} \\ \text{pour avoir les} \\ \text{quotients respec-} \\ \text{tifs. } ^1) \end{array} \\
 \beta. 8.778.000 : 15400 = 570 & \begin{array}{l} \text{»} \quad \text{»} \quad 57 \quad \text{»} \end{array} & \\
 \text{C. } 11.550.000 : 15400 = 750 & \begin{array}{l} \text{»} \quad \text{»} \quad 75 \quad \text{»} \end{array} & \\
 \text{D. } 11.088.000 : 15400 = 720 & \begin{array}{l} \text{»} \quad \text{»} \quad 72 \quad \text{»} \end{array} &
 \end{array}$$

¹⁾ On le voit les opérations se font tout au long. L'auteur n'a aucune idée touchant les simplifications possibles. Il se sert de la jolie expression 默約 pour dire qu'il va «réduire avec mêmes unités».

問。築堤。起四縣夫。分給里步皆同。齊闊二丈。里法三百六十步。步法五十八寸。人夫以物力差定。甲縣物力一十三萬八千六百貫。乙縣物力一十四萬六千三百貫。丙縣物力一十九萬二千五百貫。丁縣物力一十八萬四千八百貫。每力七百七十貫。科一名春程人功平方六十尺。先到縣先給。今甲乙二縣俱畢。丙縣餘五十一丈。丁縣餘一十八丈。不及一日全功。欲知堤長及四縣夫所築各幾何。

荅曰。堤長一十九里二百三十五步五尺。

甲縣夫築一千二十六丈。乙縣夫築一千七百六十八步五尺六寸。

甲丙丁同。丙縣夫築四里三百二十八步五尺六寸。甲乙丁縣夫築同前三縣數。

草曰。置甲縣力一十三萬八千六百貫。乙縣力一十四萬六千三百貫。丙縣力一十九萬二千五百貫。丁縣力一十八萬四千八百貫。以程功六十尺。徧乘之。皆以貫默約之。甲得八百三十一萬六千尺。乙得八百七十七萬八千尺。丙得一千一百五十五萬尺。丁得一千一百〇八萬八千尺。各爲貫。次以力率七百七十貫乘堤齊闊二十尺。亦以貫默約之。得一萬五千四百尺爲法。徧除各貫。甲得五十四丈。乙得五十七丈。丙得七十五丈。丁得七十二丈。各爲四縣衆夫。每日築長率。

Ainsi 54, 57, 75 et 72 représentant la *part proportionnelle* que les ouvriers de chaque ville exécutent à la journée ¹⁾).

En 1803, TCHANG T'ONG-JEN ²⁾ 張同仁 fit paraître un petit traité spécial, intitulé *K'ieou i swan chou* 求一算術. C'est l'explication détaillée de la méthode employée par TsIN dans les opérations du *Ta-yen*. La première partie contient les diverses règles pour la marche des calculs; vient ensuite l'application à toute espèce de problèmes indéterminés; la troisième et dernière partie, la plus importante, montre au long, dans cinq problèmes, comment on peut déterminer les dates dans un système de chronologie donné.

Les vieilles méthodes, longues et embrouillées, restent seules employées. Le même remarque s'applique à l'ouvrage analogue de LOU TCH'OEEN-TCHÉ 駱春池.

Vers le milieu du XIX^e siècle HOANG TSONG-HIEN 黃宗憲 dans son petit opuscule 求一術通解 *Explication complète du K'ieou-i* simplifie les calculs d'après des méthodes Européennes ³⁾).

C'est TCHANG K'IEOU-KIEN ⁴⁾ qui dans son *Traité d'arithmétique* nous a donné, le premier, le problème des cent volailles. Cet auteur cite SUEN-TSE et HIA HEOU-YANG. TSEN-LOAN, SIEOU HIAO-SUEN et LI TCHOEN-FONG l'ont annoté et commenté.

L'ouvrage nous est parvenu dans un état parfait, d'après l'édition imprimée sous les Song.

Traduisons les notes des trois glossateurs, avec le texte primitif.

1) La solution se poursuit alors aisément d'après la méthode qui sera donnée plus bas, tout au long, avec la notation moderne.

2) Encore 長古愚 TCHANG KOU-YU. Cf. p. 437, note 1.

3) On verra plus bas par la notation moderne que l'expression 求一 m. à m. à la recherche du reste 1, correspond à notre mot *congruence*, *congruent*.

4) 張邱建 auteur du 張邱建算經. Dates inconnues. Peut-être au IV^e siècle du l'ère chrétienne.

TEXTE. Le coq vaut 5, la poule 3, et 3 poulets 1; en tout il faut acheter 100 volailles pour 100 pièces d'argent. Combien y en aura-t-il des trois?

1^{ère} Réponse: 4 coqs à 20; 18 poules à 54; 78 poulets à 26.

2^e Rép.: 8 à 40; 11 à 33; 81 à 27.

3^e Rép.: 12 à 60; 4 à 12; 84 à 28.

Mécanisme: quand les coqs augmentent de 4, les poules diminuent de 7 et les poulets augmentent de 3.

今有雞翁一。值錢五。雞母一值錢三。雞雛三值錢一。凡百
錢。買雞百隻。問翁母雛各幾何。荅云。翁四錢二十。母十八。
錢五十四。雛七十八。錢二十六。又荅云。翁八。錢四十。母十
一。錢三十三。雛八十一。錢二十七。又荅云。翁十二。錢六十。
母四錢十二。雛八十四。錢二十八。術曰。雞翁每堤四。雞母
每減七。雞雛每益三。卽得。○甄鸞云。置錢一百在地。以九
爲法。除之。得雞母之數。不盡者。反減下法爲雞翁之數。○
李淳風釋云。旣雛三值錢一。則是每雛值三分錢之一。宜
以雞翁母各三因并之爲九。○劉孝孫草云。置錢一百文
在地。爲實。又置雞翁一雞母一。各以雞雛三因之。翁得三。
母得三。並雛三并之。共得九。爲法。除實。得一十一。爲雞母
數。不盡一返減下法九。餘八。爲雞翁數。

今有雞翁一值錢五。雞母一值錢三。雞雛三值錢一。凡百錢買雞百隻。問翁母雛各幾何。
 答云。翁四錢二十母十八錢五十四雛七十八錢二十六。又答云。翁八錢四十母十
 一錢三十三雛八十一錢二十七。又答云。翁十二錢六十母四錢十二雛八十四錢
 二十八。

術曰。雞翁每增四。雞母每減七。雞雛每益三。即得。解七母當四翁三雛。
 日故每次如減如之。

法先取雞母雞雛二色。差分求雞母原數。置雞百隻以四歸之。一雞三錢三雞一錢合
 計得四雞四錢。故得二十五爲原母數。以原母減雞百隻。餘七十五爲原雛數。於是於
 錢其雞相等者。原雛內加三雞。則百雞外多三雞。百錢外多一錢。乃於原母內減去三雞。以合百雞之
 數。則百錢內反少八錢。雞母值比雞翁值少二錢。合少八錢。則以母易翁。可得四翁。此
 雞翁之所以增四也。原母二十五。以三易雛。以四易翁。共去七雞。此母之所以減七也。
 雞雛一錢三雞。加雛必自一錢。始此雞雛之所以益三也。原母二十五。以七減之。過三
 度。故知有三荅也。

今有雞翁一隻值五文。雞母一隻值四文。雞兒一文。得四隻。合有錢一百文。買雞大小一
 百隻。問翁母兒各幾何。

答云翁四錢二十母十八錢五十四雞七十八錢二十六又答云翁八錢四十母十一錢三十三雞八十一錢二十七又答云翁十二錢六十母四錢十二雞八十四錢二十八

術曰。雞翁每增四雞母每減七。雞雛每益三。即得。

解七母當四翁三雛
日故每次如減如之

法。先取雞母雞雛二色差分。求雞母原數。置雞百隻以四歸之。一雞三錢三雞一錢合計得四雞四錢故用四歸然藏可用之其錢其雞相等者得二十五。爲原母數。以原母減雞百隻。餘七十五。爲原雛數。於是於原雛內。加三雞。則百雞。外多三雞。百錢外多一錢。乃於原母內。減去三雞。以合百雞之數。則百錢內反少八錢。雞母值比雞翁值少二錢。今少八錢。則以母易翁。可得四翁。此雞翁之所以增四也。原母二十五。以三易雛。以四易翁。共去七雞。此母之所以減七也。雞雛一錢。三雞加雛。必自一錢始此雞。雛之所以益三也。原母二十五。以七減之。過三度故知有三答也。

TSEN-LOAN. Divisons 100 par 9, le quotient est le nombre des poules ;
le reste 1 retranché de 9 donne le total des coqs.

LI TCHOEN-FONG. Puisque 3 poulets coûtent 1 chaque poulet vaut $\frac{1}{3}$,
il faut pour avoir le 9 y ajouter 3 poules et 3 coqs.

LIEOU HIAO-SUEN. Cf. texte donné plus haut.

L'auteur des *Miettes de mathématiques* trouve à juste titre tous
ces artifices injustifiés et injustifiables. Il se rabat lui-même sur le
système suivant.

Texte. Cf. plus haut.

Réponses. Cf. plus haut.

Mécanisme. Pour chaque augmentation de 4 coqs, retranchez 7
poules mais ajoutez 3 poulets¹⁾.

Explications. Divisons 100 par 4 il vient 25. [Le diviseur est 4,
car 3 poulets plus 1 poule valent 4 sapèques et juste le prix (4) =
le nombre des volailles (4).] Le quotient 25 représente le chiffre
supposé des poules. Et $100 - 25 = 75$ celui des poulets. Si nous
ajoutons 3 poulets il y aura $100 + 3$ volailles et 101 sapèques donc
3 volailles et 1 sapèque de trop. Retrauchons 3 poules, il y aura
juste 100 pièces emplumées, puisque $100 = (100 + 3) - 3$, mais
[$101 - (3 \times 3)$], il y aura 8 sapèques de trop peu à la dépense.
Mais chaque poule vaut 2 sapèques de moins que les coqs, or il y
a 8 sapèques dont il faut disposer, donc on pourra remplacer 4 poules
par 4 coqs. Voilà la raison pour laquelle le nombre total des coqs
va de 4 en 4. Quant au chiffre provisoire de 25 poules, 3 poulets
peuvent y remplacer chaque poule et 4 coqs 4 poules, donc

1) <i>Exact</i> ; Car:	4 coqs	8	12 coqs
	18 poules	11	4 poules
	78 poulets	81	84 poulets

— $(4 + 3) = -7$ est le rythme d'après lequel diminuent les poules dans les diverses solutions. Comme la valeur doit être au moins d'une sapèque, il faut au moins ajouter 3 poulets à chaque variation donc $+3$ est le chiffre d'après lequel augmentera le nombre des poulets à chaque nouvelle solution. Enfin $25 : 7 = 3$, donc il y a 3 réponses.

Ces problèmes à la Diophante ont toujours excité l'intérêt des Chinois.

LOU TCH'ŒN-TCH'E¹⁾ dans ses *Excursions dans les mathématiques*,

I-YEŒU LOUH 藝游錄, publiées deux années après sa mort en 1843 a le problème suivant.

Soit une somme de 96 onces d'argent.

Il faut acheter en tout 160 objets aux prix que voici, [en $\frac{1}{10}$ d'once]

les A)	coûtent	9
les B)		7
les C)		5
les D)		3

Combien y aura-t-il d'objets des 4 espèces?

各	丁	七	價	百	六	今
幾	三	錢	甲	六	兩。	有
何	錢。	丙	九	十	買	銀
	間	五	錢	枚。	物	九
	物	錢	乙	其	一	十

L'auteur trouve 4681 réponses différentes. Dans ses *Miettes per-*

1) 駱春池 que les *Notes on Chinese Literature* appellent de son autre nom 騰鳳.

dues de mathématiques 數學拾遺 TING TS'IU-TCHONG 丁取忠
les ramène à 3721.

En 1861, CHE YUÉ-TCH'ŒN 時日醇 publia en deux fascicules tous les problèmes traduits plus haut et traita la solution par l'algèbre et par les congruences.

L'on pourrait multiplier les exemples, où brille surtout la patience des chercheurs, sans que l'esprit de synthèse parvienne à se manifester. Comme des centaines de statues, presque semblables, s'alignent dans certaines pagodes, ainsi se multiplient sous le pinceau des arithmologues jaunes, les questions dans le genre indiqué.

Le problème en Europe.

Gauss dans ses *Disquisitiones* ¹⁾ arrive le premier en Europe, par une fine analyse au même résultat que les Chinois.

Ce sont les mêmes opérations. Mais quelle différence dans la théorie! Chez le puissant mathématicien allemand une marche méthodique, sûre, et sobre de détails inutiles; chez les algébristes jaunes, des obscurités, des redites, des tâtonnements et, semble-t-il ²⁾, aucune idée d'ensemble capable de relier l'intéressant système en discussion aux principes généraux des nombres.

1) Numéros 32—36.

C'est Matthiesen qui le premier a fait ce rapprochement inattendu.

Matthiesen, dans *Zeitschrift f. math. und naturw. Unterricht* avait comparé le système indien à la méthode chinoise (1874) VII, pp. 73/81, c'est encore lui qui, dans la *Zeitschrift Math. Phys.* (1876) XIX, pp. 270/1 avait réussi le premier à donner une idée assez claire du *ta-yen*.

2) Personnellement, je n'ai aucun document qui puisse me permettre, malgré mon estime pour le peuple chinois et mes amitiés profondes avec plusieurs de ses meilleurs lettrés, de soupçonner chez les chinois d'aucune époque l'existence d'une théorie quelconque tant soit peu développée, dans les sciences exactes.

L'esprit particulariste des Chinois se manifeste une fois de plus ici. Il examine, il juxtapose des faits, les fouille au besoin, y prend un plaisir extrême et ne refuse pas même de s'y intéresser comme un enfant d'une intelligence précoce mais peu développée; là presque toujours, s'arrête son élan.

Le problème du Diophante chinois peut se résumer ainsi.

Soit x le nombre cherché; m_1 m_2 m_3 les divers diviseurs, et r_1 , r_2 , r_3 les restes correspondants:

- (1) Chercher des multiplicateurs auxiliaires k_1 k_2 k_3 dont le produit par les deux autres m , divisé par le module, donne 1 comme reste.

Soit avec notre notation moderne

$$5 \cdot 7 \cdot k_1 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$3 \cdot 7 \cdot k_2 \equiv 1 \pmod{5}$$

$$3 \cdot 5 \cdot k_3 \equiv 1 \pmod{7}$$

Dans le cas donné, l'auteur trouve sans indiquer sa méthode: ¹⁾

$$k_1 = 2$$

$$k_2 = 1$$

$$k_3 = 1$$

- (2) Multiplier chaque multiplicateur auxiliaire k_1 , k_2 , k_3 par son *yen-chou* c'est-à-dire par tous les m qui ont un autre indice:

$$m_2 \ m_3 \ k_1$$

$$m_1 \ m_3 \ k_2$$

$$m_1 \ m_2 \ k_3$$

1) Il s'agit de l'auteur original, car les modernes ont développé le système des *congruences* très longuement dans les traités indiqués.

(3) Puis par les restes correspondants :

$$m_2 \ m_3 \ k_1 \ r_1$$

$$m_1 \ m_3 \ k_2 \ r_2$$

$$m_1 \ m_2 \ k_3 \ r_3$$

(4) Faire la somme de tous ces produits et en retrancher autant de fois que possible le produit $m_1 \ m_2 \ m_3$:

$$x = m_2 \ m_3 \ k_1 \ r_1 + m_1 \ m_3 \ k_2 \ r_2 + m_1 \ m_2 \ k_3 \ r_3 - c \ m_1 \ m_2 \ m_3.$$

Soit $x = 5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 + 3 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 3 + 3 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 23$.
