

SULLE QUINTICHE GOBBE RAZIONALI.

Nota di **Giuseppe Marletta** (Catania).

(Estratto da una Lettera al Prof. L. BERZOLARI).

Adunanza del 23 luglio 1905.

.....

Mi propongo di dimostrarle, che

« Una curva gobba razionale del quinto ordine, dotata di quattro piani stazionari singolari, possiede una ed una sola quadrisecante, a meno che di quei quattro piani due non siano infinitamente vicini tra loro, e gli altri due pure tra loro; ovvero a meno che tre di quei quattro piani non siano infinitamente vicini tra loro » *).

A tal fine basterà dimostrare che le rette le quali sono ad un tempo rette l e rette s **), sono quelle e solamente quelle dei due sistemi seguenti:

a) rette t ciascuna comune a due spazi iperosculatori della quintica razionale normale c ;

b) rette t' ciascuna comune ad un piano osculatore e ad un iperpiano iperosculatore di c .

Infatti, in un iperpiano Σ_4 generico di $[5]$, abbiamo ∞^2 rette s generatrici di una forma cubica con piano doppio, e ∞^4 rette l tali che ad un piano generico ne appartiene una sola, e ad un punto in uno spazio per questo, ne appartengono tre. Onde applicando una nota formola, e indicando con x il numero delle rette di Σ_4 che sono contemporaneamente rette l e rette s , si ha:

$$x = (1, 2)(2, 3)' + (0, 3)(1, 4)' = 1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 = 10,$$

ove le condizioni senza apice si riferiscono alle rette l , e le altre alle rette s .

D'altra parte, osserviamo che le rette t di Σ_4 sono nello stesso numero τ degli spazi bitangenti c e passanti per un dato punto S . E proiettando da S in un iperpiano

*) BERZOLARI, Osservazioni alla nota precedente del Prof. E. CIANI: *Sopra le curve gobbe razionali di quint'ordine*. [Rend. Ist. Lomb., 1905]. In questa nota il Ch.^{mo} Prof. BERZOLARI non considera il caso dei tre piani infinitamente vicini, perchè non si occupa di curve dotate di punti multipli.

**) MARLETTA, *Sulle curve razionali del quinto ordine* [questi Rendiconti, tomo XIX (1905), pp. 94-119], I.

generico, si vede che τ indica il numero delle coniche della superficie cubica normale φ *), bitangenti c_4 ; e ancora proiettando da una generatrice di φ in un piano, si vede che τ è il numero delle bitangenti di una quartica razionale.

Analogamente si dimostra che le rette t' di Σ_4 sono quante le tangenti d'inflessione di una quartica piana razionale. Dunque, indicando con ι il numero delle rette t' di Σ_4 , si ha: $\tau + \iota = 10 = x$. Ed ora siccome evidentemente le rette t e t' sono ad un tempo rette l e rette s , così concludiamo che in un iperpiano generico non esistono altre rette l ed s , diverse dalle dieci t e t' che a quell'iperpiano appartengono. Dunque...

C. V. D.

Si noti che, proiettando c da una retta t in uno spazio generico, si ottiene una quintica gobba razionale c_5 dotata di due tangenti d'ondulazione; se si proietta c da una retta t' , la c_5 possiede un punto triplo nel punto di contatto di quel piano stazionario singolare che è da contarsi tre volte, onde c_5 appartiene ad un cono quadrico.

Catania, giugno 1905.

GIUSEPPE MARLETTA.

*) MARLETTA, l. c., II.