

15. *Kritisches zur schwarzen Strahlung;*
von O. Lummer und E. Pringsheim.

I. Schon in unseren ersten spectrobolometrischen Arbeiten¹⁾ haben wir systematische Abweichungen zwischen den für die schwarze Strahlung beobachteten Energiecurven und der Wien'schen Spectralgleichung gefunden, ohne jedoch die Frage zu entscheiden, ob die Gleichung auf Grund dieser Abweichungen zu verwerfen sei.

Erst in der Arbeit über die Strahlung des schwarzen Körpers für *lange* Wellen²⁾ konnten wir mit Sicherheit aussagen, dass die Wien'sche Spectralgleichung *kein allgemein gültiges* Naturgesetz darstellt. Dieses experimentelle Resultat stand im Widerspruch mit den Versuchen von F. Paschen³⁾ und den Theorien von W. Wien⁴⁾ und M. Planck⁵⁾, welche auf ganz verschiedenem Wege die Wien'sche Spectralgleichung hergeleitet hatten.

a) Was die Wien'sche Herleitung betrifft, so kann sie, abgesehen von den Einwänden, die gegen sie erhoben worden sind⁶⁾, schon deshalb keine Widerlegung *experimenteller* Re-

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 1. p. 23—41 und p. 215—235. 1899.

2) l. c. 2. p. 163—180. 1900.

3) F. Paschen, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 405—420 und p. 959—976. 1899.

4) W. Wien, Wied. Ann. 58. p. 662—669. 1896.

5) M. Planck, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 440—480. 1899; Ann d. Phys. 1. p. 69—122 und p. 719—737. 1900.

6) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 1. p. 29 ff. 1899; O. Lummer u. E. Jahnke, Ann. d. Phys. 3. p. 283—297. 1900; O. Lummer, Rapports présentés au Congrès Intern. de phys. 2. p. 41—99. Paris, Gauthier-Villars, 1900; E. Jahnke, O. Lummer u. E. Pringsheim, Ann. d. Phys. 4. p. 225—230. 1901.

Ueber diese ausführliche Kritik geht Hr. Wien (Ann. d. Phys. 4. p. 424. 1901) mit folgenden Worten hinweg: „Von den Herren Jahnke, Lummer und Pringsheim ist soeben eine Entgegnung auf meine letzten Ausführungen erschienen, in der im wesentlichen die früheren

sultate bilden, weil sie auf kinetischen Hypothesen beruht, welche anderweitig nicht gestützt werden.

b) Die Planck'sche Theorie leitete die Wien'sche Spectralgleichung auf elektromagnetischer und thermodynamischer Grundlage ab. Nach ihr hatte es den Anschein, als ob unsere Versuche gegen die Consequenzen der elektromagnetischen Lichttheorie, ja sogar gegen den zweiten Hauptsatz verstießen. Auch diese Schwierigkeit ist beseitigt, da Hr. Planck¹⁾ selbst die Wien'sche Gleichung

$$(1) \quad E = C \lambda^{-5} e^{-\frac{c}{\lambda T}}$$

auf Grund unserer Versuche durch die folgende ersetzte:

$$(2) \quad E = C \lambda^{-5} \left[e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1 \right]^{-1}.$$

Im Gegensatz zur ersteren Gleichung führt die Planck'sche zu dem Grenzfall:

$$(3) \quad [\lim E = \text{const. } T]_{T=\infty}.$$

Zu der gleichen Folgerung wird man bei Extrapolation der Gleichung:

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} E = C \lambda^{-4} T^{\nu} e^{-\frac{c}{(\lambda T)^{\nu}}} \\ 1, 3 > \nu > 1, 2, \end{array} \right.$$

geführt, welche von allen speciellen Formen der allgemeinen, von Hrn. Jahnke²⁾ mit einem von uns aufgestellten Gleichung

Behauptungen wiederholt werden. Ich halte es daher für unnötig, noch einmal darauf einzugehen.“

Hierdurch wird der Anschein erweckt, als ob die erwähnten letzten Ausführungen Wien's (Ann d. Phys. 3. p. 530—539. 1900), die von uns gegen seine Herleitung erhobenen Einwendungen entkräftet und wir uns in unserer Kritik auf eine blosser Wiederholung unserer Einwände beschränkt hätten.

Der Sachverhalt ist ein anderer.

Unsere Kritik enthält nicht nur eine Wiederholung unserer früheren Behauptungen, um sie in vollem Umfange aufrecht zu erhalten, sondern sie wiederlegt, und das ist ihr wesentlicher Zweck, auch die von Wien gegen unsere Einwände gerichteten Ausführungen.

1) M. Planck, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 2. p. 202 bis 204. 1900.

2) O. Lummer u. E. Jahnke, Ann. d. Phys. 3. p. 283—297. 1900.

unsere Versuche zwischen 2μ und 18μ am besten darstellt. Die Folgerung (3) wurde ausserordentlich wahrscheinlich gemacht durch die Form der Isochromaten, welche Rubens und Kurlbaum¹⁾ für einige lange Wellen (Reststrahlen von Steinsalz, Sylvin und Quarz) beobachtet haben. Diese Versuche sind unvereinbar mit der Wien'schen Gleichung (1), werden durch die Planck'sche Gleichung (2) gut dargestellt, eher noch besser durch unsere empirische Gleichung (4).

c) Diese Harmonie wurde allein noch gestört durch die Resultate Paschen's²⁾, nach denen die schwarze Strahlung auf dem ganzen untersuchten Gebiet und bis zu den höchsten Temperaturen durch die Wien'sche Gleichung gut dargestellt wird, auch da, wo nach unseren Versuchen Abweichungen von 20 und mehr Procent zu erwarten gewesen wären. Solange sich unsere Versuche auf ein kleineres Wellenlängengebiet erstreckten als die von Paschen, konnte man im Zweifel sein, auf welcher Seite die Wahrheit liege, zumal seine Resultate sich im Einklang mit der Theorie befanden.

Nachdem wir aber durch Ausdehnung unserer Versuche auf das Wellenlängengebiet von 12μ bis 18μ Abweichungen von der Wien'schen Gleichung bis 50 Proc. erhalten hatten, war erwiesen, dass die Paschen'schen Versuche fehlerhaft seien.

Dieser schwer wiegende Widerspruch ist jetzt ebenfalls beseitigt durch die neueste Publication von Paschen³⁾, in der gleichfalls starke Abweichungen von der Gleichung (1) mitgeteilt werden. Dadurch nimmt Paschen das wesentliche Resultat seiner Publication „Ueber die Verteilung der Energie im Spectrum des schwarzen Körpers bei höheren Temperaturen“ zurück, welche sich durch die genaue Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Theorie auszeichnete.

Obwohl somit der Widerspruch gegen unsere Resultate beseitigt ist, sehen wir uns aus verschiedenen Gründen veranlasst, näher auf die Paschen'schen Arbeiten einzugehen.

1) H. Rubens u. F. Kurlbaum, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 929—941. 1900; Ann. d. Phys. 4. p. 649—666. 1901.

2) F. Paschen, l. c.

3) F. Paschen, Ann. d. Phys. 4. p. 277—298. 1901.

Erstens glaubt Paschen, wie früher die allgemeine Gültigkeit der Wien'schen Spectralgleichung, so jetzt diejenige der Planck'schen Gleichung erwiesen zu haben, während wir der Meinung sind, dass seine neuesten Versuche nichts Neues zur Kenntnis der schwarzen Strahlung beitragen.

Zweitens übt Paschen an unserer Arbeit eine Kritik, die uns unberechtigt erscheint und schiebt uns Schlüsse unter, die wir nicht gezogen haben.

Drittens scheint uns die Darstellung geeignet, dem Leser eine falsche Vorstellung über die historische Entwicklung unserer heutigen Kenntnis von der schwarzen Strahlung zu geben.

II. *Historisches.* Wir wenden uns zunächst kurz gegen die Einleitung Paschen's; in ihr wird der Eindruck erweckt, als ob unsere Versuche am schwarzen Körper erst eingegriffen hätten, nachdem Paschen das gleiche Gebiet seit langem bearbeitet und im wesentlichen erschöpft hatte. So wird der Beginn der Paschen'schen Versuche über die schwarze Strahlung bis in das Jahr 1892 zurückdatirt, die Besprechung unserer Arbeiten dagegen eingeleitet durch die Worte: „In letzter Zeit haben die Herren Lummer und Pringsheim denselben Gegenstand bearbeitet.“

Jene Versuche Paschens beziehen sich aber unserer Meinung nach gar nicht auf denselben Gegenstand, da sie aus Strahlungsmessungen an *nichtschwarzen* Körpern auf indirectem Wege die Gesetze der schwarzen Strahlung erschliessen wollen, während wir direct die schwarze Strahlung experimentell untersucht haben. Uebrigens sind die Resultate dieser Versuche im Auszug erst 1895, ausführlich aber sogar erst im Jahre 1896 und 1897 publicirt worden, also nachdem die schwarze Strahlung durch W. Wien und O. Lummer¹⁾ 1895 dem Experiment zugänglich gemacht worden war.

1) W. Wien u. O. Lummer, Wied. Ann. 56. p. 451—456. 1895. In dieser Arbeit „Methode zur Prüfung der Strahlungsgesetze absolut schwarzer Körper“ ist die Methode zur Verwirklichung der schwarzen Strahlung gemäss der Kirchhoff'schen Definition ausführlich beschrieben. Gleichzeitig ist auch das umgekehrte Princip zur Verwirklichung eines absolut schwarzen Strahlungsmessers angegeben. Ferner enthält die Arbeit ein vollständiges Programm der mit dem schwarzen Körper beab-

Von dieser Zeit datiren unsere Versuche, die als eine Ausführung des in jener Arbeit mitgetheilten Programms zu betrachten sind. Demgemäss begannen wir mit der Untersuchung des Fundamentalgesetzes der schwarzen Strahlung und konnten im Jahre 1897 das Resultat mittheilen, dass die von gleichtemperirten Hohlräumen ausgesandte Strahlung dem Stefan-Boltzmann'schen Gesetze gehorcht.

Unsere ersten Resultate über die schwarze Strahlung, welche von Paschen nicht erwähnt werden, fallen also in das gleiche Jahr, in welchem Paschen sich noch bemühte, aus Versuchen an *nichtschwarzen* Körpern indirecte Schlüsse auf die Gesetze der *schwarzen* Strahlung zu ziehen.

Abgesehen von der Unsicherheit, welche derartigen Schlüssen anhaftet, ist auch die experimentelle Grundlage nicht geeignet, die für die schwarze Strahlung gezogenen Folgerungen zu stützen. Denn die Versuche sind mit so grossen Unvollkommenheiten behaftet, dass die für die einzelnen *nichtschwarzen* Körper daraus hergeleiteten Resultate nicht als deren wahre Gesetze gelten können. Auch die vollkommene Bestätigung, welche Paschen für einige seiner spectrobolometrischen Resultate durch directe Messung der Gesamtstrahlung erhält, kann nicht als Beweis für deren Richtigkeit angesehen werden. So findet Paschen aus den spectrobolometrischen Versuchen, dass die Gesamtstrahlung des blanken Platins mit der 5,432^{ten} Potenz der absoluten Temperatur fortschreitet, während die directe Messung die Potenz 5,425 ergeben hatte. In Wirklichkeit dagegen wächst in dem untersuchten Temperaturintervall die Gesamtstrahlung mit der 5,0^{ten} Potenz. Ferner hatte Paschen für Lampenruss gefunden, dass die Gesamtstrahlung zur 4,532^{ten} Potenz fortschreitet, während in Wahrheit Russ, wenigstens in genügend dicken Schichten, dem Stefan'schen Gesetze fast vollkommen folgt. Auch hier findet Paschen wieder fast genau dieselbe Potenz (4,528) durch die indirecte, spectrobolometrische Methode und sagt: „Die Uebereinstim-

sichtigten Untersuchungen: 1. Messung der Gesamtstrahlung (Prüfung des Stefan-Boltzmann'schen Gesetzes), 2. Messung der Lichtstrahlung in den verschiedenen Spectralregionen mittels des Spectralphotometers, 3. Messung der Energieverteilung als Function der Temperatur und Prüfung des von Wien theoretisch hergeleiteten Verschiebungsgesetzes.

mung dieser zwei Werte kann kaum einem Zufall zugeschrieben werden.“

Bei beiden Methoden müssen daher Fehler von 40 bis 50 Proc. vorgekommen sein, welche wahrscheinlich der Temperaturbestimmung zuzuschreiben sind.

Selbst wenn aber diese spectrobolometrischen Versuche fehlerfrei wären und im Jahre 1892 nicht nur begonnen, sondern mit allen ihren Resultaten auch schon *veröffentlicht* worden wären, würden sie vom Tage der Verwirklichung der schwarzen Strahlung an für diese nur noch historisches Interesse beanspruchen können. Denn während derartige Versuche bestenfalls hypothetische Schlüsse auf das Verhalten der schwarzen Strahlung erlauben, war durch die Herstellung des schwarzen Körpers die Grundlage für sichere systematische Forschungen geschaffen, durch welche der Wunsch Kirchhoff's, dass die ϵ -Function des schwarzen Körpers auf experimentellem Wege bestimmt werde, sich verwirklichen liess. Ein wesentlicher Fortschritt ist zugleich der durch das Princip gebotene Vorteil, dass die Temperatur der zu messenden Strahlung mit der eines gleich temperirten Hohlraumes identisch und daher sehr genau messbar ist. Dadurch war auch die Hauptfehlerquelle der Paschen'schen Versuche beseitigt. Diese rein experimentelle Verbesserung der Strahlungsmessung ist freilich nicht erreicht bei dem „Paschen'schen“ schwarzen Körper, bei dem das strahlende Platinblech von einer spiegelnden Hülle umgeben ist.

Aber auch die principielle Bedeutung des schwarzen Körpers scheint Hr. Paschen zu unterschätzen. Wenigstens ruft die Einleitung seiner neuesten Arbeit den Eindruck hervor, als ob die Einführung des schwarzen Körpers nichts weiter bedeute, als eine Verbesserung der experimentellen Hilfsmittel. Wir sind anderer Meinung und schätzen die Verwirklichung der schwarzen Strahlung höher ein; wenigstens glauben wir, dass auch mit den sonst besten Hilfsmitteln die schwarze Strahlung nicht gemessen werden kann, wenn sie nicht vorhanden ist.

Rechnet man demnach zu den Versuchen über die schwarze Strahlung nur diejenigen, welche wirklich mit dem schwarzen Körper angestellt sind, so sind unsere Arbeiten nicht nur über die Gesamtstrahlung, sondern auch über die Energieverteilung

im Spectrum des schwarzen Körpers die älteren. Wir können demnach nicht der Ansicht Paschen's beipflichten, dass wir erst in letzter Zeit denselben Gegenstand behandelt haben, mit dem er schon seit 1892 beschäftigt ist, obschon sie die Anerkennung enthält, dass wir trotz der Kürze der Zeit richtige Resultate für die e -Function des Kirchhoff'schen Satzes gefunden haben.

III. *Antikritisches.* Wir wenden uns jetzt gegen die Kritik, welche Paschen an unseren Versuchen geübt hat.

a) Er sagt in seiner neuesten Arbeit¹⁾: „Die Versuche der Herren Lummer und Pringsheim ergaben für keinen Bereich der Temperaturen und Wellenlängen einen völligen Anschluss an Wien's Gesetz, sondern liessen sich durch eine von Hrn. Thiesen angegebene Formel darstellen, welche für kleine Werte von λT einen so erheblich anderen Verlauf hat als Wien's Formel, dass ich infolge dieses Widerspruches mit meinen Beobachtungen auch die Ueberzeugung von der Richtigkeit ihrer Resultate bei grossen Werten von λT nicht gewann etc.“

Schon die graphische Darstellung (vgl. Fig. 1) der Resultate unserer ersten Arbeit zeigt auf dem ganzen Gebiete unserer damaligen Beobachtungen eine gute Uebereinstimmung der beobachteten Curven mit den nach Wien's Spectralgleichung berechneten. In dem Gebiete, in welchem λT kleiner als 3000 ist, erkennt man grössere Abweichungen nur am äussersten Ende des aufsteigenden Astes. Hier aber sind wegen des starken Abfalles der Energiecurve die Beobachtungen sehr schwierig und werden infolge diffuser Strahlung notwendig zu gross ausfallen. Wer wie Paschen die Schwierigkeiten kennt, welche den Messungen gerade an dieser Stelle entgegenstehen, kann billigerweise aus diesen Abweichungen einen Widerspruch zwischen unseren Beobachtungen und der Wien'schen Spectralgleichung nicht construiren; um so weniger als bei der Curvenschaar (Fig. 2) unserer zweiten Serie infolge besserer Versuchsanordnung (u. a. Verminderung der Absorptionen) die Fehler am aufsteigenden Ast verringert sind, während die Abweichungen am absteigenden Ast noch regelmässiger hervortreten.

1) F. Paschen, l. c. p. 278, Anm. 3.

Es muss dem Urteil des Lesers überlassen bleiben, ob man bei der Schwierigkeit solcher Versuche den von uns erreichten Anschluss an die Wien'sche Spectralgleichung auf dem Gebiet ($\lambda T < 3000$), auf welchem diese Gleichung die schwarze Strahlung bis auf 1 Proc. genau wiedergibt, als einen „völligen“ betrachten will oder nicht. Uns genügte diese Uebereinstimmung, um gerade den entgegengesetzten

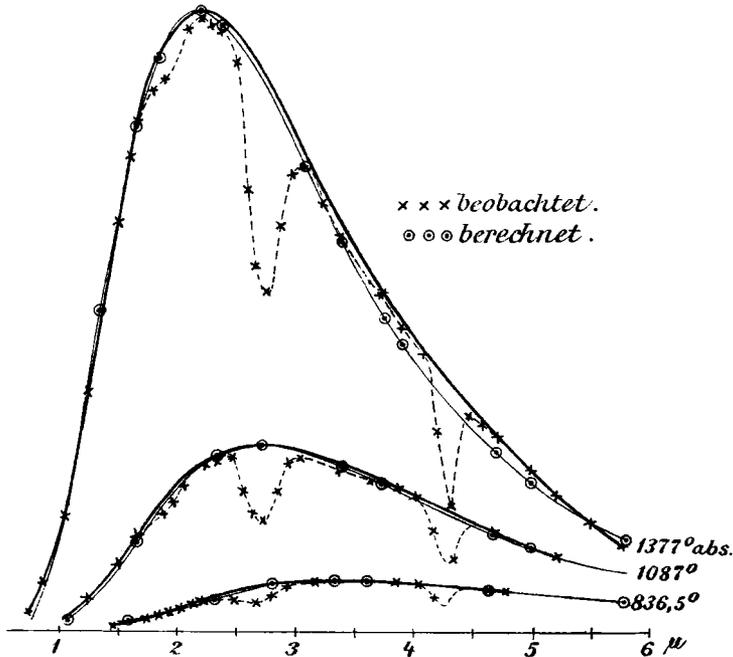


Fig. 1.

Schluss wie Paschen zu ziehen, indem wir in unserer zweiten Arbeit geschrieben haben: „Für *niedere* Temperaturen hat Hr. F. Paschen die Energieverteilung im Spectrum des schwarzen Körpers gemessen und innerhalb 2—9 μ in vollkommener Uebereinstimmung mit der Wien-Planck'schen Gleichung gefunden . . . Auch unsere Versuche lassen erkennen, dass die Abweichung zwischen Theorie und Beobachtung um so kleiner wird, je tiefer die Temperatur des strahlenden Körpers ist.“ Wenn Hr. Paschen einen völligeren Anschluss

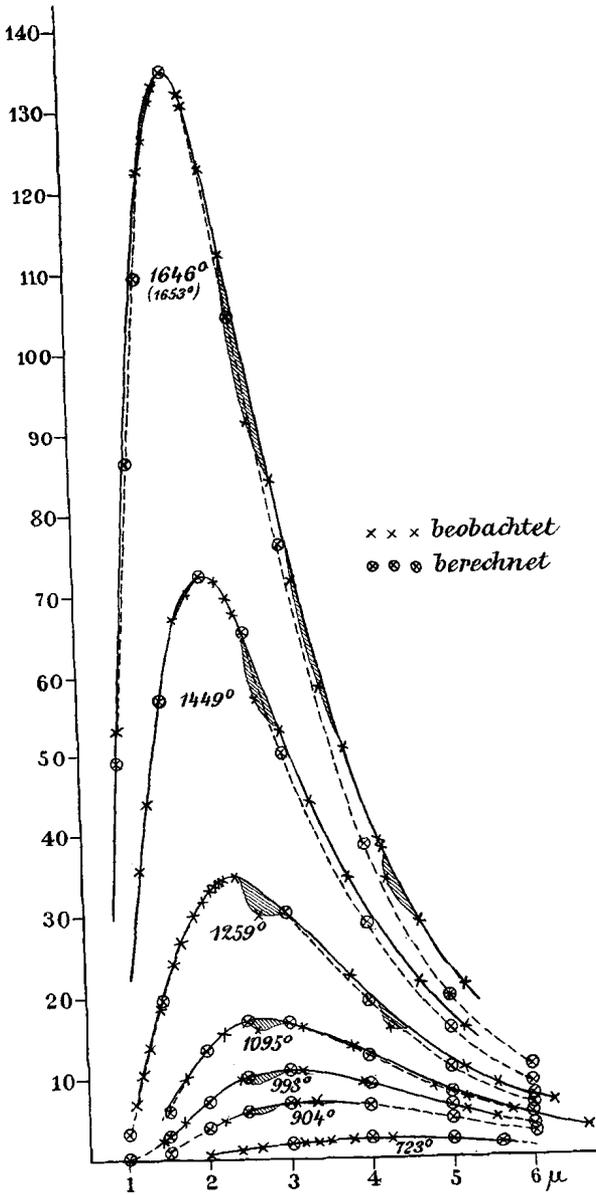


Fig. 2.

erreicht hat, so wird der Wert dieser Uebereinstimmung dadurch herabgedrückt, dass Paschen auch da die Wien'sche Gleichung bestätigt hat, wo thatsächlich Abweichungen von nahe 30 Proc. vorhanden sind.

b) Was die Abweichungen auf dem absteigenden Ast anbetrifft, wo $\lambda \cdot T$ den Wert 3000 überschreitet, so hätten wir vielleicht auch ihnen anfangs keine Bedeutung beigemessen und sie ohne weiteres als Versuchsfehler angesprochen, wenn es uns nicht gelungen wäre, sie als *systematisch* zu erkennen. Nach der Wien'schen Gleichung müssen die Isochromaten in der Form

$$\log E = f\left(\frac{1}{T}\right)$$

vollkommene Gerade sein und aus jeder von ihnen muss sich für die „Constanten“ C und c der gleiche Wert ergeben. In dem untersuchten Gebiet waren diese Isochromaten thatsächlich nahe gerade Linien, während die aus ihnen berechneten Werte von C und c einen deutlichen Gang zeigten. Dieses systematische Wandern von C und c veranlasste uns, den Abweichungen näher nachzugehen, die Versuche mit dem Flusspatprisma unter verbesserten Bedingungen zu wiederholen und mit Hilfe eines Sylvinprismas die Untersuchungen auf das Wellenlängengebiet von 12—18 μ auszudehnen. Beide Untersuchungen bestätigten die Richtigkeit der von uns hervorgehobenen Abweichungen. Diese wachsen ganz systematisch mit steigender Temperatur und Wellenlänge an und erreichen Werte von 50 Proc. und darüber.

c) Aus den citirten Worten Paschen's scheint uns ferner hervorzugehen, dass er die Bedeutung der Thiesen'schen Gleichung als einer rein empirischen verkennt, indem er sie durch Extrapolation sogar auf einem Gebiet in Anspruch nimmt, auf welchem sie durch unsere Versuche gar nicht geprüft werden kann.

Obwohl die Thiesen'sche Formel unsere Flusspatversuche im grossen ganzen besser darstellt, als es die Wien'sche vermag, besonders dort, wo diese die systematischen Abweichungen zeigt und obgleich sie auch noch unsere Versuche mit langen Wellen annähernd richtig wiedergibt, so waren wir uns doch dessen bewusst, dass sie nur den charakteristi-

schen Verlauf unserer Energiecurven zum Ausdruck brachte, im einzelnen aber ebenfalls Abweichungen zeigte. Dies haben wir deutlich ausgesprochen mit den Worten: „Für die niederen Temperaturen, für welche die Wien'sche Formel noch als Ausdruck unserer Beobachtungen gelten kann, zeigt nämlich die Thiesen'sche merkliche Abweichungen, während sie bei den höheren Temperaturen unsere Versuche thatsächlich vollkommen darstellt.“

Wie dem aber auch sei, die Thiesen'sche Gleichung kann überhaupt von Paschen nicht herangezogen werden, um die in seinen Arbeiten niedergelegten Schlüsse zu entschuldigen. Denn diese Gleichung ist erst erschienen, nachdem Paschen die Arbeiten publicirt hatte, in denen er über unsere Resultate einfach hinweggeht¹⁾ und im Gegensatz zu ihnen die vollkommene Gültigkeit der Wien'schen Gleichung ausspricht.

d) Paschen hätte die Beweiskraft schon unserer ersten Resultate anerkannt, wenn wir gezeigt hätten, dass die von uns gefundenen Abweichungen dem Wien'schen Verschiebungsgesetze nicht widersprechen.²⁾ Gewiss hätten wir dies thun können. Uns lag aber vor allem daran, den systematischen Gang der Abweichungen und die Richtigkeit derselben festzustellen. Dies konnte allein durch Experimente, nicht aber durch Heranziehung irgendwelcher Theorie entschieden werden. Die Uebereinstimmung spectrobolometrischer Versuche mit dem Wien'schen Verschiebungsgesetz ist kein Beweis für deren Richtigkeit, denn es giebt unendlich viele Formeln, welche dem Stefan-Boltzmann'schen Gesamtstrahlungsgesetz und dem Wien'schen Verschiebungsgesetz genügen, ohne zugleich die richtige Energieverteilung zu enthalten. So stehen ja auch die fehlerhaften Resultate Paschen's im völligen Einklang mit dem Wien'schen Verschiebungsgesetz.

1) Dies geschieht mit folgender Motivirung: „Eine Vergleichung meiner Resultate mit den von den Herren O. Lummer u. E. Pringsheim veröffentlichten Messungen unterlasse ich, da aus einem Vortrage des Hrn. E. Pringsheim auf der diesjährigen Naturforscherversammlung hervorgeht, dass die Messungen noch fortgesetzt worden sind“. (Vgl. Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 18. 1899.)

2) F. Paschen, l. c. p. 287.

Wenn Paschen aber durchaus diesen Nachweis für allein entscheidend hielt, so hätte er sich leicht davon überzeugen können, dass unsere publicirten Resultate dem Verschiebungsgesetz thatsächlich genügen. Denn bei der Darstellung unserer Versuche durch seine Gleichung geht Thiesen gerade davon aus, dass unsere Resultate der Gleichung

$$E = T^5 \psi(\lambda \cdot T)$$

genügen, welche aussagt, dass das Stefan-Boltzmann'sche und das Wien'sche Verschiebungsgesetz erfüllt ist.¹⁾

e) Ein dritter Grund, welcher Paschen veranlasst hat, unsere auch von ihm anfangs gefundenen Abweichungen nicht für voll anzusehen, beruht auf einer Selbsttäuschung. Aus der speciellen von ihm gewählten graphischen Darstellung wird auf die absolute Grösse des untersuchten Gebietes geschlossen.²⁾ Paschen stellt nämlich die Energie E nicht als Function der Wellenlänge λ und der Temperatur T dar, welche Darstellung physikalisch übersichtlicher ist, sondern giebt den Curven den Vorzug, bei denen $\log E$ als Function von $1/T$ oder wie in seiner neuesten Arbeit als Function von $1/\lambda T$ auftritt. Auf dieser Scala erscheint das Gebiet, auf welchem Wien's Gleichung bis auf etwa 1 Proc. richtige Werte liefert ($\lambda \cdot T$ von Null bis etwa 3000), sehr viel grösser als dasjenige, auf welchem diese Gleichung nicht gilt ($\lambda \cdot T$ von 3000 bis Unendlich).

Hierdurch hat sich Paschen nach seiner eigenen Angabe veranlasst gesehen, die Abweichungen deshalb für fehlerhaft zu halten, weil sie sich nur in dem Gebiete bemerkbar machen, welches bei dieser willkürlich gewählten Darstellung als sehr klein erscheint. Auf diese Weise könnte man das Bereich

1) Gegenüber der Darstellung des Hrn. Planck (Ann. d. Phys. 4. p. 559. 1901), „dass das Wien'sche Verschiebungsgesetz das Stefan-Boltzmann'sche Gesetz als specielle Anwendung mit umfasst“, sei bemerkt, dass man zu dem Wien'schen Verschiebungsgesetz sowohl in der von Wien angegebenen (Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 55—62. 1893 und Wied. Ann. 52. p. 157. 1894) wie in der obigen, von Thiesen herrührenden Form erst gelangt, wenn man das Stefan-Boltzmann'sche Gesetz voraussetzt.

2) F. Paschen, l. c. p. 278, Anm. 3.

der Ungültigkeit sogar ganz zum Verschwinden bringen, wenigstens auf dem Papier, wenn man die Energie als Function einer genügend hohen Potenz von $1/\lambda T$ darstellte.

f) Ein weiterer Vorwurf gegen unsere Schlüsse könnte noch aus folgenden Worten Paschen's herausgelesen werden: „Daraus, dass in einem gewissen Gebiete grösserer Werte von λT Wien's Gesetz ungültig gefunden wird, kann nicht mit Sicherheit geschlossen werden, dass es dann auch in einem ganz anderen Gebiete dieser Variablen ungültig sein müsse. Dieser Schluss leidet an demselben Fehler, wie derjenige, dass Wien's Gesetz auch für grosse Werte gelten müsse, wenn es für kleine genau gültig gefunden wird, welchen ich zu ziehen geneigt war.“

Nun ist weder von uns (wie p. 198 ff. erörtert worden ist) noch sonst von Jemand aus den gefundenen Abweichungen von der Wien'schen Spectralgleichung der unerlaubte Schluss gezogen worden, gegen den sich Paschen wendet.

Wir beschränken uns daher auf die Beweisführung, dass Paschen nicht bloss „geneigt“ war, den anderen Trugschluss zu ziehen, dass nämlich die Wien'sche Gleichung auch für grosse Werte von λT gelten müsse, sondern dass er ihn wirklich gezogen hat. Ja, er war von der allgemeinen Gültigkeit der Wien'schen Gleichung so fest überzeugt, dass er weder die von uns gefundenen Abweichungen noch auch die von ihm in demselben Sinne beobachteten Differenzen beachtete, sondern sie Fehlern der Beobachtung zuschrieb und seine Versuchsanordnungen so lange „verbesserte“, bis sie ihm auch bei den hohen Temperaturen und bis zu Wellenlängen von 9μ die Wien'sche Gleichung lieferten. Jetzt sieht Paschen selbst ein, dass die von ihm angebrachten „Verbesserungen“ ihn vom richtigen Wege noch weiter weggeführt haben. Damals aber schrieb er, „ich habe nun nach beiden Methoden (spiegelnder und gleichtemperirter Hohlraum) die Versuchsanordnung allmählich immer mehr verbessert und dabei gefunden, dass jede Verbesserung im Sinne der theoretischen Forderung gewisse Abweichungen der Beobachtungsergebnisse vom Gesetze herabmindert, sodass schliesslich bei beiden Anordnungen Resultate erhalten wurden, welche untereinander völlig übereinstimmen und welche auch mit den bei niederen

Temperaturen gefundenen Ergebnissen genügend im Einklange scheinen. Wenn in den mitzuteilenden Resultaten noch vereinzelt kleine Abweichungen von dem Gesetze vorkommen, so sind dies meistens die Reste grösserer Abweichungen, welche nur beweisen können, dass gewisse Mängel in der Anordnung noch nicht genügend beseitigt sind.“

Paschen fasst die Resultate seiner Untersuchungen in folgender Weise zusammen: „Hiernach dürfte das Wien'sche Gesetz innerhalb des Wellenlängenbereiches $9,2-0,7 \mu$ (nach der gemeinsam mit Hrn. Wanner ausgeführten Untersuchung bis $0,5 \mu$) und innerhalb des Temperaturbereiches 1300 bis 100° C. so gut erwiesen sein, wie es bei den Schwierigkeiten der Versuche möglich scheint.“

Dabei erreichen die Versuche eine solche Uebereinstimmung, dass sie einen glänzenden Erfolg der Experimentirkunst darstellen würden, wenn die Richtigkeit der Resultate annähernd der Genauigkeit entspräche.

IV. *Kritisches.* Wir fragen uns jetzt, ob die neuesten Versuche Paschen's geeignet sind, die von ihm als wahrscheinlich hingestellte Folgerung zu rechtfertigen, dass die Planck'sche Gleichung das wahre Gesetz der schwarzen Strahlung sei.

a) Zunächst heben wir hervor, dass die von Paschen gezogenen Schlüsse auf Versuchen beruhen, bei denen er von vornherein darauf verzichtet und verzichten muss, die Grösse der Energie verschiedener Wellenlängen miteinander zu vergleichen.

Er beschränkt sich darauf, die Isochromaten nur ihrer *Form* nach zu bestimmen, ohne Rücksicht auf ihre quantitativen Beziehungen zu einander. Die Lösung dieser Aufgabe ist sehr viel leichter als die des vollständigen Problems, welches die Bestimmung der Energie als Function von *Wellenlänge und Temperatur* verlangt. Denn wie wir ausführlich erläutert haben¹⁾, sind die durch die Form der Isochromaten gegebenen Resultate (bei logarithmischer Darstellung auch die Form der Curven selbst) unabhängig von all den Fehlerquellen, welche die Energie für eine Wellenlänge bei allen Temperaturen im gleichen procentualen Verhältnis treffen (Absorption in der

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 1. p. 222 ff. 1900.

Luft, selective Eigenschaften der Silberspiegel, des Prismas und des Bolometers). Gerade diese Erkenntnis veranlasste uns, dem systematischen Anwachsen des Exponenten c der Wien'schen Spectralgleichung eine reale Bedeutung zuzuschreiben.

Die blosse Beobachtung der Form von Isochromaten ohne anderweitige Voraussetzungen erlaubt aber nur *negative* Schlüsse auf die Gültigkeit einer Spectralgleichung. Erst wenn man, wie Paschen in seiner neuesten Arbeit, das Stefan-Boltzmann'sche Gesetz und das Wien'sche Verschiebungsgesetz als erwiesen voraussetzt, vermag diese Methode Entscheidendes über die Spectralgleichung auszusagen. Da nun die früheren unrichtigen Versuche Paschen's auch da nicht beweiskräftig sein können, wo sie zufällig zu einer richtigen Folgerung führen, so bleiben als einwandfreie experimentelle Grundlage für diese Voraussetzung nur unsere Versuche bestehen.

b) Die neuen Isochromaten Paschen's, welche der Planck'schen Gleichung vollkommen folgen, sind mit einer Versuchsanordnung gewonnen, bei der die Strahlung eine siebenmalige Reflexion an Silberspiegeln und eine doppelte spectrale Zerlegung erfährt. Diese Versuche hält Paschen für entscheidend auch gegenüber den Resultaten von Controlversuchen mit einfacher spectraler Zerlegung, bei welchen er Energiecurven beobachtet hat, von denen er selbst sagt: „Ich habe nicht den Verlauf erhalten, welcher den Resultaten dieser Arbeit entspricht. Die langwelligen Aeste dieser Energiecurven fallen zwar nicht so steil ab, wie Wien's Curve, sie liegen aber der Wien'schen Curve näher als der Planck'schen.“

Dies abweichende Verhalten der Energiecurven wird auf unbekannte Fehler geschoben: „Dagegen gehen diese Energiecurven in diejenigen des Planck'schen Gesetzes über . . . wenn ich annehme, dass aus einem mir nicht bekannten Grunde bei längeren Wellenlängen die Energie meines Spectrums geschwächt erscheint, sodass die beobachtete Energie bei folgenden Wellenlängen mit den darunter bezeichneten Factoren

λ	3,91	4,59	5,12	6,26	7,74	8,25	8,81
Factor	1,020	1,038	1,050	1,068	1,165	1,195	1,31

multiplicirt werden muss.“

Das heisst aber nichts anderes, als dass in den Energiecurven bei einfacher Zerlegung dieselben Isochromaten enthalten sind, die Paschen bei doppelter Zerlegung thatsächlich beobachtet hat, nämlich die der Planck'schen Gleichung.¹⁾

Hätte Paschen also die mit einfacher Zerlegung erhaltenen Beobachtungen nicht in Form von Energiecurven, sondern als Isochromaten discutirt, so hätte er auch hier ohne weiteres die Planck'sche Gleichung bestätigt gefunden. Damit fällt alles in sich zusammen, was Paschen veranlasst hat, den Versuchen bei doppelter Zerlegung den Vorzug vor denen bei einfacher spectraler Zerlegung zu geben. Beide Anordnungen sind in Bezug auf die Isochromaten einander ebenbürtig.

Aber wir glauben, dass die Versuche bei doppelter Zerlegung ebenfalls Energiecurven liefern würden, welche von der Planck'schen Gleichung abweichen, wenn man die mit dieser complicirten Versuchsanordnung verbundenen selectiven Absorptionen und Reflexionen der Grösse nach kennt. Denn wie sollte diese Anordnung im stande sein, die erheblichen Fehler zu eliminiren, welche den bei einfacher Zerlegung gewonnenen Paschen'schen Isothermen anhaften? Durch die doppelte spectrale Zerlegung wird nur die Verunreinigung des untersuchten Spectrums durch diffuse Strahlung vermindert. Die durch diese Verunreinigung verursachten Fehler aber sind, wie schon erwähnt, nur am äussersten Ende des aufsteigenden Astes der Energiecurven gefährlich, für grössere Werte von λT (am abseigenden Aste) ist diese Fehlerquelle gering

1) Denn geht man aus von einer Schaar von Energiecurven, welche einer gewissen Spectralgleichung, z. B. der Planck'schen entspricht, so gehört zu ihnen eine ganz gewisse Schaar von Isochromaten, die zu einander in einem bestimmten Intensitätsverhältnisse stehen. Betrachtet man nur den Verlauf der Isochromaten (Gleichung zwischen Energie und Temperatur für eine Wellenlänge), so bleibt dieser ungeändert, wenn man die Schaar von Energiecurven dadurch in eine andere verwandelt, dass man die einer Wellenlänge entsprechenden Ordinaten bei allen Temperaturen mit dem gleichen Factor multiplicirt. Dabei darf dieser Factor von Wellenlänge zu Wellenlänge ganz beliebig variiren. Es tritt dieser Fall z. B. beim Vorhandensein von Absorptionen ein, die für die verschiedenen Wellenlängen verschieden, von der Temperatur aber unabhängig sind.

und ihr Einfluss lässt sich auf experimentellem Wege leicht ermitteln. Da die Hauptaufgabe Paschen's darin bestand, die für grosse Werte von λT von ihm früher gemachten Fehler richtig zu stellen, so ist die Einführung der doppelten Zerlegung für seinen eigentlichen Zweck als eine unnötige Complication zu bezeichnen.

In der That sieht auch Paschen bei der Discussion seiner Versuche den wesentlichen Vorzug seiner neuen Versuchsanordnung nicht in der doppelten Zerlegung, sondern in der veränderten Anordnung des schwarzen Körpers vor dem Spalt und der dadurch ermöglichten Verkleinerung der strahlenden Oeffnung des schwarzen Körpers, welche eine Verbesserung seiner Construction darstellen soll. Die gleiche Anordnung des schwarzen Körpers hätte Hr. Paschen aber auch bei einfacher spectraler Zerlegung wählen können, wenn er sich auch hier auf die blosse Bestimmung der Form der Isochromaten beschränkt hätte.

Auf die Verbesserung der Construction aber wollen wir nicht eingehen, wir meinen, Hr. Paschen hätte nachgerade selbst an der Construction seines elektrisch geglühten „schwarzen“ Körpers irre werden müssen, nachdem es ihm gelungen war, demselben Körper schrittweise durch vermeintliche Verbesserungen die Wien'sche Spectralgleichung abzugewinnen, der jetzt nach Anbringung so geringfügiger Aenderungen die Planck'sche Theorie zu stützen vermag.

Wir glauben, dass auch sein mit den neuesten Verbesserungen versehener Strahlungskörper nicht die „schwarze“ Strahlung liefert. Denn soviel aus der Beschreibung ersichtlich ist, sind bei ihm weder die Bedingungen erfüllt, welche notwendig sind, um die Oberfläche des strahlenden Hohlraumes auf eine gleichmässige Temperatur zu bringen, noch sind Kriterien vorhanden, welche eine genaue Beurteilung der Temperaturgleichheit gestatten.

c) Wenn der Strahlungskörper Paschen's kein „schwarzer“ war, so erklären sich seine Resultate sehr einfach und zwanglos. Dass er keine richtigen Energiecurven finden konnte, bedarf dann keiner Erklärung, die Thatsache aber, dass dieser Strahlungskörper dennoch die Planck'schen Isochromaten giebt, ist leicht begreiflich. Denn wir wissen aus Erfahrung, dass

man annähernd richtige, d. h. „schwarze“ Isochromaten selbst mit Strahlungskörpern erhalten kann, welche keine „schwarzen“ Isothermen ergeben, ja sogar starke Abweichungen von den Fundamentalgesetzen der schwarzen Strahlung zeigen.¹⁾ Die mit einem solchen *nichtschwarzen* Körper gewonnenen Isochromaten aber, selbst wenn sie absolut übereinstimmen mit denen der schwarzen Strahlung, können unmöglich über die Gültigkeit einer Spectralgleichung entscheiden.

Man braucht daher zur Erklärung der Paschen'schen Resultate seine Zuflucht nicht zu so unwahrscheinlichen Hypothesen zu nehmen, wie Paschen, und auf die Beugung an den Rändern des Spaltes und an den Blenden des Strahlungskörpers Fehler zu schieben, welche den Betrag von 30 Proc. erreichen. Dadurch entfällt für Paschen der Vorwurf, bei allen seinen früheren Versuchen eine bekannte und leicht controlirbare Fehlerquelle von solcher Grösse übersehen zu haben.

d) Nach alledem erübrigt es sich wohl, auf Operationen einzugehen, welche Paschen auf Grund dieser seiner neuesten Versuche sogar an den Resultaten vornimmt, welche er früher nach unserer Meinung mit einwandfreien schwarzen Körpern, nämlich mit Hohlkugeln in Bädern, bei niederen Temperaturen gewonnen hatte. Freilich sind die so erreichten Aenderungen geringfügiger Natur; der Wert von $\lambda_m T$ geht von 2890 über in 2915 und nähert sich dadurch dem neuerdings von Paschen gefundenen Wert 2920 und damit auch dem unserigen 2940. Gleichzeitig ändern sich dadurch aber auch die damals erhaltenen Energiecurven, welche mit sehr grosser Genauigkeit der Wien'schen Gleichung folgten, ohne jedoch durch die an-

1) Vgl. p. 223 unserer Arbeit (Verhandl. d. Deutsch. Phys. Gesellsch. 1. 1899), wo steht: „Selbst von der Natur des strahlenden Körpers ist der aus einer isochromatischen Geraden gefundene Wert von e nur insofern abhängig, als sich das Emissionsvermögen des strahlenden Körpers für die betreffende Wellenlänge mit der Temperatur ändert . . . In Uebereinstimmung damit steht das Resultat, dass nicht nur der Gang, sondern auch der Wert von e der früher mitgetheilten Serie II fast der gleiche ist, wie bei den übrigen Serien, obwohl der dabei benutzte Strahlungskörper vom schwarzen abweicht. Bei ihm schreitet die maximale Energie ja nicht zur fünften, sondern zur 5,2^{ten} Potenz der absoluten Temperatur fort.“

gebrachten Correctionen in die Planck'schen Isothermen überzugehen. Was also auf der einen Seite an scheinbarer Genauigkeit gewonnen wird, geht auf der anderen Seite wieder verloren.

V. *Schluss.* Wir glauben hierdurch genügend dargethan zu haben, dass die neueste Arbeit Paschen's nicht als Stütze für die Gültigkeit der Planck'schen Gleichung gelten kann.

Was nun diese Gleichung betrifft, für welche Planck¹⁾ neuerdings auch eine theoretische Begründung gegeben hat, so gebührt ihr der Vorrang vor den anderen bisher aufgestellten Spectralgleichungen, und sie kommt der Wahrheit jedenfalls sehr nahe. Freilich stimmt sie mit den Beobachtungen bei langen Wellen nicht so gut überein wie die rein empirische Formel (4) p. 193, dafür aber hat sie den Vorzug, die Wien'sche Gleichung für kleine Werte von λT als Grenzfall zu enthalten, gerade da, wo nach unseren und den Paschen-Wanner'schen *photometrischen* Versuchen²⁾ die empirische Formel (4) versagt.

Es ist also wesentlich aus theoretischen Gründen von Interesse, festzustellen, ob die kleinen systematischen Abweichungen von der Planck'schen Gleichung, welche sowohl unsere Beobachtungen als die der Herren Rubens und Kurlbaum zeigen, auf Fehlern des Experimentes beruhen.

1) M. Planck, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 2. p. 237 bis 245. 1900; Ann. d. Phys. 4. p. 553—563. 1901; Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 544—555. 1901.

2) F. Paschen u. H. Wanner, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 5—11. 1899; H. Wanner, Ann. d. Phys. 2. p. 141—157. 1900; O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 3. p. 36—46. 1901.

(Eingegangen 2. Juli 1901.)
