

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N^o. 165.

Ueber Refractions-Tafeln; von Herrn Professor Dr. Georg Paucker.

Die *Gauß'schen* Tafeln der *Besselschen* Refraction in *Schumachers* Hülftafeln Heft I haben eine für den Gebrauch so bequeme Einrichtung, daß sich gewiß die meisten Astronomen derselben bedienen. Es scheint mir daher nicht unzweckmässig, zu untersuchen, wie sich durch Anbringung gehöriger Correctionen, mittelst derselben Tafeln auch die von andern Astronomen angegebenen Refractionen berechnen lassen, um so für jede Zenithdistanz mit leichter Mühe alle Refractionen zu erhalten.

Um die von *Laplace*, *Bessel*, *Gauß*, *Brinkley*, *Carlini* etc. gegebenen Refractionsformeln vergleichbar zu machen, reducire ich sie auf 29,6 engl. Zoll = 333,2812 par. Linien = 0,7518255 Meter, und auf 48 $\frac{3}{4}$ ° Fahr. = 7 $\frac{4}{5}$ ° Réaumur, weil dieses der Normalstand für die mittlere *Besselsche* Refraction ist. Für Zenithdistanzen = ζ , welche nicht größer als 80° sind, kann man der Refraction = r , die von *Gauß* gewählte Form

$$r = \operatorname{tg} \zeta \cdot a \cdot \frac{h}{29,6} \cdot b^{\lambda} \cdot c \cdot \tau$$

geben, wo ζ die scheinbare Zenithdistanz, a die Refractionsconstante, h die unverbesserte Barometerhöhe in englischen Zollen, τ die Reduction des Barometers auf den Gefrierpunct mit der innern Temperatur T , b die Wärmeverbesserung mit der äußern Temperatur t , λ ein Exponent, welcher in den übrigen Refractionsformeln = 1 ist, in der *Besselschen* aber von der Zenithdistanz abhängt, doch auch hier erst bey 50° Zenithdistanz Einfluß erhält, wo

$$c = 1 - \frac{0,069192}{57,5621} \operatorname{tg}^2 \zeta + \frac{0,00026459}{57,5621} \operatorname{tg}^4 \zeta - \frac{0,000001733}{57,5621} \operatorname{tg}^6 \zeta \dots$$

oder $c = 1 - \frac{0,00120202}{\log = 7,07991} \operatorname{tg}^2 \zeta + \frac{0,00000459653}{\log = 4,66243} \operatorname{tg}^4 \zeta - \frac{0,00000030106}{\log = 2,47865} \operatorname{tg}^6 \zeta \dots$

In der Tafel (Fund. p. 49 sqq.) sind die Logarithmen von $\operatorname{tg} \zeta \cdot 57'' \cdot 5621$. c unter der Rubrik $\log \delta \theta$ gegeben, in der *Gauß'schen* Tafel III sind die negativen Logarithmen von c unmittelbar aufgeführt, worin hauptsächlich die Bequemlichkeit dieser Form besteht.

Die Logarithmen der Wärmeverbesserung b sind in den Fundamentis p. 52 nach der Formel

7r Bd.

$\lambda = 1,003$ ist; endlich $c = 1 - \beta \cdot \operatorname{tg}^2 \zeta + \beta' \cdot \operatorname{tg}^4 \zeta \dots$ ein Coëfficient, welcher bey größern Zenithdistanzen merklich wird. Der Hauptunterschied der verschiedenen Refractionsformeln besteht in der Wärme-Verbesserung b , welche sich überall auf die Form

$$b = \frac{1 + 16\frac{3}{4} \cdot \varepsilon}{1 + (t - 32) \varepsilon}$$

bringen läßt, für t° Fahrenheit eingerichtet, so daß für $t = 48\frac{3}{4}^{\circ}$, $b = 1$ wird.

Die Besselsche Refraction.

In der ersten *Besselschen* Refractionsformel in den Fundamentis Astronomiae ist für 0° R. oder 32° Fahr. (S. 28 und 43.)

$$a = \frac{57'' \cdot 5621}{1 - 18 \times 0,0001025} \text{ also } \log a = 1,76094$$

Denselben Werth findet man in der *Gauß'schen* Tafel I für das Argument $h = 29,6$ engl. Zoll = 333,2812 par. Linien.

Diese Tafel giebt also die Werthe von $a \cdot \frac{h}{333,2812}$, für das in pariser Linien ausgedrückte Argument h . Da $\log 333,2812 = 2,52281$, so findet man die Zahlen dieser Tafel durch die Formel $\log h + 9,23813$. Man kann sich also dieser *Gauß'schen* Tafel I für jede andere Refractionsformel bedienen, wenn man zu den aus ihr genommenen Logarithmen einen constanten Logarithmus addirt.

In der *Besselschen* Formel ist ferner (Fund. p. 43)

$$b = \frac{1}{1 + (t - 48\frac{3}{4}) \cdot \frac{1}{480}} = \frac{1 + 16\frac{3}{4} \cdot \varepsilon}{1 + (t - 32) \varepsilon}$$

$$\text{also } \varepsilon = \frac{1}{480 - 16\frac{3}{4}} = \frac{1}{463\frac{3}{4}} = 0,0021587$$

für t° Fahrenheit des äußern Thermometers berechnet; dieselben Logarithmen für die Réaumur'sche Scale in der *Gauß'schen* Tafel II. Der Barometerstand ist in den Fun-

damentis p. 51 auf $8^\circ \text{R.} = 10^\circ \text{Cent.}$ reducirt, durch die für $T^\circ \text{Cent.}$ geltende Formel

$$\tau = \frac{1 + \frac{1}{5412} \cdot 10}{1 + \frac{1}{5412} \cdot T},$$

$$\tau = \frac{1}{1 + \frac{1}{5412} \cdot T} \quad \text{also} \quad \log \tau = - \frac{0,43429448}{5412} T = - \frac{8 T}{100000} \quad \text{für } + T^\circ \text{Cent.}$$

$$\text{oder} \quad \log \tau = - \frac{10 T}{100000} \quad \text{für } + T^\circ \text{Réaum.}$$

Diese letztere Form ist von *Gauß* in der Refractionstafel III, so wie in der Tafel für Höhenmessungen mit dem Barometer (S. 35) gewählt. Will man den neuern *Düling-Petitschen* Coëfficienten 5550 anwenden, so ist

$$\log \tau = - \frac{7,825 \cdot T}{100000} \quad \text{für } + T^\circ \text{Cent.}$$

$$\text{und} \quad \log \tau = - \frac{9,78 \cdot T}{100000} \quad \text{für } + T^\circ \text{Réaum.}$$

Dieses gilt freilich nur für Barometerscalen auf Glas, wie an dem von *Kummer* in Dresden verfertigten Heberbarometer der hiesigen Sternwarte. Bey Messingscalen muß auf die Ausdehnung dieses Metalls Rücksicht genommen werden (*Schumachers* Hülftafeln I. p. XIV.)

Die zweyte *Besselsche* Refractionstafel (Königsberger Beob. 7 Abth. S. XXXVIII) giebt für $\zeta = 45^\circ$ und $h = 333,2812$ par. Lin. $\log a \cdot c = 1,76103 + 0,00070$ und da für 45° , $\log c = -0,00053$, so ist in dieser Tafel

$$\tau = \frac{1 + \frac{1}{53700} \cdot T}{1 + \frac{1}{5550} \cdot T}, \quad \text{also} \quad \log \tau = -0,43429448 \left(\frac{1}{5550} - \frac{1}{53700} \right) T = - \frac{7,0164}{100000} T$$

wofür *Bessel* mit Recht $\log \tau = - \frac{7 T}{100000}$ angenommen hat. Für die Réaumur'sche Scale hätte man $\frac{8,7705 \cdot T}{100000}$, oder sehr nahe $\frac{8\frac{3}{4} \cdot T}{100000}$.

Die Brinkleysche Refraction.

Nach den *Schumacherschen* Hülftafeln Heft I. S. 25-27 hat sie die Form

$$r = \lg \zeta \cdot h \cdot T - C$$

Die erste Tafel enthält die Logarithmen der in englischen Zollen ausgedrückten Barometerhöhe h . Die Logarithmen von T sind in der zweyten Tafel gegeben, und wenn man annimmt, daß sie die Form haben $T = \frac{\alpha}{1 + (t-32)\varepsilon}$, so findet man aus den Werthen für die Temperaturen $10^\circ, 32^\circ, 80^\circ$,

Der Zähler ist schon in den obigen Werth von a hinein gebracht, da $1 + \frac{10}{5412} = \frac{1}{1 - 18 \cdot 0,0001025}$ mithin bleibt zur Reduction des Barometerstandes auf den Gefrierpunct

$$\log a = 1,76226 = 1,76094 + 0,00132$$

Der zweyte Theil ist der constante Logarithmus, welchen man an die *Gauß'sche* Tafel I. anbringen muß, um die Refractionen der zweyten *Besselschen* Formel zu erhalten.

Die dritte *Besselsche* Refractionstafel (Königsb. Beob. 8 Abth. S. XXII) giebt für $\zeta = 45^\circ$ und $h = 333,2812$ par. Lin. $\log a \cdot c = 1,76038 + 0,00070$, also ist in dieser Tafel

$$\log a = 1,76161 = 1,76094 + 0,00067$$

Die Wärmeverbesserung b ist in beyden Tafeln dieselbe, nämlich (7 Abth. S. XXVII) für $t^\circ \text{Fahr.}$ nach der Formel

$$b = \frac{1 + 16\frac{3}{4} \cdot \varepsilon}{1 + (t-32)\varepsilon}, \quad \text{wo} \quad \varepsilon = \frac{0,36438}{180} = \frac{0,006073}{3} = 0,00202433\ldots$$

Die Reduction der Barometerstände, unter vorausgesetzter Messingscale, auf den Gefrierpunct, ist in beyden Tafeln für $T^\circ \text{Cent.}$ des innern Thermometers nach der Formel

daß $\log x = 0,3067$ und $\varepsilon = 0,00218 = \frac{2}{915}$. Diese Refraction ist also

$$r = \lg \zeta \cdot a \cdot \frac{h}{29,6} \cdot b - C,$$

$$b = \frac{1 + 16\frac{3}{4} \varepsilon}{1 + (t-32)\varepsilon},$$

$$\varepsilon = \frac{1}{480 - 22\frac{1}{2}} = 0,0021858$$

Um a zu bestimmen, hat man die Gleichung $a = \frac{29,6 T}{b}$. Aber nach der Tafel ist für $t = 50^\circ$, $\log T = 0,2900$, und nach der obigen Formel ist für $t = 50^\circ$, $b = \frac{1897}{1902}$. Hieraus folgt also

$$\log a = 1,76243 = 1,76094 + 0,00149.$$

Man könnte dieser Refraction vielleicht die obige Formel $r = \operatorname{tg} \zeta \cdot a \cdot \frac{h}{29,6} \cdot b \cdot c$ geben, da aber die Tafel III die Werthe von C nur in Zehnteln der Secunde giebt, und die Formel, auf welcher sie beruhen, nicht bemerkt ist, so lassen sich die Werthe von c nur mit geringer Sicherheit finden.

Die Carlinische Refraction.

Schumachers Hülftafeln I. S. 28—30. Wenn die ihr zum Grunde liegende Formel

$$r = \operatorname{tg} \zeta \cdot a \cdot \frac{h}{28} \cdot \beta \cdot c$$

ist, so giebt die Tafel II die Logarithmen von $\frac{h}{28}$, für den in pariser Zoll ausgedrückten Barometerstand h . Die Tafel III enthält die Logarithmen von $\beta = \frac{1}{1 + (t-10)\delta}$, für t° Réaum. Aus den Werthen dieser Tafel für $t = +30^\circ$, und $t = -10^\circ$, finde ich $20\delta = 0,094$, also $\delta = \frac{0,375}{80} = \frac{3}{640}$. Demnach ist für t° Fahr. $\beta = \frac{1}{1 + (t-54\frac{1}{2})\frac{3}{480}}$. Um also die Carlinische Refraction nach der gemeinschaftlichen Form auszudrücken, so sey

$$r = \operatorname{tg} \zeta \cdot a \cdot \frac{h}{29,6} \cdot b \cdot c;$$

$$b = \frac{1 + 16\frac{3}{4} \cdot \varepsilon}{1 + (t-32)\varepsilon} = \frac{1897}{1920} \cdot \beta$$

Dann ist $\varepsilon = \frac{1}{480 - 22\frac{1}{2}}$, wie bey Brinkley,

$$\text{und } a = \alpha \cdot \frac{333,2812}{336} \cdot \frac{1920}{1897}.$$

Die Tafel I. giebt die Logarithmen von $\operatorname{tg} \zeta \cdot a \cdot c$. Um α zu bestimmen, will ich $\zeta = 60^\circ$ zum Grunde legen, wo

$$r = \operatorname{tg} \zeta \cdot a \cdot k \cdot \frac{h}{0,76} \cdot \frac{1}{1 + t \cdot \delta}$$

$$k = 1 + \alpha \sin 1'' + \left(\frac{t}{2} \alpha \sin 1'' - \frac{l}{\rho} (1 + t \cdot \delta) \right) (1 + \operatorname{tg}^2 \zeta)$$

$$\text{oder } k = \left(1 + \frac{t}{2} \alpha \sin 1'' - \frac{l}{\rho} \right) + \left(\frac{t}{2} \alpha \sin 1'' - \frac{l}{\rho} \right) \operatorname{tg}^2 \zeta - \frac{l}{\rho} \sec^2 \zeta \cdot t \cdot \delta$$

$$\text{oder } k = \left(1 + \frac{t}{2} \alpha \sin 1'' - \frac{l}{\rho} \right) \left(1 - \frac{\frac{l}{\rho} - \frac{t}{2} \alpha \sin 1''}{1 + \frac{t}{2} \alpha \sin 1'' - \frac{l}{\rho}} \cdot \operatorname{tg}^2 \zeta \right) - \frac{l}{\rho} \cdot \sec^2 \zeta \cdot t \cdot \delta$$

$$\text{Setzt man also } c = 1 - \frac{\frac{l}{\rho} - \frac{t}{2} \alpha \sin 1''}{1 + \frac{t}{2} \alpha \sin 1'' - \frac{l}{\rho}} \cdot \operatorname{tg}^2 \zeta = 1 - 0,001106514 \cdot \operatorname{tg}^2 \zeta$$

$$\log = 7,0439570$$

genau $100'' = \operatorname{tg} 60^\circ \cdot \alpha \cdot c$ ist. Aus dem Gange der Tafel sieht man, daß sie bis zu 82° dem Laplaceschen Werth von $c = 1 - 0,0011 \cdot \operatorname{tg}^2 \zeta$ folgt. Also ist für $\zeta = 60^\circ$, $c = 0,9967$. Hieraus folgt $\log \alpha = 1,76287$, und daraus weiter

$$\log a = 1,76458 = 1,76094 + 0,00364$$

Berechnet man aus dieser Tafel die Werthe von c für alle Zenithdistanzen durch die Gleichung $\frac{1}{c} = \frac{\operatorname{tg} \zeta \cdot a}{r}$, so ergeben sich dieselben Werthe von c , wie in der Delambreschen Refractionstafel. Bezeichnet man also die mittlere Delambresche Refraction für 0,76 Meter und 10° Cent. durch D ; und die mittlere Carlinische Refraction für 28 pariser Zoll und 10° Réaum. durch C , so hat man bis zu 82° Zenithdistanz die Gleichung

$$\log D = \log C + 0,0026$$

Die Laplacesche Refraction.

Die Formel findet man in der Mécanique céleste. IV. p. 268 u. 271. Nach ihr hat Delambre in den Tafeln des Längenbüreau die Refraction bis zu 74° Zenithdistanz berechnet. Sie ist auch in die Schumacherschen Hülftafeln I. S. 31 aufgenommen, aber nur weichen hier die Logarithmen in der 4ten Decimalstelle oft um einige Einheiten ab.

Es sey der mittlere Erdhalbmesser $\rho = 6366198$ Meter; die Höhe einer Atmosphäre von durchweg gleicher Dichtigkeit, von der Temperatur des Gefrierpuncts, und einer Quecksilbersäule von 0,76 Meter das Gleichgewicht haltend, sey $l = 7974$ Meter; die Refractions-Constante nach der Delambreschen Bestimmung sey $\alpha = 60'',616$; die Ausdehnung der Luft für jeden Grad des 100theiligen Thermometers sey $\delta = \frac{3}{800}$; die äußere Temperatur $= t^\circ$ Cent.; die auf den Gefrierpunct reducirte Barometerhöhe in Metern $= h$; so ist die Laplacesche Formel

$$\text{so ist } k = \left(1 + \frac{3}{2}\alpha \sin 1'' - \frac{l}{\rho}\right)c - \frac{l}{\rho} \sec^2 \zeta \cdot t \cdot \delta$$

$$\text{und } r = \left\{ \operatorname{tg} \zeta \cdot \frac{\alpha \left(1 + \frac{3}{2}\alpha \sin 1'' - \frac{l}{\rho}\right)c}{1 + 10\delta} - \frac{\alpha \cdot \frac{l}{\rho} \cdot \delta}{1 + 10\delta} \cdot \operatorname{tg} \zeta \sec^2 \zeta \cdot t \right\} \cdot \frac{h}{0,76} \cdot \frac{1 + 10\delta}{1 + t \cdot \delta}$$

$$\text{oder } r = \left(\operatorname{tg} \zeta \cdot \beta \cdot c - \gamma \cdot \operatorname{tg} \zeta \sec^2 \zeta \cdot t \right) \frac{h}{0,76} \cdot \frac{1 + 10\delta}{1 + t \cdot \delta}$$

$$\text{wo } \beta = 58'',37764, \quad \log \beta = 1,7662465, \quad \gamma = 0'',00027442, \quad \log \gamma = 6,4384265.$$

Das zweyte in der Klammer enthaltene Glied ist so klein, daß es selbst für $\zeta = 80^\circ$ und $t = 30^\circ$ nur $1'',55$ ausmacht, und kann daher füglich vernachlässigt werden. Demnach ist die *Laplacesche* Refraction

$$r = \operatorname{tg} \zeta \cdot \beta \cdot c \cdot \frac{h}{0,76} \cdot \frac{1 + 10\delta}{1 + t \cdot \delta}$$

Um sie mit der *Besselschen* zu vergleichen, ist $\delta = \frac{3}{800}$,

also wird $\frac{1+10\delta}{1+t \cdot \delta}$ für t° Fahrenheit, gleich $\frac{1 + \frac{3}{80}}{1 + (t-32) \cdot \frac{1}{480}}$
 $= \frac{83}{80} \cdot \frac{1920}{1987} \cdot \frac{1+16\frac{3}{4}\varepsilon}{1+(t-32)\varepsilon}$ wenn $\varepsilon = \frac{1}{480}$. Die *Laplacesche* Refraction sey also

$$r = \operatorname{tg} \zeta \cdot a \cdot \frac{h}{29,6} \cdot b \cdot c \cdot \tau$$

wo h die unverbesserte in englischen Zollen ausgedrückte Barometerhöhe, τ die Reduction derselben auf den Gefrierpunkt, so ist

$$c = 1 - 0,001106514 \cdot \operatorname{tg}^2 \zeta,$$

$$b = \frac{1 + 16\frac{3}{4}\varepsilon}{1 + (t-32)\varepsilon} \text{ für } t^\circ \text{ Fahrenh.},$$

$$\varepsilon = \frac{1}{480}$$

$$a = \beta \cdot \frac{83}{80} \cdot \frac{1920}{1987} \cdot \frac{0,7518255}{0,76} = 57'',895$$

$$\log a = 1,76264 = 1,76094 + 0,00170$$

Dieses ist die richtige *Laplacesche* Refraction, von welcher aber die *Delambresche* etwas abweicht, da in dessen Tafeln

$\log \beta = 1,7655$ statt $= 1,7662$. Also ist auch für *Delambres* Tafeln $\log a = 1,7619$ statt $= 1,7626$.

Um nun alles, was zur Berechnung der Refractionen nach der *Gaußsichen* Einrichtung erforderlich ist, beisammen zu haben, lasse ich hier zwey Tafeln folgen. Die erste enthält die Logarithmen von $\frac{1}{c}$ aus der *Besselschen* Tafel in den Fundamentis, daneben die Logarithmen von $\frac{1}{c}$ nach der *Laplaceschen* Formel bis zu 80° , in Einheiten der 5ten Decimalstelle, und von 80° bis 85° dieselben aus der *Delambreschen* Tafel in Einheiten der 4ten Decimalstelle. Für die *Carlinische* Refraction kann man dieselben brauchen.

Die zweyte Tafel enthält ebenfalls in Einheiten der 5ten Decimalstelle, die Logarithmen der Wärmeverbesserung $b = \frac{1 + 16\frac{3}{4}\varepsilon}{1 + (t-32)\varepsilon} = \frac{k}{1 + (t-32)\varepsilon}$ für t° Fahrenheit. Die zum Grunde gelegten Zahlen sind:

für die erste *Besselsche* Refraction

$$\log \varepsilon = 7,3341846, \quad \log k = 0,0154259$$

für die zweyte und dritte *Besselsche* Refraction

$$\log \varepsilon = 7,3062820, \quad \log k = 0,0144817$$

für die *Brinkleysche* und *Carlinische* Refraction

$$\log \varepsilon = 7,3396089, \quad \log k = 0,0156163$$

für die *Laplacesche* Refraction

$$\log \varepsilon = 7,3187588, \quad \log k = 0,0148966$$

Tafel für $\log \frac{1}{c}$ oder $-\log c$ nach der *Besselschen* und *Laplaceschen* Refractionsformel, in Einheiten der 5ten Decimalstelle.

ζ	$\log \frac{1}{c}$ Bessel.	$\log \frac{1}{c}$ Laplace.	ζ	$\log \frac{1}{c}$ Bessel.	$\log \frac{1}{c}$ Laplace.	ζ	$\log \frac{1}{c}$ Bessel.	$\log \frac{1}{c}$ Laplace.	ζ	$\log \frac{1}{c}$ Bessel.	$\log \frac{1}{c}$ Laplace.
0°	0	0	13°	3	2	18°	6	5	23°	9	9
5	1	0	14	3	3	19	6	6	24	10	9
10	2	1	15	4	3	20	7	6	25	11	10
11	2	1	16	5	4	21	8	7	26	12	11
12	3	2	17	5	4	22	8	8	27	13	12

ζ	$\log \frac{1}{c}$ Bessel.	$\log \frac{1}{c}$ Laplace.	ζ	$\log \frac{1}{c}$ Bessel.	$\log \frac{1}{c}$ Laplace.	ζ	$\log \frac{1}{c}$ Bessel.	$\log \frac{1}{c}$ Laplace.	ζ	$\log \frac{1}{c}$ Bessel.	$\log \frac{1}{c}$ Delambre.
28°	14	13	53°	91	85	75°20'	731	706	80°50'	1804	169
29	16	15	54	98	91	75 40	765	743	81 0	1868	175
30	17	16	55	106	98	76 0	801	780	81 10	1933	182
31	18	17	56	115	106	76 20	840	821	81 20	2001	189
32	20	18	57	124	114	76 40	881	864	81 30	2073	196
33	21	20	58	133	123	77 0	927	911	81 40	2149	202
34	23	22	59	144	133	77 20	975	962	81 50	2227	209
35	25	23	60	156	144	77 40	1028	1017	82 0	2311	218
36	27	25	61	168	156	78 0	1084	1077	82 10	2399	229
37	29	27	62	183	170	78 10	1112	1109	82 20	2493	240
38	31	29	63	199	185	78 20	1142	1142	82 30	2593	252
39	33	31	64	217	203	78 30	1175	1177	82 40	2697	262
40	35	34	65	237	222	78 40	1209	1213	82 50	2808	272
41	38	36	66	260	243	78 50	1244	1251	83 0	2926	283
42	41	39	67	285	268	79 0	1280	1291	83 10	3049	292
43	44	42	68	314	295	79 10	1317	1333	83 20	3182	303
44	48	45	69	348	327	79 20	1357	1376	83 30	3323	316
45	53	48	70	385	364	79 30	1398	1422	83 40	3475	330
46	57	52	71	430	407	79 40	1442	1470	83 50	3636	345
47	61	55	72	480	457	79 50	1486	1521	84 0	3810	364
48	65	59	73	541	517			Delambre	84 10	3995	383
49	70	64	74 0	613	588	80 0	1533	143	84 20	4195	403
50	75	68	74 20	640	616	80 10	1583	146	84 30	4407	423
51	80	73	74 40	669	644	80 20	1635	152	84 40	4634	446
52	85	79	75 0	699	675	80 30	1688	157	84 50	4876	470
						80 40	1744	163	85 0	5136	495

Tafel der Logarithmen der Wärmeverbesserung b , für das äußere Fahrenheit'sche Thermometer.

Fah- renh.	$\log b$ Bessel I	$\log b$ Bessel II Bessel III	$\log b$ Brinkley Carlini,	$\log b$ Laplace.	Fah- renh.	$\log b$ Bessel I	$\log b$ Bessel II Bessel III	$\log b$ Brinkley Carlini.	$\log b$ Laplace.
10°	+	+	+	+	30°	+	+	+	+
11	0,03656	0,03426	0,03703	0,03528	31	0,01730	0,01624	0,01753	0,01672
12	3557	3335	3603	3433	32	1636	1536	1658	1580
13	3459	3244	3504	3339	33	1542	1448	1562	1490
14	3361	3151	3404	3244	34	1448	1360	1467	1400
15	3263	3060	3305	3150	35	1355	1273	1373	1309
16	3166	2969	3206	3056	36	1262	1185	1278	1219
17	3069	2878	3108	2962	37	1169	1098	1184	1130
18	2971	2787	3010	2869	38	1076	1011	1091	1040
19	2875	2697	2912	2776	39	983	924	996	951
20	2778	2606	2813	2682	40	891	837	903	861
21	2682	2516	2716	2590	41	798	751	809	772
22	2586	2426	2619	2497	42	706	664	716	683
23	2490	2336	2522	2404	43	614	578	623	595
24	2394	2247	2425	2312	44	523	492	530	505
25	2299	2157	2329	2220	45	432	406	438	418
26	2203	2068	2232	2128	46	341	320	345	330
27	2108	1979	2135	2036	47	249	234	253	241
28	2014	1890	2039	1945	48	158	149	161	154
29	1918	1801	1943	1853	49	+	+	+	+
	1824	1713	1848	1762		67	64	69	66
						23	21	22	22

Fahrenh.	$\log b$ Bessel I	$\log b$ Bessel II Bessel III	$\log b$ Brinkley. Carlini.	$\log b$ Laplace.
50°	0,00114	0,00106	0,00114	0,00109
51	203	191	205	196
52	293	276	296	283
53	383	360	387	370
54	473	444	478	456
55	562	528	568	543
56	652	612	658	629
57	741	696	748	715
58	829	779	838	801
59	918	863	928	887
60	1007	946	1018	972
61	1095	1030	1107	1058
62	1183	1112	1196	1143
63	1271	1195	1285	1228
64	1359	1278	1374	1313
65	1446	1360	1463	1398
66	1534	1443	1551	1482
67	1621	1525	1639	1566
68	1708	1607	1728	1651
69	1795	1689	1815	1735
70	1882	1770	1903	1819
71	1968	1852	1991	1903
72	2055	1933	2078	1986
73	2141	2015	2165	2070
74	2227	2096	2252	2153
75	2313	2177	2339	2236
76	2399	2257	2426	2319
77	2484	2338	2512	2402
78	2570	2419	2599	2484
79	2655	2499	2685	2566
80	2739	2579	2771	2649
81	2824	2659	2857	2731
82	2909	2739	2943	2814
83	2994	2819	3028	2895
84	3078	2898	3113	2977
85	3162	2978	3199	3059
86	3246	3057	3283	3140
87	3330	3137	3368	3221
88	3414	3215	3453	3302
89	3497	3295	3537	3383
90	3581	3373	3622	3464
91	3664	3452	3706	3545
92	3747	3530	3790	3625
93	3830	3608	3873	3705
94	3913	3687	3957	3786
95	3996	3765	4041	3866

Durch Einführung eines Hülfswinkels x , der sich vom Zenith bis zum Horizont sehr langsam ändert, kann man die mittlere Refraction r durch die horizontale R mittelst folgender Formel ausdrücken:

$$= R \cdot \frac{\sin x \sin \zeta}{\cos(\zeta - x)}$$

Diese Formel ist vorthailhaft anzuwenden, wenn man die horizontale Refraction aus Beobachtungen bestimmen will, die in der Nähe des Horizonts angestellt sind. Ich lasse daher hier die Werthe von x folgen, so wie sie sich aus der Besselschen Refractionstafel in den Fundamentis Astronomiae ergeben.

ζ	x	Diff.	ζ	x	Diff.	ζ	x	Diff.
0	1 31 18,4		78	0 1 41 24,6	47,7	84	30 1 49 52	23
45	33 40,5	4,9	79	0 42 12,3	9	84	40 50 15	24
46	45,4	5,0	79	10 21	9	84	50 39	25
47	50,4	5,6	79	20 30	9	85	0 51 4	26
48	56,0	5,4	79	30 39	9	85	10 30	28
49	34 1,4	5,7	79	40 48	10	85	20 58	28
50	7,1	6,0	79	50 58	10	85	30 52 26	29
51	13,1	6,3	80	0 43 8	10	85	40 55	30
52	19,4	6,6	80	10 18	10	85	50 53 25	31
53	26,0	6,7	80	20 28	10	86	0 56	33
54	32,7	7,0	80	30 38	11	86	10 54 29	35
55	39,7	7,3	80	40 49	11	86	20 55 4	35
56	47,0	7,8	80	50 44 0	12	86	30 39	37
57	54,8	8,2	81	0 12	11	86	40 56 16	39
58	35 3,0	8,6	81	10 23	13	86	50 55	41
59	11,6	9,0	81	20 36	12	87	0 57 36	42
60	20,6	10,0	81	30 48	13	87	10 58 18	45
61	30,6	10,0	81	40 45 1	13	87	20 59 3	46
62	40,6	10,8	81	50 14	14	87	30 59 49	49
63	51,4	11,6	82	0 28	14	87	40 2 038	51
64	36 3,0	12,4	82	10 42	14	87	50 1 29	53
65	15,4	13,3	82	20 56	15	88	0 2 22	57
66	28,7	14,3	82	30 46 11	16	88	10 3 19	58
67	43,0	15,4	82	40 27	16	88	20 4 17	62
68	58,4	16,5	82	50 43	16	88	30 5 19	65
69	37 14,9	18,1	83	0 59	17	88	40 6 24	69
70	33,0	19,6	83	10 47 16	18	88	50 7 33	72
71	52,6	21,8	83	20 34	18	89	0 8 45	75
72	38 14,4	23,6	83	30 52	18	89	10 10 0	80
73	38,0	26,1	83	40 48 10	20	89	20 11 20	84
74	39 4,1	29,1	83	50 30	19	89	30 12 44	87
75	33,2	31,2	84	0 49	21	89	40 14 11	93
76	40 4,4	38,5	84	10 49 10	20	89	50 15 44	98
77	42,9	41,7	84	20 30	22	90	0 17 22	103
78	41 24,6		84	30 52		90	10 19 5	108
						90	20 20 53	115
						90	30 22 48	

Zur Anwendung obiger Tafeln möge noch der Einfluss bestimmt werden, welchen die verschiedenen Refractionen auf die Nr. 162 gefundene Polhöhe haben. Die Mittel aus sämmtlichen Barometer - und Thermometerständen sind:

	Polaris ober.	Polaris unter.
Scheinb. Zenithdistanz ζ	31 43,6	34 56,9
Unverb. Bar. par. Linien h	334,7	334,5
Inneres Thermometer T	+ 15,7 R.	+ 18,6 R.
Außeres Therm. t	+ 11,7 R = 58,325 F	+ 17,6 R = 71,6 F.

Mit diesen Datis ist die Rechnung wie folgt:

	Polaris ob. Culm.	Polaris unt. Culm.
$\log \operatorname{tg} \zeta$	9,79117	9,84439
$\log h + 9,23813$	1,76279	1,76253
$10 T$	— 157	— 186
	1,55239	1,60506
$\left. \begin{array}{l} \text{Bessel I} \\ \text{Gaußs} \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \\ c \end{array}$	$\begin{array}{l} - 858 \\ - 19 \end{array}$	$\begin{array}{l} - 2020 \\ - 25 \end{array}$
$\log r$	1,54362	1,58461
r	34,963	38,424
$\left. \begin{array}{l} \text{Bessel II} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Const.} \\ b \\ c \end{array}$	$\begin{array}{l} + 132 \\ - 806 \\ - 19 \end{array}$	$\begin{array}{l} + 132 \\ - 1901 \\ - 25 \end{array}$
$\log r$	1,54546	1,58712
r	35,112	38,647
$\left. \begin{array}{l} \text{Bessel III} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Const.} \\ b \\ c \end{array}$	$\begin{array}{l} + 67 \\ - 806 \\ - 19 \end{array}$	$\begin{array}{l} + 67 \\ - 1901 \\ - 25 \end{array}$
$\log r$	1,54481	1,58647
r	35,060	38,590
$\left. \begin{array}{l} \text{Brinkley} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Const.} \\ b \\ c \end{array}$	$\begin{array}{l} + 149 \\ - 867 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{l} + 149 \\ - 2043 \\ 0 \end{array}$
$\log r$	1,54521	1,58612

	Polaris ob. Culm.	Polaris unt. Culm.
$\log r$	1,54521	1,58612
r	35,092	38,558
$\left. \begin{array}{l} \text{Carlini} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Const.} \\ b \\ c \end{array}$	$\begin{array}{l} + 364 \\ - 867 \\ - 18 \end{array}$	$\begin{array}{l} + 364 \\ - 2043 \\ - 23 \end{array}$
$\log r$	1,54718	1,58804
r	35,252	38,730
$\left. \begin{array}{l} \text{Laplace.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Const.} \\ b \\ c \end{array}$	$\begin{array}{l} + 170 \\ - 829 \\ - 18 \end{array}$	$\begin{array}{l} + 170 \\ - 1953 \\ - 23 \end{array}$
$\log r$	1,54562	1,58700
r	35,125	38,637

Mit diesen verschiedenen Refractionen die Beobachtungen des Polaris reducirt, steht nun die Polhöhe von Mitau so:

	obere Culm.	untere Culm.	Mittel.
$\begin{array}{l} \text{Bessel I} \\ \text{Bessel II} \\ \text{Bessel III} \\ \text{Brinkley.} \\ \text{Carlini.} \\ \text{Laplace.} \end{array}$	$\begin{array}{l} 56^{\circ} 39' 4,652 \\ 4,503 \\ 4,555 \\ 4,523 \\ 4,363 \\ 4,490 \end{array}$	$\begin{array}{l} 56^{\circ} 39' 4,365 \\ 4,142 \\ 4,199 \\ 4,231 \\ 4,059 \\ 4,152 \end{array}$	$\begin{array}{l} 56^{\circ} 39' 4,508 \\ 4,322 \\ 4,377 \\ 4,327 \\ 4,211 \\ 4,321 \end{array}$

Paucker.

Schreiben des Herrn *A. v. Heiligenstein* *) an den Herausgeber.

Mannheim 1829. Aug. 7.

Ich übersende Ihnen hiebei meine Erstlingsarbeit im Gebiete der rechnenden Astronomie, mit der Bitte ihr eine Stelle in den astronomischen Nachrichten nicht zu versagen. Da die Ceres von den neuern Planeten der einzige ist, dessen Elemente seit langer Zeit nicht mehr genau bestimmt worden sind, so habe ich es versucht aus den neuern Oppositionen diese Elemente zu bestimmen, indem ich dabei auf die Jupiterstörungen unter derjenigen Form Rücksicht genommen habe, worin dieß auch schon seit längerer Zeit bei den drei andern kleinen Planeten geschieht. Folgendes sind die zum Grunde gelegten Oppositionen:

	Mittl. Zeit in Göttingen.	Helioc. Länge.	Geoc. Breite.
	$\begin{array}{l} h \\ m \\ s \end{array}$	$\begin{array}{l} ^{\circ} \\ ' \\ '' \end{array}$	$\begin{array}{l} ^{\circ} \\ ' \\ '' \end{array}$
1818 Oct. 14.	18 59 42,9	21 18 34,60	-13 58 36,88
1820 Jan. 25.	3 43 40,1	124 38 30,82	+11 58 43,79
1821 May 22.	5 47 12,0	241 12 34,82	+ 5 41 48,47

	Mittl. Zeit in Göttingen.	Helioc. Länge.	Geoc. Breite.
1822 Aug. 22.	8 ^h 27' 2" 1	329° 5' 13' 34	-14° 53' 17' 86
1825 März 14.	11 5 13,1	174 4 50,16	+17 10 34,37
1826 Juny 29.	18 54 46,5	277 50 55,10	- 4 49 24,70
1827 Sept. 26.	9 31 49,3	2 58 15,35	-15 42 1,86

Die Oppositionsmomente sind von der Aberration befreit, die helioc. Längen sind vom mittlern Aequinoctium des jedesmaligen Tages gezählt, und es liegen durchgängig *Besselsche* Erdpositionen zum Grunde. Ich habe dabei alle guten Beobachtungen benutzt, die ich auffinden konnte. Die Opposition von 1823 konnte ich aus Mangel an Datis nicht berechnen; ebenso sind die bis jetzt mir bekannt gewordenen Beobachtungen der Ceres von 1829, welche ich der Güte des Herrn Hofrath *Gaußs* und Professor *Schwerd* verdanke, von zu spätem Datum, als daß sich das Oppositionsmoment noch mit hinlänglicher Schärfe daraus hätte herleiten lassen.

*) Herr *A. v. Heiligenstein* ist ein Sohn des, den Lesern dieser Blätter schon lange bekannten, ausgezeichneten Astronomen gleichen Namens in Mannheim.