tino invece a ritenere col Lussana, che la presenza del corpo disciolto non si limiti a produrre un aumento nella pressione intermolecolare del solvente, ma modifichi ulteriormente le proprietà del medesimo.

Siena, Istituto Fisico della R. Università
Febbraio 1896.

SULL' ATTRITO INTERNO DEL MERCURIO.

Studio sperimentale del Dott. ANTONIO UMANI.[1])

Parte Prima.

1. *Introduzione.* — Nella meccanica dei liquidi si considerano due costanti di attrito: di attrito interno l' una, di attrito esterno l' altra: la prima è costante specifica del liquido, la seconda invece dipende dalla natura dei due liquidi o del liquido e del solido che si trovano a contatto. Nel caso di un liquido a contatto con un solido la costante di attrito esterno si ammette infinitamente grande, quando il liquido bagna il solido: cioè in questo caso si ritiene che nel moto relativo il velo di liquido immediatamente vicino al solido possiede in ogni istante la stessa velocità che la parete solida cui aderisce.

Ad avvalorare questa ipotesi valgono le esperienze sull' efflusso dei liquidi attraverso ai tubi capillari eseguite dal Poiseuille[2]), che dettero origine alle leggi conosciute sotto il suo nome, e che appunto offrirono un mezzo per determinare la costante di attrito interno dei liquidi. Pel caso considerato sembra pertanto esaurita la questione: si tratta ora di vedere che avvenga quando il liquido non bagna, cioè non aderisce al solido: per esempio nel caso di mercurio e vetro a contatto.

1) Lavoro eseguito nell' Istituto di Fisica della R. Università di Parma.

2) Dott. Poiseuille. — Mémoires des Savants étrangers IX, 1846. Vedere anche il rapporto di Regnault a nome della Commissione dell' Accademia, incaricata di controllare le esperienze di Poiseuille (C. R. XV. 1842, oppure Annales de Chimie et de Phisique, 3a serie, vol. 7, pag. 30, 1843).

Il modo più semplice per riconoscere se questa costante d' attrito esterno è anche in questo caso infinitamente grande oppur no, se cioè la velocità dell' ultimo velo liquido è ancora uguale a quella della parete solida, o ne differisce per una quantità finita, consiste nel paragonare, come prima, i risultati dell' esperienza con le previsioni teoriche (fatte in quella ipotesi).

Già il Poiseuille stesso, istigato dalla Commissione dell'Accademia delle scienze di Parigi incaricata di riferire sui suoi lavori, e composta di Arago, Babinet, Piobert e Regnault, relatore [1]), aveva studiato se il mercurio obbedisce alle stesse leggi sull' efflusso, e si era ritenuto autorizzato a rispondere negativamente; ma la Commissione stessa (loc. cit.), quantunque proclive ad ammettere i suoi risultati, perchè conformi alle previsioni teoriche, giudicava le esperienze *non abbastanza numerose, nè fatte in condizioni abbastanza soddisfacenti, perchè i risultati potessero essere accolti con fiducia,* e impegnava l' autore a continuare le sue ricerche su tale argomento. Del Poiseuille non si hanno ulteriori lavori su questo soggetto, nè altri che il Warburg [2]) nel 1870 e il Villari [3]) nel 1876 (questi senza conoscere il lavoro di Warburg), si sono occupati della questione: ad ogni modo così l' uno come l' altro di questi illustri fisici fu portato a concludere che nell' efflusso attraverso ai tubi capillari il mercurio si comporta come tutti gli altri liquidi, segue cioè le leggi di Poiseuille, *ma entro limiti più restrittivi per i diametri dei tubi e per le lunghezze minime.* Veramente anche il Warburg nella chiusa della sua memoria non si mostra troppo soddisfatto della concordanza dei resultati ottenuti pel mercurio, e dice che intraprenderà nuove esperienze, delle quali tuttavia non si ha cognizione: invece le conclusioni del Villari sono precise e sicure.

Le restrizioni sopra indicate, e che, più o meno, valgono per tutti i liquidi, mi sembravano poco favorevoli a questo metodo per decidere la questione: mi proposi pertanto di portare un contributo, valendomi di un metodo molto diretto.

1) Vedasi nota precedente.
2) Warburg — Pogg. Ann. CXL, 367, 1870.
3) Villari. — Nuovo Cimento, s. II, vol. 15, pag 263 e vol. 16, pag. 23, 1876.

Si supponga un cilindro circolare cavo, chiuso da due fondi piani, pure circolari, sospeso pel suo asse mediante un filo, e ripieno di mercurio. Se si dà al cilindro uno spostamento angolare, esso si porrà ad oscillare per effetto dell' elasticità di torsione del filo: le oscillazioni andranno smorzandosi, e si potrà determinare con grande precisione questo smorzamento.

Supponiamo di ripetere le misure in queste due diverse condizioni: I. quando la parete interna della cavità non è bagnata dal mercurio, ciò che può ottenersi rivestendo galvanicamente la cavità stessa di un sottile strato di nickel. II. quando la parete interna della cavità è invece bagnata dal mercurio, ciò che si ottiene facilmente con l' amalgamarla prima. Nel secondo caso, siccome l' ultimo strato liquido si muove con la superficie solida, lo smorzamento sarà unicamente dovuto all' attrito interno del mercurio (fatta astrazione dall' influenza dell' aria e dell' attrito interno del filo, che ricorrono ugualmente in ambedue le esperienze): nel primo esso invece sarà dovuto all' attrito esterno ed all' interno a un tempo. Se nei due casi lo smorzamento è identico si potrà concludere, che l' attrito tra mercurio e parete solida non bagnata è infinitamente grande; se è diverso, si dovrà ritenere che l' attrito esterno ha un valore finito, e che l' ultimo strato liquido si muove rispetto alla parete, e la differenza delle velocità loro è finita.

2. *Descrizione dell' apparecchio.* — La scatola è costituita da un anello cilindrico di ottone bene omogeneo, e da due dischi di ottone della stessa qualità, poco più larghi, e aventi tutto all' intorno sulla faccia interna il bordo sporgente in modo che l' anello viene a trovarsi incastrato quando la scatola è chiusa. I due dischi e l' anello sono traversati da 8 fori, e 8 brevi viti di acciaio, smagnetizzate mediante arroventamento, possono tirarli l' uno contro l' altro.

Il superiore di essi nella sua parte centrale ha esternamente uno spessore doppio per un diametro di oltre 7 cm. per evitare deformazioni nella cavità cilindrica quando l' apparecchio viene sospeso. Su esso sono praticati due fori equidistanti dal centro (non passanti) sullo stesso diametro e a vite, ai quali si applicano due colonnine, su cui, a vite, si fissa una sbarretta a mo' di ponticello, traversata nel mezzo da un foro pure a vite, se si vuol fare uso di sospensione unifilare. Infine al centro del disco è avvitato un tubetto di acciaio che non penetra fin dentro la scatola, ma poco meno, e il cui diametro interno di circa 3 mm. a un tratto si restringe a 1 mm. in prossimità del fondo superiore della cavità: esso serve ad empire la scatola nel vuoto e a contenere il mercurio che un aumento di temperatura farebbe rovesciare dalla scatola se tale precauzione non fosse presa.

Al centro del disco inferiore sulla faccia esterna si eleva perpendicolarmente un piccolo cilindretto cui si inasta l' armatura leggerissima di uno specchietto, in modo che questo può venir girato intorno all' asse della scatola.

Il filo di argentana adoperato è lungo cm. 100,28 e del diametro di cm. 0,044: inferiormente è fissato come ho detto: superiormente ad un morsetto avvitato a un tronco di cono rovesciato che può girare intorno al proprio asse. Il foro conico della stessa apertura è praticato in un pezzo di ottone che si innesta a un robustissimo e breve sostegno di ferro murato a un muro maestro dell' edificio. Un opportuno arresto permette di ricondurre la scatola ad un azimut fisso corrispondente allo zero della scala. Il filo viene preparato secondo il metodo ideato dal prof. Pisati, e da lui applicato nel suo lavoro sul pendolo, cioè facendolo oscillare carico del massimo peso che deve sostenere nelle esperienze, e con ampiezze e a temperature superiori a quelle che occorrono pel lavoro, finchè non si noti più traccia di elasticità susseguente.

L' apparecchio e il filo sono difesi dalle correnti d' aria e dalle variazioni di temperatura mediante una cassa di legno sormontata da un tubo di zinco.

Nella cassa penetra un termometro, il cui bulbo si trova a pochi millimetri di distanza ed alla stessa altezza della scatola oscillante: la parete della cassa volta verso l' osservatore ha una finestrina chiusa da una lastra di vetro.

La scatola, costruita con cura scrupolosa, non mostra il più lieve difetto di orizzontalità quando essa oscilla, sia vuota, sia piena. Smontata, la si nichela in tutte le sue parti, ad eccezione delle 8 viti di acciaio, per esser sicuro che il mercurio, dovunque tocchi, non viene menomamente inquinato.

3. *Empimento della scatola.* — Per avere mercurio puro si preferisce il metodo della distillazione nel vuoto. Anche l'empimento della scatola, si fa nel vuoto per esser certi che il mercurio è a contatto immediato del metallo nel caso della scatola nichelata. Pertanto questa vien pulita prima con tripoli o calce finissima, poi lavata con alcool puro ed etere e sfregata con un pannolino assolutamente netto e molto soffice. In seguito, chiusala, evitando che l'alito possa inumidirla, vi si fa subito il vuoto, e vi si mantiene per un' intera notte, poi si fa entrare mercurio a riprese fino al completo empimento.

È da notare che, per quanto la costruzione sia accurata, non si può garantire per ogni caso la perfetta tenuta del vuoto. Essendo la scatola nichelata all' esterno come all' interno, si può riparare a tale inconveniente badando di tenerla sommersa in mercurio distillato durante l' empimento.

Mi assicuro del perfetto riempimento della scatola, ripetendo l' operazione di riempimento parecchie volte, e pesando la scatola dopo ciascuna di queste operazioni. I pesi della scatola piena ottenuti sono fra loro perfettamente concordanti, ed uguali a quelli che poi si trovano con la scatola piena quando il mercurio non bagna le pareti: in questo caso essendo concavo il menisco del mercurio alla parete laterale, l' empimento è sicuramente completo. Portata la scatola alla temperatura voluta (nel caso mio 10°,0 C.), si toglie dal pozzetto d' acciaio il mercurio sovrabbondante.

Il peso della scatola vuota è di gr. 871,08 quando essa è nichelata, di gr. 871,21 quando amalgamata: la differenza della capacità non è dunque apprezzabile. Del resto che la capacità non varia risulta certo dal confronto dei tempi di oscillazione (cioè dei momenti d' inerzia): nel 1° caso la durata è $9^s,3832$, nel 2° $9^s,3835$ come risulta da osservazioni che riporterò in seguito.

4. *Misura delle ampiezze di oscillazione. Determinazione dei decrementi.* — Le letture si fanno mediante cannocchiale e scala. La scala è una delle ordinarie di Edelmann

lunghe circa 90 cm. e divise in doppi millimetri: mi son fatta una tavola per ridurre le tangenti in archi: cosicchè i numeri che io riporterò in seguito rappresentano lunghezze di archi contate in doppi millimetri su un raggio di 1608 mm. Le massime ampiezze (complete) di oscillazione impiegate non superano 14°.

Si sa che le ampiezze delle oscillazioni smorzate decrescono secondo i termini di una progressione geometrica; per modo che se si indichi con φ_0 l' ampiezza della oscillazione iniziale di ordine zero, quella della s^{esima} sarà φ_s data dalla relazione:

$$\varphi_s = \varphi_0\, e^{-s\varepsilon T} = \varphi_0\, e^{-s\lambda}$$

ove con λ si indichi il decremento logaritmico: ne segue:

$$\lg \varphi_s = \lg \varphi_0 - s\lambda\,.$$

Sia n il numero delle oscillazioni di una serie (esclusa la iniziale φ_0), e si applichi il metodo dei minimi quadrati, ritenendo come incognite da determinare λ e φ_0: si trova

$$\lambda = \frac{\Sigma s\, \Sigma \lg \varphi_s - n\, \Sigma_s \lg \varphi_s}{n\, \Sigma s^2 - (\Sigma s)^2}\;;$$

$$\lg \varphi_0 = \frac{\Sigma s^2\, \Sigma \lg \varphi_s - \Sigma s\, \Sigma s \lg \varphi_s}{n\, \Sigma s^2 - (\Sigma s)^2}\;:$$

si potrà in base a questi due valori calcolare le serie, e confrontare i valori ottenuti dal calcolo con quelli delle esperienze.

a) Decremento logaritmico delle ampiezze di oscillazione della scatola nichelata piena. — Per la determinazione di questo decremento furono osservate 25 serie di 20 oscillazioni ciascuna, per cui cioè $n = 20$. Riporterò due serie prese a caso tra le osservate, e accanto ad esse porrò le corrispondenti calcolate, per dare una idea dell' accordo fra le une e le altre.

XVII				XVIII			
Oss.		Calc.		Oss.		Calc.	
200,0	176,9	200,0	177,2	200,5	177,6	200,5	177,6
156,9	138,8	156,9	139,0	157,2	139,3	157,3	139,3
123,2	108,9	123,1	109,0	123,4	109,1	123,4	109,2
96,8	85,5	96,6	85,5	97,0	85,7	96,9	85,8
76,0	67,0	75,8	67,1	76,1	67,4	76,0	67,3
59,6	52,5	59,4	52,7	59,7	52,7	59,7	52,8
46,7	41,3	46,6	41,3	46,8	41,5	46,8	41,5
36,8	32,3	36,6	32,4	36,8	32,5	36,7	32,5
28,7	25,3	28,7	25,4	28,9	25,5	28,8	25,5
22,7	19,9	22,5	19,9	22,7	20,0	22,6	20,0
17,7	15,6	17,7	15,6	17,8	15,6	17,7	15,7
$\lambda = 0,0526887$				$\lambda = 0,0526534$			

Dalle 25 serie risulta come valor medio del decremento logaritmico (in logaritmi volgari) delle oscillazioni in seno all' aria della scatola nichelata piena

$$\lambda = 0,0526259\,.$$

b) Decremento logaritmico delle ampiezze di oscillazione della scatola amalgamata piena. — Anche per questa determinazione furono osservate 25 serie di 20 oscillazioni ciascuna: come prima ne riporto due:

XVII$_1$				XVIII$_1$			
Oss.		Calc.		Oss.		Calc.	
197,0	174,4	197,1	174,5	193,8	171,3	193,7	171,5
—	136,9	154,6	136,9	151,9	134,5	151,9	134,5
121,3	107,5	121,2	107,4	119,2	105,4	119,1	105,5
95,1	84,2	95,1	84,2	93,6	82,6	93,4	82,7
74,6	66,1	74,6	66,0	73,4	65,0	73,3	64,9
58,5	51,7	58,5	51,8	57,5	50,8	57,5	50,9
45,8	40,7	45,9	40,6	45,1	39,9	45,1	39,9
36,0	31,8	36,0	31,8	35,4	31,3	35,3	31,3
28,2	24,9	28,2	25,0	27,7	24,5	27,7	24,5
22,1	19,6	22,1	19,6	21,7	19,2	21,7	19,2
17,4	15,4	17,4	15,4	17,1	15,1	17,0	15,1
$\lambda_1 = 0,0527588$				$\lambda_1 = 0,0527793$			

Dalle 25 serie risulta come valor medio del decremento logaritmico (in logaritmi volgari) delle oscillazioni in seno all'aria della scatola amalgamata piena

$$\lambda_1 = 0,0527527.$$

5. *Riassunto e conclusione.* — Confrontiamo i due valori di λ: essi sono

nel caso in cui il mercurio non bagna $\lambda = 0,0526259$
nel caso in cui il mercurio bagna $\lambda_1 = 0,0527527$;

la differenza è tale da non lasciar luogo a dubbi: tuttavia i trascritti non sono che i medi aritmetici di 25 valori ciascuno: sarà quindi opportuno riportare i numeri che hanno dato luogo a tali medi, perchè il confronto riesca anche più persuasivo.

PRIMA SERIE				SECONDA SERIE			
I	0,052 6485	XIV	0,052 6094	I_1	0,052 7891	XIV_1	0,052 7801
II	5996	XV	6147	II_1	7524	XV_1	7661
III	6046	XVI	6537	III_1	6800	XVI_1	7614
IV	6024	XVII	6887	IV_1	7165	$XVII_1$	7588
V	6628	XVIII	6534	V_1	7165	$XVIII_1$	7793
VI	5997	XIX	6431	VI_1	7562	XIX_1	8073
VII	5987	XX	6169	VII_1	6910	XX_1	7671
VIII	5800	XXI	6411	$VIII_1$	7490	XXI_1	7004
IX	5750	XXII	6505	IX_1	7492	$XXII_1$	7222
X	6375	XXIII	6330	X_1	7296	$XXIII_1$	7909
XI	6259	XXIV	6908	XI_1	7327	$XXIV_1$	7680
XII	5990	XXV	6114	XII_1	7982	XXV_1	7631
XIII	6082			$XIII_1$	7913		

In seguito alle cose dette ed all' esame della tabella mi pare si possa concludere con completa sicurezza che nel caso del solido non bagnato l' attrito esterno interviene con un valore finito nel fenomeno, e che il velo liquido di mercurio a contatto con la parete solida si muove con velocità diversa per una quantità finita da quella del solido stesso.

Parte Seconda.

Applicazione del valore di λ_1 al calcolo del coefficiente d' attrito interno del mercurio.

1. Conseguito così lo scopo primitivo delle mie ricerche, pensai che non sarebbe stato fuor di luogo utillizzare i risultati ottenuti applicandoli alla determinazione del coefficiente d'attrito interno del mercurio.

O. E Meyer [1]) sviluppava la teoria del metodo di cui ho già parlato, ed otteneva pel calcolo di quel coefficiente, quando il liquido bagna la parete, la formola:

$$\eta = \frac{1}{\rho T}\left(\frac{2\,M\,\lambda}{R^4\sqrt{\frac{1}{2}}\,(\pi-\lambda)^{\frac{3}{2}} + K\delta R^3}\right)^2 :$$

1) Wied. Ann., Bd. 43, seite 1. 1891.

in essa indicano, η il coefficiente cercato, M il momento d'inerzia dell'apparecchio, R il raggio della sua cavità cilindrica, δ l'altezza della stessa, λ il decremento logaritmico, espresso in logaritmi naturali, delle ampiezze di oscillazione, T il tempo d'oscillazione dell'apparecchio pieno, ρ il peso specifico del liquido, K una quantità data dalla formola

$$K = \Sigma \left(\frac{4}{2n-1}\right)^2 \frac{(\pi^2 - 3\lambda h^2 T)\, w - \pi\,(2\lambda + h^2 T)\, v}{(v^2 + w^2)^2},$$

in cui v, w e h sono date dalle relazioni,

$$v^2 - w^2 = h^2 T - \lambda\ ; \qquad 2\,v\,w = \pi\ ; \qquad h = (2n-1)\,\frac{\pi}{\delta}\sqrt{\frac{\eta}{\rho}}:$$

n è un numero intero, e Σ una somma pei valori $n = 1, 2, 3 \ldots$; K è dunque una serie illimitata, i cui termini peraltro scemano abbastanza rapidamente perchè basti calcolarne 6. È però da avvertire che il calcolo di η è semplicemente approssimato, poichè si deve calcolare K per ottenere η, e in K entra la quantità h che non si può ottenere se non si conosce gia η: pertanto, scritta la equazione che dà η sotto la forma

$$2\,M\lambda = \sqrt{\eta\rho T}\left(R^4 \sqrt{\frac{(\pi-\lambda)^3}{2}} + \delta\, R^3 K\right),$$

si calcola $\sqrt{\eta\rho T}$, e quindi η, trascurando da prima l'ultimo termine dipendente da δ, e solo che contiene K, ottenendo così di η un valore approssimato tanto più, quanto più piccola è δ rispetto ad R, cioè quanto più schiacciato è il cilindro cavo. Col valore di η così ottenuto si calcola h per $n = 1, 2, 3 \ldots$, si risolvono le due equazioni che danno v e w, si calcolano tanti membri della serie K quanti se ne ritiene necessari (6 nel caso nostro), e infine dalla equazione scritta nella prima forma si ottiene η.

Se si ritenga necessario si potrà con questo nuovo valore di η, certo molto più approssimato del primo, calcolare h e K, e quindi ancora η, e così via finchè si ritenga opportuno.

2. *Determinazione delle costanti che entrano nella formola.* — Nella formola entrano le costanti λ, ρ, R, δ, T, M: la prima si trae dal valore λ_1 ottenuto nella prima parte di queste ricerche, detraendone il logaritmo volgare del decremento

delle oscillazioni della scatola vuota in seno all' aria e riducendo il resto in logaritmo naturale col moltiplicare per 2,3025: la seconda, ρ, nel caso del mercurio ben puro si ha come risultato di un calcolo semplicissimo, quando sia nota la temperatura; le altre quattro vanno determinate sperimentalmente.

a) Pel valore di ρ a 10^0, adottando quello della densità del mercurio a 0^0 dato dal Regnault [1]) $\rho_0 = 13{,}59593$, e quello della dilatazione da 0^0 a 10^0 del Regnault (loc. cit.) con la correzione del Govi [2]) 0,001793, si ottiene:

$$\rho = 13{,}57159\,.$$

b) Il valore di R si ha come medio di 8 determinazioni relative a 4 diametri superiori a 45^0 fra loro e quattro inferiori pure a 45^0 fra loro e a $22^0{,}5$ coi superiori (misure angolari approssimate) fatte con un eccellente catetometro: ne risulta:

$$R = 5^{cm}{,}00\,.$$

c) Trovato questo, il metodo che primo si offre per la determinazione di δ è quello di dedurre dal peso del mercurio contenuto nella scatola il volume della cavità, perchè allora, nota la base, δ si presenta come il rapporto tra il volume e la superficie di base di essa. Essendo il peso del mercurio di gr. 517,96, si trova:

$$\delta = 10^{cm}{,}4859\,.$$

d) Per la determinazione del momento di inerzia, M, della scatola si ricorre al solito espediente, che consiste nel fare oscillare prima l' apparecchio solo, poi l' apparecchio cui si sia sovrapposto un anello cilindrico circolare di massa e raggi noti, e in modo che l' asse geometrico coincida con quello di oscillazione, e nel dedurre il momento cercato dai tempi di oscillazione determinati nei due casi. I raggi dell' anello d' inerzia adoperato, ottenuti col metodo già esposto, sono:

$$r_e = 5^{cm}{,}977\ ; \qquad r_i = 4^{cm}{,}541\ :$$

1) Memorie dell' Istituto; XXI, 271.
2) N. C. V-VI, 186.

la massa è:

$$293^{grm}, 0965;$$

pertanto il momento d' inerzia dell' anello ausiliario è

$$\mu = 8257 \text{ (C. G. S.)}.$$

Per potere centrar bene l' anello, sul coperchio della scatola si trova un rilievo circolare concentrico ad essa, e di diametro uguale al diametro interno dell' anello d' inerzia. La sovrapposizione di questo si fa senza smontare l' apparecchio, poichè, prima di fissare la scatola al filo, l' anello ausiliario si poggia su tre piccole grappe fissate internamente alla parete superiore della custodia di legno, così il filo attraversa questo anello, che si può posare sulla scatola liberandolo dalle grappe.

La misura delle durate di oscillazione nei due casi si fa mediante un cronografo a tre punte che permette di apprezzare facilmente un centesimo di secondo. Non potendo leggere gli istanti dei passaggi dello zero della scala sul reticolo del cannocchiale, si leggono quelli corrispondenti alle estremità delle successive escursioni della imagine della scala rispetto al filo del reticolo nel campo del cannocchiale: questo procedimento è legittimo, perchè le oscillazioni con smorzamento sono isocrone, non solo per ciò che riguarda i passaggi per la posizione di equilibrio, ma anche per le escursioni estreme; alla minore esattezza consentita da questo metodo si ovvia osservando la durata di un gran numero di oscillazioni.

Diciamo t_0 l' istante iniziale, che può ritenersi come quello in cui si è compiuta la oscillazione di ordine zero, t_s quello in cui si compie la oscillazione di ordine s, e t la durata di una oscillazione: si ha

$$t_s = t_0 + s\,t:$$

se n è il numero totale delle oscillazioni di una serie, e applichiamo il metodo dei minimi quadrati, ritenendo come incognite da determinare t e t_0, queste vengono date dalle due relazioni

$$t = \frac{n \Sigma s\, t_s - \Sigma s\, \Sigma\, t_s}{n \Sigma s^2 - (\Sigma s)^2};$$

$$t_0 = \frac{\Sigma s^2\, \Sigma\, t_s - \Sigma s\, \Sigma s\, t_s}{n\, \Sigma s^2 - (\Sigma s)^2}.$$

In base a questi due valori si calcolano, come nel caso delle ampiezze, le serie, e si confrontano con quelle osservate.

Come già pel decremento delle oscillazioni, riporto qui una serie di osservazioni relativa alla durata di oscillazione della scatola nichelata vuota, e, accanto ad essa, la corrispondente calcolata in base ai valori di t_0 e t tratti dalle due formole sopra trascritte.

N. d'Ordine delle oscillaz.	TEMPI OSSERVATI	SERIE CALCOLATA
0	$11^h,16^m,48^s,92$	$11^h,16^m,48^s,85$
100	11, 32, 27, 30	11, 32, 27, 26
200	11, 48, 05, 67	11, 48, 05, 67
300	12, 03, 44, 02	12, 03, 44, 08
400	12, 19, 22, 54	12, 19, 22, 49
500	12, 35, 01, 07	12, 35, 00, 90
800	13, 21, 56, 17	13, 21, 56, 13
1000	13, 53, 13, 16	13, 53, 12, 95
1300	14, 40, 08, 00	14, 40, 08, 18
1600	15, 27, 03, 10	15, 27, 03, 41
1800	15, 58, 20, 00	15, 58, 20, 23
2000	16, 29, 37, 10	16, 29, 37, 05
2500	17, 47, 49, 00	17, 47, 49, 10
2800	18, 34, 44, 40	18, 34, 44, 33
3000	19, 06, 01, 18	19, 06, 01, 15
3300	19, 52, 56, 60	19, 52, 56, 48

Fatta la correzione per l' andamento del pendolo si ottiene per t il valore

$$t = 9^s,3832.$$

Per avere ancora una prova che con l' amalgamare la scatola non è da temère che vari la sua capacità, si determina di nuovo la durata di oscillazione; una serie analoga alla precedente in queste condizioni dà per t il valore di $9^s,3835$, sensibilmente uguale al precedente.

Con lo stesso metodo si determina la nuova durata t_1 di oscillazione, quando è posato su la scatola l' anello d' inerzia. Trascrivo qui la serie di 3000 oscillazioni osservata per determinare tale durata, e la corrispondente calcolata:

N. d' Ordine delle oscillaz.	TEMPI OSSERVATI	SERIE CALCOLATA
0	$13^h,15^m,05^s,25$	$13^h,15^m,05^s,12$
100	13, 34, 29, 07	13, 34, 28, 87
200	13. 53, 52, 67	13, 53, 52, 62
300	14, 13, 16, 35	14, 13, 16, 37
400	14, 32, 39, 94	14, 32, 40, 12
500	14, 52, 04, 02	14, 52, 03, 87
600	15, 11, 27, 70	15, 11, 27, 62
800	15, 50, 14, 91	15, 50, 15, 12
1000	16, 29, 02, 54	16, 29, 02, 62
1200	17, 07, 49, 90	17, 07, 50, 12
1500	18, 06, 00, 95	18, 06, 01, 37
1700	18, 44, 48, 67	18, 44, 48, 87
2500	21, 19, 58, 85	21, 19, 58, 87
2700	21, 58, 46, 45	21, 58, 46, 37
3000	22, 56, 57, 85	22, 56, 57, 62

Fatta la correzione per l' andamento del pendolo, si ottiene per t_1 il valore

$$t_1 = 11^s,6363.$$

Ottenuti così t e t_1, e noto μ, dalla relazione

$$\frac{t_1^2}{t^2} = \frac{M + \mu}{M} = 1 + \frac{\mu}{M},$$

che può scriversi

$$M = \mu \frac{t^2}{t_1^2 - t^2},$$

risulta per M il valore in unità (C. G. S.) di momento d' inerzia

$$M = 15351 \text{ (C. G. S.)}$$

e) Il valore di T, tempo di oscillazione della scatola amalgamata piena, non si può ottenere con la stessa esattezza che t e t_1, perchè lo smorzamento rapido non permette di leggere con gran sicurezza che circa 20 oscillazioni per ogni serie; conviene pertanto limitarsi a fissare la durata di 20 oscillazioni per serie e per un numero abbastanza grande di serie, e a prendere il medio aritmetico dei valori delle durate medie.

Ad ogni modo è da notare che T, se si faccia astrazione dal termine di correzione $K\vartheta R^3$ che figura al denominatore, il quale ha pochissima influenza, comparisce solo alla prima potenza; mentre invece le durate di oscillazione t e t_1 vi compariscono alla 4ª potenza, entrando M nella formola pel suo quadrato, ed essendo M funzione di t^2 e t_1^2.

Dei valori medi di 25 determinazioni risulta come medio finale per T il valore

$$T = 9^s, 822.$$

f) Ultima costante da determinare per l' applicazione della formula è il valore λ del decremento logaritmico: esso si ottiene detraendo da quello di λ_1, ottenuto nella prima parte, il decremento dovuto all' attrito dell' aria, e moltiplicando il resto per 2,3025. A tale scopo, posta in oscillazione la scatola vuota in seno all' aria, si osservano oltre 700 oscillazioni di una stessa serie, e calcolando, non più col metodo dei minimi quadrati, perchè il valore cercato è molto piccolo, ma assumendo il medio di 20 determinazioni ottenute confrontando l' ampiezza della oscillazione di ordine zero con quella della 700ma, quella della 1a con quella della 701ma, e così via, si ottiene pel decremento delle ampiezze della scatola vuota in seno all' aria il valore (in logaritmi volgari)

$$0,0002737.$$

Effettuate le operazioni sopra indicate, si ha per λ il valore

$$\lambda = 0,1208329.$$

È qui da notare che quando la scatola è vuota, anche a contatto della parete interna si ha l' aria: quindi parrebbe soverchia la sottrazione del decremento logaritmico che si ha a scatola vuota: ma il Mützel [1]) con un apparecchio speciale ha provato che l' influenza della piccola massa d' aria contenuta nell' interno è nulla.

3. *Calcolo di* η. — Ottenuti così i valori di tutte le costanti che figurano nella formola la quale dà η, si seguono pel cal-

1) K. Mützel. — Wied. Ann., Bd 43, s. 15, 1891.

colo di questa costante le norme già indicate per ottenere l' approssimazione voluta: si trovano così, dopo il primo calcolo di η, che dà $\eta = 0,01917(75)$, successivamente per K i valori

$$K = 3,55075; \quad K = 3,90086; \quad K = 3,92730$$

e per η

$$\eta = 0,01605\,(4); \quad \eta = 0,01578\,(85); \quad \eta = 0,01577\,(69)$$

A questo punto una ulteriore ripetizione del calcolo appare evidentemente inutile: pertanto, trascurando le decimali al di là della quinta, si può ritenere per la costante d' attrito interno del mercurio a 10° C. il valore

$$\eta = 0,01577\ (\text{C. G. S.}).$$

Non sarà inopportuno ricordare che il Warburg dà pel valore della costante η, da lui determinata come già si disse, col metodo di Poiseuille, a 17°,2 C. il valore

$$\eta = 0,01602.$$