

5.

Aufgaben.

(Von Herrn Dr. Stern zu Göttingen.)

Wie kann man das allgemeine Glied und das summatorische Glied der Reihe finden, deren erste Glieder folgende sind:

1, 1, 2, 3, 6, 11, 22, 42, 84, 165, 330, 654, 1308

Die Reihe ist auf folgende Weise gebildet. Man hat zuerst $1 + 1 = 2$, $1 + 2 = 3$; zur Bildung dieser zwei Glieder wurden also die *zwei* jedesmal zunächst vorhergehenden Glieder addirt. Dann hat man $1 + 2 + 3 = 6$, $2 + 3 + 6 = 11$; zur Bildung dieser zwei Glieder wurden die *drei* ihnen jedesmal zunächst vorhergehenden Glieder addirt; die zwei nächsten Glieder entstehen, indem man jedesmal die *vier* ihnen zunächst vorhergehenden Glieder addirt u. s. w.

Ist p eine Primzahl von der Form $8n + 5$, so sind die Producte $1.2 \dots n$ und $2n + 2.2n + 3 \dots 3n + 1$ zu gleicher Zeit quadratische Reste oder Nichtreste: in welchem Falle findet das Eine oder das Andere Statt?

Man habe m Elemente $1, 2, 3 \dots m$; man bilde aus denselben alle Permutationen. So oft nun in einer Permutation ein höheres Element früher vorkommt als ein niedrigeres, so heisse dies eine *Variation* (eine Bezeichnung, die schon *Cramer* in seiner *Introd. à l'analyse des courbes* gebraucht hat). Rechnet man die Anzahl der Variationen, die in allen Permutationen aus m Elementen vorkommen, zusammen, so heisse dies die *Summe* der Variationen. Für zwei Elemente ist die Summe der Variationen $= 1$, für 3 Elemente $= 9$, für 4 Elemente $= 72$: wie groß ist die Summe der Variationen für m Elemente?