

Méthode des Azimuts correspondants, par M. Radau.

Dans ses Travaux Géodésiques en Ethiopie, ouvrage qui va être mis sous presse, M. d'Abbadie profite de son expérience en géodésie expéditive pour proposer une méthode d'observer l'azimut, fort avantageuse aux voyageurs par sa simplicité et par la facilité des calculs qu'elle exige. En l'exposant ici je ferai voir qu'elle fournit à la fois les erreurs instrumentales dont on a besoin, le temps, la latitude, et surtout les azimuts et les apozénits (dist. zénitales) des signaux; les trois derniers éléments suffisent en général pour le tracé des fondements d'une carte. On observe le ☉ près du premier vertical et des deux côtés du méridien, avec un théodolithe qui permet de mesurer en même temps l'angle vertical et horizontal (alt-azimut des Anglais). Voici le canevas du tableau des observations; les pointillés y indiquent des lectures; les bords du ☉ sont donnés comme vus dans une lunette qui renverse.

	Chron.	Cercl vert.	niveau	Cercl.hor.	Lunette
Matin.	(1) signaux —	à droite
Bar. = ..	1. ☉	≈ ≈
Therm. =	2. ☉	..	—	..	≈ ≈
	3. ☉	à gauche
	4. ☉	..	—	..	≈ ≈
	(2) signaux —	≈ ≈

On laisse la lunette immobile en apozénit entre les observations 1, 2 et 3, 4 de manière à laisser passer le disque du ☉ à travers le fil horizontal.

Les observations du soir, (3), 5, 6, 7, 8, (4), se font de la même manière, seulement on commence par lunette à gauche, et les bords du ☉ se suivent dans l'ordre inverse, de façon que les croquis 4, 3, 2, 1 se rapportent à 5, 6, 7, 8. Les lectures verticales doivent être les mêmes que le matin.

Avant tout, les lectures verticales seront nivelées c'est à dire corrigées pour le niveau, il y aura deux lectures de niveau pour la lecture verticale 1, 2 etc. L'apozénit ζ d'un signal sera alors la demi-diff. des lectures (1)-(2) ou (4)-(3); le point zénital du cercle se trouve deux fois par les demi-sommes des mêmes lectures. Les apozénits vrais z, z' de ☉ pour les milieux des heures seront les demi-diff. de 1,2-3,4 et de 7,8-5,6, augmentées de la réf.-parallaxe. Le point zénital se trouve encore deux fois par les demi-

sommes des mêmes lectures, mais il faut en retrancher le mouvement en apozénit Δz . On prendra ensuite les moyennes des lectures azimutales 1, 2, 3, 4 et 5, 6, 7, 8 ainsi que celles de (1)(2) et de (3)(4) pour chaque signal qui aura été observée quatre fois. Soit alors pour un signal donné

$$\text{Moy. (1)(2)} - \text{Moy. 1, 2, 3, 4} = U,$$

$$\text{Moy. (3)(4)} - \text{Moy. 5, 6, 7, 8} = U';$$

on trouvera l'azimut, compté du Sud,

$$\text{pour le signal} = \frac{1}{2}(U+U') + u + w,$$

$$\text{pour le ☉, le matin} = -\frac{1}{2}(U-U') + u + w,$$

$$\text{pour le ☉, le soir} = +\frac{1}{2}(U-U') + u + w.$$

Le point du Sud s'obtient pour chacune des deux séries en soustrayant d'une moyenne de lectures azimutales l'azimut calculé qui s'y rapporte. La correction $u = \frac{1}{2}(z'-z)\frac{dA}{dz}$

dépend d'une légère inégalité entre les apozénits z, z' du matin et du soir; $\frac{dA}{dz}$ sera pris numériquement. La correc-

tion w est $= \frac{1}{2}(\delta'-\delta)\frac{dA}{d\delta} = \frac{1}{2}(\delta'-\delta)\frac{\sec\varphi}{\sin\tau}$, ou bien, ex-

primée en minutes d'arc, $= \pm \frac{\nu\tau, \sec\varphi}{144 \sin\tau}$; par ν j'ai désigné

la variation de δ en 0,1 jour, par 2τ l'intervalle entre les milieux des heures. On prendra le signe inférieur si les observations sont séparées par le minuit. Cette dernière correction pourra être trouvée au moyen des mêmes tables que la correction x des hauteurs corresp. (Astr. Nachr. 1235). A cet effet j'ai dû légèrement modifier ces tables de la manière qui suit. On avait $x = k(A+B)$, et la quantité

$B = \mp \frac{\nu}{3\pi} \text{tg } \varphi$ se trouvait par une table à double entrée ayant la latitude φ pour argument horizontal. J'y ai substitué deux petites tables à simple entrée pour $\text{tg } \varphi$ et pour

$C = \mp \frac{\nu}{3\pi}$. De cette façon la correction des hauteurs

corresp. sera $x = k(A+C \text{tg } \varphi)$, celle des azimuts corresp. $w = kC \frac{\sec\varphi}{4}$. On aura donc besoin pour les azimuts

corresp. 1° de la correction de la date et du facteur k qui se trouvent dans mes tables I. et IV.; 2° des facteurs C et $\frac{1}{4} \sec \varphi$ que l'on trouvera dans les nouvelles tables V. et VI.

Si les deux séries d'observations étaient séparées par un intervalle de plusieurs jours, il faudrait calculer w par la formule $\frac{1}{2}(\delta' - \delta) \frac{\sec \varphi}{\sin \tau}$ où δ, δ' sont toujours les déclinaisons du \odot le matin et le soir; l'intervalle 2τ doit être alors diminué du nombre entier de jours qu'il contiendrait.

Soient encore c l'erreur de collimation, $90^\circ + i$ l'angle formé par les deux axes du théodolithe; on trouvera par un signal terrestre $c + i \cos \zeta = \sin \zeta \times$ demi-diff. des lectures azimutales (1)-(2) ou (4)-(3); par le \odot : $c + i \cos z + r = \sin z \times$ demi-diff. des moyennes 1,2 — 3,4 augmentée de ΔA , ou bien demi-diff. de 7,8 — 5,6 diminuée de ΔA . Les mouvements en azimut et en apozénit, ΔA et Δz , se trouvent en multipliant par les coefficients $\frac{dA}{dt}$ et $\frac{dz}{dt}$, pris numériquement, les demi-intervalles entre les moyennes des heures 1,2... 3,4. ou 5,6... 7,8. Les valeurs numériques des trois coefficients $\frac{dA}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ et $\frac{dA}{dt}$ seront obtenues en prenant pour dt la somme des quatre différences des heures 2 — 1 + 4 — 3 + 6 — 5 + 8 — 7, par dA la somme des diff. azimutales qui y correspondent, enfin pour dz quatre fois le diamètre du \odot . Les différences des heures 2—1 etc. ne sont autre chose que le temps du passage par le fil horizontal, et devraient par conséquent être égales. Tous ces nombres se déduisent ainsi des observations ce qui suffit pour la pratique, car la précision avec laquelle on les obtient, dépend de la précision des observations elles-mêmes.

Enfin, on aura encore de cette manière quatre hauteurs corresp. du \odot qui peuvent servir à trouver l'état du chronomètre. Si les apozénits z, z' sont un peu inégaux, la correction x doit être diminuée de $\frac{1}{2}(z' - z) \frac{dt}{dz}$; le coefficient $\frac{dt}{dz}$ est le réciproque de $\frac{dz}{dt}$. Jusqu'ici les calculs n'exigent ni éphémérides ni même logarithmes. Quand aux éléments de réduction, on a seulement besoin, pour corriger la date, de connaître la longitude à 5 ou 6 minutes de temps près; car la latitude est encore fournie par les observations. En effet, on néglige seulement des quantités du second ordre, en prenant $\sin \delta = \sin \varphi \cos z - \cos \varphi \sin z \cos \frac{1}{2}(U - U')$, où δ et z sont les valeurs moyennes. Si l'on fait alors $\lg Q = \lg z \cos \frac{1}{2}(U - U')$, on obtient $\sin(\varphi - Q) = \cos Q \sec z \sin \delta$. La latitude se trouve ainsi à 0'5 près.

Table V.

Date corrigée	C	diff. pour le jour
Jan. 0	$\mp 2,44$	0,287
10	$\mp 5,31$	0,262
20	$\mp 7,93$	0,226
30	$\mp 10,19$	

Date corrigée	C	diff. pour le jour
Jan. 30	$\mp 10,19$	
Fév. 9	$\mp 12,03$	0,184
19	$\mp 13,44$	0,141
Mars 1	$\mp 14,40$	0,096
11	$\mp 14,95$	0,055
21	$\mp 15,09$	0,014
31	$\mp 14,85$	0,061
Avril 10	$\mp 14,24$	0,097
20	$\mp 13,27$	0,133
30	$\mp 11,94$	0,166
Mai 10	$\mp 10,28$	0,198
20	$\mp 8,30$	0,225
30	$\mp 6,05$	0,247
Juin 9	$\mp 3,58$	0,259
19	$\mp 0,99$	0,263
29	$\pm 1,64$	0,255
Juillet 9	$\pm 4,19$	0,239
19	$\pm 6,58$	0,215
29	$\pm 8,73$	0,187
Août 8	$\pm 10,60$	0,154
18	$\pm 12,14$	0,121
28	$\pm 13,35$	0,087
Sept. 7	$\mp 14,22$	0,052
17	$\pm 14,74$	0,017
27	$\pm 14,91$	0,020
Oct. 7	$\pm 14,71$	0,058
17	$\pm 14,13$	0,100
27	$\pm 13,13$	0,142
Nov. 6	$\pm 11,71$	0,185
16	$\pm 9,86$	0,226
26	$\pm 7,60$	0,266
Déc. 6	$\pm 4,98$	0,287
16	$\pm 2,11$	0,299
26	$\mp 0,88$	0,295
36	$\mp 3,83$	

Table VI.

φ	$\lg \varphi$	$\frac{1}{4} \sec \varphi$	φ	$\lg \varphi$	$\frac{1}{4} \sec \varphi$
0°	0,000	0,250	18"	0,325	0,263
1	017	250	19	344	264
2	035	250	20	364	266
3	052	250	21	384	267
4	070	251	22	404	270
5	087	251	23	424	272
6	105	251	24	443	274
7	123	252	25	466	276
8	141	252	26	488	278
9	158	253	27	510	281
10	176	254	28	532	283
11	194	255	29	554	286
12	213	256	30	577	289
13	231	257	31	601	292
14	249	258	32	625	295
15	268	259	33	649	298
16	287	260	34	673	302
17	306	261	35	700	305

φ	$tg \varphi$	$\frac{1}{2} sec \varphi$	φ	$tg \varphi$	$\frac{1}{2} sec \varphi$
36 ⁰	0,727	0,309	49 ⁰	1,150	0,381
37	754	313	50	192	389
38	781	317	51	235	397
39	810	322	52	280	406
40	839	326	53	327	415
41	869	331	54	376	425
42	900	336	55	428	436
43	933	342	56	483	447
44	966	348	57	540	459
45	1,000	354	58	600	472
46	036	360	59	665	485
47	072	367	60	732	500
48	111	374			

1° Pour les hauteurs corresp.

On prend $tg \varphi$ toujours positif, et C dans l'hémisph. boréal avec le signe sup. pour midi (inf. pour minuit), dans l'hémisph. austral avec le signe inf. pour midi (sup. pour minuit).

2° Pour les azimuts corresp.

On prend C avec la signe inf. pour midi, avec le signe sup. pour minuit.

Paris 1860 Avril 1.

R. Radau.

Bahn des Cometen von 1859, von Herrn Hertzprung.

Mitgetheilt von Herrn Prof. d Arrest.

Für den von Tempel den 7^{ten} April in Venedig entdeckten telescopischen Cometen finden sich in den Astr. Nachrichten verschiedene Elementensysteme, die indessen bei näherer Vergleichung noch so starke Unterschiede darbieten, dass eine neue Rechnung nicht unangemessen erschien. Unter diesen bisher bekannt gemachten Bahnen schien mir die von Prof. Stampfer gegebene der Wahrheit schon sehr nahe zu kommen; ich ging deshalb von dieser Bahn aus, die ich zur Vergleichung mit dem Folgenden hersetze (A. N. № 1195). Man wird in der That sehen, dass ich nur sehr unerhebliche Änderungen damit vorgenommen habe, um mich an die etwa 30 mir bekannten Beobachtungen möglichst nahe anzuschliessen. Stampfer's Elemente sind nun diese:

$$T = 1859 \text{ Mai } 29,26545 \text{ mittl. Zt. Berl.}$$

$$\pi = 75^{\circ} 20' 6''4 \quad \Omega = 357^{\circ} 20' 2,0 \quad \text{m. Äquin. 1859,00}$$

$$i = 48^{\circ} 30' 33,7$$

$$\log q = 9,303307$$

Retrograd.

Hiernach wurde eine Ephemeride von gehöriger Ausdehnung berechnet, indem zu Anfange wegen der hohen Declination drei Örter für jeden Abend direct hergeleitet wurden; die sämmtlichen Beobachtungen ergaben denn, wenn ich sie hier nach den Beobachtungsortern ordne, folgende Fehlerübersicht:

Padua (A. N. 1197).

Rechn.—Beob.

	$\Delta \alpha \cos \delta$	$\Delta \delta$
April 7	+12''7	-44''8
8	+9,1	+70,5

	$\Delta \alpha \cos \delta$	$\Delta \delta$
April 14	+5''0	+14''9
21	+8,9	-29,4
24	+5,5	+7,3
26	+7,0	-13,3
26	+14,6	-1,2
27	-7,5	+5,9
29	+22,3	+45,3
Mai 1	+1,6	+6,5
5	+10,8	+3,5

Berlin (A. N. 1190 und 1191).

	$\Delta \alpha \cos \delta$	$\Delta \delta$
April 14	+4''1	-0''4
15	+1,2	+3,6
16	-2,3	+14,2

Wien (A. N. 1191 u. 1195).

	$\Delta \alpha \cos \delta$	$\Delta \delta$
April 18	+4''9	+3''4
20	+17,2	+12,8
26	-16,0	+2,3
Mai 6	+0,7	-0,5

Altona (A. N. 1190).

	$\Delta \alpha \cos \delta$	$\Delta \delta$
April 8	-15''7	+38''8

Florenz (A. N. 1193).

	$\Delta \alpha \cos \delta$	$\Delta \delta$
April 21	+8''9	-29''4

Ann Arbor (A. N. 1195).

	$\Delta \alpha \cos \delta$	$\Delta \delta$
April 23	-7''2	-3''7

Cambridge U. S. (A. N. 1197).

	$\Delta \alpha \cos \delta$	$\Delta \delta$
April 27	+11''6	-2''8
29	+16,4	-0,4
Mai 2	+6,9	+1,8