

Astronomische Nachrichten.

Herausgeber, in Vertretung: Dr. C. F. W. Peters in Kiel.

Band 98.

Nr. 2335.

7.

Periodicität der Sonnenflecken; Häufigkeitscurven, Epochen und mittlere Länge der Periode.

Von Prof. *Spoerer*.

Die Zeiten für Minimum und Maximum der Flecken-Häufigkeit hat Prof. Wolf aus seinen »beobachteten Relativzahlen«*) dadurch erhalten, dass durch Bildung von Mittelwerthen für jeden Monat »ausgeglichene Relativzahlen«**) abgeleitet wurden. In völlig verschiedener Weise habe ich für den Zeitraum 1854 bis 1878 aus Carrington's und meinen Beobachtungen die Zeiten für Minimum und Maximum hergeleitet, und dennoch ergab sich eine vortreffliche Uebereinstimmung mit Wolf's Resultaten. Die Verschiedenheit der Behandlung ist aber eine doppelte, denn erstlich ist mein Verfahren der Fleckenzählung ein ganz anderes, und zweitens sind Curven berechnet, welche sich den Häufigkeitszahlen abschnittsweise anschliessen, worauf aus den Formeln der Curven die Zeiten des Minimum's oder Maximum's entnommen wurden. Dabei hatte sich ergeben, dass die Maximum-Curven von 1860 und 1870 in auffälliger Weise ähnlich waren, dass gleichzeitig auch 2 andere Curven, welche den Gang der mittleren heliographischen Breite darstellen, einander sehr ähnlich waren. Man kann danach vermuthen, dass überhaupt der Verlauf der mittleren heliographischen Breite der Flecke in enger Beziehung zur Gestaltung der Häufigkeitscurve steht, worüber erst spätere Beobachtungen Aufschluss geben werden. Es war mir aber von Interesse, zu vergleichen, ob den berechneten Häufigkeitscurven auch andere aus früherer Zeit ähnlich wären, und dies liess sich mit dem von Wolf gelieferten Material leicht ausführen. Ich verwandte dazu Wolf's »ausgeglichene Relativzahlen« unter Beibehaltung der Wolf'schen Zeiten des Minimum's und Maximum's.

Specielleres wird hierüber eine jetzt dem Druck übergebene Publication unseres Observatorium's enthalten. Eine weitere Ausdehnung der Vergleichung ist dann veranlasst worden durch einen Freund der Astronomie, Herrn Oberstlieutenant v. d. Groeben, der sich gern bereit erklärte, einen grossen Theil der Rechnungen zu übernehmen, und muss ich hier dem Herrn v. d. Groeben für seine Beihülfe bei den Rechnungen noch meinen besonderen Dank abstatten.

Für einen mehrjährigen Zeitabschnitt, welcher ein Minimum oder Maximum enthält, kann die Häufigkeit n durch die Formel $n = x + yt + zt^2 + ut^3$ ausgedrückt werden; die Zeit t in Theilen des Jahres ausgedrückt und von einem beliebigen Zeitpunkte gezählt. Aus dieser Formel folgt $o = y + 2zt + 3ut^2$ zur Bestimmung der Epoche. Von den beiden für t erhaltenen Werthen ist offenbar nur der eine brauchbar, welcher in den betreffenden Zeitabschnitt fällt. Wird dies t substituirt, so verschwindet das zweite Glied, und man behält die Form $n = a + bt^2 + ct^3$, wo jetzt t vom Zeitpunkt des Minimum oder Maximum gezählt wird. Durch das Glied bt^2 wird die Curve symmetrisch in Bezug auf die Epoche; durch das andere Glied ct^3 wird die Ungleichheit im Aufsteigen und Absteigen der Curve bewirkt.

Die Rechnung ist erstlich ausgeführt nach Wolf's »ausgegleichenen« Relativzahlen mit halbjährlichen Intervallen, indem die Häufigkeitszahlen entnommen wurden aus der Monatscolumnne, in welcher das Minimum oder Maximum steht, ferner aus der um ein halbes Jahr abstehenden Monatscolumnne. Zweitens ist auch die Rechnung mit den Jahresmitteln der Wolf'schen »beobachteten« Relativzahlen ausgeführt. Von den doppelt erhaltenen Resultaten sind die Mittel genommen, welche ich hier angebe:

*) Dr. Rudolph Wolf, astronomische Mittheilungen L pag. 280 bis 283, enthaltend die »beobachteten Relativzahlen« für jeden Monat der Jahre 1749 bis 1876, nebst den Jahresmitteln.

**) Desgl. XLII pag. 34 bis 37 die ausgeglichenen Relativzahlen für jeden Monat derselben Jahre. Fortsetzung L pag. 276.

Minimum	t in Theilen des Jahres, gezählt vom Minimum	Maximum	t in Theilen des Jahres, gezählt vom Maximum
1) 1755.5	$n = 8.6 + 5.0 t^2 + 0.15 t^3$	2) 1761.0	$n = 66.8 - 2.5 t^2 + 0.10 t^3$
3) 1766.1	16.5 + 7.8 + 0.41	4) 1770.1	95.2 - 5.9 + 0.49
5) 1775.1	7.4 + 15.8 + 2.88	6) 1778.7	137.7 - 18.1 + 2.91
7) 1784.2	14.4 + 8.8 + 0.63	8) 1788.6	126.2 - 7.5 + 0.79
9) 1798.5	7.0 + 2.3 + 0.14	10) 1804.0	68.4 - 5.6 - 0.34
11) 1810.8	0.1 + 1.6 - 0.02	12) 1817.3	38.7 - 2.1 - 0.10
13) 1822.6	3.9 + 1.5 + 0.03	14) 1829.9	64.7 - 3.4 - 0.27
15) 1833.7	9.5 + 10.8 + 1.29	16) 1837.4	121.8 - 9.7 + 1.14
17) 1843.6	13.6 + 5.7 + 0.16	18) 1848.6	96.7 - 4.0 + 0.28
Dazu nach meiner früheren Berechnung:		Dazu nach meiner früheren Berechnung:	
19) 1856.0	4.3 + 6.6 + 0.79	20) 1860.5	89.3 - 6.4 + 0.76
21) 1867.2	7.0 + 10.5 t^2 + 1.58 t^3	22) 1870.8	94.2 - 7.0 t^2 + 0.74 t^3

Vielleicht findet Jemand ein Interesse daran, nach diesen Formeln die Häufigkeitscurve des ganzen Zeitraum's aufzuzeichnen, und will ich daher von jeder Formel die Werthe angeben, welche dazu brauchbar sind, so dass eine laufende Curve erhalten wird:

1. {	1752.5 49.6 1753.5 27.4 1754.5 13.4 1755.5 8.6 1756.5 13.8 1757.5 29.8	8. {	1786.6 89.9 1787.6 117.9 1788.6 126.2 1789.6 119.5 1790.6 102.5 1791.6 80.0	13. {	1820.6 9.7 1821.6 5.4 1822.6 3.9 1823.6 5.4 1824.6 10.1 1825.6 18.2	18. {	1846.6 78.5 1847.6 92.4 1848.6 96.7 1849.6 93.0 1850.6 82.9 1851.6 68.3
2. {	1758.0 41.6 1759.0 56.0 1760.0 64.2 1761.0 66.8 1762.0 64.4 1763.0 57.6 1764.0 47.0	9. {	1793.5 47.0 1794.5 34.8 1795.5 23.9 1796.5 15.1 1797.5 9.2 1798.5 7.0 1799.5 9.4 1800.5 17.3 1801.5 31.5	14. {	1826.9 41.4 1827.9 53.3 1828.9 61.6 1829.9 64.7 1830.9 61.0 1831.9 48.9	19. {	1853.0 42.4 1854.0 24.4 1855.0 10.1 1856.0 4.3 1857.0 11.7 1858.0 37.0
3. {	1765.1 23.9 1766.1 16.5 1767.1 24.7			15. {	1832.7 19.0 1833.7 9.5 1834.7 21.6	20. {	1858.5 57.6 1859.5 82.1 1860.5 89.3 1861.5 83.7 1862.5 69.8 1863.5 52.2 1865.0 37.
4. {	1768.1 67.7 1769.1 88.8 1770.1 95.2 1771.1 89.8 1772.1 75.5	10. {	1802.0 48.7 1803.0 63.1 1804.0 68.4 1805.0 62.5 1806.0 43.3	16. {	1836.4 111.0 1837.4 121.8 1838.4 113.2 1839.4 92.1 1840.4 65.3	21. {	1866.2 16.1 1867.2 7.0 1868.2 18.9
5. {	1773.5 47.6 1774.5 20.3 1775.5 7.4 1776.5 26.1 1777.5 93.6	11. {	1807.8 15.0 1808.8 6.7 1809.8 1.7 1810.8 0.1 1811.8 1.7 1812.8 6.3	17. {	1840.6 60.6 1841.6 35.1 1842.6 19.1 1843.6 13.6 1844.6 19.5 1845.6 37.7	22. {	1868.8 60.3 1869.8 86.5 1870.8 94.2 1871.8 87.9 1872.8 72.1 1873.8 51.2 1874.8 29.6
6. {	1777.7 116.7 1778.7 137.7 1779.7 122.5 1780.7 88.6	12. {	1814.3 22.5 1815.3 31.1 1816.3 36.7 1817.3 38.7 1818.3 36.5 1819.3 29.5				
7. {	1782.2 44.6 1783.2 22.6 1784.2 14.4 1785.2 23.8						

Bei einer Vergleichung der Formeln 1 bis 22 findet man, dass die Coefficienten von t^2 und t^3 auffallend gross sind in der Minimum-Curve Nr. 5 und der darauf folgenden Maximum-Curve Nr. 6. Demnächst haben sehr grosse Coefficienten die Minimum-Curve 15 und die folgende Maximum-Curve Nr. 16. Fast dieselben Coefficienten wie Nr. 15 hat auch die Minimum-Curve Nr. 21,

aber die derselben folgende Maximum-Curve hat keineswegs grosse Coefficienten.

Andererseits kommen auffallend kleine Coefficienten vor bei den fünf auf einander folgenden Curven Nr. 10, 11, 12, 13, 14 und die betreffenden Maximum-Curven Nr. 10, 12, 14 haben auch t^3 negativ, was bei keiner anderen Maximum-Curve vorkommt. Ausserdem hat die Maximum-Curve Nr. 2 kleine Coefficienten.

Vereinigen wir mit Ausschluss der hier genannten Curven die übrigen zu Mittelwerthen, so erhalten wir zwei Curven, welche den überwiegend vorherrschenden Character für die Zeiten des Minimum's und Maximum's angeben.

Aus den Min.-Curven Nr. 1, 3, 7, 9, 17, 19 folgt die mittlere Minimum-Curve:

$$23. \quad n = 10.7 + 6.0t^2 + 0.38t^3$$

Die Max.-Curven Nr. 4, 8, 18, 20, 22 geben als Mittelwerth $100.32 - 6.16t^2 + 0.612t^3$, was wir für Max. $n=100$ reduciren, und setzen: die mittlere Maximum-Curve:

$$24. \quad n = 100 - 6.14t^2 + 0.61t^3$$

Aus dieser Curve Nr. 24 lässt sich mit Ergänzung durch Nr. 23 eine Zahlenreihe herstellen, welche für die ganze Periode von einem Minimum bis zum folgenden Minimum den Verlauf der Häufigkeitszahlen darstellt; indessen ist dazu erforderlich, die mittlere Länge der Periode zu kennen, ferner die Lage des Maximum's innerhalb der Periode. Gemäss der unten folgenden Herleitung setzen wir die Länge der Periode $= 11.328$ Jahre und verlegen das Maximum auf $\frac{5}{12}$ der Periode, also auf 4.720 Jahre nach dem Minimum. Dann erhalten wir die folgende mit der Ueberschrift (25) bezeichnete Zahlenreihe. Voran stellen wir die zugehörigen Zeiten, gezählt vom Minimum, und in eine erste Columnne setzen wir die Werthe eines von der Zeitfolge abhängigen Winkels A , vermittelt dessen sich die Zahlenreihe (25) durch die Formel 26 darstellen lässt.

Mittlere Curve der Häufigkeit in der ganzen Periode:
 $26. n = 55.4 + 45 \sin(A - 75^\circ) - 6 \sin(2A + 28^\circ) - 2 \sin(3A - 40^\circ)$

A	Jahre nach dem Min.	n (25)	Formel (26)	Diff.
0°	0.000	10.7	10.6	- 0.1
30	0.944	16.4	16.2	- 0.2
60	1.888	36.9	39.3	+ 2.4
90	2.832	74.0	71.2	- 2.8
120	3.776	94.7	94.5	- 0.2
150	4.720	100.0	100.5	+ 0.5
180	5.664	95.6	95.0	- 0.6
210	6.608	82.2	82.7	+ 0.5
240	7.552	64.6	65.1	+ 0.5
270	8.496	45.3	44.8	- 0.5
300	9.440	28.5	28.3	- 0.2
330	10.384	15.8	16.6	+ 0.8
360	11.328	10.7	10.6	

Eine solche mittlere Curve hat schon Prof. Wolf in seinen astr. Mittheilungen XLII pag. 44 angegeben. Die Herleitung ist eine völlig verschiedene, aber das Resultat ist dem obigen ähnlich. Ein Unterschied ist in der Nähe der Maximum's bemerklich, wo die Zahlenreihe (25) eine geringere Krümmung der Curve liefert. — Wolf's mittlere Curve enthält für das Maximum die Zahl 97.76. Zur Vergleichung setze ich das Maximum auch $= 100$ und erhöhe die Zahlen nach dem Verhältniss $100:97.76$, so lautet:

Wolf's mittlere Curve der Relativzahlen bei einem Intervall von 11 Monaten.

11.4	68.7
16.5	57.1
35.5	40.3
63.5	30.1
85.9	20.1
100	11.6
89.5	

Hiebei hat Wolf die Länge der Periode $= 11\frac{1}{2}$ Jahre gesetzt, wie schon seine Bestimmung im Jahre 1852 mit Benutzung älterer Epochen ergeben hatte. Werden aber die älteren Epochen ausgeschlossen, so ergibt sich eine grössere Zahl. Die Frage, ob es möglich ist, aus den lückenhaften Beobachtungen alte Epochen mit hinreichender Sicherheit zu bestimmen, soll hier nicht weiter erörtert werden. Ich habe die Epochen, welche seit der Mitte des vorigen Jahrhunderts stattgefunden haben, der Rechnung zum Grunde gelegt und fast keinen Unterschied gefunden bei Benutzung der Wolfschen Zahlen, wie sie in dessen astr. Mittheilungen XLII pag 40 und 45 angegeben sind, oder bei Benutzung der aus der Curven-Berechnung entnommenen Zahlen, bei denen einige grössere Abweichungen vorkommen. Für das letzte Minimum ist nach Wolf's Bestimmung 1878.9 hinzugefügt.

$$\text{Setzt man das Minimum} = 1750 + x + \alpha z$$

$$\text{Maximum} = 1750 + y + \alpha z$$

wo α der Reihe nach die Zahlen 0, 1, 2 etc. bedeutet, so ergibt sich nach der Methode der kleinsten Quadrate aus den Wolfschen Epochen, welche in der ersten Columnne der folgenden Tabelle aufgeführt sind:

$$(27) \quad \begin{aligned} \text{Minimum} &= 1753.914 + \alpha.11.313 \text{ und} \\ \text{Maximum} &= 1758.364 + \alpha.11.313 \end{aligned}$$

$$\text{Länge der Periode} = 11.313 \text{ Jahre.}$$

Mit den aus der Curven-Berechnung erhaltenen Epochen folgt:

$$(28) \quad \begin{aligned} \text{Minimum} &= 1753.746 + \alpha.11.328 \text{ und} \\ \text{Maximum} &= 1758.523 + \alpha.11.328 \end{aligned}$$

$$\text{Länge der Periode} = 11.328 \text{ Jahre.}$$

Wolf's Wahre Epochen	Min.	Max.	aus der Curven- Berechnung		mittlere Epochen nach Formel 28.		Unter- schied W — M
			Min.	Max.	Min.	Max.	
1755.2			1755.5		1753.7		1.8
	1761.5			1761.0		1758.5	2.5
1766.5			1766.1		1765.1		1.0
	1769.7			1770.1		1769.9	0.2
1775.5			1775.5		1776.4		— 0.9
	1778.4			1778.7		1781.2	— 2.5
1784.7			1784.2		1787.7		— 3.5
	1788.1			1788.6		1792.5	— 3.9
1798.3			1798.5		1799.1		— 0.6
	1804.2			1804.0		1803.8	0.2
1810.6			1810.8		1810.4		0.4
	1816.4			1817.3		1815.2	2.1
1823.3			1822.6		1821.7		0.9
	1829.9			1829.9		1826.5	3.4
1833.9			1833.7		1833.0		0.7
	1837.2			1837.4		1837.8	— 0.4
1843.5			1843.6		1844.4		— 0.8
	1848.1			1848.6		1849.1	— 0.5
1856.0			1856.0		1855.7		0.3
	1860.1			1860.4		1860.5	— 0.1
1867.2			1867.2		1867.0		0.2
	1870.6			1870.8		1871.8	— 1.0
1878.9			(1878.9)		1878.4		0.5

Bei dieser veränderten Rechnung haben die Unterschiede W — M (ausgenommen am Schluss) dieselben Vorzeichen, wie Wolf XLII pag. 45 gefunden hatte, wobei er darauf aufmerksam machte, dass der in längeren Abschnitten auftretende Zeichenwechsel irgend welche Bedeutung haben könne.

Potsdam, 1880 Juli 29.

Prof. Dr. *Spörer*

Veränderliche Sterne 1880.

Von Dr. *J. F. J. Schmidt*.

1. *U* Coronae.

Zwei Beobachtungen des kleinsten Lichtes, die ich unter günstigen Umständen am Sucher erhielt, sind die folgenden: Juli 6, sehr klare mondlose Nacht; der Stern ward von 9^h3 bis 14^h4 32 mal mit 2 Nachbarn verglichen; zuletzt stand *U* schon sehr tief. Die Curven ergaben:

das kleinste Licht = 11^h35^m *p* = 1 nach *A* } Mittel:
= 11 32 = 4 » *b*

Min. 1880 Juli 6. 11^h32^m6.

August 13. Sehr klare Luft; der halbe Mond ging um 10^h7 unter. 64 Vergl. mit 3 Nachbarn, von 7^h8 bis 13^h1 wurden nur in der letzten halben Stunde etwas erschwert wegen der Nähe des Horizontes. 3 Curven ergaben:

das kleinste Licht = 11^h22^m *p* = 4 nach *b* } Mittel:
= 11 7 = 4 » *c*
= 11 8 = 1 » *A*

Min. 1880 Aug. 13. 11^h13^m8. Helle = 9^m.

Hiernach finde ich die Periode = 3 Tg. 10^h52^m8 so dass die angegebenen Minima nicht grössere Fehler zu haben scheinen, als sich solche für gewöhnlich erwarten lassen. Wenn ich 3 meiner Beob. von 1871 (A. N. Nr. 1861), mit denen von 1880 verbinde, so ist der Mittelwerth der 984 verflossenen Perioden = 3^t10^h51^m9^s1 nur 5^s5 kleiner, als Schönfeld sie vormals annahm. (A. N. Nr. 1992 p. 375.)

2. *S* Coronae.

1880 Jan. 18. bis April 13. ward *S* am Sucher