IV. *Ueber die Dämpfung der Torsionsschwingungen von Drähten;*
von Dr. Heinrich Streintz in Wien.

Unter obigem Titel habe ich im Märzhäfte 1874 der Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissensch. zu Wien die Resultate einer während des verflossenen Winters im physikalischen Institute der Universität ausgeführten Untersuchung veröffentlicht. In der Einleitung zu dieser Abhandlung citirte ich zwei andere Abhandlungen, welche in wesentlicher Beziehung zu meiner Arbeit stehen, nämlich, Warburg: „Ueber die Dämpfung der Töne fester Körper durch innere Widerstände", Monatsber. der kgl. preufs. Akad. der Wissensch. 1869 [1]) und „Kohlrausch: Beiträge zur Kenntnifs der elastischen Nachwirkung", Pogg. Ann. Bd. CXXVIII, S. 1, 207 und 399.

Während des Druckes meiner Arbeit, also innerhalb eines Zeitraumes von drei Monaten sind noch drei Abhandlungen hinzugekommen, welche in enger Beziehung zu der meinigen stehen, nämlich, O. E. Meyer: „Theorie der elastischen Nachwirkung" dies. Ann. 1874 No. 1. F. Braun: „Ueber elastische Schwingungen, deren Amplituden nicht unendlich klein sind", diese Annalen 1874 No. 1 und 2. Neesen: „Elastische Nachwirkung bei Torsion", Monatsberichte der kgl. preufs. Akad. der Wissensch. 1874, Februar.

Ich werde nun im Folgenden die Resultate meiner Beobachtungen hier reproduciren, ohne mich auf eine Beschreibung der Beobachtungen einzulassen (ich verweise bezüglich dieser auf die Originalabhandlung) und werde dabei auf die drei neuen, citirten Abhandlungen zu sprechen kommen, insoweit sie meine Arbeit betreffen.

1. Hängt man an einem Drahte Gewichte auf und versetzt dieselben in Torsionsschwingungen, so nehmen die

1) Auch dies. Ann. Bd. 139, S. 89. P.

aufeinanderfolgenden Schwingungsamplituden allmählich ab und zwar, wenn sie eine gewisse Gränze nicht überschreiten, wie schon Gaufs und Weber gefunden, in einer geometrischen Reihe.

Es seyen φ_1, φ_2, φ_3 drei aufeinander folgende Schwingungsbögen, so dafs also φ_1 und φ_3 in gleichem Bewegungssinne durchstrichen werden; dann nenne ich im Folgenden immer den natürlichen Logarithmus des Quotienten

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_3} = \frac{\varphi_{2n+1}}{\varphi_{2n+3}} = e^L,$$

also L das logarithmische Decrement.

Die Erscheinung, dafs die Schwingungsbögen successive kleiner werden, nennt man bekanntlich die Dämpfung der Schwingungen. Die Ursache derselben liegt theilweise in dem Widerstande, welchen die Luft der Bewegung des Gewichtes bereitet, theilweise aber im Drahte selbst, indem die Verdrehung desselben ebenfalls der Bewegung einen Widerstand entgegensetzt. Dieser zuletzt genannte Theil war bei meinen Versuchen der weitaus überwiegende und ich werde den Theil der Dämpfung, der seine Ursache im Drahte selbst hat, kurzweg als die *innere Dämpfung* des Metalles bezeichnen.

Bei meinen Versuchen hatten die schwingenden Gewichte die Form von Scheiben und man konnte deshalb schon im Voraus erwarten, dafs die Luftdämpfung nicht bedeutend seyn dürfte; ich hatte aber überdiefs im Verlaufe der Untersuchung wiederholt Gelegenheit, mich von der Richtigkeit dieser Voraussetzung zu überzeugen.

Ich untersuchte zuerst die Abhängigkeit des logarithmischen Decrements von der Temperatur und fand, dafs dasselbe bei Drähten, die einen niederen Schmelzpunkt besitzen, schon rasch mit steigender Temperatur wächst. In der folgenden Tabelle sind die Resultate angegeben, welche ein harter Messingdraht lieferte. t bedeutet die Temperatur, τ die Schwingungsdauer, l die Länge in Cm., d den Durchmesser in Mm. und p das den Draht spannende Gewicht in Kgr.

Messingdraht, hart, $l = 51{,}0$, $d = 0{,}512$, $p = 2{,}147$

No.	t	L	τ	L'
1	20,0	0,00345	—	—
2	87,6	0,01235	14,13	0,01241
3	74,3	0,00864	14,08	0,00867
4	63,9	0,00684	14,03	0,00658
5	48,8	0,00458	13,96	0,00446
6	29,6	0,00231	13,88	0,00279
7	14,0	0,00194	13,84	0,00197.

Zwischen der Beobachtung 1 und 2 verfloſs ein Zeitraum von einigen Stunden, da das Erwärmen längere Zeit in Anspruch nahm; die Beobachtungen 2 bis 6 wurden dann in Zwischenzeiten von etwa $\frac{1}{2}$ Stunde ausgeführt, die Beobachtung 7 hingegen erst den nachfolgenden Tag.

Ich habe versucht, die Resultate durch eine Gleichung anzustellen und habe gefunden, daſs dieſs unter Zugrundelegung der Gleichung

$$L = \alpha + \beta e^{\gamma t}$$

sehr gut gelingt. Es ergeben sich für die Constanten folgende Werthe

$$\alpha = 0{,}00048$$
$$\beta = 0{,}00100$$
$$\gamma = 0{,}02829,$$

dieselben sind nach kleinsten Quadraten berechnet und unter L' finden sich die nach dieser Formel berechneten Werthe L in der Tabelle angeführt.

Unter α wird man sich *den* Theil des logarithmischen Decrements zu denken haben, der von der Luftdämpfung herrührt, da dieser unabhängig von der Temperatur seyn muſs, nachdem die schwingenden Gewichte sich auſserhalb des erwärmten Raumes befanden.

Ich habe bei keinem der später untersuchten Drähte eine so rasche Zunahme des L mit der Temperatur gefunden, wie beim harten Messingdrahte. Es ist bei diesem das L bei $87^0\,6$ mehr als sechsmal so groſs, als bei 14^0. Die Schwingungsamplituden werden daher dort sechsmal so rasch von einem Werthe φ zu einem Werthe $\frac{\varphi}{n}$ reducirt werden, als bei 14°.

Eine ähnliche Reihe von Werthen des logarithmischen Decrementes lieferte ein Silberdraht, doch gelang es mir bei demselben nicht, die Resultate durch eine Gleichung darzustellen. Bei demselben war

$$\text{für } t = 80{,}5 \qquad L = 0{,}03782$$
$$t = 18{,}5 \qquad L = 0{,}00867.$$

Ich untersuchte ferner noch einen Kupferdraht und einen weichen Messingdraht, welche beide auch eine starke Abhängigkeit des logarithmischen Decrementes von der Temperatur zeigten. Bei einem Eisen- und einem Platindrahte hingegen konnte ich keine Abhängigkeit bemerken.

Ein Umstand, der auch aus der Tabelle des harten Messingdrahtes zu erkennen ist, machte sich bei allen Beobachtungen auf eine oft sogar störende Weise geltend, nämlich eine fortwährende Abnahme des logarithmischen Decrements bei fortgesetztem Schwingen. Es scheint sich der Draht an die Schwingungsbewegung zu accommodiren und derselben später einen geringeren Widerstand entgegen zu setzen, weshalb ich auch diese Eigenthümlichkeit der Drähte mit dem Worte Accommodation bezeichnet habe.

Auch zeigte sich, dafs die Härte des Drahtes, d. h. ob derselbe frisch gezogen oder ausgeglüht ist, einen wesentlichen Einflufs auf die Gröfse des logarithmischen Decrements hat. Ich werde auf die beiden Eigenthümlichkeiten nochmals zurückkommen.

2. Ich fand es für nothwendig, nochmals zu untersuchen, ob, wie Gaufs und Weber angeben, L wirklich von der Amplitude unabhängig sey. Zu dieser Untersuchung verwendete ich einen ausgeglühten Klaviersaitendraht und fand, dafs als der Draht frisch aufgehängt war, bei gröfseren Amplituden L auch gröfser war, dafs jedoch, je längere Zeit der Draht in Verwendung war, dieser Unterschied desto mehr verschwand und dafs bei Drähten, die schon lange Zeit gebraucht waren und schon verschiedene

Temperaturschwankungen durchgemacht hatten, ein solcher Unterschied gar nicht mehr zu bemerken war. Ich habe daraus den Schlufs gezogen, dafs für die bei mir vorkommenden Ausschlagswinkel von 2° bis 5° das L von der Amplitude unabhängig sey.

Der Umstand, dafs bei einem frisch aufgehängten Drahte L bei gröfseren Amplituden gröfser ist, erklärt sich aus der Accommodation. Schwingt nämlich ein Draht mit grofsen Amplituden, so werden gleichzeitig die kleineren mit durchlaufen, während bei kleineren Amplituden die gröfseren Verdrehungen nicht stattfinden. In Folge dessen wird für die kleineren Amplituden, welche öfter zurückgelegt werden, die Accommodation eine gröfsere, d. h. das L wird kleiner.

Es wird sich bei der Untersuchung über die Abhängigkeit des L von der Länge eine gleiche Erscheinung zeigen und dort werde ich auch nachweisen können, dafs die auftretenden Unterschiede nur der verschiedenen Accommodation zuzuschreiben sind.

F. Braun findet, so wie ich, für kleine Amplituden L unabhängig von diesen, für gröfsere Amplituden wächst jedoch auch das logarithmische Decrement. Vielleicht ist ein Theil dieses Unterschiedes auch bei den Untersuchungen von F. Braun auf Rechnung der Accommodation zu setzen, da in der citirten Abhandlung nichts von der Erscheinung erwähnt ist, die ich Accommodation genannt habe; doch glaube auch ich, dafs bei Amplituden, die man nicht mehr als unendlich klein ansehen darf, das logarithmische Decrement mit der Amplitude wächst.

3. Von der Spannung fand ich L vollständig unabhängig.

4. Ich veränderte auch die Schwingungsdauer dadurch, dafs ich das Trägheitsmoment des angehängten Gewichtes änderte und fand, dafs das L hiebei ungeändert bleibt; so erhielt ich bei einem englischen Klaviersaitendraht, der schon längere Zeit zu Schwingungen benutzt worden war, folgende Tabelle:

No.	τ	L $p = 3{,}147$	L $p = 1{,}147$
1	13,03		0,00398
2	21,78	0,00435	
3	13,07		0,00415
4	21,80	0,00412	
5	13,06		0,00417
	Mittel	0,00424	0,00410.

F. Braun untersuchte auch die Abhängigkeit von der Schwingungsdauer, doch sind, wie der Verf. selbst angiebt, die gefundenen Werthe zu wenig übereinstimmend, um einen Schlufs daraus ziehen zu können.

5. Ob der Durchmesser des Drahtes einen Einflufs auf das L habe, ist schwer zu untersuchen, da ja L wesentlich vom Grade der Härtung des Drahtes abhängt. Ich erhielt für vier verschiedene Klaviersaiten folgende Werthe:

d	L
0,388	0,00517
0,432	0,00595
0,566	0,00492
0,633	0,00715.

Wenn man bedenkt, dafs z. B. durch eine Temperaturänderung von 80° das L auf das Sechsfache seines ursprünglichen Werthes kommen, dafs es ausschliefslich durch längeres Schwingen auf die Hälfte reducirt werden kann, so wird man zugeben müssen, dafs die Abhängigkeit vom Durchmesser keinesfalls grofs seyn kann, wenn überhaupt eine solche existirt.

6. Um die Abhängigkeit von der Länge zu prüfen, nahm ich wieder eine englische Klaviersaite und änderte die Länge im Verhältnisse 1 : 2 ab. Dabei ergaben sich successiv folgende Werthe:

	Mo.	l	L	τ
1.	1	119,6	0,00419	12,58
	2	62,5	0,00369	9,07
	3	119,6	0,00387	—
	4	62,5	0,00364	—
	5	119,6	0,00371	—

Es zeigt sich in dieser Tabelle L bei der kleineren Länge immer kleiner, doch sind die Differenzen so gering, daſs ich versucht war, dieselben einem andern Umstande, als der Längenänderung zuzuschreiben. Ich dachte, daſs vielleicht der Draht seiner ganzen Länge nach nicht homogen gehärtet sey und löthete ihn deshalb verkehrt ein, und wiederholte die Versuche. Dabei ergab sich:

	No.	l	L	τ
2.	1	119,6	0,00396	12,55
	2	62,5	0,00362	9,12
	3	119,6	0,00371	—

aber auch hier zeigt sich L beim kürzeren Drahte kleiner.

Es kann aber noch ein Umstand seyn, der diese kleine Differenz herbeiführte, nämlich die Accommodation.

Beginnt man damit, einen Draht seiner ganzen Länge nach schwingen zu lassen, so wird diese Beobachtung mit einem Drahte gemacht, der noch gar keine Schwingungen ausgeführt, somit noch gar keine Acommodation erlitten hat. Läſst man hierauf den Draht seiner halben Länge nach (62,5 Cm.) schwingen, so hat man ein Drahtstück vor sich, welches bereits seiner ganzen Länge nach Schwingungen ausgeführt, also bereits eine Accommodation erlitten hat; es ist demnach vorauszusetzen, daſs sich L nun kleiner zeigen werde als im ersten Falle.

Aus ähnlichen Gründen erklärt es sich, daſs das L hierauf wieder gröſser wird usw. Auch der Umstand, daſs ich bei halber und bei ganzer Länge das Gewicht in denselben Amplituden schwingen lieſs, daher die Verdrehung des Drahtes bei halber Länge die doppelte war, trägt dazu bei die Accommodation für die kleinere Länge vollständiger, somit das L kleiner zu machen.

Um nun die Richtigkeit der Annahme zu prüfen, daſs die Ursache dieser kleinen Verschiedenheit des L wirklich in der Accommodation zu suchen sey, nahm ich ein ganz neues Drahtstück von der gleichen Länge wie das frühere, begann aber diesmal damit, die untere Hälfte allein schwingen zu lassen, während die obere festgehalten war; darauf erst lieſs ich den Draht in der Länge von 120 Cm. schwingen.

Bei der ersten Beobachtung, bei welcher also nur die untere Hälfte des Drahtes verwendet wird, hat man dann ein Drahtstück, daſs seiner ganzen Länge nach (63 Cm.) noch keine Schwingungen ausgeführt hat, somit keine Accommodation zeigen kann. Geht man dann zur Länge von 120 Cm. über, so hat man ein Drahtstück, welches in seiner unteren Hälfte bereits eine Accommodation erlitten hat; es ist somit vorauszusetzen, daſs in dem zweiten Falle L kleiner seyn werde als im ersten.

Die Beobachtungen zeigten Folgendes:

	No.	l	L
3.	1	63,0	0,00433
	2	120,0	0,00419
	3	63,0	0,00403

Die Tabellen (1) und (3) zusammengenommen beweisen die Unabhängigkeit des L von der Länge, wenn man zugleich mit der Längenänderung auch entsprechend das Drehmoment, resp. die Schwingungsdauer, sich ändern läſst, bis auf etwa 2 Proc. des ganzen Werthes von L.

7. Ich hatte im Verlaufe der Untersuchung bemerkt, daſs ausgeglühte Drähte viel schwächer gedämpft werden als harte, d. h. solche Drähte, welche sich in dem Zustande befinden, in welchem sie das Zugeisen verlassen haben. Ich habe deshalb mehrere Drähte eigens zu diesem Zwecke zuerst in hartem und hierauf in weichem Zustande untersucht.

Ein Stahldraht, der bereits durch zwei Tage zu Beobachtungen gedient hatte, und der bereits fast keine Zunahme der Accommodation mehr zeigte, ergab:

$$\text{hart} \quad L = 0{,}00416$$

und hierauf

$$\text{weich} \quad L = 0{,}00364.$$

Ein Kupferdraht frisch aufgehängt, zeigte hart

$$L = \begin{cases} 0{,}00811 \\ 0{,}00774, \end{cases}$$

wobei jede der beiden Zahlen aus 20 Schwingungen, und zwar die zweite aus den, den ersten unmittelbar nachfolgenden nächsten zwanzig Schwingungen abgeleitet ist.

In gleicher Weise sind auch die folgenden nebeneinander stehenden Werthe aufzufassen.

Derselbe Draht ergab:

$$\text{weich} \quad L = \begin{cases} 0{,}00477 \\ 0{,}00421. \end{cases}$$

Ein Messingdraht ergab:

$$\text{hart} \quad L = \begin{cases} 0{,}00165 \\ 0{,}00150, \end{cases}$$

$$\text{weich} \quad L = \begin{cases} 0{,}00064 \\ 0{,}00052 \\ 0{,}00047, \end{cases}$$

beim Messing sank also L durch das Ausglühen beiläufig auf $\frac{1}{3}$ des früheren Werthes.

Wenn man als Ursache der Dämpfung einen wie immer gearteten Widerstand ansieht, welchen die Molecüle durch eine Art innere Reibung der Bewegung entgegensetzen, so mufs man annehmen, dafs im harten Zustande diese Reibung eine gröfsere ist, was sich leicht dadurch erklärt, dafs der Draht in dem Zustande, in welchem er das Zugeisen verläfst, eine gröfsere Dichte hat, folglich die Molecüle näher an einander liegen.

Inwiefern sich ein durch Ziehen hart gewordener Stahldraht von einem durch Ablöschen gehärtetem unterscheidet, kann ich noch nicht bestimmen, da ich mit dem Processe der Stahlsaitenfabrikation nicht bekannt bin; doch ist anzunehmen, das bei einem durch Löschen gehärteten Stahldrahte dieselbe Erscheinung sich zeigt, da man aus der Eigenschaft des harten Stahls, den gröfsten Theil des mitgetheilten Magnetismus permanent zu erhalten, schliefsen mufs, dafs der Widerstand der Molecüle gegen eine Verdrehung grofs ist.

Die Drähte können noch auf eine Weise gehärtet werden und zwar durch öfteres Hin- und Herdrehen um so grofse Winkel, dafs jedesmal eine entschiedene permanente Verdrehung zurückbleibt. Es wird diese Methode des Härtens auch von den Mechanikern dann in Anwendung gebracht, wenn ein Messingstück, ohne die Gestalt zu ändern, gehärtet werden soll.

8. Dafs durch Verdrehen des Drahtes um so grofse Winkel, dafs bleibende Veränderungen auftreten, derselbe wieder härter wird, zeigt auch die folgende Versuchsreihe, welche an einem ausgeglühten Messingdrahte angestellt ist. Es wird durch Schwingen unter Winkeln, bei welchen keine bleibende Veränderungen auftreten, zufolge der Accommodation der Draht weicher, durch Verdrehen mit bleibenden Veränderungen aber härter.

Ich versetzte zuerst den Draht auf die gewöhnliche Weise in Schwingungen und dabei ergab er

$$L = 0{,}00084.$$

Jetzt liefs ich ihn durch 15 Minuten in dieser Weise schwingen; dadurch veränderte sich durch Accommodation das logarithmische Decrement in

$$L = 0{,}00059.$$

Jetzt drehte ich das Gewicht um 360^0 nach der einen Seite, dann in die Gleichgewichtslage zurück und um 360^0 auf die andere Seite und wiederholte dies Verfahren ungefähr 20 mal. Dadurch wurde

$$L = 0{,}00067$$

also gröfser. Bei diesen Torsionen waren schon bleibende Veränderungen aufgetreten, d. h. damit das Gewicht wieder in die frühere Gleichgewichtslage einspielte, war eine

Verdrehung nach der entgegengesetzten Seite nothwendig. Jetzt drehte ich den Draht um 4×360^0 etwa 10 mal hin und her, dadurch wurde

$$L = 0{,}00094,$$

also schon gröfser, als es zu Anfang war.

Endlich drehte ich das Gewicht um 20×360^0 hin und her und wiederholte diefs etwa 6 mal; hierauf war

$$L = 0{,}00222,$$

es kam L auf fast das Dreifache des ursprünglichen Werthes.

Ich liefs nun den Draht durch 15 Minuten wieder mit den gewöhnlichen kleinen Amplituden schwingen und dadurch verkleinerte sich L wieder zu

$$L = 0{,}00136.$$

Da es zwischen jenen Torsionen, welche eine Verkleinerung des L herbeiführen, und jenen, welche dasselbe vergröfsern, eine Gränze geben mufs, so könnte man diese als die Elasticitätsgränze für den jeweiligen Zustand auffassen.

9. Aus den im Vorhergehenden angeführten Eigenschaften des logarithmischen Decrements kann man nun einige Schlüsse auf die Ursache der Metalldämpfung machen.

Vor allem wird es nothwendig seyn, zu untersuchen, ob die Metalldämpfung die gleichen Gesetze befolgt wie die Luftdämpfung, ob man also annehmen darf, sie sey verursacht durch einen Widerstand, welchen man proportional der Geschwindigkeit setzen kann. Unter dieser Voraussetzung erhält man bekanntlich folgende Kraftgleichung

$$T\frac{d^2\varphi}{dt^2} + k \cdot \frac{d\varphi}{dt} + M\varphi = 0,$$

wobei T das Trägheitsmoment, M das Drehmoment, k das Maafs der dämpfenden Kraft für die Einheit der Geschwindigkeit, φ aber der Winkel ist, um welchen das Gewicht aus der Gleichgewichtslage zur Zeit t herausgedreht ist.

Setzt man

$$\frac{k}{2T} = \varepsilon, \quad \frac{M}{T} = \mu, \quad \sqrt{\mu - \varepsilon^2} = \nu,$$

so erhält man als Integral der Gleichung

$$\varphi = \alpha \,.\, e^{-\varepsilon t}\left(\cos \nu t + \frac{\varepsilon}{\nu} \sin \nu t\right),$$

wobei α der Werth von φ für die Zeit $t = 0$, ist.

Man erhält ferner

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\alpha \,.\, \frac{\mu}{\nu} \,.\, e^{-\varepsilon t} \,.\, \sin \nu t,$$

für die Geschwindigkeit der Bewegung. Diese Geschwindigkeit wird 0, wenn $\nu t = n\pi$ ist, wobei $n = 0, 1, 2 \ldots$; sie wechselt, so oft ein solcher Werth erreicht ist, ihr Zeichen, weshalb man die Punkte, für welche $t = \frac{n\pi}{\nu}$ ist, passend als Umkehrpunkte bezeichnet.

Die Zeit, welche das Gewicht braucht, um von einem Umkehrpunkte zum nächsten zu gelangen, welche ich die halbe Schwingungsdauer nenne, ist

$$\frac{\tau}{2} = \frac{\pi}{2} = \pi \sqrt{\frac{T}{M - \frac{k^2}{4T}}}\,.$$

Für Schwingungen im luftleeren Raum ist $k = 0$, also

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{T}{M}}\,.$$

Nennt man die Winkel, welche der Reihe nach in einer halben Schwingungsdauer durchstrichen werden, φ_1, φ_2, $\varphi_3 \ldots$, so lehrt die Gleichung für φ, daſs diese allmählich abnehmen und zwar eine geometrische Reihe bilden, deren Exponent $e^{-\varepsilon\frac{\pi}{\nu}}$ ist und $\lg n\, \varphi_1 - \lg n\, \varphi_3 = \varepsilon\pi = L$ ist, wie schon früher einmal erwähnt, das logarithmische Decrement. ε kann als Maaſs der Dämpfung bezeichnet werden.

Ich finde nun bei verschiedenen Schwingungsdauern, wenn man dieselben durch Veränderung des Trägheitsmomentes ändert, das logarithmische Decrement unverändert, mithin bei zwei verschiedenen Beobachtungen

$$\varepsilon_1 \pi_1 = \varepsilon_2 \pi_2.$$

Aus dieser Relation folgt zunächst, daſs die Dämpfung um desto gröſser ist, je kleiner die Schwingungsdauer ist und zwar in der Weise, daſs nach einer bestimmten Anzahl Schwingungen die Amplitude φ immer auf den Werth $\frac{\varphi}{n}$ reducirt ist, gleichgültig, ob die Schwingungen rasch oder langsam, d. h. bei grofsem oder kleinem Trägheitsmomente geschehen.

Unter Voraussetzung der Gesetze, welche für den Luftwiderstand gelten, ist

$$\varepsilon = \frac{k}{2\,T}$$

und da man annäherungsweise

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{T}{M}}$$

setzen kann, so wird

$$\frac{k_1}{k_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}},$$

woraus folgt, dafs die Kraft, mit der die Metalldämpfung wirkt, eben nicht die Gesetze befolgt, wie die Kraft, welche bei der Luftdämpfung thätig ist, indem letztere nicht vom Trägheitsmomente abhängt. Um obiges Gesetz zu erhalten, würde es genügen, die Kraftgleichung in folgender Form zu schreiben

$$T\frac{d^2\varphi}{d\,t^2} + k\sqrt{T}\,\frac{d\varphi}{dt} + M\varphi = 0,$$

allein diese Gleichung hat keine physikalische Berechtigung; denn das gefundene Gesetz der Kraftwirkung ist von der Beobachtung nur für eine ganze Amplitude geliefert und kann deshalb möglicherweise nur einen gewissen Mittelwerth darstellen, der zufolge eines ganz anderen Kraftgesetzes und überhaupt nur bei der Schwingungsbewegung zu Stande kommt, während die Kraftgleichung für beliebige Bewegungen gelten mufs.

Um nun doch wenigstens für diesen Mittelwerth der Kraft eine Anschauung zu gewinnen, habe ich versucht, die Arbeit zu berechnen, welche während eines ganzen Ausschlages von der dämpfenden Kraft geleistet wird.

Es läfst sich zwischen dieser Arbeit und dem logarithmischen Decremente eine Relation aufstellen, welcher keine Voraussetzung über die Natur der dämpfenden Kraft zu

Grunde liegt. Denkt man sich, dafs das Gewicht, von der Gleichgewichtslage ausgehend, successive die drei halben Amplituden α_1, α_2, α_3 durchläuft, so erhält man als Ausdruck für die Arbeit, welche zur Ueberwindung des Widerstandes während eines ganzen Ausschlags nothwendig ist,

$$A = \frac{M\alpha_1^2}{2} - \frac{M\alpha_3^2}{2},$$

worin die beiden Ausdrücke rechts die Potentialwerthe für die beiden auf einander folgenden Umkehrpunkte darstellen.

Da das L statt wie früher aus drei auf einander folgenden ganzen Amplituden auch aus drei halben Amplituden gerechnet werden kann, so ist

$$\alpha_3 = \alpha_1 \,.\, e^{-L}.$$

Führt man diesen Ausdruck für α_3 in die Arbeitsgleichung ein und entwickelt die Expotentialgröfse in eine Reihe nach steigenden Potenzen von L und vernachlässigt alle höheren Potenzen, was erlaubt ist, da man L sowie auch A als kleine Gröfsen erster Ordnung auffassen kann, so erhält man die für jede Art von Dämpfung geltende Gleichung

$$A = ML\alpha^2 \quad \ldots\ldots \quad (1),$$

wobei statt α_1 entsprechend der früheren Bezeichnung wieder α gesetzt ist.

Bei der Luftdämpfung läfst sich nun ein Ausdruck für A aufstellen, der dasselbe nur durch die Constanten der Beobachtung darstellt. Es ist nämlich die dämpfendende Kraft des Luftwiderstandes

$$k \,.\, \frac{d\varphi}{dt},$$

daher das Element der Arbeit

$$dA = k \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 dt.$$

Für eine einfache Schwingungsbewegung gilt aber die Gleichung

$$\varphi = \alpha \,.\, \cos \frac{2\pi t}{\tau};$$

es wird dieselbe aus der früheren für φ aufgestellten Gleichung erhalten, indem man $k=0$ setzt, wodurch in dem Ausdrucke für dA wieder nur Glieder von der zweiten Ordnung des k vernachlässigt wurden.

Für die Geschwindigkeit erhält man

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\alpha\frac{2\pi}{\tau}\sin\frac{2\pi t}{\tau},$$

daher die Arbeit für einen ganzen Ausschlag

$$A = k\alpha^2\frac{2\pi}{\tau}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2\frac{2\pi t}{\tau}\,d\,\frac{2\pi t}{\tau} = \frac{k\alpha^2\pi^2}{\tau} \qquad (2).$$

Setzt man nun den Ausdruck, den die Gleichung (2) liefert, in die Gleichung (1), so erhält man als Ausdruck für das logarithmische Decrement der Luftdämpfung

$$L = \frac{k\pi^2}{M\tau} = \frac{k\pi}{2M}.\sqrt{\frac{M}{T}} \quad .\ .\ .\ .\ . \quad (3).$$

Diesen Ausdruck werde ich nun so verändern, dafs er die für die Metalldämpfung verlangten Eigenschaften hat und schliefslich daraus in Verbindung mit Gleichung (1) wieder einen Ausdruck für die Arbeit herstellen, der dann für die Metalldämpfung gilt.

Es mufs nun bei der Metalldämpfung L vor allem unabhängig seyn von der Amplitude; dieser Forderung entspricht der Ausdruck bereits, indem dieselbe auch bei der Luftdämpfung zu stellen ist.

Es soll aber ferner L unabhängig seyn vom Trägheitsmoment, wenn das Drehmoment ungeändert bleibt, es mufs daher $\sqrt{T}$ im Nenner weggelassen werden.

Ferner mufs L unabhängig seyn von der Länge des Drahtes. Wird diese geändert, so ändert sich auch das Drehmoment und zwar ist die Aenderung desselben verkehrt proportional der Längenänderung.

Aufserdem ändert sich aber noch die Constante k; denn entsprechend den Elasticitätsgesetzen wird der Widerstand gegen die Verdrehung bei doppelter Verdrehung der doppelte, daher bei doppelter Länge unter Festhaltung eines bestimmten Ausschlagswinkels nur der halbe seyn, so dafs man statt k, welches nur für eine bestimmte Länge gilt, $\frac{k}{l}$ wird setzen müssen, wobei k dann eine Constante ist, die für jede Länge gilt.

Soll nun bei verschiedenen Längen des Drahtes L constant bleiben, so müssen l und M, welche sich dabei in entgegengesetzter Weise ändern, als Product vorkommen, daher das $\sqrt{M}$ im Zähler auch wegzulassen ist und der Ausdruck also folgende Form annimmt.

$$L = \frac{k}{2Ml} \quad \ldots\ldots \quad (4),$$

woraus wieder der Ausdruck für die Arbeit während eines ganzen Ausschlages folgt

$$A = \frac{1}{2}\frac{k\alpha^2}{l}.$$

Führt man die ganze Amplitude, welche etwa φ heifsen soll, statt α ein, so ist die Arbeit für *diese* Strecke

$$A = \frac{k\varphi^2}{l} \quad \ldots\ldots \quad (5).$$

Man könnte nun leicht einen Differentialausdruck hinschreiben, der integrirt die Gleichung (5) liefert, in welchem dann das Kraftgesetz enthalten seyn würde; allein dieses Verfahren hätte keine physikalische Berechtigung, indem die Beobachtungen nur über den Mittelwerth der Kraft für einen ganzen Ausschlag Auskunft geben. Bei dem jetzigen Stand der Kenntnisse ist man daher genöthigt, hier stehen zu bleiben.

Es wäre jetzt die Frage zu untersuchen, ob die Ursache der Metalldämpfung nicht in der elastischen Nachwirkung gefunden werden könnte.

Ueber die letztere liegen derzeit Untersuchungen von Kohlrausch vor, ferner die in der jüngsten Zeit von Neesen.

Die Formel, welche Kohlrausch für die elastische Nachwirkung giebt, ist

$$= k\varphi T^p \frac{1}{t^\alpha},$$

wobei k, p, α Coëfficienten sind, welche nur von der Drahtsorte abhängen.

T ist die Zeit in Minuten, welche der Draht um den Winkel φ tordirt gehalten wurde, und t die Zeit in Minuten, welche seit dem Nachlassen jener Torsion verstrichen ist, x endlich der Winkel, um welchen die Gleichgewichtslage zur Zeit t im Sinne der Torsion verschoben ist.

Die Verschiebung der Gleichgewichtslage ist also proportional dem Verdrehungswinkel φ. Denkt man sich daher einen Draht in schwingender Bewegung begriffen, wie es bei meinen Beobachtungen der Fall war, so wird sich während eines Ausschlages nach der einen Seite die Gleichgewichtslage verschieben, und diese Verschiebung wird bei den aufeinanderfolgenden Schwingungen, bei welchen alles bis auf φ ungeändert bleibt, auch immer proportional dem Ausschlagswinkel bleiben. In diesem Falle tritt aber, wie man sich leicht überzeugt, und wie ich in der Originalabhandlung auch nachgewiesen habe, immer ein constantes logarithmisches Decrement auf.

Neesen giebt an, daſs die Gröſse der elastischen Nachwirkung, d. i. sein Coëfficient c in der Gleichung

$$p = ce^{-at}$$

mit zunehmendem Torsionswinkel wächst, ohne das proportiale Wachsthum hervorzuheben, doch spricht sich Derselbe auch nicht gegen dasselbe aus. Da sich nun unter Zugrundelegung der elastischen Nachwirkung als Ursache der Dämpfung auch ein constantes logarithmisches Decrement erwarten läſst, so kann man den angenommenen Zusammenhang beider Erscheinungen weiter verfolgen. Hierbei stellen sich aber vorläufig noch Hindernisse in den Weg.

Die Kohlrausch'sche Gleichung läſst sich, um aus ihr eine Differentialgleichung für die Bewegung herzustellen, nicht verwenden, da wir t nicht unendlich klein werden lassen dürfen, d. h. die Gleichung nicht über die

Gränzen ausdehnen dürfen, für die dieselbe aufgestellt wurde. In der Gleichung von Neesen ist es aber der Coëfficient *c*, dessen Eigenschaften noch nicht quantitativ festgestellt sind. Neesen sagt: *c* wächst mit zunehmendem Torsionswinkel und zunehmender Torsionsdauer. Wenn ich nun auch nach Kohlrausch für das Wachsthum von *c* mit dem Torsionswinkel die Proportionalität annehmen wollte, so fehlt doch die Gestalt der Function, welche *c* in der Abhängigkeit von der Torsionsdauer darstellt.

Es mufs demnach noch weiteren Untersuchungen anheimgestellt werden, diese Fragen zu beantworten, und erst dann wird man einen sicheren Schlufs auf den Zusammenhang der elastischen Nachwirkung mit der Metalldämpfung machen können; bisher läfst sich nur sagen, dafs derselbe wahrscheinlich ist. Die Abhängigkeit der Coëfficienten *a* und *c* in der Gleichung von Neesen von der Temperatur habe ich aufser Acht gelassen, da ja Neesen organische Substanzen, nämlich einen Cocon- und einen Kautschuckfaden untersucht hat, welche ganz andere Verhältnisse in Bezug auf Temperaturveränderungen zeigen, als Metalle.

Wenn ich mich jedoch an die Ansicht von Kohlrausch halte, der sowie ich Metalldrähte untersuchte, und der die Temperatur als die einzige Ursache der elastischen Nachwirkung betrachten zu können glaubt, so finde ich mit meinen Resultaten die schönste Uebereinstimmung.

Ich komme schliefslich noch auf die rein theoretische Arbeit von O. E. Meyer zu sprechen. Ich glaube behaupten zu können, dafs die Voraussetzungen, welche O. E. Meyer zur Aufstellung der Differentialgleichungen macht, nicht erlaubt sind, daher die Gleichungen das gar nicht darstellen, was man unter elastischer Nachwirkung versteht.

Meyer will die elastische Nachwirkung mit der inneren Metallreibung in *der* Weise identificiren, dafs der inneren Metallreibung die Eigenschaften der Luftreibung beigelegt werden. Derselbe nimmt an, dafs die elastischen Kräfte in Körpern unvollkommener Elasticität nicht nur von den Verrückungen, sondern auch von der Geschwindigkeit abhängen, mit welcher erstere vor sich gehen. Es soll dieser Satz daraus folgen, dafs bei einem unvollkommen elastischen Körper das Gesetz der Erhaltung der Kraft, wenn man nur die äufsere Energie im Auge behält, nicht gilt. Meyer ändert deshalb die Differentialgleichungen der Elasticitätstheorie so ab, dafs zu den Gliedern, welche die Verrückungen enthalten, noch solche hinzutreten, welche den ersteren ganz conform, auch die Geschwindigkeiten der Verrückungen enthalten.

Dafs durch diese Annahmen das Wesen der elastischen Nachwirkung nicht erklärt werden kann, ergiebt sich sogleich, wenn man bedenkt, dafs in dem Falle, dafs ein Draht unter einem bestimmten Winkel tordirt gehalten wird, sich fortwährend die Gleichgewichtslage desselben ändert, somit eine Abnahme des Drehmomentes und Verlust an potentieller äufserer Energie stattfindet, während der Draht gar keine Geschwindigkeit hat. Nach den Voraussetzungen von Meyer müfste aber in diesem Falle das Drehmoment ungeändert bleiben.

Wenn man demnach fragt, warum bei einem Drahte, welcher tordirt wird, nicht allsogleich seine schliefsliche Gleichgewichtslage eintritt, so wird man auch auf einen inneren Widerstand der Molecüle gegen eine Positionsänderung geführt werden; wie dieser Widerstand aber beschaffen ist, wissen wir bisher noch gar nicht, wir können nur die negative Behauptung aufstellen, dafs er kein solcher ist, wie bei der Luftreibung.

Bevor ich experimentell die Gesetze der Metalldämpfung aufgesucht hatte, war ich der Meinung, es werde sich die Metalldämpfung durch eine innere Reibung von der Art der Luftreibung erklären lassen; wäre diefs möglich gewesen, so hätte man annehmen müssen, dafs die elastische Nachwirkung bei Schwingungsbewegungen so wenig Einflufs habe, dafs ihre Wirkung nicht in Betracht kommt.

Die Rechnungen von Meyer hätten alsdann auf meine Beobachtungen gepafst, eben weil es dann nicht elastische Nachwirkung gewesen wäre. Nun fand ich aber, dafs obige Erklärungsart nicht statthaft sey und habe deshalb die innere Metalldämpfung durch elastische Nachwirkung zu erklären versucht.

Es ist möglich, dafs bei der Metalldämpfung elastische Nachwirkung *und* eine innere Reibung von der Art der Luftreibung gleichzeitig thätig sind; es würde diefs die Herleitung der Erscheinungen aus Gleichungen der inneren Reibung und elastischen Nachwirkung bedeutend erschweren und gerade deshalb, weil die Trennung dieser beiden Erscheinungen unumgänglich nothwendig ist. Was die weitere Rechnung von Meyer betrifft, so mufs ich eines kleinen Versehens erwähnen. Es wird zuerst der Fall betrachtet, dafs ein Draht durch ein Gewicht plötzlich belastet wird, sich dadurch allmählich dehnt und endlich in Schwingungen geräth. Statt „durch ein Gewicht belastet" mufs es wahrscheinlich heifsen „durch eine Kraft gespannt" wenigstens ist die weitere Rechnung so durchgeführt, als wäre der Draht durch eine Kraft gespannt, welche nicht von einer trägen Masse herrührt.

10. Im Folgenden werde ich noch einige Thatsachen berühren, welche mit der Metalldämpfung in einigem Zusammenhange stehen.

Ich habe unter Accommodation die Eigenschaft der Drähte verstanden, zufolge welcher sich der Widerstand derselben gegen Verdrehungen innerhalb der Elasticitätsgränze vermindert, je öfter solche Verdrehungen stattfinden.

Auch durch Ausglühen wird dieser Widerstand geringer. Ein frisch gezogener Draht ist bekanntlich dichter als ein ausgeglühter; die Molecüle befinden sich daher bei ersterem näher aneinander und in einem Zustande gegenseitiger Spannung und müssen sich daher bei einer Verschiebung einen gröfseren Widerstand entgegensetzen.

Wird ein frisch gezogener Draht erwärmt, so wird die gegenseitige Spannung noch mehr vergröfsert, was wir dadurch erfahren, dafs die Dämpfung gröfser wird; gleichzeitig findet in Folge dieser Spannung ein wirkliches Auseinanderrücken der Molecüle statt. Läfst man den Draht dann langsam erkalten, so rücken die Molecüle wieder zusammen, allein nicht *mehr*, als es ihrem natürlichen Gleichgewichtszustande entspricht, begeben sich *nicht* mehr in den früheren Zustand der Spannung und wir haben daher auch einen Draht erhalten, in welchem die innere Reibung eine geringere ist.

Sowie nun durch öftere Verdrehungen innerhalb der Elasticitätsgränze der Draht für solche Verdrehungen *weicher* wird, so findet das Gleiche auch bei anderen Formveränderungen statt.

Es ist bekannt, dafs Stahlschreibfedern durch den Gebrauch, bei welchem sie auch fortwährend kleine Formveränderungen, die sich innerhalb der Elasticitätsgränze bewegen, erleiden, weicher werden.

Das Gleiche bemerkt man bei den Sitzen eiserner Stühle, die aus Federn von Schmiedeeisen oder Stahl gebildet sind. Sie verlieren durch den Gebrauch ihre Härte und verbiegen sich schiefslich.

Eine ausgedehnte Rolle spielt die Accommodation bei den musikalischen Instrumenten.

Es ist eine bekannte Thatsache, dafs Trompeten, bevor sie sich für den musikalischen Vortrag eignen, erst eingeblasen, d. h. längere Zeit gebraucht werden müssen, um ihre volle Tonwirkung entfalten zu können und um überhaupt sich leicht blasen zu lassen.

Es mufs nämlich für die Tonschwingungen erst die Dämpfung verkleinert, also der Widerstand, den das Metall den Tonschwingungen entgegensetzt, vermindert werden, was dadurch geschieht, dafs das Metall öfter in Schwingungen versetzt wird. Hat die Dämpfung abgenommen, so ist die Arbeit, welche der Blasende zu leisten hat, um die Schwingungen auf einer gewissen Amplitude zu erhalten, d. h. um eine gewisse Tonstärke beizubehalten, geringer geworden.

Es kann eine Trompete, um den technischen Ausdruck zu gebrauchen, auch verblasen werden; kommt dieselbe nämlich, wenn sie neu ist, einem ungeübten Bläser in die Hände, der gewisse falsche Töne, oder Töne, die man nicht zu haben wünscht, oft bläst, so ist die Trompete verblasen. Es nimmt nämlich für diese gewissen Töne die Dämpfung ab, so dafs diese Trompete in diese Schwingungen leichter zu versetzen ist als in andere, welche nicht so oft erregt wurden, und daher später es auch einem geübten Bläser sehr schwer fällt, diese falschen Töne zu vermeiden. Es gilt diefs insbesondere vom sechsten Oberton. Bei einer C-Trompete bilden der Grundton, die ersten fünf Obertöne und der siebente Oberton, also C, c, g, $\bar{c}$, $\bar{e}$, $\bar{g}$, $\bar{\bar{c}}$ den C-dur Dreiklang. Da nun die höheren Töne schwieriger zu blasen sind, so ist auch der sechste Oberton des $\bar{\bar{b}}$ leichter zu blasen, als das $\bar{\bar{c}}$. Das $\bar{\bar{b}}$ stimmt aber nicht in den C-dur Dreiklang, es mufs daher beim Einblasen die Vorsicht gebraucht werden, das $\bar{\bar{b}}$ nicht anzublasen, um nicht die Dämpfung für dasselbe zu verkleinern, so dafs später statt des gewünschten $\bar{\bar{c}}$ das $\bar{\bar{b}}$ erklingt.

Aus diesem Umstande folgt auch, dafs es nichts nützen würde, etwa durch eine vorübergehende Erwärmung die Dämpfung des gesammten Trompetenmetalls zu verkleinern, da dieser Procefs auf alle Töné gleichmäfsig wirken würde; es kann allein richtiges Blasen den gewünschten Erfolg herbeiführen.

Die gleiche Erfahrung wie bei den Trompeten wird bei den Streichinstrumenten gemacht. Bei diesen ist es nicht die Saite, welche längeren Spielens bedarf, da der Widerstand derselben gegen die Schwingungsbewegung schon wegen der geringen zu bewegenden Masse unwesentlich ist, sondern der Resonanzkasten, also der Körper des Instrumentes. Mag nun auch die Bauart des letzteren eine noch so vortreffliche seyn, so ist ein längeres und gutes Spiel immer noch unerläfslich. Diese Erfahrung wurde vor mehreren Jahren an einigen Violinen von Stradivari gemacht, die seit der Erzeugung, also ungefähr 150 Jahre, noch nicht gespielt worden waren.

Dafs es nothwendig ist, dafs eine Violine gut gespielt werde, erklärt sich dadurch, dafs der gute Spieler einen stärkeren Ton, also Schwingungen von gröfserer Amplitude erweckt, daher auch für diese die Dämpfung verkleinert wird, ferner erregt er nur eine gewisse Sorte von Obertönen, welche die Klangfarbe bestimmen und nur für diese Obertöne wird die Dämpfung verkleinert. Werden durch einen schlechteren Spieler längere Zeit unrichtige Obertöne, nämlich solche, welche einen schrillenden und scharfen Ton erzeugen, erregt, so bleibt durch längere Zeit die Accommodation für diese Schwingungen bestehen und es wird anfänglich auch bei gutem Spiele nicht zu vermeiden seyn, dafs die Klangfarbe scharf und rauh ist. Dafs durch längeres Liegen ohne Gebrauch die Vortheile des Ausspielens wieder verloren gehen, folgt aus dem Umstande, dafs die Accommodation durch Ruhen theilweise wieder verloren geht.

Dafs Klaviere nicht ebenfalls nach längerem Spiele besser werden, liegt daran, dafs die Mechanik des Klavieres sich abnutzt. Eine wichtige Eigenschaft der Tonerregung würde man kennen lernen, wenn die Gleichung für die Arbeit einer Schwingung

$$A = k\frac{a^2}{l}$$

sich auch auf Transversalschwingungen einer gespannten Saite übertragen liefse oder für dieselben bereits aufgesucht worden wäre.

Man würde dadurch die Arbeit kennen lernen, welche zur Ueberwindung des inneren Widerstandes bei hohen und tiefen Tönen zu leisten ist. Man sieht auch, dafs es für einen solchen Fall genügt, die Arbeit für eine ganze Amplitude zu kennen, ohne den Ausdruck für das Element der Arbeit hinschreiben zu können. Bei den tonerregenden Schwingungen wäre freilich noch sehr zu berücksichtigen, dafs ein grofser Theil der Arbeit im Luftwiderstande zu suchen ist, der ja allein die Ursache der Tonwirkung ist.

Aus dem Umstande, dafs mit zunehmender Temperatur die Dämpfung so aufserordentlich rasch wächst, läfst sich vielleicht der Procefs des Härtens des Stahles ein wenig aufhellen. Der weiche Stahl wird erwärmt und dadurch die Molecüle in einen Zustand von gröfserer innerer Reibung gebracht; wird der heifse Stahl nun rasch abgekühlt, so haben die Molecüle nicht Zeit, vollständig diesen Zustand der gröfseren inneren Reibung zu verlassen, derselbe bleibt auch theilweise noch im kalten Zustande und wir haben dann einen harten Stahl; bekanntlich wird der Stahl auch um so härter, je rascher die Abkühlung vor sich geht.

Ich erwähne der Vollständigkeit halber hier nochmals dafs der Widerstand der Molecüle des harten Stahles gegen die Magnetisirung und das grofse magnetische Residuum auch auf die gröfsere innere Reibung seiner Molecüle hinweist.

Auch eine technische Verwendung kann die Bestimmung des logarithmischen Decrementes finden. Da dasselbe nämlich in hohem Grade von der Härte des Metalles abhängt, so kann seine Bestimmung dazu dienen, die Homogenität der Härtung zu untersuchen. Bei den englischen Klaviersaiten konnte ich für ein und dieselbe Spule keinen Unterschied in der Härte finden, während ich bei verschiedenen Stücken ein und derselben Spule Messingdrahtes, der als Zithersaitendraht verkauft wurde, ganz merkliche Unterschiede fand.

Ich werde schliefslich noch kurz die sämmtlichen unmittelbaren Resultate der in dieser Abhandlung beschriebenen Beobachtungen zusammenfassen.

1. Das logarithmische Decrement ist unabhängig von der Amplitude, ferner vom Trägheitsmomente, wenn zugleich entsprechend die Schwingungsdauer sich ändert, weiters unabhängig von der Länge, wenn sich ebenfalls

entsprechend die Schwingungsdauer ändert, aufserdem vielleicht unabhängig oder doch nicht bedeutend abhängig vom Durchmesser, wenn zugleich das Trägheitsmoment geändert wird, so dafs die Schwingungsdauer constant bleibt, endlich auch unabhängig von der Spannung des Drahtes.

2. Das logarithmische Decrement wächst rasch mit der Temperatur, wahrscheinlich nach der Gleichung

$$L = \alpha + \beta \gamma^t.$$

3. Dasselbe nimmt ab in Folge längeren Schwingens, welche Eigenschaft ich die Accommodation genannt habe. Letztere geht theilweise wieder verloren, wenn der Draht längere Zeit geruht hat, insbesondere aber, wenn derselbe inzwischen einmal in krummer Lage gewesen war.

4. Drähte in dem Zustande, in welchem sie das Zugeisen verlassen haben, zeigen ein gröfseres logarithmisches Decrement als ausgeglühte Drähte. In Folge dessen nimmt dasselbe bei ausgeglühten Drähten wieder zu, wenn dieselben öfters mit bleibenden Veränderungen hin und her tordirt werden.

V. *Ueber den galvanischen Leitungswiderstand; von Hermann Herwig.*

Der Widerstand, welchen ein metallischer Leiter (ein sogenannter Leiter erster Classe) einem galvanischen Strome entgegensetzt, gehört zu denjenigen Punkten der Elektricitätslehre, die noch am wenigsten in ihrer eigentlichen Bedeutung aufgeklärt sind. Ich glaube nun, man wird hier zu einer annehmbaren Vorstellung gelangen, wenn man die Bedeutung der Veränderungen, welche dieser Widerstand bei ein und demselben Leiter durch die Umstände thatsächlich erfährt, möglichst ungezwungen theoretisch abzuleiten sucht. Es giebt manche Umstände,